

# To Do

- ☐ **Logica Rudimentale**
- ☐ [Paradosso di barbieri](#)
- ☐ [Intro](#)
- ☐ [Formule chiuse](#)
- ☐ [L'Algebra](#)
- ☐ [Formule Ben Formate \(FBF\)](#)
  - ☐ [Tautologia](#)
- ☐ [Funzione di valutazione](#)
- ☐ [Tabelle di verità dei connettivi logici](#)
- ☐ [Elenco tautologie](#)
- ☐ [Proprietà OBI / tautologie elementari](#)
- ☐ [Logica del I ordine](#)
  - ☐ [Quando un predicato ha una certa arietQuantificatori](#)
- ☐ [Variabili libere e vincolate](#)
- ☐ [Quantificatori ristretti](#)
- ☐ **Teoria degli insiemi**
- ☐ [Insiemi numerici](#)
- ☐ [Note pre-argomento:](#)
- ☐ [DEF:  \$\in\$](#)
- ☐ [DEF:  \$\subseteq\$](#)
- ☒ ☒ [1\) Assioma di Estensionalità](#)
- ☒ ☒ [2\) Assioma: Unicità dell'insieme vuoto](#)
  - ☐ [Note sull'insieme vuoto](#)
- ☒ ☒ [3\) Assioma di Fondazione](#)
- ☒ ☒ [4\) Assioma di separazione](#)
- ☒ ☒ [5\) Assioma: Insieme delle parti](#)
- ☐ [Singleton](#)
- ☐ [Insieme delle parti](#)
- ☐ [Predicato unario e totalità](#)
- ☐ [Assioma di separazione](#)
- ☐ [Formule insiemistiche](#)
  - ☐ [Insieme visto come estensione di un predicato \(dell'appartenenza a se stesso\)](#)
  - ☐ [DIM:  \$A = B \leftrightarrow \(A \subseteq B\) \wedge \(B \subseteq A\)\$](#)
  - ☐ [Intersezione](#)
  - ☐ [Unione](#)
    - ☐ [Idempotenza, commutatività e associatività, leggi distributive per and e or](#)
  - ☐ [Negazione dell'appartenenza o traduzione del connettivo  \$\neg\$](#)
  - ☐ [Differenza simmetrica](#)
    - ☐ [Commutatività, associatività di XOR, e distributività di and rispetto a XOR](#)
- ☐ [Tautologie e identità insiemistiche \(riepilogo\)](#)
- ☐ [Diagrammi di Euler\(o\) - Venn](#)
- ☒ ☒ [6\) Assioma: Unione unaria](#)
- ☐ [Insieme delle parti di cardinalità k](#)
- ☒ ☒ [7\) Assioma: Intersezione unaria](#)
- ☐ [Generalizzazione \(o versione insiemistica\) di De Morgan](#)

☐ [Altro modo per scrivere gli insiemi](#)

## ☐ **Corrispondenza, Relazione binaria e Applicazioni**

### ☒ ★ ! [8\) Assioma: Della Coppia e Coppie ordinate](#)

☐ [Prodotto cartesiano](#)

☐ [Corrispondenza](#)

☐ [Relazione binaria](#)

☐ [Esempi e simbologia:](#)

☐ [Applicazioni](#)

☐ [Notazioni](#)

☐ [Regole affinché una corrispondenza sia un'applicazione](#)

☐ [DEF:  \$\text{Map}\(a, b\) = b^a\$](#)

☐ [Prodotto relazionale](#)

☐ [Il prodotto relazionale tra applicazioni è ancora un'applicazione](#)

☐ [Applicazione identità](#)

☐ [Immersione di una applicazione](#)

☐ [Restrizione di un applicazione](#)

☐ [Prolungamento di un applicazione](#)

☐ [funzione costante \(in  \$y\$ \)](#)

☐ [Immagine di un applicazione](#)

☐ [Applicazione immagine definita da  \$f\$](#)

☐ [Applicazione anti-immagine definita da  \$f\$](#)

☐ [Funzioni Suriettive](#)

☐ [Proprietà delle funzioni composte \(SUR\)](#)

☐ [Funzioni Iniettive](#)

☐ [Proprietà delle funzioni composte \(IN\)](#)

