# 2005年电信工程学院《通信原理I》期中试卷

**2005年11月26日**

| 一 | 二 | 三 | 四 | 五 | 六 | 七 | 八 | 九 | 总分 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | | | | | | |

注意：(1)背面可做草稿纸；(2)下面列出了一些公式及计算提示，可以不用。

1. $\cos x \cos y = \dfrac{\cos(x+y)+\cos(x-y)}{2}$，$\cos x \sin y = \dfrac{\sin(x+y)-\sin(x-y)}{2}$
2. $\delta(t-x)f(t)=\delta(t-x)f(x)$，$\delta(t-x)\delta(t+\tau-x)=\delta(t-x)\delta(\tau)$
3. 对于复数 $x$，$\angle x$ 表示其相位。
4. 若零均值高斯随机变量 $z$ 的方差为 $\sigma^2$，则对于 $x>0$ 有 $P(z>x)=\dfrac{1}{2}\operatorname{erfc}\left(\dfrac{x}{\sqrt{2\sigma^2}}\right)$，其中 $\operatorname{erfc}(a)=\dfrac{2}{\sqrt{\pi}}\int_a^{\infty}e^{-t^2}dt$。

## 一．选择填空（每空 1 分，共 18 分）

从下面所列答案中选择出最合理的答案，填入后面的答题表中。每个空格只能选一个答案，不排除某一个答案被多次选择的可能性。第 1 小题是示例。

(*a*)6　(*b*)降低　(*c*)8　(*d*)匹配滤波
(*e*)快　(*f*)噪声　(*g*)时域均衡　(*h*)慢
(*i*)7　(*j*)不变　(*k*)正态　(*l*)窄带
(*m*)码间干扰　(*n*)循环平稳　(*o*)提高　(*p*)2
(*q*)0　(*r*)9　(*s*)平稳　(*t*)3
(*u*)4　(*v*)频谱成形　(*w*)5　(*x*)1
(*y*)相干解调　(*z*)升余弦滚降

1．示例：3+2=__1__，2×0=__2__。

2．设到达接收端的已调信号功率和信道噪声的功率谱密度已经给定。降低调制指数后，FM 解调器的输入信噪比__3__，输出信噪比__4__；对于 AM，包络检波

器输入的信噪比__⑤__，输出信噪比__⑥__

3．若 $n_1, n_2$ 是两个独立同分布的零均值高斯噪声，方差都是 1，则 $n_1 \times n_2$ 的方差是__⑦__，$n_1 + n_2$ 的方差__⑧__。

4．某个线性双端口网络的功率增益是 3dB，噪声系数是 3dB。若其输入端的噪声源是常温电阻，那么它的输出噪声功率将是输入噪声功率的__⑨__倍。

5．2PAM的两个电压是 $\pm 1$，4PAM的四个电压是 $\pm 1$ 及 $\pm 3$。假设各符号等概出现，那么 4PAM的平均发送功率是 2PAM的__⑩__倍，4PAM的频带利用率是 2PAM的__⑪__倍。

6．某二进制信源中连续出现的 0 的个数最多是 6 个，此信源经过 AMI、HDB3、数字分相码编码后，编码结果中连续出现的 0 的个数最多分别是__⑫__、__⑬__及__⑭__个。

7．二进制PAM信号的眼图中，居中的水平线一般对应最佳判决门限。如果已知发送 $+A$ 的机会比发送 $-A$ 的机会多，那么最佳判决门限应该__⑮__。

8．若基带系统的带宽是 1MHz，则采用 8PAM 进行无码间干扰传输时的最高信息速率是__⑯__Mb/s。

9．如果升余弦滚降系统的滚降系数 $\alpha$ 越小，则相应的系统总的冲激响应 $x(t)$ 的拖尾衰减越__⑰__，当 $\alpha = 0$ 时拖尾按 $1/t$ 的__⑱__次方速度衰减。

10．对于传输信道所引入的码间干扰，一种基本的解决方法是采用__⑲__。

11．在高信噪比下。接收端观察到的眼图的闭合程度的大小反映__⑳__的大小。

**答题表：**

| 空格编号 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 答案的字母编号 | w | q | | | | | | | | |

| 空格编号 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 答案的字母编号 | | | | | | | | | | |

