

# 矩阵理论学习笔记（三）

## 正交投影

### 幂等矩阵

值域  $R(A) = \{y | y = Ax, \forall x \in C^n\}$ , 表示  $T$  的原象在  $A$  矩阵作用下构成的坐标为  $R(A)$ 。  $R(T)$  与  $R(A)$  的关系是:  $R(T)$  中所有元素的坐标集合为  $R(A)$ 。

核  $N(A) = \{x | Ax = 0, \forall x \in C^n\}$ , 同理。

#### 性质

1.  $(E - A)$  也是幂等矩阵。
2.  $A$  的特征值非0即1, 且可对角化。
3.  $rank(A) = tr(A)$ 。
4.  $A\alpha = \alpha \Leftrightarrow \alpha \in R(A)$ 。
5.  $N(A) = R(E - A), R(A) = N(E - A)$ 。

### 正交投影

**定义** 设  $T$  是投影

$$R^\perp(T) = N(T) \iff T \text{ 是正交投影}$$

在直和的基础上增加了正交的关系。