הסתברות 1 אוניברסיטת אריאל נכתב ע"י אייל לוי [github.com/LeviEyal/Summaries](https://github.com/LeviEyal/Summaries)

**2 משתנים מקריים**:

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | Ym | .. | Y2 | Y1 | X\Y |
|  | P(1,m) | .. | P(1,2) | P(1,1) | X1 |
|  | P(2,m) | .. | P(2,2) | P(2,1) | X2 |
| .. | .. | .. | .. | .. | .. |
|  | P(n,m) | .. | P(n,2) | P(n,1) | Xn |
| 1 |  | .. |  |  |  |

* התפלגות משותפת: יהיו X,Y מ"מ אזי ההתפלגות המשותפת שלהם:  
   (חיתוך של שני המאורעות)  
  התפלגות מותנית: חוק ההתפלגות המותנית מקיים ש: (הערכים בתאים, חלקי השולית)
* X,Y בלתי תלויים אם **לכל**  מתקיים:
* אם מופיע 0 בחוק התפלגות המשותפת (0 בטבלה) אזי המ"מ תלויים (אם לא מופיע אז עדיין צריך לבדוק).
* כדי להראות ש- X,Y תלויים מספיק למצוא כלשהם המקיימים:

**נוסחאות בסיסיות וכלליות:**

* *. (מאורע משלים)*
* *אם אז .*
* *אם זרות אז: .*

**קומבינטוריקה:**

בחירת k איברים מ-n איברים:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | **ללא החזרה** | **עם החזרה** |
| **ללא חשיבות**  **לסדר** |  |  |
| **עם חשיבות**  **לסדר** |  |  |

סידור n איברים **במעגל:** , **בשורה:**

**הכלה והדחה:**

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| התפלגות | משמעות | פונקציית התפלגות | תוחלת | שונות |
| ברנולי | ראה אינדיקטורים |  |  |  |
| אחידה | לכל איבר בטווח יש בדיוק אותה הסתברות לקרות. |  |  |  |
| בינומית | בחירה של הצלחות מתוך ניסויים. |  |  |  |
| גיאומטרית | הסתברות ל- כשלונות עד ההצלחה בניסוי ה-. |  |  |  |
| פואסונית | ידוע שאירוע מתרחש בממוצע כל יחידות זמן. סופר כמה אירועים כאלו התרחשו ביחידת זמן אחת. |  |  |  |
| בינומית שלילית | ההסתברות ל- הצלחות עד שקיבלנו כשלונות. |  |  |  |
| היפר גיאומטרית | יש לנו כדורים בכד, מתוכם לבנים,והשאר לא לבנים. מוציאים מהכד כדורים. סופר כמה מתוך אלו שהוצאנו היו לבנים. |  |  |  |

**שונות משותפת:**

* סימטריות:
* X ו-Y ב"ת ומכאן   
    **,ההיפך לא בהכרח נכון!**
* X ו-Y תלויים
* יש תלות חיובית בין X ל-Y. אם X התרחש אז גדל הסיכוי ש-Y התרחש ולהיפך.
* יש תלות שלילית בין X ל-Y. אם X התרחש אז קטן הסיכוי ש-Y התרחש ולהיפך.

**תכונות התוחלת:**

* *אם X ו-Y ב"ת*

**תכונות השונות:**

* אם X ו-Y תלויים אז:
* אם X ו-Y ב"ת אז:
* סכום משתנים ב"ת:
* סכום משתנים תלויים:

**משפט התוחלת השלמה**: לכל Y:

**משפט השונות שלמה**: .

**מקדם המתאם:**

* סימטריות:

* X ו-Y בלתי מתואמים
* X ו-Y ב"ת X ו-Y בלתי מתואמים

*מסקנות: אם חישבנו תוחלת בסעיף כלשהו, ואנחנו צריכים לחשב תוחלת מותנה בסעיף אחר, צריך לחשוב על ההסתברות השלמה וחלוקה למאורעות זרים כדרך למצוא את התוחלת המותנה.*

*טריק: לפעמים כשיש מספר סופי של הוצאות\ניסויים שאפשר לעשות כדאי לעשות אותם "עד הסוף", לדוגמא אפשר להוציא מספרים מכד עד שנגמר וסכום התוצאות יהיה מספר קבוע כלשהו. כלומר השונות של סכום התוצאות תהיה 0. טוב בשביל לחשב Cov.*

**נוסחה לחישוב התפלגות סכום מ"מ:**



**ההסתברות שA יקרה לפני B:**

**דוגמה לחישוב תוחלת מותנה:**

מבצעים סדרה של הטלות מטבע הוגן. יהיה מספר הפעמים שיצא עץ. לאחר מכן מבצעים סדרה של הטלות מטבע עם הסתברות להוצאת עץ. יהי מספר הפעמים שיצא עץ בסדרת ההטלות השנייה. מהי התוחלת של ?

**דוגמה לשימוש באינדקטורים:**

פקיד צריך לשלוח מכתבים ל- יעדים. ברשותו של הפקיד מעטפות ועליהן כתובים היעדים, כשכל מעטפה מתאימה ליעד אחד בדיוק. הפקיד מחלק את המכתבים למעטפות בצורה מקרית, כאשר ההתפלגות של המעטפה הנבחרת בכל שלב היא אחידה. יהא מספר המעטפות שהגיעו ליעד. מה התוחלת של ?