二.（10 分）已知 $Y(t)=X(t)\cos(2\pi f_c t+\varphi)$，其中 $X(t)$ 是一个零均值的平稳过程，$\varphi$ 是与 $X(t)$ 统计独立的随机变量，$\varphi$ 均匀分布于 $[-\varphi_0,\varphi_0]$，$0\le\varphi_0<\pi$。

(1)求 $Y(t)$ 的数学期望 $E[Y(t)]$ 及自相关函数 $R_Y(t,\tau)=E[Y(t)Y(t+\tau)]$；

(2) $\varphi_0$ 为何值时 $Y(t)$ 为平稳过程？

三.（10 分）功率谱密度为 $P_n(f)=N_0/2,-\infty<f<\infty$ 的平稳白高斯噪声 $n(t)$ 通过一个线性系统成为 $y(t)$。已知该线性系统的的冲激响应 $h(t)$ 满足 $\int_{-\infty}^{\infty}h^2(t)dt=1$（能量为 1），它的带宽为$B$，中心频率为 $f_0>>B$。记 $y(t)$ 的复包络为 $y_L(t)=y_c(t)+jy_s(t)$，即 $y(t)=\mathrm{Re}\{y_L(t)e^{j2\pi f_0 t}\}$。

(1) $y_c(t)$、$|y_L(t)|$、$\angle y_L(t)$ 这 3 个量分别服从何种分布？（写出分布的名称）

(2) $y(t)$、$y_c(t)$ 和 $|y_L(t)|$ 这三个平稳过程的平方的数学期望分别是多少？

(3)画出一个实现框图，其输入是 $y(t)$，输出是 $y_c(t)$。

四.（10 分）已知模拟基带信号 $m(t)$ 的最大幅度为 1V，最高频率分量为 1kHz。分别用DSB-SC、SSB及FM这样三种调制系统来传输此模拟信号，其中FM的调频灵敏度（频率偏移常数）为 $K_f=5\text{kHz/V}$。这三个系统中已调信号到达接收机的功率都比发送功率低 80dB，加性高斯白噪声的单边功率谱密度都是 $N_0=3\times10^{-14}\ \text{W/Hz}$。已知这三个系统的解调器输入端的信噪比都是 $\gamma_i$ 时，解调器输出的信噪比分别是 $\gamma_{o,DSB}=2\gamma_i$，$\gamma_{o,SSB}=\gamma_i$ 及 $\gamma_{o,FM}=450\gamma_i$。

(1)这三个系统各自需要的信道带宽是多少 kHz？

(2)若要求三个系统的解调输出信噪比同为 30dB，那么它们需要的发送功率各为多少 W？

五.（10 分）(1)将周期为 6 的确定二进制序列 11000011000011……分别经过 AMI

码、HDB3 码和双相码编码，写出一个周期的编码结果。

(2)已知发送端采用的线路码型是 AMI、HDB3 或双相码三者中的某一个，已知编码结果是+1-100-1+1000+1-1000-1，问它是什么码型，并写出编码输入的信息序列。

六.（10 分）已知 $s(t)=\sum_{n=-\infty}^{\infty}a_n\delta(t-nT_s)$，其中序列 $\{a_n\}$ 中的码元是独立同分布的随机变量，其均值为 0，方差为 1。

(1)求 $s(t)$ 的自相关函数 $R_s(t,\tau)=E\left[s(t)s(t+\tau)\right]$；

(2)求 $s(t)$ 的平均自相关函数 $\overline{R}_s(\tau)=\lim\limits_{T\to\infty}\frac{1}{T}\int_{-T/2}^{T/2}R_s(t,\tau)dt$；

(3)求 $s(t)$ 的平均功率谱密度 $P_s(f)$

七.（10 分）某二元通信系统发送的符号 $d$ 以等概方式取值于 $\pm 1$ 两种电压之一，接收端收到的是 $y=d+I+n$，其中$n$是热噪声，$I$ 是其他干扰。已知 $d,I,n$ 这三个随机变量相互独立。$n$ 和$I$都是零均值的高斯随机变量，方差分别 $\sigma_n^2$ 及 $\sigma_I^2$。

