

El método de la gradiente consiste en busca el valor óptimo de una función ajustando sus variables paso a paso, siguiendo la dirección contraria al gradiente, hasta que la pendiente sea casi cero.

Código en R:

```
#  $f(x) = (x + 1)^2 \rightarrow$  mínimo real en  $x = -1$ 
```

```
f <- function(x) (x + 1)^2
```

```
df <- function(x) 2 * (x + 1)
```

```
x <- 5
```

```
alpha <- 0.3
```

```
tol <- 1e-6
```

```
max_iter <- 20
```

```
iter <- 0
```

```
historial <- data.frame(iter = numeric(), x = numeric(), f_x = numeric())
```

```
repeat {
```

```
  iter <- iter + 1
```

```
  grad <- df(x)
```

```
  x_new <- x - alpha * grad
```

```
  historial <- rbind(historial, data.frame(iter = iter, x = x_new, f_x = f(x_new)))
```

```
  if (abs(grad) < tol || iter >= max_iter) break
```

```
  x <- x_new
```

```
}
```

```
# Resultado final
```

```
cat("📊 RESULTADOS DEL MÉTODO DEL GRADIENTE\n")
```

```
cat("-----\n")
```

```
cat("💡 Iteraciones realizadas:", iter, "\n")
```

```
cat("💡 Mínimo aproximado en x =", round(x_new, 6), "\n")
```

```
cat(" ♦ Valor mínimo f(x) =", round(f(x_new), 6), "\n\n")
```

```
cat(" ♦ Tabla de iteraciones:\n")
```

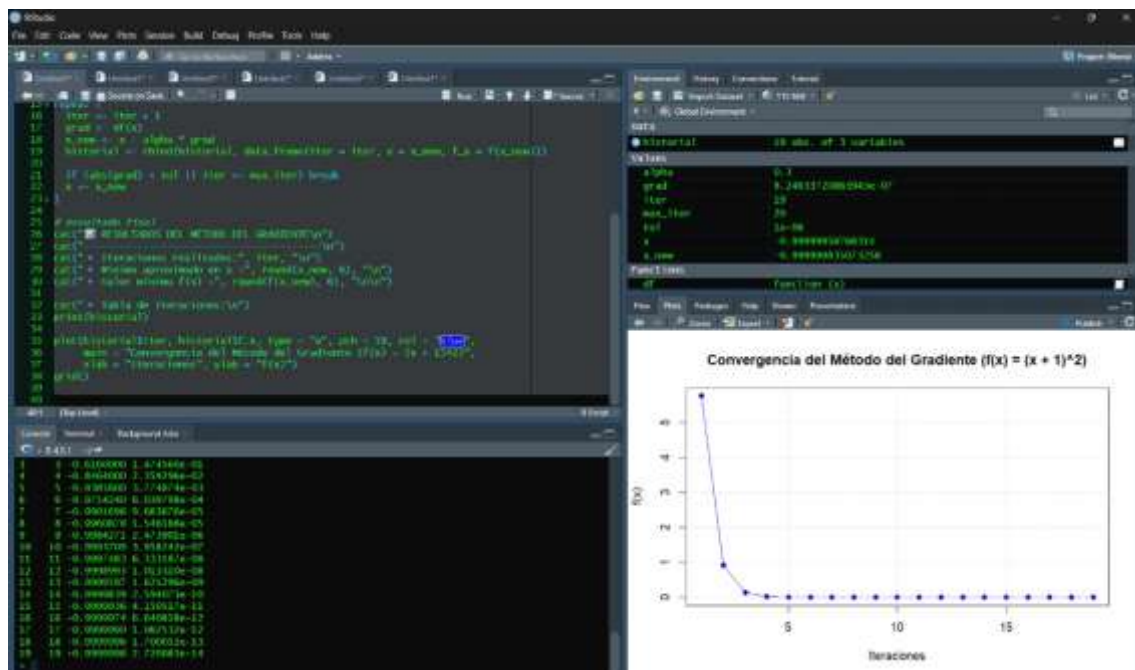
```
print(historial)
```

```
plot(historial$iter, historial$f_x, type = "o", pch = 19, col = "blue",
```

```
main = "Convergencia del Método del Gradiente (f(x) = (x + 1)^2)",
```

```
xlab = "Iteraciones", ylab = "f(x)")
```

```
grid()
```



