

作业一 连续信号的频域分析

一、作业背景

在作业零中，我们已经掌握了 MATLAB 的基础知识，使用它实现了几个简单的功能。这次我们就可以增加一点难度，正式用它完成一些具有挑战性的内容了。在学习了连续信号的频域分析之后，我们可能会对各种公式与性质感到迷惑，不知道这许多的理论有什么用处。本次作业中，我们通过分析一些联系实际例子，感受信号频域分析的广泛应用。最后我们一定能感受到，功能强大的 MATLAB 是我们理解抽象理论的重要帮手。

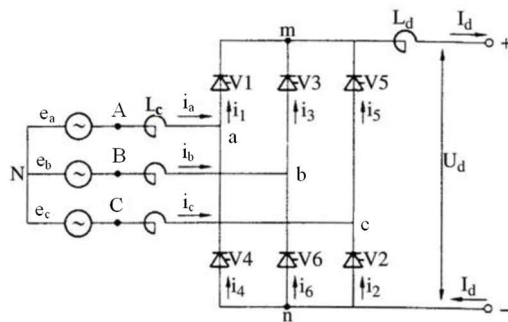
二、作业目的

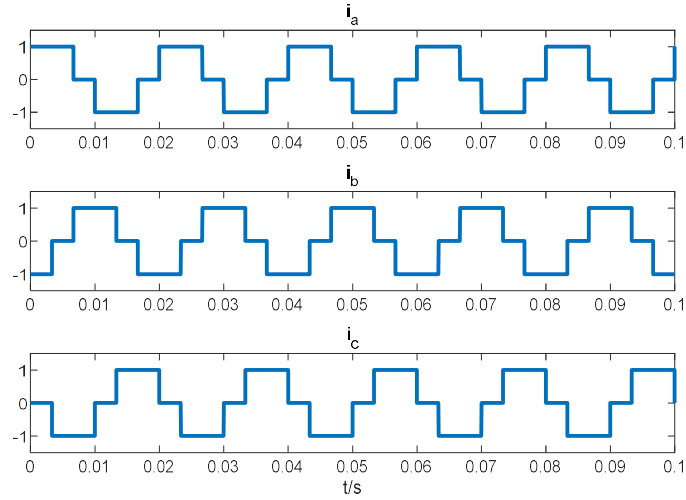
1. 学习灵活运用连续信号傅里叶级数及傅里叶变换相关知识解决实际问题；
2. 巩固 MATLAB 编程技巧，学习使用符号工具箱；
3. 学习绘制连续信号的频谱图。

三、作业任务

1. 换流器电流信号的分析

在电力电子电路的分析中，经常需要分析非正弦的三相周期信号。例如在理想的三相基于相控技术的晶闸管换流器（如下图所示）中，当 $L_c = 0$ 且认为 I_d 恒定的理想情况下，三相电流 i_a 、 i_b 和 i_c 为周期的非正弦方波。





假设 $I_d = 1\text{A}$ ，则三相电流的波形如上图所示(基频为 50Hz)，在一个周期内，

A 相电流的表达式为：

$$i_a(t) = \begin{cases} 1 & 0 \leq t < \frac{T}{3} \\ 0 & \frac{T}{3} \leq t < \frac{T}{2} \\ -1 & \frac{T}{2} \leq t < \frac{5T}{6} \\ 0 & \frac{5T}{6} \leq t < T \end{cases}$$

其中 $T = 0.02\text{s}$ ， $i_b(t) = i_a\left(t - \frac{T}{3}\right)$ ， $i_c(t) = i_a\left(t - \frac{2T}{3}\right)$ 。

对上述电流波形进行傅里叶级数分析。

- 绘制 i_a 直流分量至 15 次谐波的幅值谱和相位谱（建议使用 MATLAB 中的 `stem` 函数）。 i_a 哪些谐波为 0？为什么？尝试根据傅里叶级数的性质及 i_a 的波形特征解释。
- 将 i_a 、 i_b 、 i_c 的基波分量绘制于一张图中，将 i_a 、 i_b 、 i_c 的 5 次谐波分量绘制于另一张图中，使用 MATLAB 中“`legend`”函数标出各相谐波。对比两张图，比较 A、B、C 三相基波和 5 次谐波电流的相位关系有什么区别？试用相关知识解释之。

2. 频分多路复用技术的模拟

频分多路复用技术是并行通信中的经典方法，可一次性传输多路不同的有限频率信号。其原理为：在发送端对各路信号使用正弦波调制，将带限信号乘以高频正弦信号（调频）后相加，可使各路信号分别处于不同的频段。在接收端分离出各路信号，并进行解调制，以恢复出原信号。