(1)分别求出发送 $+1$ 及 $-1$ 时的条件概率密度函数 $p(y|+1)$ 和 $p(y|-1)$；

(2)根据(1)的结果求出能使平均错误率最小的最佳判决门限；

(3)根据(2)的判决门限求出平均误码率 $P_e$。

八．（11 分）某二进制通信系统以独立等概方式发送归零脉冲 $s_1(t)=\begin{cases}1 & 0\le t\le T_s/2\\ 0 & else\end{cases}$ 或 $s_2(t)=-s_1(t)$，其中 $T_s$ 是发送码元符号的时间间隔。发送的脉冲经过了一个传递函数为 $C(f)$ 的信道后叠加了白高斯噪声，再通过一个匹配滤波器后进行取样判决，如图a所示。其中 $n(t)$ 是双边功率谱密度为 $N_0/2$ 的白高斯噪声。信道的结构如图b所示。

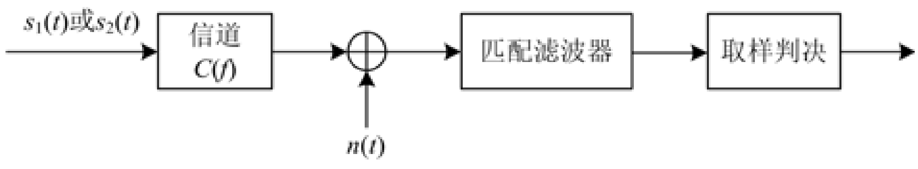



图 a

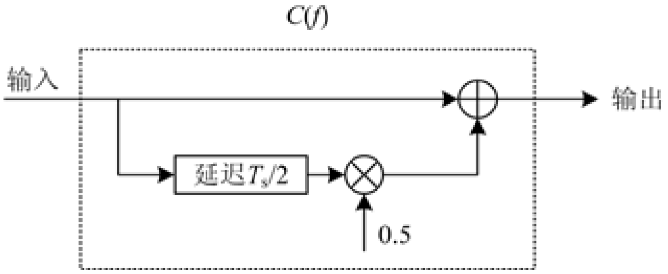



图 b

(1)请画出发送$s_1(t)$时信道输出的脉冲波形$g_1(t)$；

(2)请写出匹配滤波器的冲激响应$h(t)$，并画出图形；

(3)求发送$s_1(t)$条件下，匹配滤波器输出端最佳采样时刻的均值、方差及信噪比。

九.（11 分）某数字PAM基带传输系统如图a所示。图中$a_n$是独立等概的M元符号，$T_s$是符号间隔，$g_T(t), g_R(t)$分别是发送滤波器和接收滤波器的冲激响应，信道在发送信号的频带内可视为增益为 1 的理想低通滤波器，$n(t)$是双边功率谱密度为$N_0/2$的加性白高斯噪声。$x(t)$是$X(f)=G_T(f)C(f)G_R(f)$的傅氏反变换，已知$x(0)=1$。$\gamma(t)$是$n(t)$通过接收滤波器后的输出。忽略绝对时延，假设图a中所出现的所有频域函数都是实函数。

