

形式语言与自动机作业参考答案（仅供参考）

➤ 第二章

4. 找出右线性文法，能构成长度为 1 至 3 个字符且以字母为首的字符串。

答： $G = \{N, T, P, S\}$

其中 $N = \{S, A, B, C, D\}$ $T = \{x, y\}$ 其中 $x \in \{\text{所有字母}\}$ $y \in \{\text{所有的字符}\}$ P 如下：

$S \rightarrow x \quad S \rightarrow xA \quad A \rightarrow y \quad A \rightarrow yB \quad B \rightarrow y$

5. 找出右线性文法，能够成具有奇数个 a 和奇数个 b 的所有由 a 和 b 组成的字符串。

答： $G = \{N, T, P, S\}$ ，其中 $N = \{S, A, B, C\}$ ， $T = \{a, b\}$

S：偶 a 偶 b；A：奇 a 偶 b；B：奇 a 奇 b；C：偶 a 奇 b P 如下：

$S \rightarrow aA|bC$

$A \rightarrow bB|b|aS$

$B \rightarrow aC|bA$

$C \rightarrow aB|a|Bs$

6. 构造上下文无关文法能够产生所有含有相同个数 0 和 1 的字符串

答： $G = \{N, T, P, S\}$ ，其中 $N = \{S\}$ ， $T = \{0, 1\}$ P 如下：

$S \rightarrow 01|10$

$S \rightarrow S01|0S1|01S$

$S \rightarrow S10|1S0|10S$

7. 找出由下列各组生成式产生的语言（起始符为 S）

(1) $S \rightarrow SaS \quad S \rightarrow b$

(2) $S \rightarrow aSb \quad S \rightarrow c$

(3) $S \rightarrow a \quad S \rightarrow aE \quad E \rightarrow aS$

答：(1) $b(ab)^n / n \geq 0$ 或者 $L = \{(ba)^n b / n \geq 0\}$

(2) $L = \{a^n cb^n / n \geq 0\}$

(3) $L = \{a^{2n+1} / n \geq 0\}$

➤ 第三章

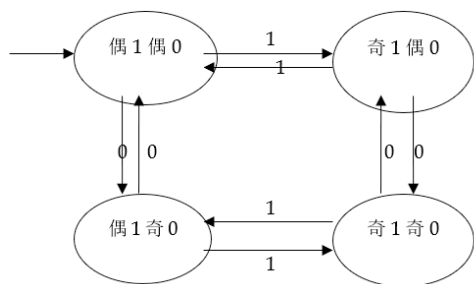
1. 下列集合是否为正则集，若是正则集写出其正则式。

(1) 含有奇数个 0 和偶数个 1 的 $\{0, 1\}^*$ 上的字符串集合

(2) 含有相同个数 a 和 b 的字符串集合

(3) 不含连续的 0，也没有连续的 1 的 $\{0, 1\}^*$ 上的字符串集合

答：(1) 是正则集，自动机如下



(2) 不是正则集, 用泵浦引理可以证明, 具体见 17 题 (2)。

(3) 正则式为: $(01)^* + 1(01)^* + 1(01)^*0 + (01)^*0$

4. 对下列文法的生成式, 找出其正则式

$G = (\{S, A, B, C\}, \{a, b, c, d\}, P, S)$, 生成式 P 如下:

$S \rightarrow baA \quad S \rightarrow B$

$A \rightarrow aS \quad A \rightarrow bB$

$B \rightarrow b \quad B \rightarrow bC$

$C \rightarrow cB \quad C \rightarrow d$

$G = (\{S, A, B, C, D\}, \{a, b, c, d\}, P, S)$, 生成式 P 如下:

$S \rightarrow aA \quad S \rightarrow B$

$A \rightarrow cC \quad A \rightarrow bB$

$B \rightarrow bB \quad B \rightarrow a$

$C \rightarrow D \quad C \rightarrow abB \quad D \rightarrow d$

答: (1) 由生成式得:

$$S = baA + B \quad ①$$

$$A = aS + bB \quad ②$$

$$B = b + bC \quad ③$$

$$C = cB + d \quad ④$$

③④式化简消去 C , 得到 $B = b + b(cB + d)$

$$\text{即 } B = bcB + bd + b \Rightarrow B = (bc)^*(bd + b) \quad ⑤$$

将②⑤代入①

$$S = baas + bab(bc)^*(bd + b) + (bc)^*(bd + b)$$

$$\Rightarrow S = (baa)^*(bab + \varepsilon)(bc)^*(b + bd)$$

注意: 答案不唯一。

(2) 由生成式得:

$$S = aA + B \quad ①$$

$$A = cC + bB \quad ②$$

$$B = bB + a \quad ③$$

$$C = D + abB \quad ④$$

$$D = d \quad ⑤$$

由③得 $B = b^*a \quad ⑥$

$$\text{将⑤⑥代入④ } C = d + abb^*a = d + ab^+a \quad ⑦$$

$$\text{将⑥⑦代入② } A = c(d + b^+a) + b^+a \quad ⑧$$

$$\begin{aligned} \text{将⑥⑧代入① } S &= a(c(d + b^+a) + b^+a) + b^*a \\ &= acd + acab^+a + ab^+a + b^*a \end{aligned}$$

注意: 答案不唯一。

5. 为下列正则集，构造右线性文法：

(1) $\{a, b\}^*$

(2) 以 abb 结尾的由 a 和 b 组成的所有字符串的集合

(3) 以 b 为首后跟若干个 a 的字符串的集合

含有两个相继 a 和两个相继 b 的由 a 和 b 组成的所有字符串集合

答：(1) 右线性文法 $G = (\{S\}, \{a, b\}, P, S)$

$P: S \rightarrow aS \quad S \rightarrow bS \quad S \rightarrow \varepsilon$

(2) 右线性文法 $G = (\{S\}, \{a, b\}, P, S)$

$P: S \rightarrow aS \quad S \rightarrow bS \quad S \rightarrow abb$

(3) 此正则集为 $\{ba^*\}$

右线性文法 $G = (\{S, A\}, \{a, b\}, P, S)$

$P: S \rightarrow bA \quad A \rightarrow aA \quad A \rightarrow \varepsilon$

(4) 此正则集为 $\{a, b\}^* \{aa, bb\} \{a, b\}^*$

右线性文法 $G = (\{S, A\}, \{a, b\}, P, S)$

$P: S \rightarrow aS | bS | aaA | bbA$

$A \rightarrow aA | bA | \varepsilon$

7. 设正则集为 $a(ba)^*$

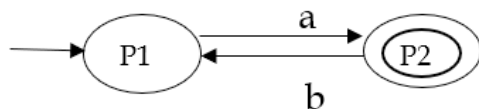
(1) 构造右线性文法

(2) 找出 (1) 中文法的有限自动机

答：(1) 右线性文法 $G = (\{S, A\}, \{a, b\}, P, S)$

$P: S \rightarrow aA \quad A \rightarrow bS \quad A \rightarrow \varepsilon$

(2) 自动机如下：



9. 对应图 (a) (b) 的状态转换图写出正则式。(图略)

注意:答案不唯一。

(a) 由图可知 $q_0 = aq_0 + bq_1 + a + \varepsilon$

$q_1 = aq_2 + bq_1$

$q_2 = aq_0 + bq_1 + a$

$q_1 = abq_1 + bq_1 + aaq_0 + aa$

$= (b+ab) q_1 + aaq_0 + aa$

$= (b+ab)^* (aaq_0 + aa)$

$q_0 = aq_0 + b(b+ab)^* (aaq_0 + aa) + a + \varepsilon$

$= (a+b(b+ab)^*aa) q_0 + b(b+ab)^*aa + a + \varepsilon$

$= (a+b(b+ab)^*aa)^* (b(b+ab)^*aa + a + \varepsilon)$

$= (a+b(b+ab)^*aa)^*$

(b) $q_0 = aq_1 + bq_2 + a + b$

$q_1 = aq_0 + bq_2 + b$

$q_2 = aq_1 + bq_0 + a$

$$\begin{aligned}
 q_1 &= aq_0 + baq_1 + bbq_0 + ba + b \\
 &= (ba)^*(aq_0 + bbq_0 + ba + b) \\
 q_2 &= aaq_0 + abq_2 + bq_0 + ab + a \\
 &= (ab)^*(aaq_0 + bq_0 + ab + a) \\
 q_0 &= a(ba)^*(a + bb)q_0 + a(ba)^*(ba + b) + b(ab)^*(aa + b)q_0 + b(ab)^*(ab + a) + a + b \\
 &= [a(ba)^*(a + bb) + b(ab)^*(aa + b)]^*(a(ba)^*(ba + b) + b(ab)^*(ab + a) + a + b)
 \end{aligned}$$

