

Cognome:..... Nome:..... Matr.:.....

Esercizio 1 [16 punti]

A: notazione asintotica. Dire quali delle seguenti relazioni asintotiche sono vere:

$$\begin{array}{llll} n \log^2 n = o(n^2); & \frac{n}{\log n} = \Theta(n); & \frac{n^2 + \sqrt{n}}{\sqrt{n}} = \Theta(n^2); & \sqrt{\log n} = \omega(\log \log n); \\ 2^{\log n \log n} = \Omega(n^{10}); & 3^n = \Theta(2^n); & n2^n = \omega(2^{2n}); & 2^n = \Omega(n^{200}); \end{array}$$

B: equazioni di ricorrenza. Fornire la soluzione asintotica alle seguenti relazioni di ricorrenza:

$$T(n) = 4T(n/2) + n^{9/5}; \quad \text{Soluzione:}$$

$$T(n) = T(n-1) + T(n-2) + 1; \quad \text{Soluzione:}$$

C: algoritmi e complessità. Quale algoritmo useresti e quanto costa se devi:

- Costruire un heap binomiale con n chiavi:
- Ordinare n interi compresi fra 1 e $n \log \log n$:
- In un grafo orientato, capire se tutti i nodi possono raggiungere due specifici nodi t_1 e t_2 :
- In un grafo pesato e non orientato, capire se esiste un cammino minimo da s a t che oltre ad essere minimo passa per uno specifico nodo u :

Esercizio 2 [8 punti]

Sia $A[1 : n]$ un vettore di n numeri positivi. Progettare un algoritmo che in tempo $O(n)$ e memoria ausiliaria costante trova il più piccolo indice i tale che la somma dei primi i elementi di A è maggiore della somma dei restanti elementi in $A[i+1 : n]$. Si fornisca lo pseudocodice dettagliato dell'algoritmo.

Esercizio 3 [8 punti]

Dopo aver fallito tante volte l'esame di Algoritmi e Strutture Dati, hai deciso di lasciare l'università e sei andato a lavorare come trasportatore. Ma questo purtroppo non ti ha salvato dagli algoritmi perché questa mattina devi fare una consegna difficile ed è anche il compleanno della tua ragazza e devi capire il modo più veloce per tornare presto a casa.

La tua città è modellata come un grafo diretto $G = (V, E)$. Casa tua è nel nodo s . La merce da consegnare si trova in tutti i magazzini, che sono posizionati nei nodi $M \subset V$, e va consegnata ad una filiale del cliente che ha fatto l'ordine. Le filiali sono nei nodi $F \subset V$. Tu devi prendere la merce al magazzino che preferisci e consegnarla alla filiale che preferisci. E poi devi tornare a casa.

A complicare le cose c'è anche il fatto che la tua città ha due regimi di traffico, il primo (della mattina) e il secondo (del pomeriggio). Tu sei sicuro che riuscirai ad arrivare alla filiale per la consegna nel regime di traffico della mattina, ma poi è certo che la strada che dovrai fare per tornare a casa dovrai farla nel secondo regime di traffico (quello del pomeriggio). Conosci, per ogni arco del grafo e , il tempo di percorrenza nel primo regime $w_1(e)$ e nel secondo regime $w_2(e)$.

Progetta un algoritmo efficiente che trova la strategia migliore, ovvero quella che ti riporta il prima possibile a casa.