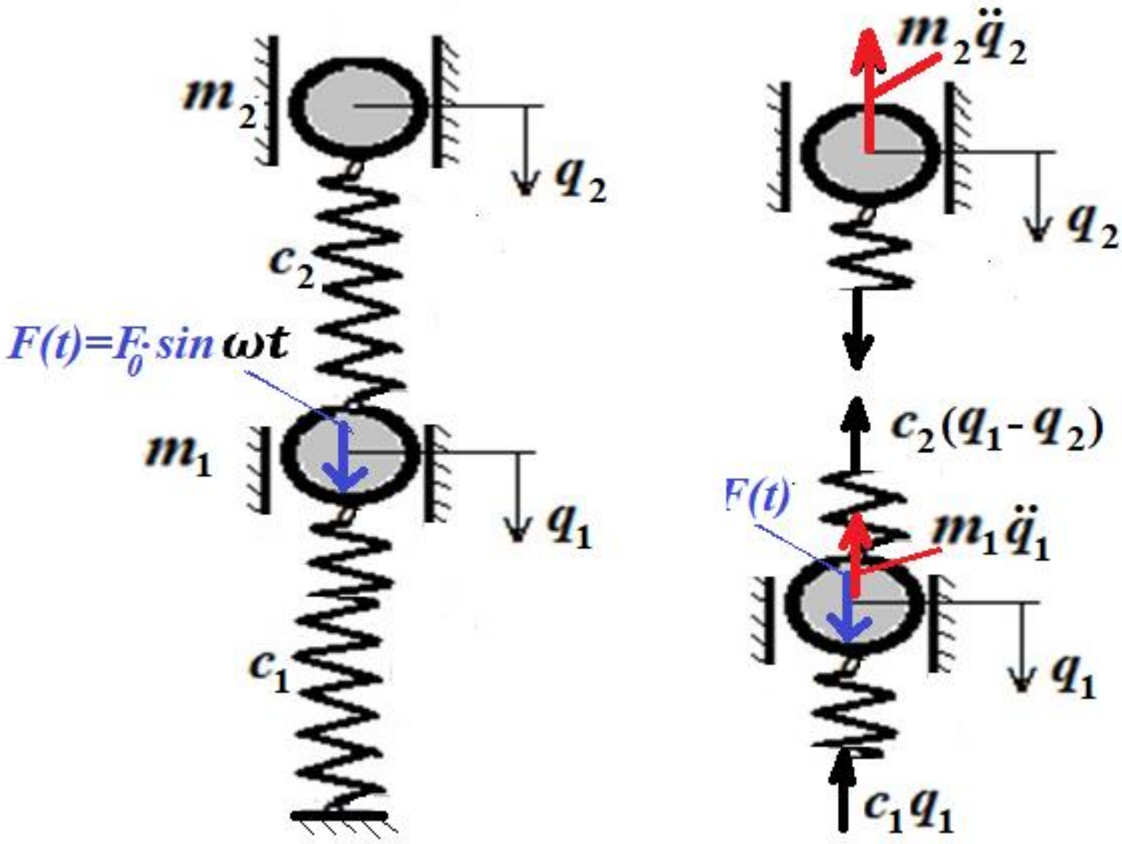
Лекция 3 (сем. 2)

СИСТЕМА С ДВУМЯ СТЕПЕНЯМИ СВОБОДЫ. ДИНАМИЧЕСКИЙ ВИБРОГАСИТЕЛЬ



$$m_1\ddot{q}_1 + c_1 q_1 + c_2(q_1 - q_2) = F(t);$$

$$m_2\ddot{q}_2 - c_2(q_1 - q_2) = 0.$$

Или в векторно-матричном виде:

$$\mathbf{M}\ddot{\vec{\mathbf{q}}} + \mathbf{C}\vec{\mathbf{q}} = \vec{\boldsymbol{F}}(\boldsymbol{t})$$

$$\vec{\mathbf{q}} = \begin{pmatrix} q_1 \\ q_2 \end{pmatrix};\ \ddot{\vec{q}} = \begin{pmatrix} \ddot{q}_1 \\ \ddot{q}_2 \end{pmatrix};\ \vec{F}(t) = \begin{pmatrix} F_0 \\ 0 \end{pmatrix} sin\omega t = \vec{F}_0 sin\omega t;$$

$$M = \begin{pmatrix} m_1 & 0 \\ 0 & m_2 \end{pmatrix};\ \ C = \begin{pmatrix} (c_1 + c_2) & -c_2 \\ -c_2 & c_2 \end{pmatrix};$$

$\boldsymbol{M} -$ матрица масс (коэффициентов инерции); $\boldsymbol{C} -$ матрица жесткостей (коэффициентов жесткости).

Установившиеся колебания ищем в виде:

$$\vec{q}(t) = \vec{\nu} \cdot \sin(\omega t) = \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \end{pmatrix} \sin(\omega t),$$

где $\vec{\nu}$ – вектор амплитуд, подлежащий определению.

