Universidade de São Paulo

Instituto de Física de São Carlos

Introdução à Física Computacional

—

Projeto 5

Levy Bruno do Nascimento Batista − 11212550

Prof. Francisco Castilho Alcaraz

São Carlos

12/2021

1 Tarefa A

Nessa primeira tarefa, foi estudado o problema de dois corpos, sendo que, inicialmente, buscou-se encontrar o valor de Δt do método de Verlet que gera uma órbita circular nas condições iniciais testadas; em seguida, verificou-se, por tentativa e erro, os valores de velocidade inicial que geram uma órbita circular para cada planeta, calculando ainda a razão $\frac{T^2}{R^3}$ para cada caso; por fim, verificou-se como mudanças nas condições iniciais, no caso na velocidade, podem gerar diferentes tipos de órbitas, como elípticas, parabólicas e hiperbólicas, além de ter sido possível verificar a validade das leis de Kepler nos resultados obtidos.

No código abaixo, todos os pontos citados anteriormente estão implementados; os resultados de cada parte são escritos em arquivos de saída distintos, de forma que foi possível montar os gráficos associados a fim de melhor visualizar os resultados.

tarefa-A-11212550.f:

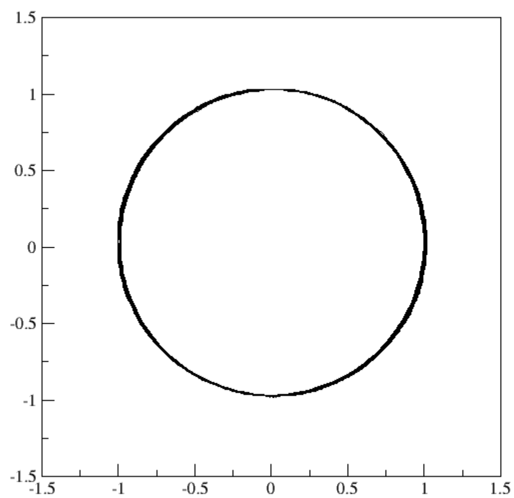
```
      program tarefaA

      implicit real*8 (a-h, o-z)

c     obtenção do delta t que permite órbita circular
      alpha = 4.d0*dacos(-1.d0)**2
c     condições iniciais (planeta Terra)
      vx0 = 0.d0
      vy0 = dsqrt(alpha)
      x = 1.d0
      y = 0.d0
c     varia-se o valor de deltat até encontrar o ideal
      deltat = 0.01d0
c     tempo de movimento
      T = 0.d0
      open(1, file='orbitas')
      open(2, file='1saida-A-11212550')
      open(3, file='2saida-A-11212550')
      write(1, 100)x, y

c     primeiro passo do método de Verlet
      xaux = x
      yaux = y
      x = x + vx0*deltat
      y = y + vy0*deltat
      T = T + deltat
      write(1, 100)x, y

 10   if (T.le.100) then
c       distância do planeta ao Sol
        r = dsqrt(x**2 + y**2)
c       método de Verlet
```

```fortran
        xaux2 = x
        yaux2 = y
        x = 2*x - xaux - alpha*x*deltat**2/r**3
        y = 2*y - yaux - alpha*y*deltat**2/r**3
        xaux = xaux2
        yaux = yaux2
        T = T + deltat
        write(1, 100)x, y
        goto 10
      end if
      close(1)

c     item a1
c     condições iniciais, verificando que velocidade corresponde à órbita
c     circular para cada planeta, com deltat usado anteriormente
      raio = 39.53d0
      vx0 = 0.d0
      vy0 = dsqrt(alpha/raio) - 0.001d0
      x = raio
      y = 0.d0
      T = 0.d0

c     aplicação do método de Verlet
      xaux = x
      yaux = y
      x = x + vx0*deltat
      y = y + vy0*deltat
      T = T + deltat
      write(2, 100)x, y

 20   if (T.le.300) then
        r = dsqrt(x**2 + y**2)
        xaux2 = x
        yaux2 = y
        x = 2*x - xaux - alpha*x*deltat**2/r**3
        y = 2*y - yaux - alpha*y*deltat**2/r**3
        xaux = xaux2
        yaux = yaux2
        T = T + deltat
        write(2, 100)x, y
        goto 20
      end if
      close(2)

c     item a2
c     condições inicias, agora variadas para obter-se os diferentes tipos
c     possíveis de órbitas
```

```
      vx0 = 0.d0
      vy0 = 8.d0
      x = 1.d0
      y = 0.d0
      T = 0.d0

c     novamente, aplicação do método de Verlet
      xaux = x
      yaux = y
      x = x + vx0*deltat
      y = y + vy0*deltat
      T = T + deltat
      write(3, 100)x, y

 30   if (T.le.100) then
        r = dsqrt(x**2 + y**2)
        xaux2 = x
        yaux2 = y
        x = 2*x - xaux - alpha*x*deltat**2/r**3
        y = 2*y - yaux - alpha*y*deltat**2/r**3
        xaux = xaux2
        yaux = yaux2
        T = T + deltat
        write(3, 100)x, y
        goto 30
      end if
      close(3)

 100  format(F7.2, F7.2)

      end
```

O gráfico associado ao arquivo ”orbitas”, o qual foi utilizado para obter um valor adequado para Δt a fim de gerar uma órbita circular, pode ser visto a seguir:

Figura 1: Órbita circular obtida com $\Delta t = 0,01$ ano.



