Đại số quan hệ

Lê Thành Văn

12-12-2023

Khoa Hệ thống thông tin quản lý

Giới thiệu

Giới thiệu

Đại số quan hệ

Đại số quan hệ là ngôn ngữ hình thức cho mô hình quan hệ được phát triển trước SQL. Đại số quan hệ còn có thể được hiểu là tập các thao tác trên mô hình quan hệ, được sử dụng như là cơ sở cho việc cài đặt và tối ưu các câu lệnh truy vấn.

Một số khái niệm của đại số quan hệ được tích hợp vào các câu lệnh truy vấn của SQL, do đó việc tìm hiểu về đại số quan hệ là bệ phóng để xây dựng và thực thi các câu lệnh SQL một cách có hiệu quả.

Giới thiệu

Các khái niệm chung

Như tên gọi, các đối tượng chính trong đại số quan hệ gồm:

Như tên gọi, các đối tượng chính trong đại số quan hệ gồm:

- Các quan hệ.

Như tên gọi, các đối tượng chính trong đại số quan hệ gồm:

- Các quan hệ.
- Những thao tác trên quan hệ.

Những thao tác thường được xét đến bao gồm

- Thao tác trên một quan hệ: phép chọn, phép chiếu.
- Thao tác trên nhiều quan hệ: phép hợp, phép giao, phép trừ, phép kết.

Ta gọi những thao tác này là các toán tử.

Sự kết hợp giữa các quan hệ cùng với các thao tác theo đúng cấu trúc được gọi là biểu thức quan hệ.
Ví dụ. $\pi_{A=1}(R \times S)$ (chọn ra những dòng có cột A bằng 1 từ tích Đề-các của R và S).

Kết quả của một biểu thức quan hệ là một quan hệ.

Các toán tử cơ bản

Các toán tử cơ bản

Các ký hiệu cơ bản

Để tiện cho việc theo dõi, chúng ta quy ước ký hiệu như sau:

- Tên quan hệ sẽ được ghi bằng chữ in hoa, ví dụ R, S, $CUSTOMER$, ...
- Tên cột sẽ ghi bằng cách viết các từ dính liền nhau và ghi in hoa chữ cái đầu mỗi từ (viết kiểu Pascal), ví dụ Age, CustomerId, ...

Các toán tử cơ bản

Các phép toán tập hợp

Đại số quan hệ được xây dựng trên lý thuyết tập hợp, nên ta có một số toán tử sau:

Đại số quan hệ được xây dựng trên lý thuyết tập hợp, nên ta có một số toán tử sau:

- Phép hợp $R \cup S$.
- Phép giao $R \cap S$.
- Phép trừ $R - S$, hoặc $R \setminus S$.
- Phép tích Đề-các $R \times S$.

Trong đó, phép hợp, phép giao và phép trừ yêu cầu hai quan hệ R và S phải khả hợp.

Định nghĩa. Hai quan hệ $R(A_0, A_1, \dots, A_n)$ và $S(B_0, B_1, \dots, B_m)$ được gọi là khả hợp khi:

Định nghĩa. Hai quan hệ $R(A_0, A_1, \ldots, A_n)$ và $S(B_0, B_1, \ldots, B_m)$ được gọi là khả hợp khi:

- Có cùng số cột, $n = m$.

Định nghĩa. Hai quan hệ $R(A_0, A_1, \ldots, A_n)$ và $S(B_0, B_1, \ldots, B_m)$ được gọi là khả hợp khi:

- Có cùng số cột, $n = m$.
- Miền xác định của A_i phải giống miền xác định của B_i, $i = 0, 1, \ldots, n$.

Ví dụ. Hai quan hệ sau đây là khả hợp:

Tên	NgàySinh
Tùng	12/08/1955
Hằng	19/07/1968

Tên	SinhNhật
Trinh	05/07/1985
Khang	29/02/1980
Minh	30/12/1988

Kết quả của $R \cup S$, $R \cap S$ và $R \setminus S$ là một quan hệ với tên cột là tên cột của R.

Phép hợp

Định nghĩa. Kết quả của phép hợp $R \cup S$ là tập hợp những dòng có trong R hoặc có trong S.

$$R \cup S = \{u \mid u \in R \vee u \in S\}$$

R

A_0	A_1
α	1
α	2
β	1

S

B_0	B_1
α	2
β	3

$R \cup S$

A_0	A_1
α	1
α	2
β	1
β	3

Phép giao

Định nghĩa. Kết quả của phép giao $R \cap S$ là tập hợp những dòng có trong R và có trong S.

$$R \cap S = \{u \mid u \in R \land u \in S\}$$

R

A_0	A_1
α	1
α	2
β	1

S

B_0	B_1
α	2
β	3

$R \cap S$

A_0	A_1
α	2

Phép trừ

Định nghĩa. Kết quả của phép trừ $R \setminus S$ là tập hợp những dòng có trong R nhưng không có trong S.