10. 设字母表 $T = \{a, b\}$, 找出接受下列语言的 DFA:

- (1) 含有 3 个连续 b 的所有字符串集合
- (2) 以 aa 为首的所有字符串集合
- (3) 以 aa 结尾的所有字符串集合
- (4) $L = \{a^n b^m a^k \mid n, m, k \geq 0\}$

答: (1) $M = (\{q_0, q_1, q_2, q_3\}, \{a, b\}, \delta, q_0, \{q_3\})$, 其中 δ 如下:

	a	b
q_0	q_0	q_1
q_1	q_0	q_2
q_2	q_0	q_3
q_3	q_3	q_3

(2) $M = (\{q_0, q_1, q_2\}, \{a, b\}, \delta, q_0, \{q_2\})$, 其中 δ 如下:

	a	b
q_0	q_1	Φ
q_1	q_2	Φ
q_2	q_2	q_2

(3) $M = (\{q_0, q_1, q_2\}, \{a, b\}, \delta, q_0, \{q_2\})$, 其中 δ 如下:

	a	b
q_0	q_1	q_0
q_1	q_2	q_0
q_2	q_2	q_0

(4) $M = (\{q_0, q_1, q_2\}, \{a, b\}, \delta, q_0, \{q_0, q_1, q_2\})$, 其中 δ 如下:

	a	b
q_0	q_0	q_1
q_1	q_2	q_1
q_2	q_2	Φ

14 构造 DFA M_1 等价于 NFA M , NFA M 如下:

(1) $M = (\{q_0, q_1, q_2, q_3\}, \{a, b\}, \sigma, q_0, \{q_3\})$, 其中 σ 如下:

$$\sigma(q_0, a) = \{q_0, q_1\} \quad \sigma(q_0, b) = \{q_0\}$$

$$\sigma(q_1, a) = \{q_2\} \quad \sigma(q_1, b) = \{q_2\}$$

$$\sigma(q_2, a) = \{q_3\} \quad \sigma(q_2, b) = \Phi$$

$$\sigma(q_3, a) = \{q_3\} \quad \sigma(q_3, b) = \{q_3\}$$

(2) $M = (\{q_0, q_1, q_2, q_3\}, \{a, b\}, \sigma, q_0, \{q_1, q_2\})$, 其中 σ 如下:

$$\sigma(q_0, a) = \{q_1, q_2\} \quad \sigma(q_0, b) = \{q_1\}$$

$$\sigma(q_1, a) = \{q_2\} \quad \sigma(q_1, b) = \{q_1, q_2\}$$

$$\sigma(q_2, a) = \{q_3\} \quad \sigma(q_2, b) = \{q_0\}$$

$$\sigma(q_3, a) = \Phi \quad \sigma(q_3, b) = \{q_0\}$$

答: (1) DFA $M_1 = \{Q_1, \{a, b\}, \sigma_1, [q_0], \{[q_0, q_1, q_3], [q_0, q_2, q_3], [q_0, q_1, q_2, q_3]\}\}$

其中 $Q_1 = \{[q_0], [q_0, q_1], [q_0, q_1, q_2], [q_0, q_2], [q_0, q_1, q_2, q_3], [q_0, q_1, q_3], [q_0, q_2, q_3], [q_0, q_3]\}$

σ_1 满足

	a	b
$[q_0]$	$[q_0, q_1]$	$[q_0]$
$[q_0, q_1]$	$[q_0, q_1, q_2]$	$[q_0, q_2]$
$[q_0, q_1, q_2]$	$[q_0, q_1, q_2, q_3]$	$[q_0, q_2]$
$[q_0, q_2]$	$[q_0, q_1, q_3]$	$[q_0]$
$[q_0, q_1, q_2, q_3]$	$[q_0, q_1, q_2, q_3]$	$[q_0, q_2, q_3]$
$[q_0, q_1, q_3]$	$[q_0, q_1, q_2, q_3]$	$[q_0, q_2, q_3]$
$[q_0, q_2, q_3]$	$[q_0, q_1, q_3]$	$[q_0, q_3]$
$[q_0, q_3]$	$[q_0, q_1, q_3]$	$[q_0, q_3]$

(2) DFA $M_1 = \{Q_1, \{a, b\}, \sigma_1, [q_0], \{[q_1], [q_3], [q_1, q_3], [q_0, q_1, q_2], [q_1, q_2], [q_1, q_2, q_3], [q_2, q_3]\}\}$

其中 $Q_1 = \{[q_0], [q_1, q_3], [q_1], [q_2], [q_0, q_1, q_2], [q_1, q_2], [q_3], [q_1, q_2, q_3], [q_2, q_3]\}$

σ_1 满足

	a	b
$[q_0]$	$[q_1, q_3]$	$[q_1]$
$[q_1, q_3]$	$[q_2]$	$[q_0, q_1, q_2]$
$[q_1]$	$[q_2]$	$[q_1, q_2]$
$[q_2]$	$[q_3]$	$[q_0]$
$[q_0, q_1, q_2]$	$[q_1, q_2, q_3]$	$[q_0, q_1, q_2]$
$[q_1, q_2]$	$[q_2, q_3]$	$[q_0, q_1, q_2]$
$[q_3]$	Φ	$[q_0]$
$[q_1, q_2, q_3]$	$[q_2, q_3]$	$[q_0, q_1, q_2]$
$[q_2, q_3]$	$[q_3]$	$[q_0]$

15. 对下面矩阵表示的 ε -NFA

	ε	a	b	c
P(起始状态)	Φ	$\{p\}$	$\{q\}$	$\{r\}$
q	$\{p\}$	$\{q\}$	$\{r\}$	Φ

r(终止状态)	{q}	{r}	Φ	{p}
---------	-----	-----	--------	-----

(1) 给出该自动机接收的所有长度为 3 的串

(2) 将此 ϵ -NFA 转换为没有 ϵ 的 NFA

答: (1) 可被接受的串共 23 个, 分别为 aac, abc, acc, bac, bbc, bcc, cac, cbc, ccc, caa, cab, cba, cbb, cca, ccb, bba, aba, acb, bca, bcb, bab, bbb, abb

(2) ϵ -NFA: $M = (\{p, q, r\}, \{a, b, c\}, \delta, p, r)$ 其中 δ 如表格所示。

因为 ϵ -closure(p) = {p}

则设不含 ϵ 的 NFA $M_1 = (\{p, q, r\}, \{a, b, c\}, \delta_1, p, \{r\})$

$\delta_1(p, a) = \delta'(p, a) = \epsilon$ -closure($\delta(\delta'(p, \epsilon), a)$) = {p}

$\delta_1(p, b) = \delta'(p, b) = \epsilon$ -closure($\delta(\delta'(p, \epsilon), b)$) = {p, q}

$\delta_1(p, c) = \delta'(p, c) = \epsilon$ -closure($\delta(\delta'(p, \epsilon), c)$) = {p, q, r}

$\delta_1(q, a) = \delta'(q, a) = \epsilon$ -closure($\delta(\delta'(q, \epsilon), a)$) = {p, q}

$\delta_1(q, b) = \delta'(q, b) = \epsilon$ -closure($\delta(\delta'(q, \epsilon), b)$) = {p, q, r}

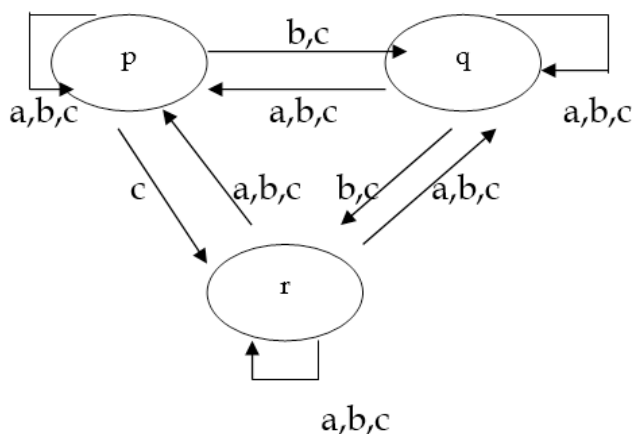
$\delta_1(q, c) = \delta'(q, c) = \epsilon$ -closure($\delta(\delta'(q, \epsilon), c)$) = {p, q, r}