Com esse valor de Δt, que foi verificado para as condições de órbita circular para a Terra, temos comportamentos satisfatórios para os demais planetas mais distantes do Sol; para Mercúrio e Vênus, no entanto, um Δt menor é mais adequado. Diante disso, verificou-se as velocidades iniciais que geram órbitas circulares com raio a, indicados na tabela presente no roteiro, e, com isso, calculou-se $\frac{T^2}{R^3}$ para cada planeta, como pode ser visto na Tabela 1.

Tabela 1: Informações sobre os planetas do Sistema Solar.

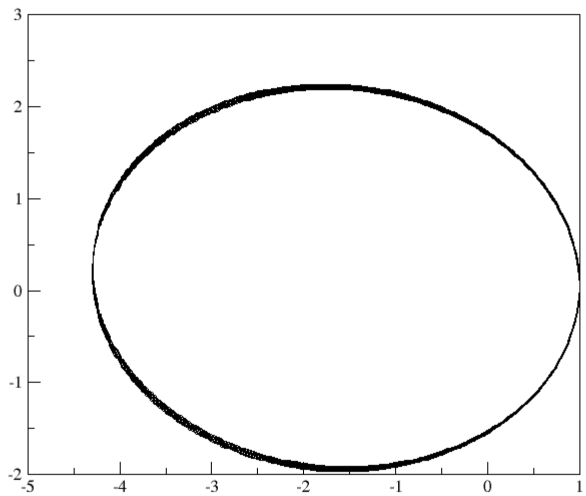
Planetas	$\frac{T^2}{R^3}$ $(\frac{ano^2}{U.A.^3})$
Mercúrio	1,11
Vênus	1,03
Terra	1,03
Marte	0,96
Júpiter	1,00
Saturno	1,01
Urano	1,01
Netuno	1,00
Plutão	1,00

Fonte: gerado pelo autor

Idealmente, o valor de $\frac{T^2}{R^3}$ para todos os casos deveria ser $1,00$ nas unidades utilizadas, no caso U.A. e ano terrestre, mas como os valores de velocidade foram obtidos por tentativa e erro, pequenos desvios são admissíveis.

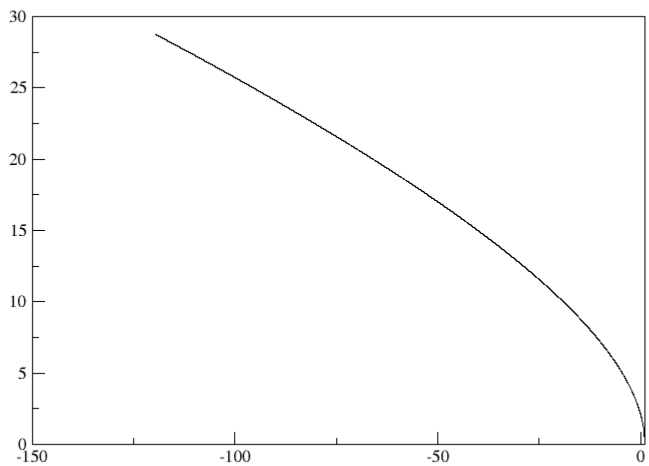
Por outro lado, variand-se a velocidade inicial, é possível obter outros tipos de órbita, Na Figura 1, vemos uma órbita circular para a Terra, no caso em que $V_0 = 2\pi$ U.A./ano; já quando aumentamos V_0, observa-se uma mudança no movimento. A seguir, um exemplo para $V_0 = 8,0$ U.A./ano:

Figura 2: Órbita elíptica para $V_0 = 8,0$ U.A./ano.



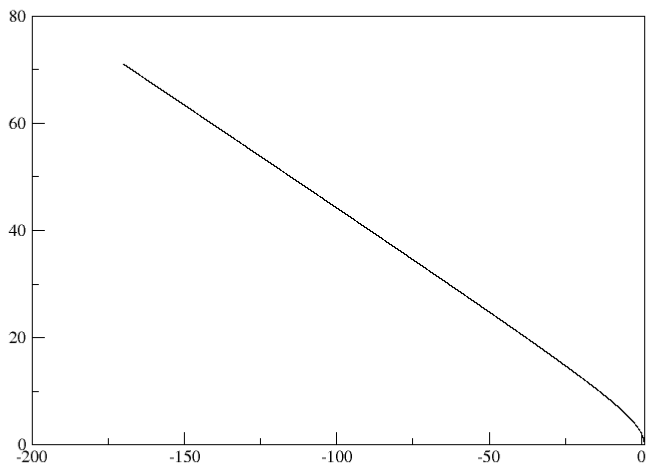
Encontramos, então, uma órbita elíptica. Aumentando a velocidade inicial até $V_0 = 2\sqrt{2}\pi \approx 8,8$ U.A./ano, vemos uma nova mudança na órbita, sendo que esta agora se encontra aberta.