编写程序模拟频分多路复用技术的实现过程。现有三个信号：

$$A: y_A(t) = \text{Sa}(1000\pi t)$$

$$B: y_B(t) = \sin(600\pi t) + \cos(1200\pi t) + 0.5 \times \cos\left(1800\pi t + \frac{2}{3}\pi\right)$$

$$C: y_C(t) = \frac{1200\pi t \sin(300\pi t) - 2 \cos(300\pi t) + 2}{(300\pi t)^2}$$

- a) 已知 $y_C(t)$ 的傅里叶变换为形如 $Y(j\omega) = \begin{cases} b+k|\omega| & |\omega| \leq \omega_0 \\ 0 & |\omega| > \omega_0 \end{cases}$ ，利用傅里叶变换

性质，求解 k, b, ω_0 。

- b) 现假设通信系统仅允许 900~1100kHz 的信号通过，假设你有理想的带通滤波器和乘法器，设计频分复用通信系统，模拟三路信号的调制、叠加、分离、解调制过程。自行设计载波频率和带通滤波器的截止频率，画出各个步骤信号的时域和频域波形。（注：画图时， $\delta(t)$ 函数可用一条竖直线表示）

四、作业参考资料

1. 进行复杂的解析计算时可以使用 MATLAB 的符号工具箱(Symbolic Math Toolbox)，其步骤为：

- 1) 定义符号变量；
- 2) 调用函数对符号变量进行运算；
- 3) 将符号变量转化为双精度型变量。

简而言之，各种含有字母的变量和分数都可表示成符号变量。例如，可通过符号工具箱计算 $\int_{-\pi}^{\pi} x^2 dx$ 的值，其 MATLAB 代码及其运行结果如下所示：

```
syms x %定义一个符号变量 x
y=int(x^2,-sym(pi),sym(pi))
%计算 x^2 在[-pi,pi]的定积分，此时 y 也是符号变量
y_double=eval(y) %将符号变量转换为 double 型变量
```

```

>> syms x %定义一个符号变量x
>> y=int(x^2,-sym(pi),sym(pi))

y =

(2*pi^3)/3

>> y_double=eval(y) %将符号变量转换为double型变量

y_double =

20.6709

```

MATLAB 中，输入 `pi` 可返回双精度类型的 π 的值；在符号工具箱中，可使用 `sym(pi)` 得到 π 的符号变量。本作业可能用到 `syms`、`piecewise`、`subs`、`int` 等函数，其简要说明如下表，更多信息请自行参考 MATLAB 中的帮助文档。

函数名	简要说明
<code>syms</code>	定义新的符号变量，后可加符号变量的条件，如定义 <code>w</code> 是正数可用如下语句： <code>syms w real positive</code>
<code>piecewise</code>	定义符号分段函数
<code>int</code>	求解函数的定积分
<code>subs</code>	将符号变量中的部分量代入新值（可批量代换） 例如以下第 4 句的作用为：批量求解 $x=-5, -4.9, -4.8, \dots, 5$ 时， $y(x)$ 的取值，将该组值赋给 <code>ys</code> 。 <code>syms x</code> <code>y=cos(x);</code> <code>xs=[-5:0.1:5];</code> <code>ys=subs(y,x,xs);</code> <code>plot(xs,eval(ys))</code>
<code>fourier</code>	求函数的傅里叶变换
<code>ifourier</code>	求函数的傅里叶逆变换
<code>simplify</code>	化简符号变量
<code>ezplot</code>	绘制符号变量的图形

2. 三相晶闸管换流器的具体工作原理和本作业无关，同学们只需要根据指

导书中给出的波形进行分析即可。如果有感兴趣的同学，可参考电力电子相关教材，例如陈坚著《电力电子学 电力电子变换和控制技术》2002 版的 5.6~5.7 节。同学们可在清华图书馆的网站查阅该书的电子版。

3. 关于调制、解调、频分多路复用等内容，可参考奥本海姆著《信号与系统》419 至 430 页，链接为：

<http://reserves.lib.tsinghua.edu.cn/Search/BookDetail?bookId=cb2d69cf-c580-48d0-845d-b4f3b0a8e6c1>

4. 用于画图的函数：

stem	绘制离散的时间序列，使用方法与‘plot’相似
legend	用于标记图例

五、作业要求

1. 完成作业任务要求内容，形成作业报告；
2. 思考并分析傅里叶变换和电路稳态分析中相量法的关系；
3. 在报告中注明完成此次作业所耗的时间，包括**编程时间**和**撰写报告时间**。（**时间统计不会对课程成绩造成任何影响**，只是方便老师和助教们更全面地把握每次作业的任务量，便于后续的教学调整）；
4. 如有感想，可以写一小段总结，或者反馈（选做，不会对课程成绩造成任何影响。**如无必要，建议不写**。你们的反馈可能会影响后续的安排。**限 300 字。**）