## Trabajo 2 :

Comparación entre métodos de OLS y GD en "R", de tal manera que muestre el tiempo de procesamiento con la librería "profvis".

```
# Instalación de profvis si no lo tienes
```

```
# install.packages("profvis")
```

```
library(profvis)
```

```
# Datos simulados
```

```
set.seed(123)
```

```
n <- 10000
x <- runif(n, 0, 10)
y <- 3*x + 5 + rnorm(n, 0, 2)
```

```
# Función OLS
```

```
ols_fun <- function(x, y) {
  modelo <- lm(y ~ x)
  return(modelo)
}
```

```
# Función Gradient Descent
```

```
gd_fun <- function(x, y, alpha = 0.00001, iter_max = 5000) {
  m <- 0
  b <- 0
  n <- length(y)

  for (i in 1:iter_max) {
    y_pred <- m*x + b
    dm <- (-2/n) * sum(x * (y - y_pred))
    db <- (-2/n) * sum(y - y_pred)
    m <- m - alpha * dm
    b <- b - alpha * db
  }

  return(list(m = m, b = b))
}
```

```
# Medimos el tiempo de procesamiento
```

```
cat("==== MÉTODO OLS ====\\n")
```

```
tiempo_ols <- system.time({
```

```
  modelo_ols <- ols_fun(x, y)
```

```
})
```

```
print(tiempo_ols)
```

```
cat("\\n==== MÉTODO GRADIENTE DESCENDENTE ====\\n")
```

```
tiempo_gd <- system.time({
```

```
  modelo_gd <- gd_fun(x, y)
```

```
})
```

```
print(tiempo_gd)
```

```
cat("\\n RESULTADOS COMPARATIVOS:\\n")
```

```
cat("Tiempo OLS: ", round(tiempo_ols["elapsed"], 5), "segundos\\n")
```

```
cat("Tiempo GD : ", round(tiempo_gd["elapsed"], 5), "segundos\\n")
```

```
cat("\\nCoeficientes:\\n")
```

```
cat("OLS -> pendiente:", coef(modelo_ols)[2], " intercepto:", coef(modelo_ols)[1], "\\n")
```

```
cat("GD -> pendiente:", modelo_gd$m, " intercepto:", modelo_gd$b, "\\n")
```

```
profvis({
```

```
  ols_fun(x, y)
```

```
  gd_fun(x, y)
```

```
})
```

## La Pseudoinversa de Moore-Penrose y el Descenso por Gradiente en la Regresión Lineal

La pseudoinversa de Moore-Penrose es preferible para problemas pequeños o medianos, incluso con datos mal condicionados: ofrece soluciones exactas, rápidas y estables. El descenso por gradiente es más adecuado para datasets masivos pero requiere normalización, ajuste de hiperparámetros y regularización para evitar inestabilidad.

El estudio recomienda considerar métodos híbridos (usar la pseudoinversa como punto inicial para GD) y explorar técnicas regularizadas (Ridge, LASSO) o variantes avanzadas de GD.

Donde se realizaron experimentos con datos sintéticos (controlar el tamaño, la dimensionalidad y el grado de condicionamiento) y con datasets reales (California Housing y Diabetes).

- \* Pseudoinversa: calculada con SVD mediante `numpy.linalg.pinv`.
- \* Descenso por gradiente: versión batch con tasa de aprendizaje fija ( $\alpha = 0.01$ ), hasta convergencia o 10.000 iteraciones.

Se evaluaron tres métricas principales: tiempo de ejecución, error cuadrático medio (MSE) y número de iteraciones.

En conclusión:

La pseudoinversa destaca por su exactitud y rapidez en tamaños moderados, mientras que el descenso por gradiente ofrece escalabilidad en grandes volúmenes de datos.

Reportaje de Comparación:

## Minimos Cuadrados (OLS) VS. Gradiente (GD)

- **Descripción General**
  - OLS (Ordinary Least Squares)**  
Es un metodo analitico que encuentra directamente los coeficiente que minimiza la suma de los errores al cuadrado entre los valores Observados y los predichos.
  - GD (Gradient Descent)**  
Es un metodo iterativo que ajusta los coeficientes paso a paso en direccion del gradiente negativo por error. No busca una solucion cerrada, si no que se aproxima mediante repeticiones controladas.

## II Comparaciones entre OLS y GD

OLS	GD
<ul style="list-style-type: none"><li>• <b>Velocidad y rendimiento</b> Rapido para conjuntos pequenos y medianos de datos, ya que obtiene la solucion en un solo calculo. Sin embargo puede ser muy costoso en tiempo y memoria.</li></ul>	<ul style="list-style-type: none"><li>• <b>Velocidad y rendimiento</b> Mas lento en problemas pequenos pero eficiente en grandes volúmenes de datos. Su tiempo depende del numero de iteraciones.</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>• <b>Precision y estabilidad</b> Ofrece una solucion exacta. Muy estable en datos bien condicionados.</li></ul>	<ul style="list-style-type: none"><li>• <b>Precision y estabilidad</b> Puede ser muy inestable si <math>x</math> es mal elegido. Su resultado es aproximado pero es suficientemente bueno.</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>• <b>Interpretación práctica</b> Tarda unos milisegundos en obtenerse.</li></ul>	<ul style="list-style-type: none"><li>• <b>Interpretación práctica</b> Tarda segun dependiendo del numero.</li></ul>

## III Conclusión

OLS es mas rapido y preciso para problemas simples y moderados. GD es mas lento y depende de parametros. es flexible y escalable para grandes conjuntos de datos.