$\delta_1(r, a) = \delta'(r, a) = \epsilon$ -closure($\delta(\delta'(r, \epsilon), a)$) = {p, q, r}

$\delta_1(r, b) = \delta'(r, b) = \epsilon$ -closure($\delta(\delta'(r, \epsilon), b)$) = {p, q, r}

$\delta_1(r, c) = \delta'(r, c) = \epsilon$ -closure($\delta(\delta'(r, \epsilon), c)$) = {p, q, r}

图示如下: (r 为终止状态)



17. 使用泵浦引理, 证明下列集合不是正则集:

(1) 由文法 G 的生成式 $S \rightarrow aSbS|c$ 产生的语言 $L(G)$

(2) $\{\omega \mid \omega \in \{a, b\}^* \text{ 且 } \omega \text{ 有相同个数的 } a \text{ 和 } b\}$

(3) $\{0^n 1^m 2^{n+m} \mid n, m \geq 1\}$

(4) $\{\omega \omega \mid \omega \in \{a, b\}^*\}$

(5) $\{0^n \mid n \text{ 为素数}\}$

证明: (1) 在 $L(G)$ 中, a 的个数与 b 的个数相等

假设 $L(G)$ 是正则集, 对于足够大的 k 取 $\omega = a^k (cb)^k c$

$\omega \in L$ 且 $|\omega| > k$, 令 $\omega = \omega_1 \omega_0 \omega_2$, 其中 $|\omega_0| > 0$ $|\omega_1 \omega_0| \leq k$

因为存在 ω_0 使 $\omega_1 \omega_0^i \omega_2 \in L$

所以对于任意满足条件的 ω_0 只能取 $\omega_0 = a^n$ $n \in (0, k]$

则 $\omega_1 \omega_0^i \omega_2 = a^{k-n} (a^n)^i (cb)^k c$ ，在 i 不等于 1 时不属于 L 与假设矛盾。则 $L(G)$ 不是正则集

(2) 假设该集合是正则集，对于足够大的 k 取 $\omega = a^k b^k$
 $\omega \in L$ 且 $|\omega| > k$ ，令 $\omega = \omega_1 \omega_0 \omega_2$ ，其中 $|\omega_0| > 0 \quad |\omega_1 \omega_0| \leq k$
 因为存在 ω_0 使 $\omega_1 \omega_0^i \omega_2 \in L$

所以对于任意满足条件的 ω_0 只能取 $\omega_0 = a^n \quad n \in (0, k]$

则 $\omega_1 \omega_0^i \omega_2 = a^{k-n} (a^n)^i b^k$ 在 i 不等于 1 时 a 与 b 的个数不同，不属于该集合与假设矛盾。则该集合不是正则集

(3) 假设该集合是正则集，对于足够大的 k 取 $\omega = 0^k 1^x 2^y$ 其中 $y = k + x$;

$\omega \in L$ 且 $|\omega| > k$ ，令 $\omega = \omega_1 \omega_0 \omega_2$ ，其中 $|\omega_0| > 0 \quad |\omega_1 \omega_0| \leq k$

因为存在 ω_0 使 $\omega_1 \omega_0^i \omega_2 \in L$

所以对于任意满足条件的 ω_0 只能取 $\omega_0 = 0^n \quad n \in (0, k]$,

则 $\omega_1 \omega_0^i \omega_2 = 0^{k-n} (0^n)^i 1^x 2^y$ 在 i 不等于 1 时， y 不等于 $k + x$ ，因此不属于该集合。与假设矛盾。则该集合不是正则集

(4) 假设该集合是正则集，对于足够大的 k 取 $\omega = a^k b a^k b$

$\omega \in L$ 且 $|\omega| > k$ ，令 $\omega = \omega_1 \omega_0 \omega_2$ 其中 $|\omega_0| > 0 \quad |\omega_1 \omega_0| \leq k$

因为存在 ω_0 使 $\omega_1 \omega_0^i \omega_2 \in L$

所以对于任意满足条件的 ω_0 只能取 $\omega_0 = a^n \quad n \in (0, k]$

则 $\omega_1 \omega_0^i \omega_2 = a^{k-n} (a^n)^i b a^k b$ 在 i 不等于 1 时不满足 $\omega \omega$ 的形式，不属于该集合与假设矛盾。则该集合不是正则集

(5) 假设该集合是正则集，对于足够大的 k 取 $\omega = 0^p$ 其中 p 为素数且 $p > k$ ， $\omega \in L$ 且 $|\omega| > k$ ，令 $\omega = \omega_1 \omega_0 \omega_2$ 其中 $|\omega_0| > 0 \quad |\omega_1 \omega_0| \leq k$

因为存在 ω_0 使 $\omega_1 \omega_0^i \omega_2 \in L$

所以对于任意满足条件的 ω_0 只能取 $\omega_0 = 0^n \quad n \in (0, k]$

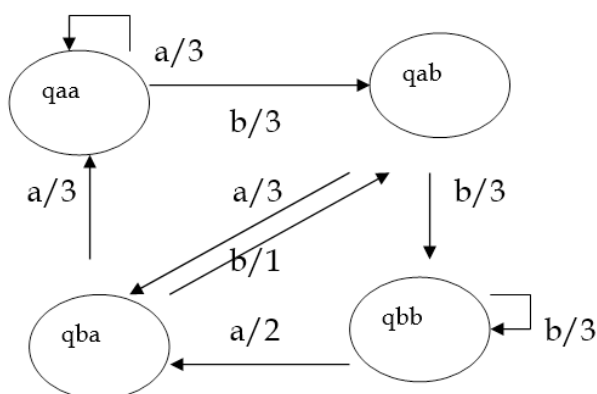
则 $\omega_1 \omega_0^i \omega_2 = 0^{p+(i-1)n}$ 当 $i = p + 1$ 时， $|\omega| = p + pn = p(1+n)$ 不为素数，不属于该集合与假设矛盾。则该集合不是正则集

18. 构造米兰机和摩尔机

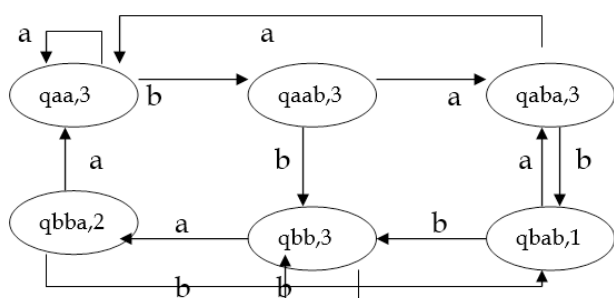
对于 $\{a,b\}^*$ 的字符串，如果输入以 bab 结尾，则输出 1；如果输入以 bba 结尾，则输出 2；否则输出 3。

答：米兰机：

说明状态 q_{aa} 表示到这个状态时，输入的字符串是以 aa 结尾。其他同理。



摩尔机，状态说明同米兰机。



19. 构造一个米兰机，输入字母表 $T=\{0,1\}$ ，要求输出字符串只是对输入字符串延迟两个时间单位。

解: $M=(Q, T, R, \delta, g, q_0)$, $T=\{0, 1\}$ $R=\{0, 1\}$

分析: 可能的状态---即一个输入在输出前可能处于的状态

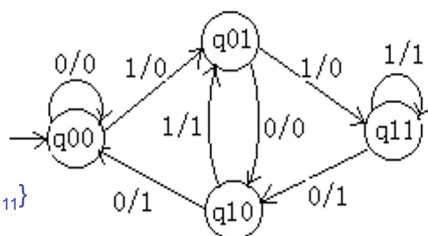
Q : 00 q_{00}

01 q_{01}

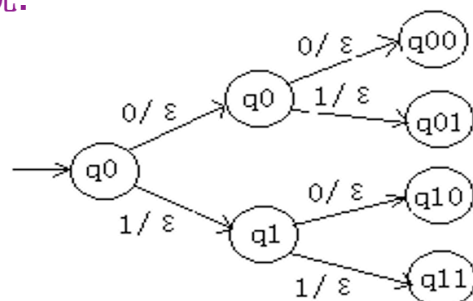
10 q_{10}

11 q_{11}

$Q=\{q_{00}, q_{01}, q_{10}, q_{11}\}$



初始情况:



刚开始工作时输入前两个字符，输出为 ϵ

20. 已知 DFA 的状态转移表如下，构造最小状态的等价 DFA。

	0	1
->A	B	A
B	D	C
C	D	B
*D	D	A
E	D	F
F	G	E
G	F	G
H	G	D

答：由表可得，E、F、G、H是不可达状态，可以删除，余下的状态构成状态集{A, B, C, D}，对该状态集划分为终止状态集 π^1 和非终止状态集 π^2 ，而 $\pi^1=\{D\}$ ， $\pi^2=\{A,B,C\}$ 。

对 π^1 ，很显然不可再细分；

对 $\pi^2=\{A,B,C\}$ 经标 0 的边，可达集是{B,D}，由于 B,D 分别属于 π^1 和 π^2 ，故将 π^2 细分为 $\pi^{21}=\{A\}$ ， $\pi^{22}=\{B,C\}$ 。

对 $\pi^{22}=\{B,C\}$ 经标 1 的边，可达集是{B,C}，由于 B,C 分别同属于 π^{22} ，故不可再细分。

这样可得最后的划分为： $\{\{A\},\{B,C\},\{D\}\}$ ，最后可得简化了的 DFA 为：

	0	1
->A	B	A
B	D	B
*D	D	A

➤ 第四章

1. 设文法 $G = (\{S, T, F\}, \{(), +, *, a\}, P, S)$ 。其中生成式如下：

$$S \rightarrow S + T$$

$$S \rightarrow T$$

$$T \rightarrow T * F$$

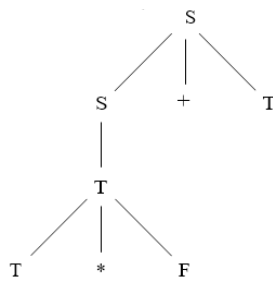
$$T \rightarrow F$$

$$F \rightarrow (S)$$

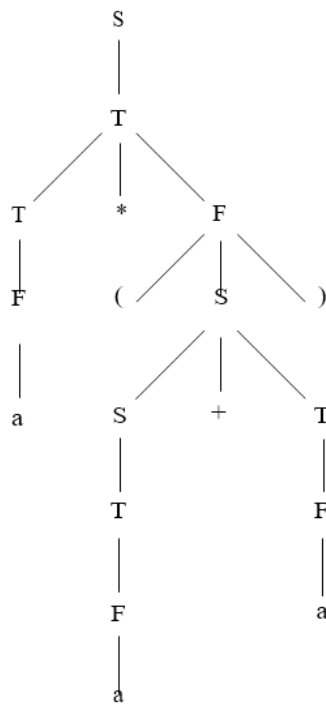
$$F \rightarrow a$$

给出下列句型的推导树

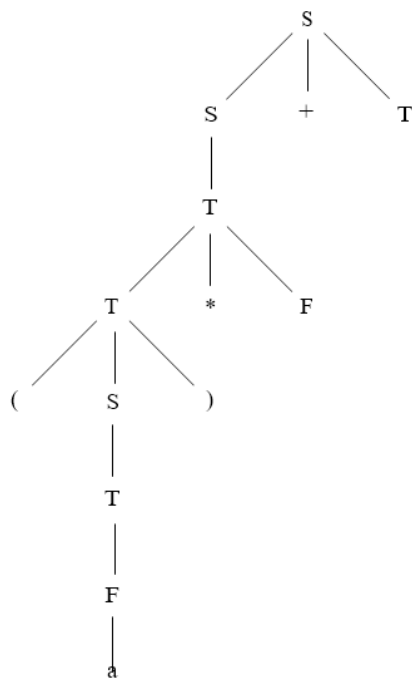
(1) $T * F + T$



(2) $a * (a + a);$



(3) $(a) * F + T;$



2. 设文法 $G = (\{E, T, F\}, \{(\,), *, /, -, b\}, P, E)$ 。中生成式如下：

$$E \rightarrow T \mid E + T \mid E - T$$

$$T \rightarrow F \mid T * F \mid T / F$$

$$F \rightarrow (E) \mid b$$

求出 $b + b/b$ 的最左推导

解：

最左推导： $E \rightarrow E + T \rightarrow T + T \rightarrow F + T \rightarrow b + T \rightarrow b + T / F \rightarrow b + F / F \rightarrow b + b / F \rightarrow b + b / b$

最右推导： $E \rightarrow E + T \rightarrow E + T / F \rightarrow E + T / b \rightarrow E + F / b \rightarrow E + b / b \rightarrow T + b / b \rightarrow F + b / b \rightarrow b + b / b$

3. 证明文法 $G = (\{S\}, \{a, b\}, P, S)$ 是二义的，其中生成式 P 如下： $S \rightarrow aSbS \mid aS \mid a$

解：题中文法是二义的，因为对于句型 $aaaba$ ，有两棵不同的推导树，如下所示

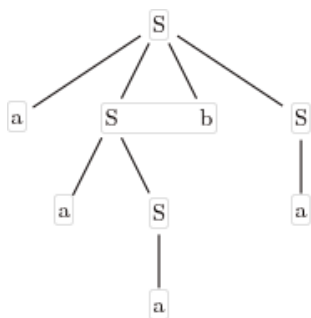


图 1: (a)

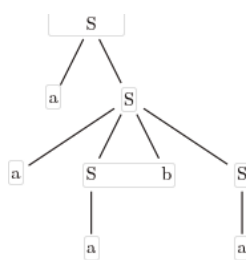


图 2: (b)

- 6 请分别构建产生下列语言的上下文无关语言

(1): $\{1^n 0^m \mid n \geq m \geq 1\}$;

设上下文无关语法 $G = (N, T, P, S)$, 其中:

$N = \{S, A, B\}$

$T = \{0, 1\}$

生成式 P 如下:

$S \rightarrow 1S0 \mid 1S \mid 10$

(3): $\{1^n 1^n 1^m 0^m \mid n, m \geq 1\}$;

设上下文无关语法 $G = (N, T, P, S)$, 其中:

$N = \{S, A, B\}$

$T = \{0, 1\}$

生成式 P 如下:

$S \rightarrow AB$

$A \rightarrow 1A0 \mid 10$

$B \rightarrow 1B0 \mid 10$

(5): 字母表 $\{1, 2, 3\}$ 上的所有正则表达式

设上下文无关语法 $G = (N, T, P, S)$, 其中:

$N = \{S, A, B\}$

$T = \{0, 1\}$

生成式 P 如下:

$S \rightarrow 1S \mid 2S \mid 3S \mid 1 \mid 2 \mid 3$

注: 将正则表达式写成加、乘、星号闭包等运算形式也算对, 具体答案略。

8. 把下列文法 G_1 和 G_2 , 分别变换为没有无用符号, 且与其等价的上下文无关文法。

(1) G_1

$S \rightarrow ED$

$C \rightarrow CE \mid DC$

$D \rightarrow a$

$E \rightarrow aC \mid b$

解: 由题: S, D, E 为有用非终结符, 删去有关 C 的生成式, 得: $G_1: S \rightarrow ED, D \rightarrow a, E \rightarrow b$

(2) G_1

$S \rightarrow D \mid C$

$D \rightarrow aC \mid bS \mid b$

$C \rightarrow DC \mid Ca$

$E \rightarrow DS \mid b$

解: 由题: S, D, E 为有用非终结符, 删去有关 C 的生成式, 得: $G_2: S \rightarrow D, D \rightarrow bS \mid b, E \rightarrow DS \mid b$.

