

1

$$\text{Col } A = \left\{ \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} \right\}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 8 & -4 \\ 0 & 1 & 5 & -6 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad R_1 - 2R_2$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & -2 & 8 \\ 0 & 1 & 5 & -6 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{aligned} x_1 &= 2x_3 - 8x_4 \\ x_2 &= -5x_3 + 6x_4 \end{aligned}$$

$$\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ -5 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} x_3 + \begin{bmatrix} -8 \\ 6 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} x_4$$

$$\text{Nul } A = \left\{ \begin{bmatrix} 2 \\ -5 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} -8 \\ 6 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \right\}$$

2

$$T = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -2 \\ 0 & 1 & 4 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad S = \begin{bmatrix} 0.8 & 0 & 0 \\ 0 & 1.6 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$A = ST$$

$$= \begin{bmatrix} 0.8 & 0 & 0 \\ 0 & 1.6 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & -2 \\ 0 & 1 & 4 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 0.8 & 0 & -1.6 \\ 0 & 1.6 & 6.4 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

5

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -1 & 1 & -1 \end{bmatrix} \xrightarrow{R_4 + R_1} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \end{bmatrix} \xrightarrow{R_4 + R_3} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

PIVOTS IN 3 ROW

6

$$X = \begin{bmatrix} 5 \\ -4 \\ 0 \end{bmatrix} + x_3 \begin{bmatrix} 5 \\ -7 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$P = \begin{bmatrix} 5 \\ -4 \\ 0 \end{bmatrix} \\ V = \begin{bmatrix} 5 \\ -7 \\ 1 \end{bmatrix}$$

10

$$\begin{bmatrix} 1 & -8 & 0 & -1 & 0 & -2 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & -4 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 7 & 8 \end{bmatrix} \quad R_1 + R_3$$

$$\begin{bmatrix} 1 & -8 & 0 & 0 & 7 & 6 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & -4 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 7 & 8 \end{bmatrix} \quad A_1 + 8A_2$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & -25 & 14 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & -4 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 7 & 8 \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} x_1 &= 25x_5 + 14 \\ x_2 &= 4x_5 + 1 \\ x_3 &\text{ FREE} \\ x_4 &= -7x_5 + 8 \\ x_5 &\text{ FREE} \end{aligned}$$

$$\begin{bmatrix} X & 0 & 0 \\ Y & 0 & I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A & Z \\ 0 & 0 \\ B & I \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} XA & XZ \\ YA+B & YZ+I \end{bmatrix}$$

$$XA=I \rightarrow X=A^{-1}$$

$$XZ=0$$

$$YA+B=0 \rightarrow YA=-B \rightarrow Y=-BA^{-1}$$

$$YZ+I=I \rightarrow YZ=0$$