☐ [Proprietà delle funzioni composte \(BI\)](#)

☐ [Funzione ridotta](#)

☐ [Esempio di forma di lavoro per le dim di SUR e IN](#)

☐ [IN, SUR e BI con applicazione immagine e anti-immagine](#)

☐ [Sezione, retrazione e inversa](#)

☐ [Teorema \(Caratterizzazione delle applicazioni suriettive\)](#)

☐ [Teorema \(Caratterizzazione delle applicazioni iniettive\)](#)

☐ [inversa](#)

☐ [Teorema \(unicità dell'inversa\)](#)

☐ [Esempio di forma di lavoro per le dim di BI](#)

## ☐ **Strutture algebriche**

☐ [Diagramma strutture algebriche](#)

☐ [DEF: Algebra](#)

☐ [DEF: operazioni binarie](#)

☐ [Proprietà delle operazioni binarie](#)

☐ [Strutture algebriche](#)

☐ [Elemento neutro](#)

☒ [TH \(unicità del neutro\)](#)

☐ [Parte chiusa \(definizione\)](#)

☐ [Struttura algebrica indotta / sotto-struttura](#)

☐ [Monoide delle parole nell'alfabeto](#)

☐ [Operazione opposta](#)

- ☐ Elemento simmetrico
  - ☐ TH (uguaglianza dei simmetrici  $s_x$  e  $s_x$  nei monoidi)
  - ☐ Insieme dei simmetrizzabili
- ☐ Gruppi
- ☐ Elementi cancellabili
  - ☐ Traslazioni
  - ☐ Lemma (cancellabili e simmetrizzabili)
  - ☐ Lemma
- ☐ Tavole di Cayley
- ☐ Omomorfismo
  - ☒ TH (isomorfismi delle applicazioni inverse)
  - ☐ Proposizione (proprietà epomorfismi e isomorfismi)
  - ☐ Isomorfismo tra  $(P(S), \cup)$  e  $(P(S), \cap)$

## Anelli

- ☐ Anelli
  - ☐ Sottoanello
  - ☐ Regole di calcolo
  - ☐ Legge di annullamento del prodotto (L.A.P)
  - ☐ Divisore dello zero
  - ☐ Integrità e dominio di integrità
  - ☒ ☒ Teorema (relazione tra non cancellabili e d.d.z.)
  - ☒ ☒ Lemma (cancellabili e simmetrizzabili negli insiemi finiti)
  - ☐ Teorema del binomio di Newton
- ☒ Anelli booleani
  - ☒ TH
- ☒ ☒ Funzione caratteristica di una parte in un insieme

## Relazione d'ordine e Reticoli

- ☒ Relazione d'ordine
- ☐ Corrispondenza duale
- ☐ Teorema (applicazione biettiva tra OL e OS)
- ☒ DEF: Insieme ordinato
- ☒ DEF: Elementi confrontabili e Insieme totalmente ordinato
- ☒ DEF: Insieme ben ordinato
- ☒ DEF: ordinamento
- ☒ Minimo, massimo, massimale e minimale un insieme ordinato
  - ☒ ☒ Teorema ( il minimo / massimo se esiste è unico)
- ☒ ☒ Teorema (Gli insiemi ordinati finiti non vuoti hanno minimali)
- ☒ Intervalli
  - ☒ Relazione di copertura
    - ☒ Lemma (def copertura con le def di minimali e massimali)
    - ☐ ☒ Teorema (la relazione di copertura determina univocamente la relazione d'ordine)
  - ☒ Diagrammi di Hasse
  - ☒ Minoranti e maggioranti
    - ☒ Estremi inferiori e superiori
- ☒ Reticoli
  - ☒ ☒ TH (uguaglianza tra min/max con minimali/massimali)
  - ☒ Lemma (operazioni / proprietà dei minoranti / maggioranti)
  - ☒ ☒ Teorema
  - ☒ ☒ Operazioni reticolari

