**Programación Numérica – FINESI**

Universidad Nacional del Altiplano
Facultad de Ingeniería Estadística e Informática

**Docente:** Fred Torres Cruz
**Alumno:** Leydy Griselda Aguilar Ccopa

**Trabajo Encargado**

# Ejercicio Propuesto

Sea la matriz:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$$

Hallar:

- El polinomio característico
- Los autovalores
- Los autovectores
- La comprobación

# 1) Polinomio característico

Calculamos:

$$A - \lambda I = \begin{pmatrix} 2-\lambda & 1 \\ 1 & 2-\lambda \end{pmatrix}$$

El determinante es:

$$\det(A - \lambda I) = (2-\lambda)(2-\lambda) - 1$$

$$= (2-\lambda)^2 - 1$$

Desarrollando:

$$\lambda^2 - 4\lambda + 3$$

# 2) Autovalores

Resolvemos la ecuación característica:

$$\lambda^2 - 4\lambda + 3 = 0$$

Factorizando:

$$(\lambda - 3)(\lambda - 1) = 0$$

Por lo tanto:

$$\lambda_1 = 3, \quad \lambda_2 = 1$$

# 3) Autovectores

## Autovector para $\lambda_1 = 3$

$$A - 3I = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$$

El sistema asociado es:

$$-v_1 + v_2 = 0$$

De donde:

$$v_1 = v_2$$

Un autovector es:

$$v^{(1)} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

## Autovector para $\lambda_2 = 1$

$$A - I = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$$

El sistema asociado es:

$$v_1 + v_2 = 0$$

De donde:

$$v_2 = -v_1$$

Un autovector es:

$$v^{(2)} = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}$$

## 4) Comprobación

Verificamos que $Av = \lambda v$:

$$A \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 3 \end{pmatrix} = 3 \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$A \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} = 1 \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}$$

Ambas igualdades se cumplen.

## Resultado Final

- Autovalores: $\lambda_1 = 3$, $\lambda_2 = 1$
- Autovectores:

$$v^{(1)} = (1, 1)^T, \quad v^{(2)} = (1, -1)^T$$