矩阵理论学习笔记(一)

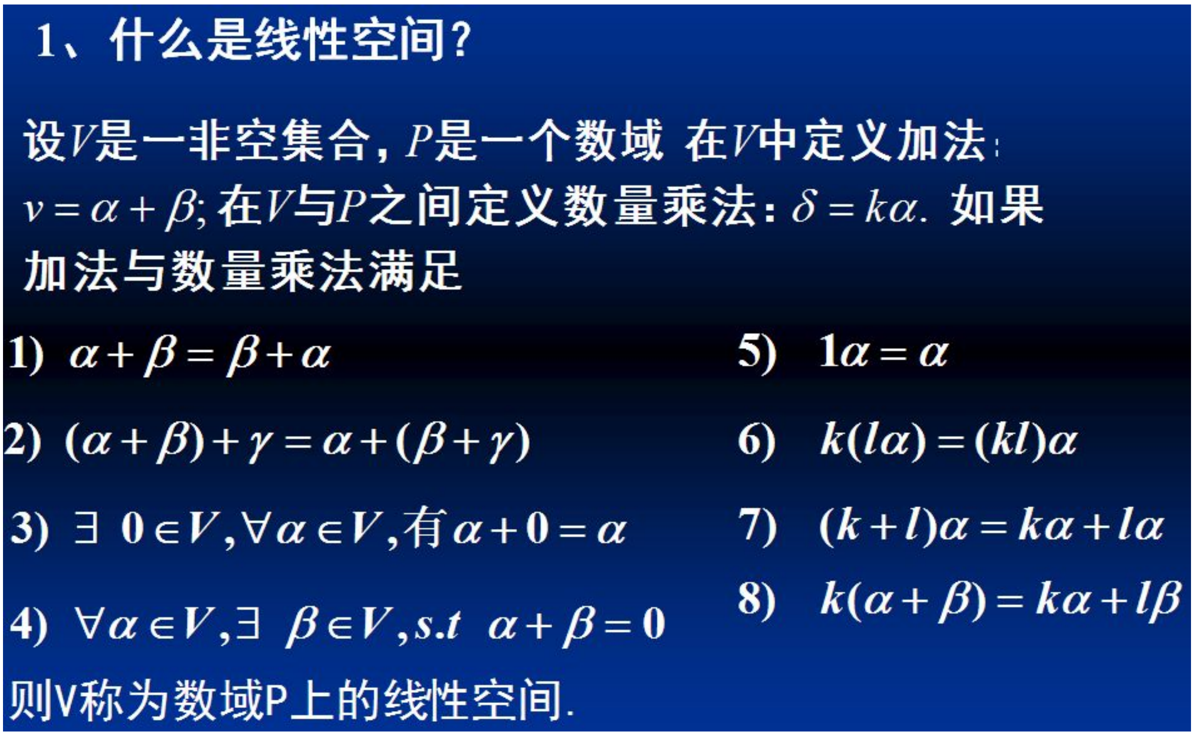
线性代数基础

线性空间与子空间

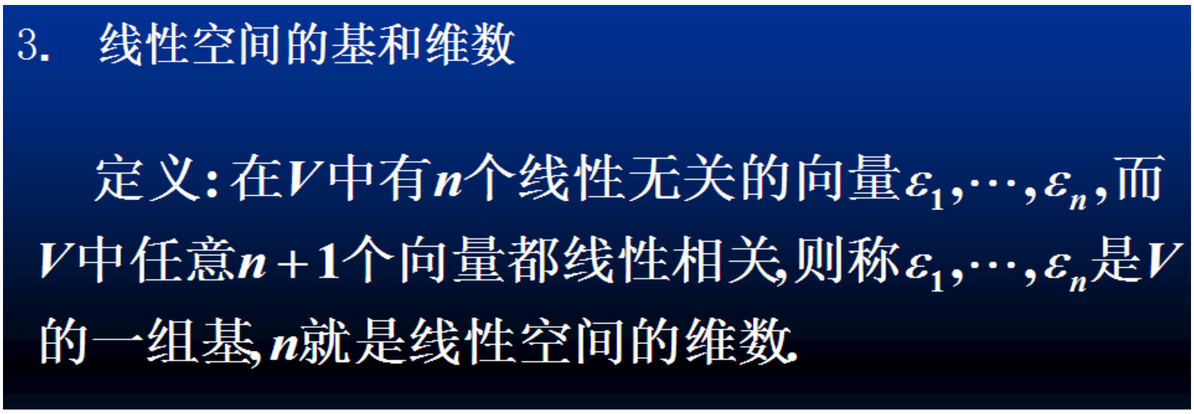
如果数集P中任意两个数做某一个运算之后结果仍然在P中，我们就称作数集P对这个运算是封闭的。

加减乘除运算以及他们的线性组合封闭的数集P称为**数域**。

线性空间的定义



一个线性空间的一组基就是该线性空间的一组极大无关组，常记作$dimV=n$.



一个线性空间是否是另一个线性空间的子空间只需证明加法封闭性和数乘封闭性。

证明：全体与A可交换的矩阵组成一个子空间。

平凡子空间：空间V的平凡子空间指0空间和V空间本身，其他维数的空间都是非平凡子空间，即从1维到n-1维的空间都是非平凡子空间。

维数定理

设V_1和V_2是线性空间V的子空间，则，

$$dim(V_1) + dim(V_2) = dim(V_1 + V_2) + dim(V_1 \cap V_2) \tag{1}$$

直和

设V_1和V_2是线性空间V的子空间，若对$\forall \alpha \in V_1 + V_2$，

$$\alpha = \alpha_1 + \alpha_2 (\alpha_1 \in V_1, \alpha_2 \in \alpha_2) \tag{2}$$

且是唯一的，这个和$V_1 + V_2$就称为直和，记为$V_1 \oplus V_2$.

Tips:判断是否是直和的方式为$V_1 \cap V_2 = \{0\}$.