$$R \setminus S = \{u \mid u \in R \land u \notin S\}$$

R

A_0	A_1
α	1
α	2
β	1

S

B_0	B_1
α	2
β	3

$R \setminus S$

A_0	A_1
α	1
β	1

Phép tích Đề-các

Định nghĩa. Cho quan hệ R có m cột và quan hệ S có n cột, kết quả của phép tích Đề-các $R \times S$ là tập hợp những dòng có $m + n$ cột, trong đó m cột đầu là một dòng của R và n cột sau là một dòng của S.

$$R \times S = \{\langle u, v \rangle \mid u \in R \wedge v \in S\}$$

R

A_0	A_1
α	1
α	2
β	1

S

B_0	B_1
γ	2
δ	3

$R \times S$

A_0	A_1	B_0	B_1
α	1	γ	2
α	2	γ	2
β	1	γ	2
α	1	δ	3
α	2	δ	3
β	1	δ	3

Tính chất

Tính giao hoán

- $R \cup S = S \cup R$.
- $R \cap S = S \cap R$.

Tính chất

Tính giao hoán

- $R \cup S = S \cup R$.
- $R \cap S = S \cap R$.

Tính kết hợp

- $R \cup (S \cup T) = (R \cup S) \cup T$.
- $R \cap (S \cap T) = (R \cap S) \cap T$.

Tính chất

Tính giao hoán

- $R \cup S = S \cup R$.
- $R \cap S = S \cap R$.

Tính kết hợp

- $R \cup (S \cup T) = (R \cup S) \cup T$.
- $R \cap (S \cap T) = (R \cap S) \cap T$.

Tính phân phối

- $R \cup (S \cap T) = (R \cup S) \cap (R \cup T)$.
- $R \cap (S \cup T) = (R \cap S) \cup (R \cap T)$.

Các toán tử cơ bản

Các toán tử quan hệ

Phép chiếu

Định nghĩa. Cho quan hệ R và một tập hợp X gồm các cột có trong R, kết quả của phép chiếu $\pi_X(R)$ là một quan hệ chỉ bao gồm những cột có trong X. Nói cách khác, ta loại bỏ khỏi R những cột không có trong X.

R

A	B	C
α	1	a
α	2	a
β	1	b

$\pi_{\text{A, B}}(R)$

A	B
α	1
α	2
β	1

$\pi_{\text{A, C}}(R)$

A	C
α	a
β	b

Phép chọn

Định nghĩa. Cho quan hệ R và điều kiện so sánh θ, kết quả của phép chọn $\sigma_{\theta}(R)$ là một quan hệ gồm **các dòng** mà điều kiện θ là đúng.

Điều kiện so sánh

Điều kiện so sánh gồm hai dạng:

Điều kiện so sánh

Điều kiện so sánh gồm hai dạng:

- ⟨tên cột 1⟩⟨phép so sánh⟩⟨tên cột 2⟩.

Điều kiện so sánh

Điều kiện so sánh gồm hai dạng:

- ⟨tên cột 1⟩⟨phép so sánh⟩⟨tên cột 2⟩.
- ⟨tên cột⟩⟨phép so sánh⟩⟨giá trị vô hướng⟩.

Trong đó:

Trong đó:

- $\langle$phép so sánh$\rangle$ là các phép $<, >, \leq, \geq, =, \neq$.

Trong đó:

- $\langle$phép so sánh$\rangle$ là các phép $<, >, \leq, \geq, =, \neq$.
- $\langle$giá trị vô hướng$\rangle$ là một giá trị thuộc về miền xác định của $\langle$tên cột$\rangle$.

Ngoài ra, còn có thể kết hợp nhiều điều kiện so sánh với nhau bằng $\wedge$ (phép hội), $\vee$ (phép tuyển) và $\neg$ (phép phủ định).

Ngoài ra, còn có thể kết hợp nhiều điều kiện so sánh với nhau bằng $\wedge$ (phép hội), $\vee$ (phép tuyển) và $\neg$ (phép phủ định).

- $\varphi \wedge \psi$: cả hai điều kiện được thỏa.

Ngoài ra, còn có thể kết hợp nhiều điều kiện so sánh với nhau bằng $\wedge$ (phép hội), $\vee$ (phép tuyển) và $\neg$ (phép phủ định).

- $\varphi \wedge \psi$: cả hai điều kiện được thỏa.
- $\varphi \vee \psi$: một trong hai điều kiện được thỏa.

Ngoài ra, còn có thể kết hợp nhiều điều kiện so sánh với nhau bằng $\wedge$ (phép hội), $\vee$ (phép tuyển) và $\neg$ (phép phủ định).

- $\varphi \wedge \psi$: cả hai điều kiện được thỏa.
- $\varphi \vee \psi$: một trong hai điều kiện được thỏa.
- $\neg\varphi$: phủ định điều kiện φ ($\neg(A < 5) \Leftrightarrow A \geq 5$).

