

4. ตัวแปรสุ่ม A มีความน่าจะเป็นดังฟังก์ชัน

$$P_A(a) = \begin{cases} 1/3 & a = -1, \\ 2/3 & a = 1, \\ 0 & \text{otherwise.} \end{cases}$$

ค่าความน่าจะเป็นแบบมีเงื่อนไขของ B ต่อเมื่อ A เป็นดังฟังก์ชัน

$$P_{B|A}(b|-1) = \begin{cases} 1/3 & b = 0, \\ 2/3 & b = 1, \\ 0 & \text{otherwise.} \end{cases} \quad P_{B|A}(b|1) = \begin{cases} 1/2 & b = 0, \\ 1/2 & b = 1, \\ 0 & \text{otherwise.} \end{cases}$$

จงหา

ก. ความน่าจะเป็นร่วม $P_{A,B}(a,b)$

ข. ค่าคาดหวังแบบมีเงื่อนไขของ B เมื่อ $A=1$

ก. ความน่าจะเป็นร่วม $P_{A,B}(a,b)$

$$P_{A,B}(a,b) = P_{B|A}(b|a) \cdot P_A(a)$$

ต้องหาทุกค่าของ a, b เพื่อสร้างตารางความน่าจะเป็น

$$P_{A,B}(-1,0) = P_{B|A}(0|-1) = P_A(-1) = \left(\frac{1}{3}\right)\left(\frac{1}{3}\right) = \frac{1}{9} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{27}$$

$$P_{A,B}(-1,1) = P_{B|A}(1|-1) = P_A(-1) = \left(\frac{2}{3}\right)\left(\frac{1}{3}\right) = \frac{2}{9} \times \frac{1}{3} = \frac{2}{27}$$

$$P_{A,B}(1,0) = P_{B|A}(0|1) = P_A(1) = \left(\frac{1}{2}\right)\left(\frac{2}{3}\right) = \frac{1}{6} \times \frac{2}{3} = \frac{1}{9}$$

$$P_{A,B}(1,1) = P_{B|A}(1|1) = P_A(1) = \left(\frac{1}{2}\right)\left(\frac{1}{3}\right) = \frac{1}{6} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{18}$$

$$P_{A,B}(a,b) = \begin{cases} \frac{1}{27} & a = -1, b = 0 \\ \frac{2}{27} & a = -1, b = 1 \\ \frac{1}{9} & a = 1, b = 0 \\ \frac{1}{18} & a = 1, b = 1 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

v. ค่าคาดหวังของค่าเปลี่ยนไปของ B เมื่อ $A=1$

$$E[B|A=1] = \sum_{b \in S_B} (b \cdot P_{B|A}(b|1))$$

$$= (0) P_{B|A}(0|1) + (1) P_{B|A}(1|1)$$

$$E[B|A=1] = \frac{1}{2} = 0.5 \quad \times$$