Figura 3: Órbita parabólica para $V_0 = 8,8$ U.A./ano.



Na Figura 3, observa-se o arco de parábola que o planeta hipotético descreve, desde seu ponto mais próximo do Sol até alcançar distâncias bem maiores, onde praticamente não há mais influência da estrela. Por fim, aumentando mais um pouco a velocidade, chegamos ao último tipo de órbita, no caso é a hiperbólica.

Figura 4: Órbita hiperbólica para $V_0 = 9,0$ U.A./ano.



Assim como a parabólica, a órbita vista na Figura 4 também passa por um ponto mais próximo do Sol e depois "diverge", porém de forma mais acentuada do que a primeira.

Já em relação às leis de Kepler, a Tabela 1 nos mostra como a razão $\frac{T^2}{R^3}$ tende a ser uma constante para todos os planetas que orbitam uma mesma massa central, o que está diretamente ligado à terceira lei de Kepler. Para a primeira lei, é possível observar que, na Figura 2, o Sol, que foi posicionado na origem, está próximo do foco da órbita elíptica, como era esperado. Por fim, observe a trajetória percorrida pelo planeta em dois instantes de tempo distintos.

Figura 5: Órbita elíptica para $T = 2,3$ anos.

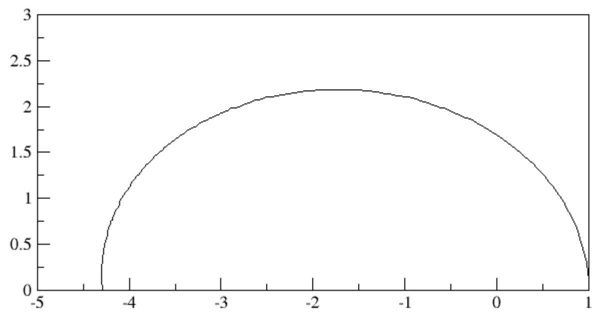
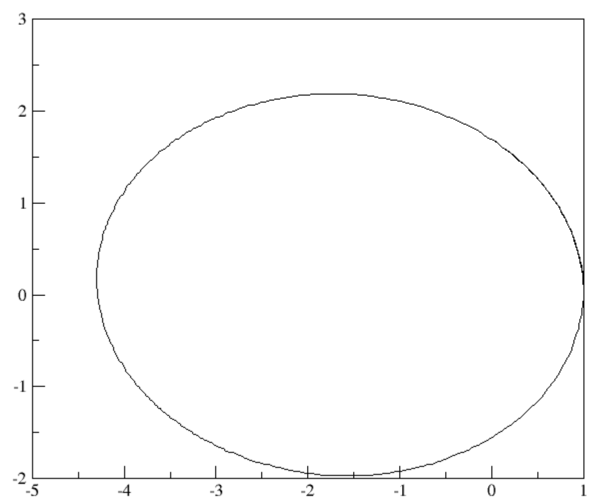


Figura 6: Órbita elíptica para $T = 4,6$ anos.



Nota-se que o planeta percorreu metade da trajetória, isto é, a linha que une o planeta ao Sol "varreu"metade da área da elipse, na metade do tempo que leva para completar uma órbita completa, o que está de acordo com a segunda lei de Kepler.

2 Tarefa B

Já nessa segunda tarefa, por sua vez, foi estudado o problema de três ou mais corpos. Inicialmente, estudou-se um sistema composto por Sol, Terra e Júpiter, e como isso influencia na perca de periodicidade da órbita da Terra; além disso, verficou-se os efeitos gerados por um hipotético aumento da massa de Júpiter. Após isso, analisa-se as órbitas de 3 asteróides com raios e velocidades distintas sob efeito da atração do Sol e de Júpiter. Por fim, foi "construído"o Sistema Solar, com as órbitas em escala, de forma que é possível compará-las entre os diferentes planetas. Essa última parte foi implementada em um código à parte devido a sua extensão.

