A é invertibile $\iff L_A$ è invertibile $\iff A$ ha rango massimo $\iff \ker(A) = \{0\}$
Possiamo vedere anche il determinante (deve essere $\neq 0$)
$T_K \circ F_K$ e $F_K \circ T_K$ sono invertibili $\iff \det(T_K)\det(F_K) \neq 0$

Endomorfismi, coniugio, similitudine

i) Due matrici A, B sono simili se esiste $P \in GL_n(\mathbb{K})$ tale che $P^{-1}AP = B$
ii) Due endomorfismi T, F sono coniugati se esistono basi B, B' t.c. $T_B^B = F_{B'}^{B'}$

Determinante

Teorema di Binet: $\det(AB) = \det(A)\det(B) = \det(BA)$
Matrici simili hanno lo stesso determinante.
Cramer:

$$(T_1 \circ F_1)_{\mathcal{E}}^{\mathcal{E}} = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 1 \\ 2 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & -2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 3 & 1 & 3 \\ 1 & -1 & 0 \end{pmatrix}. \qquad S: \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & 0 & 1 \\ 3 & 1 & 3 & 2 \\ 1 & -1 & 0 & 1 \end{array}\right)$$

$$V(S) = \frac{1}{\det(A)} \begin{pmatrix} \det\begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 2 & 1 & 3 \\ 1 & -1 & 0 \end{pmatrix} \\ \det\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 3 & 2 & 3 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix} \\ \det\begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 3 & 1 & 2 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix} \end{pmatrix} = \frac{1}{9}\begin{pmatrix} 9 \\ 0 \\ 6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 2/3 \end{pmatrix}$$

Inversa con Cramer:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 3 & 1 & 3 \\ 1 & -1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \det(A) = 9$$

$$A^{-1} = \frac{1}{9}\begin{pmatrix} \begin{vmatrix} 1 & 3 \\ -1 & 0 \end{vmatrix} & -\begin{vmatrix} 3 & 3 \\ 1 & 0 \end{vmatrix} & \begin{vmatrix} 3 & 1 \\ 1 & -1 \end{vmatrix} \\ -\begin{vmatrix} 2 & 0 \\ -1 & 0 \end{vmatrix} & \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{vmatrix} & -\begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 1 & -1 \end{vmatrix} \\ \begin{vmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 3 \end{vmatrix} & -\begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 3 & 3 \end{vmatrix} & \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 1 \end{vmatrix} \end{pmatrix}^T$$

Per passare a $(T^{-1})_B^B$ con una base $B \neq \mathcal{E}$, impostiamo $Id_B^{\mathcal{E}}(T^{-1})_{\mathcal{E}}^{\mathcal{E}}\, Id_{\mathcal{E}}^B =$
$= (Id_{\mathcal{E}}^B)^{-1}(T^{-1})_{\mathcal{E}}^{\mathcal{E}}\, Id_{\mathcal{E}}^B$

Vedere se A e A_K sono coniugate, imposta che i determinanti devono essere uguali. Per vedere se sono simili il polinomio caratteristico di entrambi devono essere uguali.