נסמן בתור האינדיקטור המתאים למאורע שמכתב הגיע ליעד. אזי בגלל שההתפלגות אחידה, לכל מכתב ההסתברות שהוא הגיע ליעד היא  *נשים לב כי: , לפיכך לפי ליניאריות התוחלת:*

**טורים וזהויות:**

**סכומי סדרות:**

**אינדיקטורים:**משתנה אינדיקטור, הוא משתנה מקרי שמציין האם מאורע מסוים התרחש. כאשר המאורע התרחש, הערך שלו הוא 1, וכאשר המאורע לא התרחש ערכו 0.  
שימושי למשל כאשר מעוניינים לחשב תוחלת של משתנה מקרי מסוים שניתן לבטאו כסכום של משתנים מציינים, ואז ניתן להיעזר בליניאריות התוחלת ולהגיע בקלות לתוחלת משתנה זה, אם ידועה ההסתברות להתרחשות המאורעות שהמשתנים המציינים מייצגים.

**או**

* , ,
* ***,***

**כלל השרשרת:**

**נוסחת ההסתברות השלמה**:

נשתמש בנוסחה זו כאשר החישוב הישיר של מסובך, ועדיף לחלק למקרים.

**נוסחת בייס:**  **נוסחת בייס כללי:**

**סטיית תקן:**

**אי שוויון מרקוב:** כאשר:

*שיפור אי-שוויון מרקוב: אם קיים X מ"מ אי-שלילי וידוע שגם X-k (k מספר קבוע) אי-שלילי, עדיף לעשות הזזה של המשתנה למשתנה X-k ואז להשתמש במרקוב.*

**אי שוויון צ'בישב:**  כאשר

**מקבץ שאלות מהחוברת אגודה**

תמונה שמכילה טקסט

התיאור נוצר באופן אוטומטי  
תמונה שמכילה טקסט

התיאור נוצר באופן אוטומטיתמונה שמכילה טקסט

התיאור נוצר באופן אוטומטיתמונה שמכילה טקסט

התיאור נוצר באופן אוטומטיתמונה שמכילה טקסט

התיאור נוצר באופן אוטומטיתמונה שמכילה טקסט

התיאור נוצר באופן אוטומטיתמונה שמכילה טקסט, צילום מסך, מסמך

התיאור נוצר באופן אוטומטיתמונה שמכילה טקסט

התיאור נוצר באופן אוטומטיתמונה שמכילה טקסט, מקורה, צילום מסך

התיאור נוצר באופן אוטומטיתמונה שמכילה טקסט

התיאור נוצר באופן אוטומטיתמונה שמכילה טקסט

התיאור נוצר באופן אוטומטיתמונה שמכילה טקסט

התיאור נוצר באופן אוטומטיתמונה שמכילה טקסט

התיאור נוצר באופן אוטומטיתמונה שמכילה טקסט

התיאור נוצר באופן אוטומטיתמונה שמכילה שולחן

התיאור נוצר באופן אוטומטיתמונה שמכילה טקסט

התיאור נוצר באופן אוטומטיתמונה שמכילה טקסט

התיאור נוצר באופן אוטומטיתמונה שמכילה טקסט

התיאור נוצר באופן אוטומטיתמונה שמכילה טקסט

התיאור נוצר באופן אוטומטיתמונה שמכילה טקסט

התיאור נוצר באופן אוטומטיתמונה שמכילה טקסט, עיתון, מסמך, צילום מסך

התיאור נוצר באופן אוטומטיתמונה שמכילה טקסט

התיאור נוצר באופן אוטומטיתמונה שמכילה טקסט

התיאור נוצר באופן אוטומטיתמונה שמכילה טקסט

התיאור נוצר באופן אוטומטיתמונה שמכילה טקסט, מסמך, צילום מסך

התיאור נוצר באופן אוטומטיתמונה שמכילה טקסט

התיאור נוצר באופן אוטומטיתמונה שמכילה טקסט

התיאור נוצר באופן אוטומטיתמונה שמכילה טקסט

התיאור נוצר באופן אוטומטיתמונה שמכילה טקסט

התיאור נוצר באופן אוטומטיתמונה שמכילה טקסט

התיאור נוצר באופן אוטומטיתמונה שמכילה טקסט

התיאור נוצר באופן אוטומטיתמונה שמכילה טקסט

התיאור נוצר באופן אוטומטיתמונה שמכילה טקסט

התיאור נוצר באופן אוטומטיתמונה שמכילה טקסט

התיאור נוצר באופן אוטומטיתמונה שמכילה טקסט

התיאור נוצר באופן אוטומטיתמונה שמכילה טקסט

התיאור נוצר באופן אוטומטיתמונה שמכילה טקסט

התיאור נוצר באופן אוטומטיתמונה שמכילה טקסט

התיאור נוצר באופן אוטומטיתמונה שמכילה טקסט

התיאור נוצר באופן אוטומטי