No código abaixo, foram implementadas as demais partes, isto é, a parte relacionada ao sistema Sol-Terra-Júpiter e a parte dos asteróides; na primeira, o arquivo de saída 1 contém os pontos que compõem a trajetória da Terra, enquanto o 2 contém os pontos relacionados à trajetória de Júpiter nessa mesma situação. Observe que o efeito do aumento da massa de Júpiter é levado em consideração multiplicando o último termo das linhas 47 e 49 do código por 100 e por 1000, como orientado no roteiro. Por outro lado, nos arquivos de saída 3, 4 e 5 são escritos os dados ligados aos asteróides I, II e III, respectivamente, e no 6 estão os dados relacionados à Júpiter para esse sistema com os asteróides.

tarefa-B-11212550.f:

```
1          program tarefaB
2
3          implicit real*8 (a-h, o-z)
4
5   c      itens b1 e b2
6          alpha = 4.d0*dacos(-1.d0)**2
7   c      condições iniciais da Terra
8          vTx0 = 0.d0
9          vTy0 = dsqrt(alpha)
10         xT = 1.d0
11         yT = 0.d0
12  c      condições iniciais de Júpiter
13         VJx0 = 0.d0
14         vJy0 = dsqrt(alpha/5.2d0)
15         xJ = 5.2d0
16         yJ = 0.d0
17         deltat = 0.01d0
18  c      tempo de movimento
19         T = 0.d0
20         open(1, file='1saida-B-11212550')
```

```
      open(2, file='2saida-B-11212550')
      write(1, 100)xT, yT
      write(2, 100)xJ, yJ

c     início do método de Verlet para a Terra e Júpiter
      xTaux = xT
      yTaux = yT
      xT = xT + vTx0*deltat
      yT = yT + vTy0*deltat
      xJaux = xJ
      yJaux = yJ
      xJ = xJ + vJx0*deltat
      yJ = yJ + vJy0*deltat
      T = T + deltat
      write(1, 100)xT, yT
      write(2, 100)xJ, yJ

 10   if (T.le.20) then
c       distância da Terra ao Sol
        rT = dsqrt(xT**2 + yT**2)
c       distância da Terra a Júpiter
        rTJ = dsqrt((xT - xJ)**2 + (yT - yJ)**2)
c       método de Verlet para a Terra
        xTaux2 = xT
        yTaux2 = yT
c       o segundo termo é alterado quando a massa de júpiter é aumentada
        xT = 2*xT - xTaux - alpha*xT*deltat**2/rT**3 - (alpha/1000)*
     +      (xT - xJ)*deltat**2/rTJ**3
        yT = 2*yT - yTaux - alpha*yT*deltat**2/rT**3 - (alpha/1000)*
     +      (yT - yJ)*deltat**2/rTJ**3
        xTaux = xTaux2
        yTaux = yTaux2
c       distância de Júpiter ao Sol
        rJ = dsqrt(xJ**2 + yJ**2)
c       método de Verlet para Júpiter
        xJaux2 = xJ
        yJaux2 = yJ
        xJ = 2*xJ - xJaux - alpha*xJ*deltat**2/rJ**3 - (alpha/
     +      (3*10**5))*(xJ - xTaux)*deltat**2/rTJ**3
        yJ = 2*yJ - yJaux - alpha*yJ*deltat**2/rJ**3 - (alpha/
     +      (3*10**5))*(yJ - yTaux)*deltat**2/rTJ**3
        xJaux = xJaux2
        yJaux = yJaux2
        T = T + deltat
        write(1, 100)xT, yT
        write(2, 100)xJ, yJ
        goto 10
```