又 E 不可达, 删去有关 E 得生成式, 得: $G_2: S \rightarrow D, D \rightarrow bS \mid b$

9. 把下列文法变换为无 ε 生成式的等价文法:

$$S \rightarrow DCE, D \rightarrow CC|\varepsilon, C \rightarrow EE|b, E \rightarrow DD|a$$

解: 由题: $N' = \{S, C, D, E\}$, 因为 $S \in N'$, 所以 P_1 中加入生成式: $S_1 \rightarrow S|\varepsilon$, 变换后的无 ε 生成式的等价文法为: $G_1 = \{N_1, T, P_1, S_1\}$

$$N_1 = \{S_1, S, C, D, E\}$$

$$P_1: S_1 \rightarrow S|\varepsilon, S \rightarrow DCE|CE|DE|CE|D|C|E, D \rightarrow CC|C, C \rightarrow EE|E|b, E \rightarrow DD|D|a$$

10. 把下列文法变换为无 ε 生成式、无单生成式和没有无用符号的等价文法:

$$S \rightarrow A_1|A_2, A_1 \rightarrow A_3|A_4, A_2 \rightarrow A_4|A_5, A_3 \rightarrow S|b|\varepsilon, A_4 \rightarrow S|a, A_5 \rightarrow S|d|\varepsilon$$

解: (1) 由算法 3, 变换为无 ε 生成式:

$$N' = \{S, A_1, A_2, A_3, A_4, A_5\}$$

$$G_1 = (\{S_1, S, A_1, A_2, A_3, A_4, A_5\}, \{a, b, d\}, P_1, S_1), \text{其中生成式 } P_1 \text{ 如下:}$$

$$S_1 \rightarrow \varepsilon|S,$$

$$S \rightarrow A_1|A_2,$$

$$A_1 \rightarrow A_3|A_4,$$

$$A_2 \rightarrow A_4|A_5,$$

$$A_3 \rightarrow S|b,$$

$$A_4 \rightarrow S|a,$$

$$A_5 \rightarrow S|d,$$

(2) 由算法 4, 消单生成式:

$$N_{S_1} = \{S_1, S, A_1, A_2, A_3, A_4, A_5\},$$

$$N_S = N_{A_1} = N_{A_2} = N_{A_3} = N_{A_4} = N_{A_5} = \{S, A_1, A_2, A_3, A_4, A_5\},$$

运用算法 4, 则 P_1 变为:

$$S_1 \rightarrow a|b|d|\varepsilon,$$

$$S \rightarrow a|b|d,$$

$$A_1 \rightarrow a|b|d,$$

$$A_2 \rightarrow a|b|d,$$

$$A_3 \rightarrow a|b|d,$$

$$A_4 \rightarrow a|b|d,$$

$$A_5 \rightarrow a|b|d$$

(3) 由算法 1 和算法 2, 消除无用符号, 得到符合题目要求的等价文法:

$$G_1 = (\{S_1\}, \{a, b, d\}, P_1, S_1), \text{其中生成式 } P_1 \text{ 为: } S_1 \rightarrow a|b|d|\varepsilon.$$

11. 设 2 型文法 $G = (\{S, A, B, C, D, E, F\}, \{a, b, c\}, P, S)$, 其中 P :

$$S \rightarrow ASB|\varepsilon; A \rightarrow aAS|a; B \rightarrow SBS|A|bb$$

试将 G 变换为无 ε 生成式, 无单生成式, 没有无用符号的文法, 再将其转换为 Chomsky 范式.

解: (1) 由算法 3, 变换为无 ε 生成式:

$$N' = \{S\}$$

$$\text{由 } S \rightarrow ASB \text{ 得出 } S \rightarrow ASB|AB,$$

$$\text{由 } A \rightarrow aAS \text{ 得出 } A \rightarrow aAS|aA,$$

$$\text{由 } B \rightarrow SBS \text{ 得出 } B \rightarrow SBS|SB|BS|B,$$

$$\text{由 } S \in N' \text{ 得出 } S_1 \rightarrow \varepsilon|S,$$

因此无 ε 的等效文法 $G_1 = (\{S_1, S, A, B\}, \{a, b, d\}, P_1, S_1)$, 其中生成式 P_1 如下:

$S_1 \rightarrow \varepsilon \mid S$,
 $S \rightarrow ASB \mid AB$,
 $A \rightarrow aAS \mid aA \mid a$,
 $B \rightarrow SBS \mid SB \mid BS \mid B \mid A \mid bb$,

(2) 由算法 4, 消单生成式:

$N_{S_1} = \{S_1, S\}$, $N_S = \{S\}$, $N_A = \{A\}$, $N_B = \{A, B\}$
 由于 $S \rightarrow ASB \mid AB \in P$ 且不是单生成式, 故 P_1 中有 $S_1 \rightarrow \varepsilon \mid ASB \mid AB$,
 同理有 $S \rightarrow ASB \mid AB$, $A \rightarrow aAS \mid aA \mid a$, $B \rightarrow SBS \mid SB \mid BS \mid aAS \mid aA \mid a \mid bb$,
 因此生成的无单生成式等效文法为

$G_1 = (\{S_1, S, A, B\}, \{a, b\}, P_1, S_1)$, 其中生成式 P_1 如下:

$S_1 \rightarrow \varepsilon \mid ASB \mid AB$,
 $S \rightarrow ASB \mid AB$,
 $A \rightarrow aAS \mid aA \mid a$,
 $B \rightarrow SBS \mid SB \mid BS \mid aAS \mid aA \mid a \mid bb$,

(3) 由算法 1 和算法 2, 消除无用符号(此题没有无用符号);

(4) 转化为等价的 Chomsky 范式的文法:

将 $S_1 \rightarrow ASB$ 变换为 $S_1 \rightarrow AC$, $C \rightarrow SB$,
 将 $S \rightarrow ASB$ 变换为 $S \rightarrow AC$,
 将 $A \rightarrow aAS \mid aA$ 变换为 $A \rightarrow ED \mid EA$, $D \rightarrow AS$, $E \rightarrow a$,
 将 $B \rightarrow SBS \mid aAS \mid aA \mid a \mid bb$, 变换为 $B \rightarrow CS \mid ED \mid EA \mid FF$, $F \rightarrow b$,

(5) 由此得出符合题目要求的等价文法:

$G_1 = (\{S_1, S, A, B, C, D\}, \{a, b\}, P_1, S_1)$, 其中生成式 P_1 如下:

$S_1 \rightarrow \varepsilon \mid AC \mid AB$,
 $S \rightarrow AC \mid AB$,
 $A \rightarrow ED \mid EA \mid a$,
 $B \rightarrow CS \mid SB \mid BS \mid ED \mid EA \mid a \mid FF$,
 $C \rightarrow SB$,
 $D \rightarrow AS$,
 $E \rightarrow a$,
 $F \rightarrow b$.

15. 将下列文法变换为等价的 Greibach 范式文法:

(1) $S \rightarrow DD \mid a$, $D \rightarrow SS \mid b$

解: 将非终结符排序为 S, D , S 为低位, D 为高位,

对于 $D \rightarrow SS$, 用 $S \rightarrow DD \mid a$ 代入得 $D \rightarrow DDS \mid aS \mid b$,

用引理 4.2.4, 变化为 $D \rightarrow aS \mid b \mid aSD' \mid bD'$, $D' \rightarrow DS \mid DSD'$,

将 D 生成式代入 S 生成式得 $S \rightarrow aSD \mid bD \mid aSD'D \mid bD'D \mid a$,

将 D 生成式代入 D' 生成式得

$D' \rightarrow aSS \mid bS \mid aSD'S \mid bD'S \mid aSS D' \mid bS D' \mid aSD'S D' \mid bD'S D'$,

由此得出等价的 Greibach 范式文法:

$G_1 = (\{S, D, D'\}, \{a, b\}, P_1, S)$, 其中生成式 P_1 如下:

$S \rightarrow aSD \mid bD \mid aSD'D \mid bD'D \mid a$,
 $D \rightarrow aS \mid b \mid aSD' \mid bD'$,

$$D' \rightarrow aSS \mid bS \mid aSD'S \mid bD'S \mid aSS D' \mid bS D' \mid aSD'S D' \mid bD'S D'.$$

$$(2) A_1 \rightarrow A_3b \mid A_2a, A_2 \rightarrow A_1b \mid A_2A_2a \mid b, A_3 \rightarrow A_1a \mid A_3A_3b \mid a$$

解: (1) 转化为等价的 Chomsky 范式的文法:

$$A_1 \rightarrow A_3A_4 \mid A_2A_5,$$

$$A_2 \rightarrow A_1A_4 \mid A_2A_6 \mid b,$$

$$A_3 \rightarrow A_1A_5 \mid A_3A_7 \mid a,$$

$$A_4 \rightarrow b,$$

$$A_5 \rightarrow a,$$

$$A_6 \rightarrow A_2A_5,$$

$$A_7 \rightarrow A_3A_4,$$

(2) 转化为等价的 Greibach 范式的文法:

