**Polytech'Lille - IMA3i - ARS** **2004-2005**

# TP6 - Calcul approché distribué du nombre $\pi$

Le but du TP est de programmer en C-MPI le calcul approché distribué du nombre $\pi$.

## 1 Calcul de l'intégrale Riemann d'une fonction

Considérons tout d'abord le calcul d'une intégrale de Riemann.

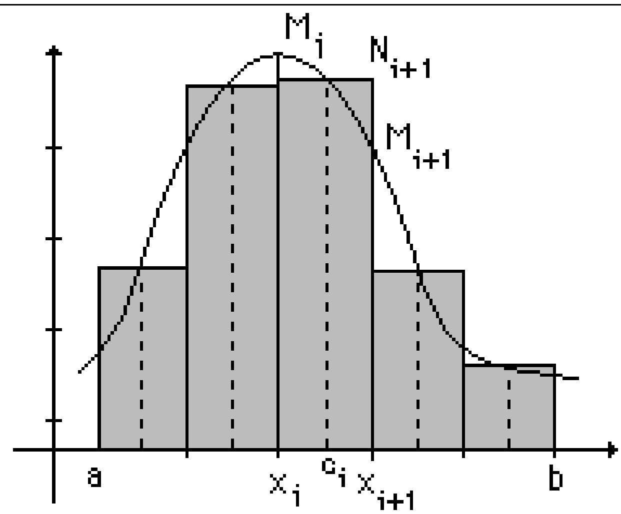


Figure 1: Illustration du calcul de l'intégrale de Riemann

Pour une fonction positive, l'intégrale sur un intervalle $[a, b]$ : $\int_a^b f(x)dx$ évalue l'aire sous la courbe (voir figure 1). L'idée de Riemann fut de remplacer un arc de courbe sur chaque $[x_i, x_{i+1}]$ par un segment d'ordonnée $f(c_i)$ sur cet intervalle, où $x_i < c_i < x_{i+1}$; on parle de *fonction en escalier*.

Ce principe permet le calcul approché d'intégrales en choisissant une division régulière de l'intervalle $[a, b]$ en $n$ sous-intervalles $[x_i, x_{i+1}]$ (de pas $x_{i+1} - x_i = \frac{b-a}{n}$, indépendamment de $i$). On obtient une succession de rectangles approchant l'aire de la courbe.

Plus particulièrement, pour un pas de $\frac{1}{n}$ $(a = 0, b = 1)$, pour $c_i$ le milieu de $[\frac{i}{n}, \frac{i+1}{n}]$ $(x_i = i * \frac{1}{n})$, l'intégrale a la valeur :

$$h * \sum_{0}^{n-1} f(\frac{x_{i+1} + x_i}{2}) = h * \sum_{0}^{n-1} f(ih + \frac{h}{2}),$$

où $h = \frac{1}{n}$.

## 2 Calcul approché de $\pi$

La formule suivante permet le calcul approché de $\pi$ en calculant l'intégrale de Riemann de la fonction $\frac{4}{1+x^2}$ sur l'intervalle [0,1].

$$\int_0^1 \frac{4}{1+x^2}dx = [4arctg(x)]_0^1 = 4 * \frac{\pi}{4} = \pi.$$

### Remarque

Les arcs de courbe $(M_i, M_{i+1})$ étant remplacés par des segments "horizontaux" $[M_i, N_{i+1}]$, on parle de la méthode des rectangles de calcul de l'intégrale d'une fonction. Cette méthode converge "lentement" car elle nécessite de "grandes" valeurs de $n$ pour obtenir un résultat acceptable en terme de précision.

### 2.1 Travail à faire

- Proposer un algorithme distribué de calcul approché du nombre $\pi$.
- Implanter l'algorithme en C-MPI.