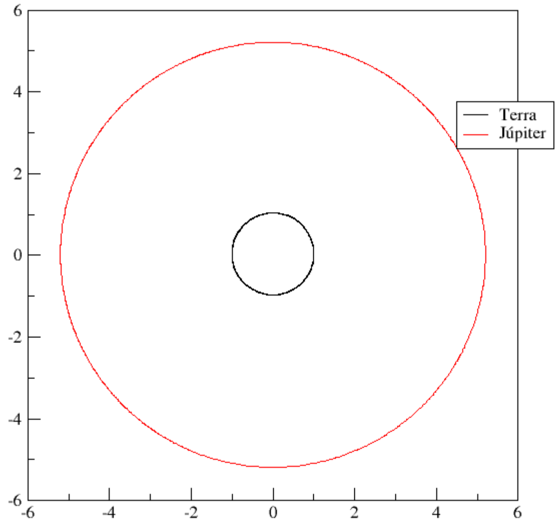
```
      end if
      close(1)
      close(2)

c     item b3
c     condições iniciais dos três asteróides
      v1x0 = 0.d0
      v1y0 = 3.628d0
      x1 = 3.000d0
      y1 = 0.d0
      v2x0 = 0.d0
      v2y0 = 3.471d0
      x2 = 3.276d0
      y2 = 0.d0
      v3x0 = 0.d0
      v3y0 = 3.267d0
      x3 = 3.700d0
      y3 = 0.d0
c     condições iniciais de Júpiter
      VJx0 = 0.d0
      vJy0 = 2.755d0
      xJ = 5.2d0
      yJ = 0.d0
      deltat = 0.01d0
      T = 0.d0
      open(6, file='3saida-B-11212550')
      open(7, file='4saida-B-11212550')
      open(8, file='5saida-B-11212550')
      open(9, file='6saida-B-11212550')
      write(6, 100)x1, y1
      write(7, 100)x2, y2
      write(8, 100)x3, y3
      write(9, 100)xJ, yJ

c     início da aplicação do método de Verlet
      x1aux = x1
      y1aux = y1
      x1 = x1 + v1x0*deltat
      y1 = y1 + v1y0*deltat
      x2aux = x2
      y2aux = y2
      x2 = x2 + v2x0*deltat
      y2 = y2 + v2y0*deltat
      x3aux = x3
      y3aux = y3
      x3 = x3 + v3x0*deltat
      y3 = y3 + v3y0*deltat
      xJaux = xJ
      yJaux = yJ
      xJ = xJ + vJx0*deltat
```

```
      yJ = yJ + vJy0*deltat
      T = T + deltat
      write(6, 100)x1, y1
      write(7, 100)x2, y2
      write(8, 100)x3, y3
      write(9, 100)xJ, yJ

 20   if (T.le.50) then
c       distância do asteróide I ao Sol
        r1 = dsqrt(x1**2 + y1**2)
c       distância do asteróide I a Júpiter
        r1J = dsqrt((x1 - xJ)**2 + (y1 - yJ)**2)
c       método de Verlet para o asteróide I
        x1aux2 = x1
        y1aux2 = y1
        x1 = 2*x1 - x1aux - alpha*x1*deltat**2/r1**3 -
            (alpha/1000)*
     +      (x1 - xJ)*deltat**2/r1J**3
        y1 = 2*y1 - y1aux - alpha*y1*deltat**2/r1**3 -
            (alpha/1000)*
     +      (y1 - yJ)*deltat**2/r1J**3
        x1aux = x1aux2
        y1aux = y1aux2
c       distância do asteróide II ao Sol
        r2 = dsqrt(x2**2 + y2**2)
c       distância do asteróide II a Júpiter
        r2J = dsqrt((x2 - xJ)**2 + (y2 - yJ)**2)
c       método de Verlet para o asteróide II
        x2aux2 = x2
        y2aux2 = y2
        x2 = 2*x2 - x2aux - alpha*x2*deltat**2/r2**3 -
            (alpha/1000)*
     +      (x2 - xJ)*deltat**2/r2J**3
        y2 = 2*y2 - y2aux - alpha*y2*deltat**2/r2**3 -
            (alpha/1000)*
     +      (y2 - yJ)*deltat**2/r2J**3
        x2aux = x2aux2
        y2aux = y2aux2
c       distância do asteróide III ao Sol
        r3 = dsqrt(x3**2 + y3**2)
c       distância do asteróide III a Júpiter
        r3J = dsqrt((x3 - xJ)**2 + (y3 - yJ)**2)
c       método de Verlet para o asteróide III
        x3aux2 = x3
        y3aux2 = y3
        x3 = 2*x3 - x3aux - alpha*x3*deltat**2/r3**3 -
            (alpha/1000)*
     +      (x3 - xJ)*deltat**2/r3J**3
        y3 = 2*y3 - y3aux - alpha*y3*deltat**2/r3**3 -
            (alpha/1000)*
```

```
     +      (y3 - yJ)*deltat**2/r3J**3
        x3aux = x3aux2
        y3aux = y3aux2
c       distância de Júpiter ao Sol
        rJ = dsqrt(xJ**2 + yJ**2)
c       método de Verlet para Júpiter
        xJaux2 = xJ
        yJaux2 = yJ
        xJ = 2*xJ - xJaux - alpha*xJ*deltat**2/rJ**3
        yJ = 2*yJ - yJaux - alpha*yJ*deltat**2/rJ**3
        xJaux = xJaux2
        yJaux = yJaux2
        T = T + deltat
        write(6, 100)x1, y1
        write(7, 100)x2, y2
        write(8, 100)x3, y3
        write(9, 100)xJ, yJ
        goto 20
      end if
      close(6)
      close(7)
      close(8)
      close(9)

 100  format(F7.2, F7.2)

      end
```

Na Figura 7, é possível observar as órbitas da Terra e de Júpiter obtidas com a utilização do método de Verlet.

Figura 7: Sistema Sol-Terra-Júpiter.



Agora, uma característica marcante da introdução do efeito gravitacional de Júpiter sobre a Terra é a perca de periodicidade da órbita, isto é, a cada ano, o planeta dista de um valor típico da sua respectiva posição no ano anterior. Na tabela a seguir, estão alguns dados presentes no arquivo de saída 1 que auxiliam no estudo desse fenômeno.