将非终结符排序为 A_1, A_2, A_3, A_4, A_5 , A_1 为低位 A_5 为高位,

①对于 $A_2 \rightarrow A_1A_4$, 用 $A_1 \rightarrow A_3A_4 \mid A_2A_5$ 代入得 $A_2 \rightarrow A_3A_4A_4 \mid A_2A_5A_4 \mid A_2A_6 \mid b$,
用引理 4.2.4, 变化为

$$A_2 \rightarrow A_3A_4A_4 \mid b \mid A_3A_4A_4A_2' \mid bA_2',$$

$$A_2' \rightarrow A_5A_4A_2' \mid A_6A_2' \mid A_5A_4 \mid A_6,$$

②对于 $A_3 \rightarrow A_1A_5$, 用 $A_1 \rightarrow A_3A_4 \mid A_2A_5$ 代入得 $A_3 \rightarrow A_3A_4A_5 \mid A_2A_5A_5 \mid A_3A_7 \mid a$,
 A_3 生成式右边第一个字符仍是较低位的非终结符, 将 A_2 生成式代入 A_3 生成式得
 $A_3 \rightarrow A_3A_4A_5 \mid A_3A_4A_4A_5A_5 \mid bA_5A_5 \mid A_3A_4A_4A_2'A_5A_5 \mid bA_2'A_5A_5 \mid A_3A_7 \mid a$,
用引理 4.2.4, 变化为

$$A_3 \rightarrow bA_5A_5 \mid bA_2'A_5A_5 \mid a \mid bA_5A_5A_3' \mid bA_2'A_5A_5A_3' \mid aA_3',$$

$$A_3' \rightarrow A_4A_5 \mid A_4A_4A_5A_5 \mid A_4A_4A_2'A_5A_5 \mid A_7 \mid A_4A_5A_3' \mid A_4A_4A_5A_5A_3' \mid A_4A_4A_2'A_5A_5A_3' \mid A_7A_3',$$

③对于 $A_6 \rightarrow A_2A_5$, 将 A_2 生成式代入 A_6 生成式得

$$A_6 \rightarrow A_3A_4A_4A_5 \mid bA_5 \mid A_3A_4A_4A_2'A_5 \mid bA_2'A_5,$$

A_6 生成式右边第一个字符仍是较低位的非终结符, 将 A_3 生成式代入 A_6 生成式得

$$A_6 \rightarrow bA_5A_5A_4A_4A_5 \mid bA_2'A_5A_5A_4A_4A_5 \mid aA_4A_4A_5 \mid bA_5A_5A_3'A_4A_4A_5 \mid bA_2'A_5A_5A_3'A_4A_4A_5 \mid aA_3'A_4A_4A_5 \mid bA_5A_5A_4A_4A_2'A_5 \mid bA_2'A_5A_5A_4A_4A_2'A_5 \mid aA_4A_4A_2'A_5 \mid bA_5A_5A_3'A_4A_4A_2'A_5 \mid bA_2'A_5A_5A_3'A_4A_4A_2'A_5 \mid aA_3'A_4A_4A_2'A_5 \mid bA_2'A_5 \mid bA_5,$$

④对于 $A_7 \rightarrow A_3A_4$, 将 A_3 生成式代入 A_7 生成式得

$$A_7 \rightarrow bA_5A_5A_4 \mid bA_2'A_5A_5A_4 \mid aA_4 \mid bA_5A_5A_3'A_4 \mid bA_2'A_5A_5A_3'A_4 \mid aA_3'A_4,$$

⑤将 A_5, A_6 生成式代入 A_2' 生成式得

$$A_2' \rightarrow aA_4A_2' \mid bA_5A_5A_4A_4A_5A_2' \mid bA_2'A_5A_5A_4A_4A_5A_2' \mid aA_4A_4A_5A_2' \mid bA_5A_5A_3'A_4A_4A_5A_2' \mid bA_2'A_5A_5A_3'A_4A_4A_5A_2' \mid aA_3'A_4A_4A_5A_2' \mid bA_5A_5A_4A_4A_2'A_5A_2' \mid bA_2'A_5A_5A_4A_4A_2'A_5A_2' \mid aA_4A_4A_2'A_5A_2' \mid bA_5A_5A_3'A_4A_4A_2'A_5A_2' \mid bA_2'A_5A_5A_3'A_4A_4A_2'A_5A_2' \mid aA_3'A_4A_4A_2'A_5A_2' \mid bA_2'A_5A_2' \mid bA_5A_2' \mid aA_4 \mid bA_5A_5A_4A_4A_5 \mid bA_2'A_5A_5A_4A_4A_5 \mid aA_4A_4A_5 \mid bA_5A_5A_3'A_4A_4A_5 \mid bA_2'A_5A_5A_3'A_4A_4A_5 \mid aA_3'A_4A_4A_5 \mid bA_5A_5A_4A_4A_2'A_5 \mid bA_2'A_5A_5A_4A_4A_2'A_5 \mid aA_4A_4A_2'A_5 \mid bA_5A_5A_3'A_4A_4A_2'A_5 \mid bA_2'A_5A_5A_3'A_4A_4A_2'A_5 \mid aA_3'A_4A_4A_2'A_5 \mid bA_2'A_5 \mid bA_5,$$

将 A_4, A_7 生成式代入 A_3' 生成式得

$$A_3' \rightarrow aA_5 \mid aA_4A_5A_5 \mid aA_4A_2'A_5A_5 \mid aA_5A_3' \mid aA_4A_5A_5A_3' \mid aA_4A_2'A_5A_5A_3' \mid bA_5A_5A_4 \mid bA_2'A_5A_5A_4 \mid aA_4 \mid bA_5A_5A_3'A_4 \mid bA_2'A_5A_5A_3'A_4 \mid aA_3'A_4 \mid bA_5A_5A_4A_3' \mid$$

$bA_2'A_5A_5A_4A_3' \mid aA_4A_3' \mid bA_5A_5A_3'A_4A_3' \mid bA_2'A_5A_5A_3'A_4A_3' \mid aA_3'A_4A_3'$,

(3) 由此得出等价的 Greibach 范式文法:

$G_1 = (\{S, D, D'\}, \{a, b\}, P_1, S)$, 其中生成式 P_1 如下:

$A_1 \rightarrow A_3A_4 \mid A_2A_5$,

$A_2 \rightarrow A_3A_4A_4 \mid b \mid A_3A_4A_4A_2' \mid bA_2'$,

$A_3 \rightarrow bA_5A_5 \mid bA_2'A_5A_5 \mid a \mid bA_5A_5A_3' \mid bA_2'A_5A_5A_3' \mid aA_3'$,

$A_4 \rightarrow b$,

$A_5 \rightarrow a$,

$A_6 \rightarrow bA_5A_5A_4A_4A_5 \mid bA_2'A_5A_5A_4A_4A_5 \mid aA_4A_4A_5 \mid bA_5A_5A_3'A_4A_4A_5 \mid bA_2'A_5A_5A_3'A_4A_4A_5 \mid aA_3'A_4A_4A_5 \mid bA_5A_5A_4A_4A_2'A_5 \mid bA_2'A_5A_5A_4A_4A_2'A_5 \mid aA_4A_4A_2'A_5 \mid bA_5A_5A_3'A_4A_4A_2'A_5 \mid bA_2'A_5A_5A_3'A_4A_4A_2'A_5 \mid aA_3'A_4A_4A_2'A_5 \mid bA_2'A_5 \mid bA_5$,

$A_7 \rightarrow bA_5A_5A_4 \mid bA_2'A_5A_5A_4 \mid aA_4 \mid bA_5A_5A_3'A_4 \mid bA_2'A_5A_5A_3'A_4 \mid aA_3'A_4$,

