INSTITUTO TECNOLÓGICO SUPERIOR DE CHICONEPEC

INGENIERÍA EN SISTEMAS COMPUTACIONALES

MÉTODOS NUMÉRICOS

UNIDAD 3 y 4

APUNTES

ALUMNA

LEYDI RAMIREZ HERNANDEZ

DOCENTE

ING. EFRÉN FLORES CRUZ

CUARTO SEMESTRE

FECHA DE ENTREGA

05 DE MAYO DE 2020

3. Métodos de Solución de sistemas de ecuaciones.

Métodos Iterativos.

El método de Gauss y sus variantes se conocen con el nombre de métodos directos: se ejecutan a través de un número finito de pasos y dan lugar a una solución que sería exacta si no fuese por los errores de redondeo.

Por contra, un método indirecto da lugar a una sucesión de vectores que idealmente converge a la solución. El cálculo se detiene cuando se cuenta con una solución aproximada con cierto grado de precisión especificado de antemano o después de cierto números de iteraciones. Los métodos indirectos son casi siempre iterativos: para obtener la sucesión mencionada se utiliza se utiliza repetadamente un proceso sencillo.

Sistema de ecuaciones no lineales.

Llamamos sistema no lineal a un sistema de ecuaciones en el que una o ambas de las ecuaciones que forman el sistema es una ecuación no lineal cuando alguna de las incognitas que forman parte de la ecuación no son de primer grado.

Por tanto en este tipo de sistemas nos podemos encontrar polinomios de segundo grado, raices, logaritmos, exponentes.

La mayor parte de estos sistemas se resuelven utilizando el método de sustitución, aunque en algunos casos puede ocurrir que no sea la forma más sencilla.

Ya que los sistemas no lineales no son iguales
a la suma de sus partes, usualmente son di-
ficiles de moldear, y sus comportamientos
caótico, por lo tanto no se pueden reducir a
una forma simple ni se puede resolver.

Iteración y Convergencia de sistema de ecuaciones.

En general, en todos los procesos iterativos
para resolver el sistema $Ax = b$ se recorre a
una cierta matriz Q, llamada matriz des-
composición, escogida de tal forma que el pro
blema original adopte la forma equivalente:

$$Qx = (Q - A)x + b$$

La ecuación (62) quiere un proceso iterativo
que se concreta al escribir:

$$Qx^{(k)} = (Q - A)x^{(k-1)} + b \quad (k \geq 1).$$

El vector inicial $x^{(0)}$ puede ser arbitrario
aunque si se dispone de un buen candidato
como solución éste es el que se debe emplear
la aproximación inicial que se adopta, a no ser
que se disponga de una mejor, es la idéntica-
mente nula $x_1 = x_2 = x_3 \cdots = x_n = 0$. A partir de
la ecuación se puede calcular una sucesión
de vectores $x^{(1)}, x^{(2)}, \ldots$ Nuestro objetivo es
escoger una matriz Q de manera que

- Se pueda calcular facilmente la sucesión $[x^{(k)}]$
- la sucesión $[x^{(k)}]$ converja rapidamente a la solución.

Como en todo método iterativo, debemos especificar un criterio de convergencia δ y un número máximo de iteraciones M, para asegurar que el proceso se detiene si no alcanza la convergencia. En este caso, puesto que x es un valor vector, emplearemos dos criterios de convergencia que se deberán satisfacer simultáneamente:

UNIDAD 4

4. Diferenciación e integración numérica

4.1 Diferenciación numérica.

El calculo de la derivada de una Función puede ser un proceso "dificil" ya sea por lo complicado de la definición analitica de la función o porque esta se conoce únicamente en un número discreto de puntos.

Formulas para la primera derivada: La definición de la derivada de la fución $F(x)$ en el punto "x" está dada en términos del límite.

$$F'(x) = \lim_{h \to 0} \frac{F(x+h) - F(x)}{h}$$

De esta definición podemos decir que si "h" es pequeño entonces: $F'(x) \approx \frac{F(x+h) - F(x)}{h}$

Esto nos da inmediatamente la primera formula numérica para aproximar la derivada:

$$D_h F(x) = \frac{F(x+h) - F(x)}{h}$$

4.2 Integración numérica

En analisis numérico la integración numérica constituye una amplia gama de algoritmos para calcular el valor númerico de una integral definida y, por extensión, el término se usa a veces para describir algoritmos númericos para resolver ecuaciones diferenciales.

El problema básico considerado por la integración númerica es calcular una solución aproximación a la integral definida:

$$\int_a^b f(x)\, dx$$

Este problema también puede ser enunciado como un problema de valor inicial para una ecuación diferencial ordinaria como sigue:

$$y'(x) = F(x), \quad y(a) = 0$$

Encontrar $y(b)$ es equivalente a calcular la integral. Los métodos desarrollados para ecuaciones diferenciales ordinarias, como el método de Runge-Kutta pueden ser aplicados al problema reformulado. En este artículo se discuten métodos desarrollados específicamente para el problema como una integral definida.

4.3 Integración Múltiple

Las integrales múltiples se utilizan a menudo en la ingeniería. Una ecuación general para calcular el promedio de una función bidimensional puede escribirse:

$$F = \frac{\int_c^d \left(\int_a^b (F(x,y)\,dx) \right) dy}{(d-c)(b-a)}$$

Al numerador se le llama integral doble
El cálculo de dichas integrales se pueden calcular como integrales iteradas.

$$\int_c^d \left(\int_a^b F(x,y)\,dx \right) dy = \int_c^d F(x,y)\,dx$$

primero se evalúa la integral en una de las dimensiones y el resultado de esta primera integración se incorpora a la segunda integración

EJERCICIO

6 Sistema de ecuaciones no lineales.

Encontrar las soluciones, si las hay, de.

$$x^2 + y^2 = 25$$
$$x + y = 5$$

Despejamos

$$y = 5 - x$$

Sustituimos en la primera ecuación

$$x^2 + (5-x)^2 = 25$$

Resolviendo

$$x^2 + 25 - 10x + x^2 = 25 \quad 2x^2 - 10x =$$

$$0x \cdot (2x - 10) = 0 \quad x_1 = 0 \quad 2x - 10$$

Obteniendo

$x_1 = 0$ $y_1 = 5$

$x_2 = 5$ $y_2 = 0$

Comprobación

$$x^2 + y^2 = 25$$
$$(0)^2 + (5)^2 = 25$$
$$\boxed{25 = 25}$$

$$x + y = 5$$
$$5 + 0 = 5$$
$$\boxed{5 = 5}$$