- ☐ ★ | [Teorema \(analogia tra reticoli e strutture algebriche\)](#)
- ☒ ★ | [Teorema \(isomorfismo tra reticoli e strutture algebriche\)](#)
- ☒ | [Sottoreticoli](#)
- ☒ | [Neutro nei reticoli](#)
- ☒ | [DEF reticolo completo](#)
- ☒ | [DEF elementi complementi](#)
- ☒ | [DEF reticolo complementato](#)
- ☒ | [DEF Reticolo distributivo](#)
- ☒ | [DEF Reticolo booleano](#)
  - ☐ | [Lemma \(conseguenze dei reticoli distributivi\)](#)
  - ☒ | [Teorema \(Birkhoff\)](#)
- ☒ ★ | [Relazione duale](#)
- ☒ ★ | [Enunciato Duale](#)
- ☒ ★ | [Principio di dualità dei reticoli](#)

### Relazione d'equivalenza e partizioni

- ☒ | [Relazione di equivalenza](#)
  - ☒ | [Classi di equivalenza](#)
    - ☒ | [Lemma](#)
    - ☒ | [Insieme quoziente](#)
  - ☒ | [Nucleo di equivalenza](#)
  - ☒ ★ | [Proiezione canonica e Teorema fondamentale di omomorfismo per insiemi](#)
- ☒ ★ | [Partizioni](#)
  - ☐ | [Definizione alternativa](#)
  - ☐ | [Proposizione](#)
  - ☒ ★ | [Teorema \(fondamentale su partizioni e relazioni di equivalenza\)](#)

### Combinatoria

- ☒ ★ | [principio di inclusione ed esclusione](#)
  - ☒ | [Cardinalità del prodotto cartesiano](#)
  - ☒ | [Cardinalità delle applicazioni da A a B \( \$|\text{Map}\(A,B\)| = B^A\$ \)](#)
  - ☒ ★ | [Cardinalità delle applicazioni iniettive da A a B \( \$|\text{Inj Ma}\(A, B\)|\$ \)](#)
- ☒ | [Equipotenza](#)
- ☒ | [Def di insieme infinito](#)
- ☒ ★ | [Teorema \(condizioni di esistenza delle applicazioni IN, SUR, BI\)](#)
- ☒ ★ | [Teorema \(proprietà delle applicazioni tra insiemi equipotenti\)](#)
- ☒ ★ | [Corollario \(ogni applicazione IN tra insiemi equipotenti è BI\)](#)
- ☒ ★ | [Teorema \(cardinalità dell'insieme delle parti\)](#)
- ☒ ★ | [Coefficiente Binomiale](#)
  - ☒ ★ | [Formula ricorsiva](#)
  - ☐ | [Triangolo di Tartaglia-Pascal](#)
  - ☒ ★ | [Formula chiusa](#)

### Aritmetica

- ☒ | [Divisibilità ed elementi associati](#)
- ☒ | [Proposizione 1](#)
- ☒ | [Massimo comune divisore e Minimo comune multiplo](#)
  - ☒ | [Proposizione](#)
- ☒ | [Divisori propri](#)
- ☒ | [Divisori banali](#)
- ☒ | [Elementi irriducibili](#)
- ☒ | [Monoide commutativo \(cancellativo e fattoriale\)](#)
- ☒ | [Anello fattoriale](#)

- ✓★ | [Primo e secondo principio di induzione](#)
- ✓★ | [DEF: Primo](#)
- ✓★ | [TH](#)
- ✓★ | [Teorema fondamentale dell'aritmetica \(TFA\)](#)
- ✓ | [Fattorizzazione nei monoidi fattoriali](#)
- ✓ | [Proposizione \( \$a|b\$  e  \$a|c\$  a divide tutte le combinazioni lineari di  \$b\$  e  \$c\$ \)](#)
- ☐ | [Congruenze in  \$\mathbb{Z}\$](#) 
  - ✓ | [Relazione di congruenza modulo  \$n\$](#)
  - ✓ | [Classe delle congruenze](#)
  - ✓★ | [Modulo](#)
  - ✓★ | [Insieme quoziente](#)
    - ✓ | [Cardinalità dell'insieme quoziente \( \$\mathbb{Z}\$  modulo  \$n\$ \)](#)
  - ✓★ | [Divisione con resto](#)
- ✓ | [Operazione quoziente](#)
- ✓ | [DEF: compatibilità](#)
  - ✓ | [Lemma](#)
- ✓ | [TH \( relazione di congruenza modulo è una congruenza nell'anello  \$\(\mathbb{Z}, +, \*\)\$  \)](#)
- ✓ | [TH \(omomorfismo della proiezione canonica tra Struttura algebrica e congruenza  \$\sim\$ \)](#)
- ✓★ | [Algoritmo Euclideo \(delle divisioni successive\)](#)
- ✓★ | [Teorema di Bézout](#)
  - ✓★ | [Corollari di Bézout](#)
- ✓★ | [Lemma di Euclide](#)
- ✓★ | [Equazioni \(ad 1 incognita\) di primo grado in un quoziente  \$\mathbb{Z}\_m\$  di  \$\mathbb{Z}\$](#)
- ✓★ | [Criterio di esistenza di soluzione di equazione congruenziale](#)
- ✓★ | [COR \(Invertibili in  \$\mathbb{Z}\_m\$ \)](#)
- ✓★ | [COR \(  \$\mathbb{Z}\_m\$  è campo  \$\leftrightarrow \mathbb{Z}\_m\$  è un dominio di integrità  \$\leftrightarrow m\$  è primo \)](#)
- ✓★ | [Risoluzione di equazioni congruenziali](#)
- ☐ | [Periodo di un elemento in un Gruppo](#)