$A_2' \rightarrow aA_4A_2' \mid bA_5A_5A_4A_4A_5A_2' \mid bA_2'A_5A_5A_4A_4A_5A_2' \mid aA_4A_4A_5A_2' \mid bA_5A_5A_3'A_4A_4A_5A_2' \mid bA_2'A_5A_5A_3'A_4A_4A_5A_2' \mid aA_3'A_4A_4A_5A_2' \mid bA_5A_5A_4A_4A_2'A_5A_2' \mid bA_2'A_5A_5A_4A_4A_2'A_5A_2' \mid aA_4A_4A_2'A_5A_2' \mid bA_5A_5A_3'A_4A_4A_2'A_5A_2' \mid bA_2'A_5A_5A_3'A_4A_4A_2'A_5A_2' \mid aA_3'A_4A_4A_2'A_5A_2' \mid bA_2'A_5A_2' \mid bA_5A_2' \mid aA_4 \mid bA_5A_5A_4A_4A_5 \mid bA_2'A_5A_5A_4A_4A_5 \mid aA_4A_4A_5 \mid bA_5A_5A_3'A_4A_4A_5 \mid bA_2'A_5A_5A_3'A_4A_4A_5 \mid aA_3'A_4A_4A_5 \mid bA_5A_5A_4A_4A_2'A_5 \mid bA_2'A_5A_5A_4A_4A_2'A_5 \mid aA_4A_4A_2'A_5 \mid bA_5A_5A_3'A_4A_4A_2'A_5 \mid bA_2'A_5A_5A_3'A_4A_4A_2'A_5 \mid aA_3'A_4A_4A_2'A_5 \mid bA_2'A_5 \mid bA_5$,

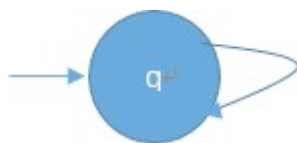
$A_3' \rightarrow aA_5 \mid aA_4A_5A_5 \mid aA_4A_2'A_5A_5 \mid aA_5A_3' \mid aA_4A_5A_5A_3' \mid aA_4A_2'A_5A_5A_3' \mid bA_5A_5A_4 \mid bA_2'A_5A_5A_4 \mid aA_4 \mid bA_5A_5A_3'A_4 \mid bA_2'A_5A_5A_3'A_4 \mid aA_3'A_4 \mid bA_5A_5A_4A_3' \mid bA_2'A_5A_5A_4A_3' \mid aA_4A_3' \mid bA_5A_5A_3'A_4A_3' \mid bA_2'A_5A_5A_3'A_4A_3' \mid aA_3'A_4A_3'$.

20. 构造与下列文法等价的 PDA。

1) $S \rightarrow 0BB \mid 1AA$

$B \rightarrow 0BB \mid 0A \mid 0$

$D \rightarrow 1BA \mid \epsilon$



$\epsilon, S/0BB$
 $\epsilon, S/1AA$
 $\epsilon, A/1BA$
 $\epsilon, A/\epsilon$
 $\epsilon, B/0BB$
 $\epsilon, B/0A$
 $\epsilon, B/0$
 $1, 1/\epsilon$
 $0, 0/\epsilon$

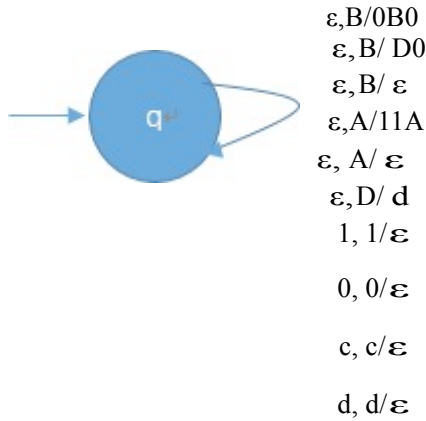
1) $S \rightarrow 0BcB \mid 1AA d$

$B \rightarrow 0B0 \mid D0 \mid \epsilon$

$A \rightarrow 11A \mid \epsilon$

$D \rightarrow d$

$\epsilon, S/0BcB$
 $\epsilon, S/1AA d$



21. 给出产生语言 $L = \{a^i b^j c^k \mid i, j, k \geq 0 \text{ 且 } i=j \text{ 或者 } j=k\}$ 的上下文无关文法. 你给出的文法是否具有二义性? 为什么?

解: $G = (\{S, A, B, C, D, E\}, \{a, b, c\}, P, S)$

$P: S \rightarrow AD \mid EB, A \rightarrow aAb \mid \epsilon, B \rightarrow bBc \mid \epsilon, D \rightarrow cD \mid \epsilon, E \rightarrow aE \mid \epsilon$

文法具有二义性。

因为当句子 ω 中 a, b, c 个数相同时, 对于 ω 存在两个不同的最左(右)推导。

如 $abc \in L$, 存在两个不同的最左推导 $S \Rightarrow AD \Rightarrow aAbD \Rightarrow abD \Rightarrow abcC \Rightarrow abc$ 及 $S \Rightarrow EB \Rightarrow aEB \Rightarrow aB \Rightarrow abBc \Rightarrow abc$ 。

22. 设下推自动机 $M = (\{q_0, q_1\}, \{a, b\}, \{Z_0, X\}, \delta, q_0, Z_0, \Phi)$, 其中 δ 如下:

$\delta(q_0, b, Z_0) = \{(q_0, XZ_0)\}, \delta(q_0, \epsilon, Z_0) = \{(q_0, \epsilon)\}, A$

$\delta(q_0, b, X) = \{(q_0, XX)\}, \delta(q_1, b, X) = \{(q_1, \epsilon)\},$

$\delta(q_0, b, X) = \{(q_1, X)\}, \delta(q_1, a, Z_0) = \{(q_0, Z_0)\},$

试构造文法 G 产生的语言 $L(G) = L(M)$ 。

解: 在 G 中, $N = \{[q_0, Z_0, q_0], [q_0, Z_0, q_1], [q_0, X, q_0], [q_0, X, q_1], [q_1, Z_0, q_0], [q_1, Z_0, q_1], [q_1, X, q_0], [q_1, X, q_1]\}$ 。

(1) S 生成式有

$S \rightarrow [q_0, Z_0, q_0],$

$S \rightarrow [q_0, Z_0, q_1],$

根据 $\delta(q_0, b, Z_0) = \{(q_0, XZ_0)\}$, 则有

$[q_0, Z_0, q_0] \rightarrow b[q_0, X, q_0][q_0, Z_0, q_0],$

$[q_0, Z_0, q_0] \rightarrow b[q_0, X, q_1][q_1, Z_0, q_0],$

$[q_0, Z_0, q_1] \rightarrow b[q_0, X, q_0][q_0, Z_0, q_1],$

$[q_0, Z_0, q_1] \rightarrow b[q_0, X, q_1][q_1, Z_0, q_1],$

因为 $\delta(q_0, b, X) = \{(q_0, XX)\}$, 则有

$[q_0, X, q_0] \rightarrow b[q_0, X, q_0][q_0, X, q_0],$

$[q_0, X, q_0] \rightarrow b[q_0, X, q_1][q_1, X, q_0],$

$[q_0, X, q_1] \rightarrow b[q_0, X, q_0][q_0, X, q_1],$

$[q_0, X, q_1] \rightarrow b[q_0, X, q_1][q_1, X, q_1],$

因为 $\delta(q_0, a, X) = \{(q_1, X)\}$, 则有

$[q_0, X, q_0] \rightarrow a[q_1, X, q_0],$

$[q_0, X, q_1] \rightarrow a[q_1, X, q_1],$

因为 $\delta(q_1, a, Z_0) = \{(q_0, Z_0)\}$, 则有

$$[q_1, Z_0, q_0] \rightarrow a[q_0, Z_0, q_0],$$

$$[q_1, Z_0, q_1] \rightarrow a[q_0, Z_0, q_1],$$

因为 $\delta(q_0, \varepsilon, Z_0) = \{(q_0, \varepsilon)\}$, 则有

$$[q_0, Z_0, q_0] \rightarrow \varepsilon,$$

因为 $\delta(q_1, b, X) = \{(q_1, \varepsilon)\}$, 则有

$$[q_1, X, q_1] \rightarrow b$$

(2) 利用算法 1 和算法 2, 消除无用符号后, 得出文法 G 产生的语言 $L(G) = \{N, T, P, S\}$

其中 $N = \{S, [q_0, Z_0, q_0], [q_1, Z_0, q_0], [q_1, X, q_1], [q_0, X, q_1]\}$, $T = \{a, b\}$, 生成式 P 如下:

$$S \rightarrow [q_0, Z_0, q_0],$$

$$[q_0, Z_0, q_0] \rightarrow b[q_0, X, q_1] [q_1, Z_0, q_0],$$

$$[q_0, X, q_1] \rightarrow b[q_0, X, q_1] [q_1, X, q_1],$$

$$[q_0, X, q_1] \rightarrow a[q_1, X, q_1],$$

$$[q_1, Z_0, q_0] \rightarrow a[q_0, Z_0, q_0],$$

$$[q_0, Z_0, q_0] \rightarrow \varepsilon,$$

$$[q_1, Z_0, q_1] \rightarrow b.$$

23. 用泵浦引理证明下列语言不是 CFL:

(1) $\{0^n 1^m \mid n=m^2\}$;

证明: 假设 L 是上下文无关语言, 由泵浦引理, 取常数 p , 当 $w \in L$ 且 $|w| \geq p$ 时, 可取 $w =$

$0^{p^2} 1^p (k \geq p; k \neq 1)$, 将 w 写为 $w = w_1 w_2 w_0 w_3 w_4$, 同时满足 $|w_2 w_0 w_3| \leq p$, 且 $|w_2 w_3| = j \geq 1$,

(1) 如果 w_2, w_3 只含有 0 或 1, 那么 $w_1 w_2^i w_0 w_3^i w_4$ 中当 $i \neq 1$ 时一定会出现 0 的个数和 1 的个数不是平方的关系, 矛盾。

(2) 如果 w_2, w_3 分别包含 0、1, 不妨设 $w_2 = 0^j$, $w_3 = 1^k$ 并且 $1 < j+k \leq p$; 则 $i=p^2+1$ 时 $w_1 w_2^i w_0 w_3^i w_4 = 0^{p^2+p^2+j} 1^{p^2+p^2+k}$, 这不是语言中的句子, 与假设矛盾, 故 L 不是上下文无关语言

(2) $\{0^n \mid n \text{ 为素数}\}$;

证明: 假设 L 是上下文无关语言, 由泵浦引理, 取常数 p , 当 $w \in L$ 且 $|w| \geq p$ 时, 可取 $w =$

$0^k (k \geq p; k \neq 1)$, 将 w 写为 $w = w_1 w_2 w_0 w_3 w_4$, 同时满足 $|w_2 w_0 w_3| \leq p$, 且 $|w_2 w_3| = j \geq 1$, 则当 i

$= k+1$ 时, $|w_1 w_2^i w_0 w_3^i w_4| = k + (i-1) * j = k + k * j = k * (1+j), k * (1+j)$ 至少包含因子 k 且 $k \neq 1$, 因

此必定不是质数, 即 $w_1 w_2^i w_0 w_3^i w_4$ 不属于 L . 这与假设矛盾, 故 L 不是上下文无关语言

(3) $\{0^n 1^n 2^n \mid n \geq 0\}$.

证明: 假设 L 是上下文无关语言, 由泵浦引理, 取常数 p , 当 $w \in L$; $|w| \geq p$ 时, 可取 $w =$

$0^k 1^k 2^k (k \geq p)$, 将 w 写为 $w = w_1 w_2 w_0 w_3 w_4$, 同时满足 $|w_2 w_0 w_3| \leq p$

(1) w_2 和 w_3 不可能同时分别包含 0 和 2, 因为在这种情况下, 有 $|w_2 w_0 w_3| > p$;

(2) 如果 w_2 和 w_3 都只包含 0 (1 或 2), 即 $w_2 w_0 w_3 = 0^j (1^j, 2^j) (j \leq p)$, 则当 $i \neq 1$ 时, $w_1 w_2^i w_0 w_3^i w_4$ 中会出现 0, 1, 2 的个数不再相等;

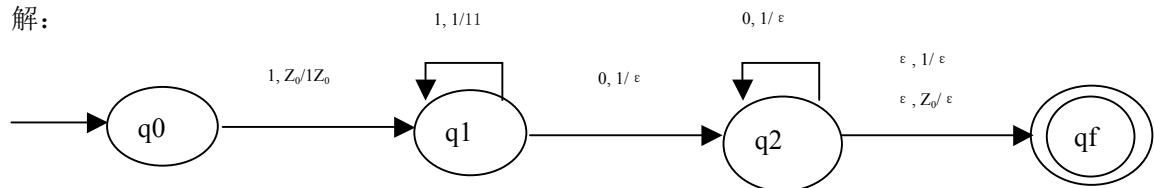
(3) 如果 w_2 和 w_3 分别包含 0 和 1 (1 和 2), $w_1 w_2^i w_0 w_3^i w_4$ 中会出现 0, 1 的个数与 2 的不等;

这些与假设矛盾, 故 L 不是上下文无关语言

25. 设计 PDA 接受下列语言(注意: 不要求为确定的)

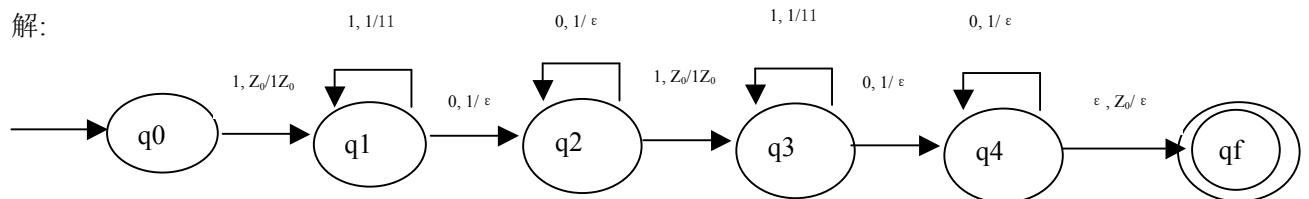
(1) $\{1^n 0^m \mid 1 \leq m \leq n\}$;

解:



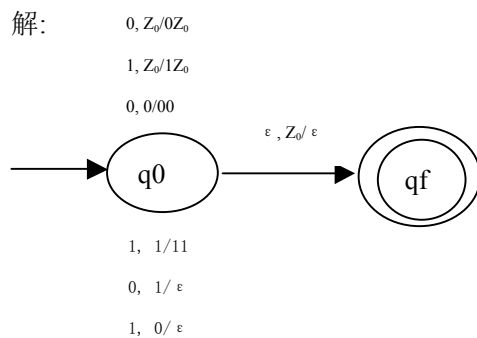
(3) $\{1^n 0^{n-1} 1^m 0^m \mid m \geq 1\}$;

解:



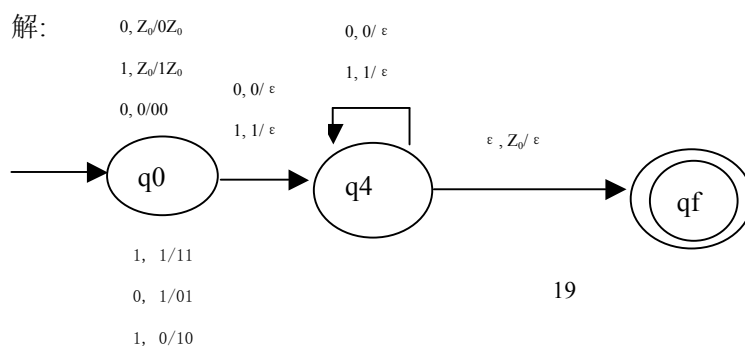
(5) $\{ \text{含有相同个数的 0 和 1 的所有的 0,1 串} \}$;

解:



(7) $\{ww^T \mid w \in \{0,1\}^*\}$;

解:



➤ 第五章

1. 考虑如下的图灵机 $M = (\{q_0, q_1, q_f\}, \{0, 1\}, \{0, 1, B\}, \delta, q_0, B, \{q_f\})$, 其中 δ 定义为:

$$\delta(q_0, 0) = \{(q_1, 1, R)\}, \quad \delta(q_1, 1) = \{(q_0, 0, R)\}, \quad \delta(q_1, B) = \{(q_f, B, R)\},$$

非形式化但准确地描述该图灵机的工作过程及其所接受的语言.

解: 开始时, M 的带上从左端起放有字符串 $0(10)^i$ ($i \geq 0$), 后跟无限多个空白符 B . M 的第一次动作先读到第一个 0 , 并改写为 1 ; 然后右移, 如果找到第一个 1 , 则改写为 0 , 并继续向右寻找下一个 0 , 这样重复进行. 当向右寻找 1 的时候, 找到一个空白符 B , 则结束.

该图灵机所接受的语言 $L(M) = \{0(10)^i \mid i \geq 0\}$.