R

A	B	C
α	1	a
α	2	a
β	1	b

$\sigma_{\mathsf{A}=\alpha}(R)$

A	B	C
α	1	a
α	2	a

$\sigma_{\mathsf{A}=\alpha \wedge \mathsf{B}<2}(R)$

A	B	C
α	1	a
β	1	b

Tính chất phép chọn

Cho quan hệ R, hai điều kiện so sánh φ và ψ, ta có các tính chất sau:

Tính chất phép chọn

Cho quan hệ R, hai điều kiện so sánh φ và ψ, ta có các tính chất sau:

- $\sigma_{\varphi}\left(\sigma_{\psi}(R)\right) = \sigma_{\varphi \land \psi}(R) = \sigma_{\varphi}(R) \cap \sigma_{\psi}(R)$

Tính chất phép chọn

Cho quan hệ R, hai điều kiện so sánh φ và ψ, ta có các tính chất sau:

- $\sigma_{\varphi}\left(\sigma_{\psi}(R)\right) = \sigma_{\varphi \wedge \psi}(R) = \sigma_{\varphi}(R) \cap \sigma_{\psi}(R)$
- $\sigma_{\varphi \vee \psi}(R) = \sigma_{\varphi}(R) \cup \sigma_{\psi}(R)$

Tính chất phép chọn

Cho quan hệ R, hai điều kiện so sánh φ và ψ, ta có các tính chất sau:

- $\sigma_{\varphi}\left(\sigma_{\psi}(R)\right) = \sigma_{\varphi\wedge\psi}(R) = \sigma_{\varphi}(R) \cap \sigma_{\psi}(R)$
- $\sigma_{\varphi\vee\psi}(R) = \sigma_{\varphi}(R) \cup \sigma_{\psi}(R)$
- $\sigma_{\neg\varphi}(R) = R \setminus \sigma_{\varphi}(R)$

Lưu ý. Về cơ bản, giữa phép chọn và phép chiếu không có tính giao hoán, nghĩa là

$$\pi_X\left(\sigma_\theta(R)\right) \neq \sigma_\theta\left(\pi_X(R)\right)$$

Phép gán

Để tiện cho việc theo dõi, người ta thường tách một biểu thức quan hệ ra thành nhiều bước ngắn, vì thế, cần đặt một tên tạm cho kết quả ở mỗi bước.

.

Phép gán

Để tiện cho việc theo dõi, người ta thường tách một biểu thức quan hệ ra thành nhiều bước ngắn, vì thế, cần đặt một tên tạm cho kết quả ở mỗi bước.
Phép gán được ký hiệu bằng $\leftarrow$.

Chẳng hạn, biểu thức $\pi_X\left(\sigma_\theta(R)\right)$ có thể được ghi thành:

Chẳng hạn, biểu thức $\pi_X\left(\sigma_\theta(R)\right)$ có thể được ghi thành:

1. $T \leftarrow \sigma_\theta(R)$.

Chẳng hạn, biểu thức $\pi_X\left(\sigma_\theta(R)\right)$ có thể được ghi thành:

1. $T \leftarrow \sigma_\theta(R)$.
2. $\pi_X(T)$.

Phép đổi tên

Định nghĩa. Cho quan hệ R và cách đổi tên N, kết quả của phép đổi tên $\rho_N(R)$ vẫn là những thông tin đó, nhưng với tên quan hệ và tên cột được thay đổi dựa theo cách đổi tên N.

Cách đổi tên

Cách đổi tên N có ba dạng sau:

Cách đổi tên

Cách đổi tên N có ba dạng sau:

- A/B: đổi tên cột B thành A.

Cách đổi tên

Cách đổi tên N có ba dạng sau:

- A/B: đổi tên cột B thành A.
- $(B_0, B_1, \dots, B_n)$: đổi tên cột đầu tiên thành B_0, cột thứ hai thành B_1, ...

Cách đổi tên

Cách đổi tên N có ba dạng sau:

- A/B: đổi tên cột B thành A.
- $(B_0, B_1, \dots, B_n)$: đổi tên cột đầu tiên thành B_0, cột thứ hai thành B_1, ...
- $S(B_0, B_1, \dots, B_n)$: đổi tên quan hệ thành S, đổi tên cột đầu tiên thành B_0, cột thứ hai thành B_1, ...

Cho quan hệ $R(A, B, C)$, khi đó:

Cho quan hệ $R(A, B, C)$, khi đó:

- $\rho_{D/A}(R) = R(D, B, C)$.
- $\rho_{(D,E)}(R) = R(D, E, C)$.
- $\rho_{S(D,E,F)}(R) = S(D, E, F)$.

Phép đổi tên thường được dùng trong trường hợp sử dụng đến phép kết hoặc có tính toán giữa các cột với nhau.