Подставив (5.3) в (5.2), приходим к уравнению для определения вектора $\vec{\nu}$**:**

$$[\mathbf{C} - \omega^2 \mathbf{M}]\, \overrightarrow{\cdot\, \nu} = \vec{F}(t).$$

Откуда

$$\vec{v} = \left[C - \omega^2 M\right]^{-1} \cdot F(t).$$

Или методом Крамера:

$$\Delta = \left|\boldsymbol{C} - \omega^2\boldsymbol{M}\right| = \begin{vmatrix} (c_1 + c_2) - \omega^2 m_1 & -c_2 \\ -c_2 & c_2 - \omega^2 m_2 \end{vmatrix} =$$

$$= \left[(c_1 + c_2) - \omega^2 m_1\right] \cdot (c_2 - \omega^2 m_2) - C_2^2.$$

$$\Delta_1 = \begin{vmatrix} F_0 & -C_2 \\ 0 & C_2 - \omega^2 m_2 \end{vmatrix} = F_0 \cdot (C_2 - \omega^2 m_2);$$

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} (C_1 + C_2) - \omega^2 m_1 & F_0 \\ -C_2 & 0 \end{vmatrix} = C_2 F_0;$$

$$v_1 = \frac{\Delta_1}{\Delta} = \frac{F_0 \cdot (C_2 - \omega^2 m_2)}{\Delta}.$$

$$v_2 = \frac{\Delta_2}{\Delta} = \frac{C_2 F_0}{\Delta}.$$

Из условия

$$\Delta = det[\mathbf{C} - \omega_0^2 \mathbf{M}] = 0,$$

$$\Delta = \left[(c_1 + c_2) - \omega_0^2 m_1\right] \cdot (c_2 - \omega_0^2 m_2) - C_2^2 = 0.$$

Найдём две собственные частоты ω_1 и ω_2.

Условие

$$C_2 - \omega_*^2 m_2 = 0$$

Определяет частоту антирезонанса!

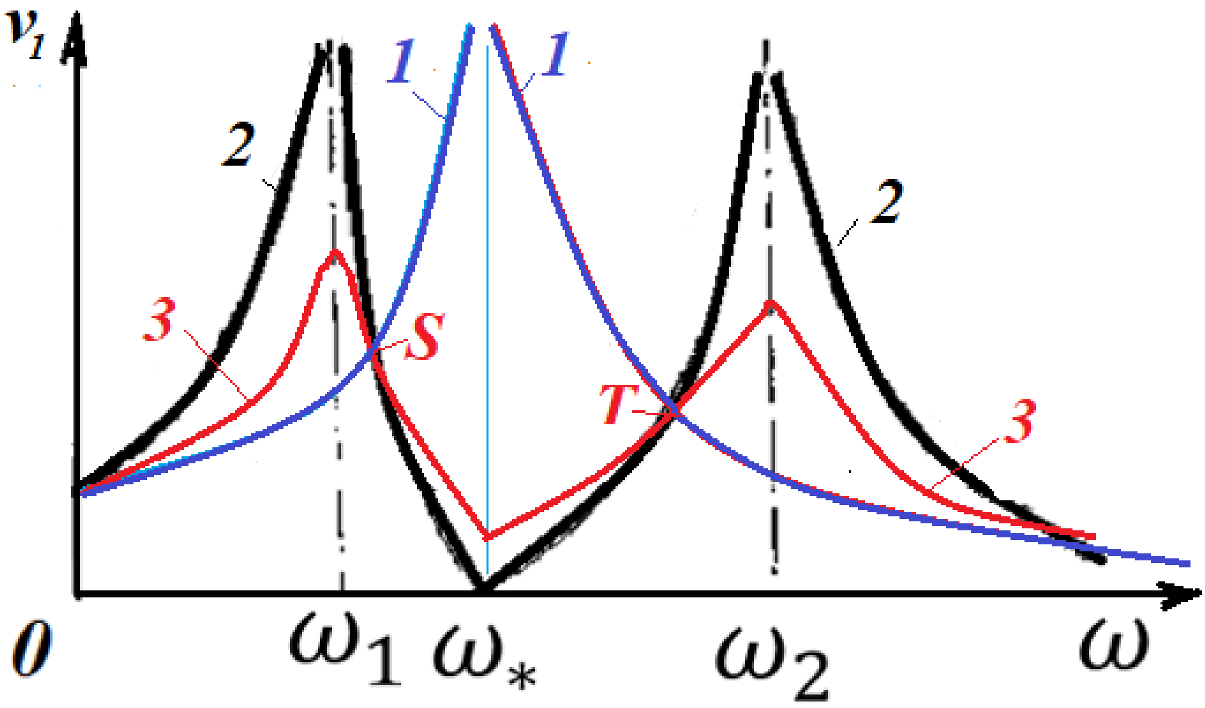


Рис. 5.4

Тимошенко С.П. Колебания в инженерном деле. М.: Наука, 1967 г.