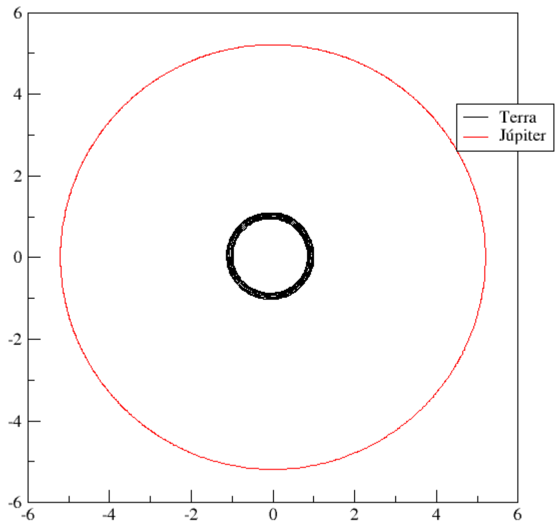
Tabela 2: Coordenadas da posição da Terra no final de cada ano.

T (ano)	x (U.A.)	y (U.A.)
0,00	1,00	0,00
1,00	1,00	-0,02
2,00	1,00	-0,03
3,00	1,00	-0,05
4,00	1,00	-0,07
5,00	0,99	-0,08
6,00	0,99	-0,10
7,00	0,99	-0,12
8,00	0,99	-0,13
9,00	0,99	-0,15
10,00	0,99	-0,17

Fonte: gerado pelo autor

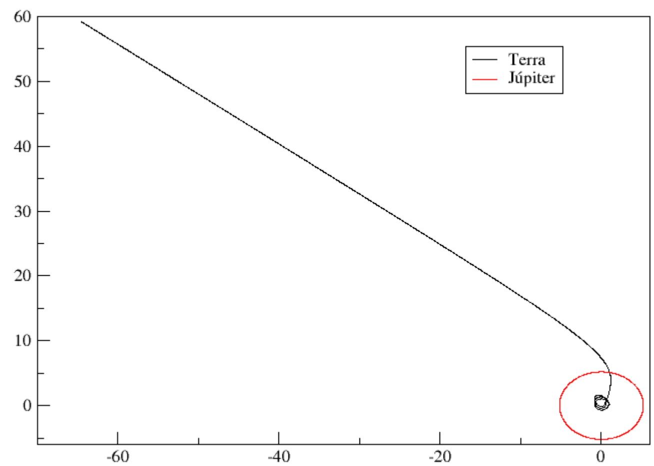
Diante dos dados expostos, infere-se que a Terra passa cerca de 0,02 anos da sua respectiva posição no ano anterior, o que é consideravelmente menor que o raio da órbita, como pode ser na Figura 7. Por outro lado, esse efeito pode ser melhor observado com o aumento da massa de Júpiter, de forma que é possível enxergar mudanças já na Figura 8,

Figura 8: Sistema Sol-Terra-Júpiter (massa de Júpiter aumentada 100x).



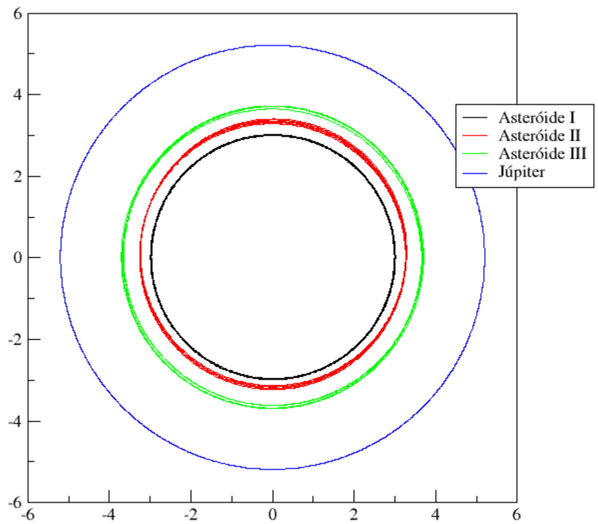
Os efeitos de perca de periodicidade são mais intensos, uma vez que a curva da órbita da Terra é mais grossa, indicando que o planeta percorre distâncias típicas maiores em relação ao caso anterior. Uma mudança mais radical é observada quando aumentamos a massa de Júpiter novamente, como pode ser visto na Figura 9.

Figura 9: Sistema Sol-Terra-Júpiter (massa de Júpiter aumentada 1000x).



Veja que, nesse caso, a órbita da Terra nem sequer é fechada: o planeta executa algumas revoluções até que escapa da atração gravitacional do Sol e de Júpiter. A partir disso, estudaremos o sistema composto por esses dois últimos e por 3 asteróides com raios e velocidades orbitais definidas no roteiro. A massa de Júpiter foi retornada ao seu valor original nessa simulação. Observe a trajetória dos corpos celestes envolvidos na Figura 10.

Figura 10: Órbitas dos 3 asteróides e de Júpiter.



Note que a órbita de cada asteróide é bem definida, isto é, elas não se interceptam, sendo a curva da trajetória do asteróide III, o mais externo, mais grossa do que a do asteróide I, mais interno, devido ao primeiro sofrer influência mais intensa de Júpiter em comparação com o primeiro. Vale destacar também que o espaço entre duas órbitas consecutivas é praticamente constante, o que pode estar relacionado com as chamadas lacunas de Kirkwood, que são espaços menos povoados no Cinturão de Asteróides, uma vez que a atração gravitacional de Júpiter cria zonas de ressonância onde não é possível a permanência desses corpos celestes.