## Polinomi

- ✓ | [Anelli di polinomi](#)
  - ✓★ | [definizione](#)
  - ✓★ | [terminologia](#)
  - ✓★ | [Somma e prodotto tra polinomi](#)
  - ☐ | [A  \$x, +, \cdot\$  è un anello commutativo unitario](#)
  - ☐ | [TH \(conseguenza della proprietà di unicità dei polinomi\)](#)
  - ☐ | [TH](#)
  - ✓ | [Proprietà universale](#)
  - ✓ | [Proprietà universale: Unicità dell'anello di polinomi](#)
  - ☐ | [Proprietà universale: Polinomi nell'insieme quoziente](#)
  - ✓★ | [R.A.G. \(regola addizione dei gradi\)](#)
  - ✓★ | [TH \(proprietà del coefficiente direttore cancellabile\)](#)
  - ✓ | [TH](#)
  - ✓ | [Lemma \(non invertibilità dai polinomi\)](#)
- ✓★ | [Divisione lunga](#)
- ✓ | [Proprietà universale: Omomorfismo di sostituzione](#)
- ✓ | [Applicazione polinomiale definita da  \$f\$](#)
- ✓★ | [DEF: radice](#)
- ✓★ | [TH \(teorema del resto\)](#)
- ✓★ | [TH \(teorema di Ruffini\)](#)
- ✓★ | [TH \(teorema di Ruffini generalizzato\)](#)

- ☒ ★ | [Numero di radici di un polinomio nei domini di integrità](#)
- ☒ ★ | [Principio di identità dei polinomi](#)
- ☒ ★ | [Polinomi associati nei domini di integrità](#)
- ☒ ★ | [Campi di polinomi](#)
- ☒ ★ | [Campi di polinomi: irriducibilità di  \$f\$](#)
- ☒ ★ | [Campi di polinomi: radici di  \$f\$](#)
- ☒ ★ | [Capire l'irriducibilità di un polinomio](#)
- ☒ ★ | [Criterio di Eisenstein](#)
- ☐ | [TH](#)
- ☐ | [Esercizio: Polinomi irriducibili di  \$\mathbb{Z}\[x\]\$  di 2 grado](#)

## Algebra di Boole

### Cutolo

- ☐ | [Reticoli booleani](#)
- ☐ | [Algebra di Boole](#)
  - ☐ | [Sottoalgebra di Boole](#)
  - ☐ | [Regole di calcolo nell'algebra di Boole](#)
- ☐ | [Biiezione tra Anelli booleani e algebre di Boole](#)
- ☐ | [Nozione di isomorfismo tra anelli, reticoli e algebre di Boole](#)
- ☐ | [TH](#)
- ☐ | [TH \(teorema di Stone\)](#)

### Brescia

- ☒ ★ | [DEF: Algebra di Boole](#)
- ☒ ★ | [TH Biiezione tra Anello booleano e Reticolo Booleano](#)
- ☒ ★ | [TH Stone](#)
- ☒ ★ | [Corollari di Stone](#)

- ☐ | [Grafici semplici](#)