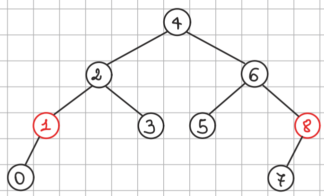
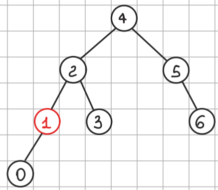
ESERCIZIO 1

i) T_1 non è un albero perfettamente bilanciato in quanto, applicando la definizione, cioè che $\forall x \in T (||x.sx| - |x.dx|| \leq 1)$, notiamo che in T_1 lo scarto è maggiore di 1.
Non è completo perché non è pieno, in quanto le foglie non stanno tutte su lo stesso livello e i nodi non foglia non hanno tutti esattamente due figli.
Non è AVL in quanto non vale la definizione, cioè che $\forall x \in T (|h(x.sx) - h(x.dx)| \leq 1)$
~~E' un possibile RB se la colorazione viene fatta in questo modo:~~
Non può essere neanche RB in quanto non esiste una combinazione di colori che soddisfi tutte le proprietà di albero RB, in particolare quella che afferma che partendo da un qualsiasi nodo interno, tutti i percorsi che raggiungono le foglie devonono avere lo stesso numero di nodi neri.

T_2 è perfettamente bilanciato, in quanto $\forall x \in T_2 (||x.sx| - |x.dx|| \leq 1)$. Poiché è perfettamente bilanciato, di conseguenza è anche AVL. (importante specificare che non vale il contrario).
Non è completo in quanto le foglie non sono disposte tutte sullo stesso livello e il più a sinistra possibile senza "buchi".
E' RB se la colorazione viene effettuata in questo modo:

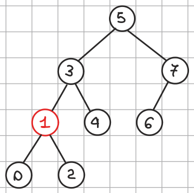


T_3 non è perfettamente bilanciato in quanto non vale la definizione, cioè che $\forall x \in T (||x.sx| - |x.dx|| \leq 1$.
Non è completo in quanto le foglie non stanno tutte sullo stesso livello e i nodi non foglia non hanno tutti esattamente due figli (nodo 5).
E' AVL in quanto $\forall x \in T_3 (|h(x.sx) - h(x.dx)| \leq 1)$.
Può essere RB con la seguente colorazione:

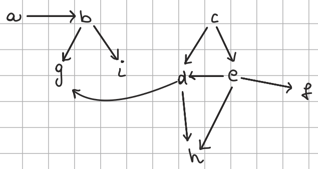


T_4 non è perfettamente bilanciato in quanto non vale la definizione, cioè che $\forall x \in T (||x.sx| - |x.dx|| \leq 1$.
Non è completo in quanto le foglie non stanno tutte sullo stesso livello e i nodi non foglia non hanno tutti esattamente due figli (nodo 7).
E' AVL in quanto $\forall x \in T_3 (|h(x.sx) - h(x.dx)| \leq 1)$.

È RB con seguente colorazione:



ii) Il grafo orientato rappresentato dalla matrice di adiacenza è il seguente:



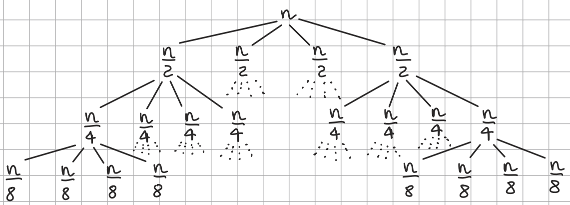
Per il calcolo dell'ordinamento topologico uso l'algoritmo TopologicalOrdering() che sfrutta il grado entrante di ogni nodo. Il procedimento è quello di prendere un nodo che ha grado entrante pari a 0, "toglierlo" e metterlo in una coda. Il grado entrante dei nodi che venivano raggiunti da quello appena "tolto", viene diminuito di 1. Si verrà a formare un sottografo (sempre aciclico) che conterrà almeno un nodo con grado entrante pari a 0. Si ripete il procedimento fino al termine dei nodi disponibili. Secondo questo ragionamento possiamo dire:

a, b, g, i, c, e, d, f, h : No perché quando viene eliminato g non ha grado entrante 0
c, e, a, d, h, b, f, g, i : Sí
a, b, g, c, e, d, i, h, f : No per lo stesso motivo del primo
a, c, b, e, i, h, f, d, g : No perché quando viene eliminato h non ha grado entrante 0
c, a, e, b, d, i, h, g, f : Sí

ESERCIZIO 2

$$T(n) = \begin{cases} 1, & \text{se } n \le 1 \\ 4 \cdot T\left(\frac{n}{2}\right) + n, & \text{altrimenti} \end{cases}$$

Livello	# Nodi per livello	Dimensione Input	Contributo per nodo	Contributo totale per livello
0	1	n	n	n
1	4	$\frac{n}{2}$	$\frac{n}{2}$	$2n$
2	16	$\frac{n}{4}$	$\frac{n}{4}$	$4n$
3	64	$\frac{n}{8}$	$\frac{n}{8}$	$8n$
i	4^i	$\frac{n}{2^i}$	$\frac{n}{2^i}$	$2^i n$



$$\sum_{i=0}^{h} 2^i \cdot n = n \sum_{i=0}^{h} 2^i = n \cdot \left(\frac{r^{h+1} - 1}{r - 1} \right) = n \cdot \left(\frac{2^{h+1} - 1}{2 - 1} \right) = n \left(2^{h+1} - 1 \right) =$$

$$= n\left((2^h \cdot 2) - 1 \right) = n\left((2^{\log_2(n)} \cdot 2) - 1 \right) = n(2n - 1) = 2n^2 - n$$

ESERCIZIO 3

Lo pseudo-codice della visita in profondità é il seguente:

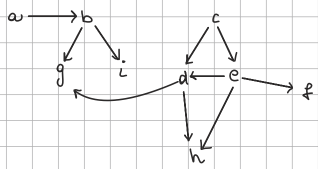
```
Function DFV(G)
| ((c,p,d,f),t) <- (Init(G),0)
|
| for each v∈V do
| | if c[v] = Bn then
| | L (c,p,d,f,t) <- DFV(G,c,p,d,f,t,v)
| L
L return (c,p,d,f)
```

```
Function DFV(G, c, p, d, f, t, v)
  (c[v], d[v], t) ← (Gr, t, t+1)

  for each w ∈ Adj[v] do
    if c[w] = Bn then
      p[w] ← v
      DFV(G, c, p, d, f, t, w)

  (c[v], f[v], t) ← (Nr, t, t+1)

  return (c, p, d, f, t)
```



la foresta di visita è la seguente:

- Arco in avanti
- Arco di attraversamento
- Arco in avanti