Por fim, segue o código relacionado à parte do Sistema Solar. Note que ele não tem nada de muito diferente em relação ao que foi apresentado anteriormente no quesito de implementação. Os dados, obtidos pela aplicação do método de Verlet, de cada planeta estão em um arquivo de saída distinto, indicado pelo nome do planeta.

sistemasolar.f:

```
      program sistemasolar

      implicit real*8 (a-h, o-z)

      alpha = 4.d0*dacos(-1.d0)**2
c     condições iniciais de todos os planetas
      vMex0 = 0.d0
      vMey0 = dsqrt(alpha/0.39d0)
```

```
      xMe = 0.39d0
      yMe = 0.d0
      vVx0 = 0.d0
      vVy0 = dsqrt(alpha/0.72d0)
      xV = 0.72d0
      yV = 0.d0
      vTx0 = 0.d0
      vTy0 = dsqrt(alpha)
      xT = 1.d0
      yT = 0.d0
      vMax0 = 0.d0
      vMay0 = dsqrt(alpha/1.52d0)
      xMa = 1.52d0
      yMa = 0.d0
      VJx0 = 0.d0
      vJy0 = dsqrt(alpha/5.2d0)
      xJ = 5.2d0
      yJ = 0.d0
      vSx0 = 0.d0
      vSy0 = dsqrt(alpha/9.24d0)
      xS = 9.24d0
      yS = 0.d0
      vUx0 = 0.d0
      vUy0 = dsqrt(alpha/19.19d0)
      xU = 19.19d0
      yU = 0.d0
      vNx0 = 0.d0
      vNy0 = dsqrt(alpha/30.06d0)
      xN = 30.06d0
      yN = 0.d0
      vPx0 = 0.d0
      vPy0 = dsqrt(alpha/39.53d0)
      xP = 39.53d0
      yP = 0.d0
      deltat = 0.01d0
      T = 0.d0
      open(11, file='mercurio')
      open(12, file='venus')
      open(13, file='terra')
      open(14, file='marte')
      open(15, file='jupiter')
      open(16, file='saturno')
      open(17, file='urano')
      open(18, file='netuno')
      open(19, file='plutao')
      write(11, 100)xMe, yMe
      write(12, 100)xV, yV
      write(13, 100)xT, yT
      write(14, 100)xMa, yMa
      write(15, 100)xJ, yJ
```

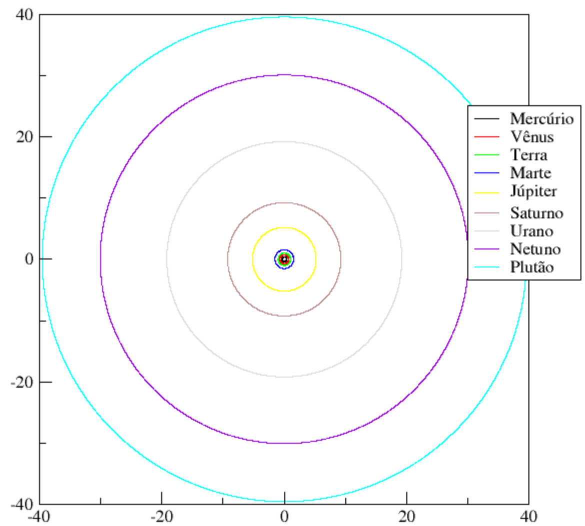
```
      write(16, 100)xS, yS
      write(17, 100)xU, yU
      write(18, 100)xN, yN
      write(19, 100)xP, yP

c     passo inicial do método de Verlet para todos os planetas
      xMeaux = xMe
      yMeaux = yMe
      xMe = xMe + vMex0*deltat
      yMe = yMe + vMey0*deltat
      xVaux = xV
      yVaux = yV
      xV = xV + vVx0*deltat
      yV = yV + vVy0*deltat
      xTaux = xT
      yTaux = yT
      xT = xT + vTx0*deltat
      yT = yT + vTy0*deltat
      xMaaux = xMa
      yMaaux = yMa
      xMa = xMa + vMax0*deltat
      yMa = yMa + vMay0*deltat
      xJaux = xJ
      yJaux = yJ
      xJ = xJ + vJx0*deltat
      yJ = yJ + vJy0*deltat
      T = T + deltat
      xSaux = xS
      ySaux = yS
      xS = xS + vSx0*deltat
      yS = yS + vSy0*deltat
      xUaux = xU
      yUaux = yU
      xU = xU + vUx0*deltat
      yU = yU + vUy0*deltat
      xNaux = xN
      yNaux = yN
      xN = xN + vNx0*deltat
      yN = yN + vNy0*deltat
      xPaux = xP
      yPaux = yP
      xP = xP + vPx0*deltat
      yP = yP + vPy0*deltat
      write(11, 100)xMe, yMe
      write(12, 100)xV, yV
      write(13, 100)xT, yT
      write(14, 100)xMa, yMa
      write(15, 100)xJ, yJ
      write(16, 100)xS, yS
      write(17, 100)xU, yU
```

```
      write(18, 100)xN, yN
      write(19, 100)xP, yP

 10   if (T.le.280) then
c       cálculo da distância do planeta ao Sol e aplicação do método de Verlet
c       para cada planeta
        rMe = dsqrt(xMe**2 + yMe**2)
        xMeaux2 = xMe
        yMeaux2 = yMe
        xMe = 2*xMe - xMeaux - alpha*xMe*deltat**2/rMe**3
        yMe = 2*yMe - yMeaux - alpha*yMe*deltat**2/rMe**3
        xMeaux = xMeaux2
        yMeaux = yMeaux2
        rV = dsqrt(xV**2 + yV**2)
        xVaux2 = xV
        yVaux2 = yV
        xV = 2*xV - xVaux - alpha*xV*deltat**2/rV**3
        yV = 2*yV - yVaux - alpha*yV*deltat**2/rV**3
        xVaux = xVaux2
        yVaux = yVaux2
        rT = dsqrt(xT**2 + yT**2)
        xTaux2 = xT
        yTaux2 = yT
        xT = 2*xT - xTaux - alpha*xT*deltat**2/rT**3
        yT = 2*yT - yTaux - alpha*yT*deltat**2/rT**3
        xTaux = xTaux2
        yTaux = yTaux2
        rMa = dsqrt(xMa**2 + yMa**2)
        xMaaux2 = xMa
        yMaaux2 = yMa
        xMa = 2*xMa - xMaaux - alpha*xMa*deltat**2/rMa**3
        yMa = 2*yMa - yMaaux - alpha*yMa*deltat**2/rMa**3
        xMaaux = xMaaux2
        yMaaux = yMaaux2
        rJ = dsqrt(xJ**2 + yJ**2)
        xJaux2 = xJ
        yJaux2 = yJ
        xJ = 2*xJ - xJaux - alpha*xJ*deltat**2/rJ**3
        yJ = 2*yJ - yJaux - alpha*yJ*deltat**2/rJ**3
        xJaux = xJaux2
        yJaux = yJaux2
        rS = dsqrt(xS**2 + yS**2)
        xSaux2 = xS
        ySaux2 = yS
        xS = 2*xS - xSaux - alpha*xS*deltat**2/rS**3
        yS = 2*yS - ySaux - alpha*yS*deltat**2/rS**3
        xSaux = xSaux2
        ySaux = ySaux2
        rU = dsqrt(xU**2 + yU**2)
```

```fortran
          xUaux2 = xU
          yUaux2 = yU
          xU = 2*xU - xUaux - alpha*xU*deltat**2/rU**3
          yU = 2*yU - yUaux - alpha*yU*deltat**2/rU**3
          xUaux = xUaux2
          yUaux = yUaux2
          rN = dsqrt(xN**2 + yN**2)
          xNaux2 = xN
          yNaux2 = yN
          xN = 2*xN - xNaux - alpha*xN*deltat**2/rN**3
          yN = 2*yN - yNaux - alpha*yN*deltat**2/rN**3
          xNaux = xNaux2
          yNaux = yNaux2
          rP = dsqrt(xP**2 + yP**2)
          xPaux2 = xP
          yPaux2 = yP
          xP = 2*xP - xPaux - alpha*xP*deltat**2/rP**3
          yP = 2*yP - yPaux - alpha*yP*deltat**2/rP**3
          xPaux = xPaux2
          yPaux = yPaux2
          T = T + deltat
          write(11, 100)xMe, yMe
          write(12, 100)xV, yV
          write(13, 100)xT, yT
          write(14, 100)xMa, yMa
          write(15, 100)xJ, yJ
          write(16, 100)xS, yS
          write(17, 100)xU, yU
          write(18, 100)xN, yN
          write(19, 100)xP, yP
          goto 10
        end if
        close(11)
        close(12)
        close(13)
        close(14)
        close(15)
        close(16)
        close(17)
        close(18)
        close(19)

 100    format(F7.2, F7.2)

        end
```

O resultado obtido com o programa pode ser visto na Figura 11.

Figura 11: Sistema Solar.



Com as órbitas em escala de acordo com os valores referenciados na tabela presente no roteiro, veja como as órbitas dos chamados "planetas rochosos"se encontram compactadas, próximas do Sol; a primeira órbita que pode ser melhor observada é a de Júpiter (linha amarela) e, a partir daí, os raios crescem de maneira apreciável no gráfico, até chegar em Plutão, o gelado planeta anão que dista em média quase 40 U.A. do Sol e leva cerca de 248 anos terrestres para completar uma revolução.