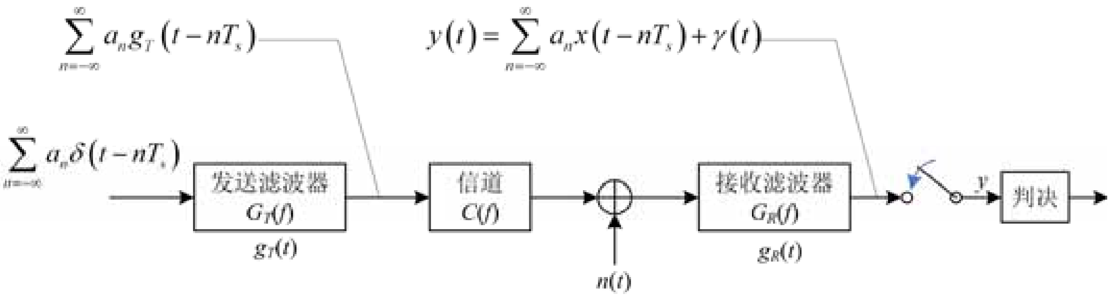



图 a

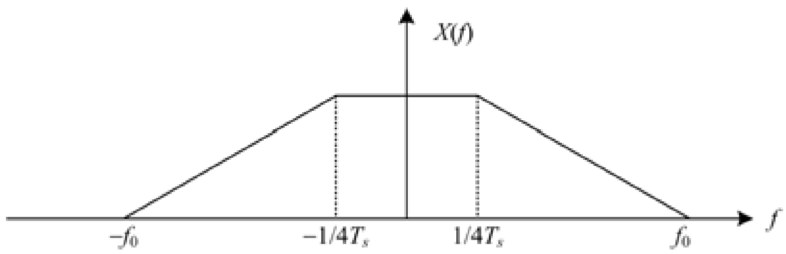



图 b

(1)若已知 $X(f)$ 如图b所示，那么为了实现无码间干扰传输，图中的 $f_0$ 应当设计为多少？此时系统的频带利用率是多少波特/Hz？

(2)请写出 $X(f)$ 的表达式；

(3)请继而按最佳接收要求设计相应的发送及接收滤波器，写出 $G_T(f)$ 的表达式；

(4)在上述条件下，求出接收滤波器的等效噪声带宽及 $\gamma(t)$ 的功率。

# 参考答案

| 一 | 二 | 三 | 四 | 五 | 六 | 七 | 八 | 九 | 总分 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 18 | 10 | 10 | 10 | 10 | 10 | 10 | 11 | 11 | 100 |

## 十．选择填空（每空 1 分，共 18 分）

| 空格编号 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 答案的字母编号 | —— | —— | *o* | *b* | *j* | *b* | *x* | *p* | *u* | *w* |
| 空格编号 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 |
| 答案的字母编 | *p* | *a* | *t* | *p* | *b* | *a* | *h* | *x* | *g* | *m* |

| | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 号 | | | | | | | | | | |

十一．解：

$$E\left[Y(t)\right]=E\left[X(t)\cos\left(2\pi f_c t+\varphi\right)\right]=E\left[X(t)\right]E\left[\cos\left(2\pi f_c t+\varphi\right)\right]=0$$

$$\begin{aligned}R_Y(t,\tau)&=E\left[X(t)\cos\left(2\pi f_c t+\varphi\right)\times X(t+\tau)\cos\left(2\pi f_c t+2\pi f_c\tau+\varphi\right)\right]\\&=E\left[X(t)X(t+\tau)\right]E\left[\cos\left(2\pi f_c t+\varphi\right)\cos\left(2\pi f_c t+2\pi f_c\tau+\varphi\right)\right]\\&=R_X(\tau)\times\frac{1}{2}E\left[\cos 2\pi f_c\tau+\cos\left(4\pi f_c t+2\pi f_c\tau+2\varphi\right)\right]\\&=\frac{1}{2}R_X(\tau)\cos 2\pi f_c\tau+\frac{R_X(\tau)}{2}\int_{-\varphi_0}^{\varphi_0}\frac{\cos\left(4\pi f_c t+2\pi f_c\tau+2\varphi\right)}{2\varphi_0}d\varphi\\&=\frac{1}{2}R_X(\tau)\cos 2\pi f_c\tau+\frac{R_X(\tau)}{8\varphi_0}\left[\sin\left(4\pi f_c t+2\pi f_c\tau+2\varphi_0\right)-\sin\left(4\pi f_c t+2\pi f_c\tau-2\varphi\right.\right.\\&=\frac{1}{2}R_X(\tau)\cos 2\pi f_c\tau+\frac{R_X(\tau)}{2}\cos\left(4\pi f_c t+2\pi f_c\tau\right)\mathrm{Sa}\left(2\varphi_0\right)\end{aligned}$$

当 $\mathrm{Sa}\left(2\varphi_0\right)=0$ 时 $R_Y(t,\tau)$ 与 $t$ 无关，即当 $\varphi_0=\dfrac{\pi}{2}$ 时，$Y(t)$ 是平稳过程。

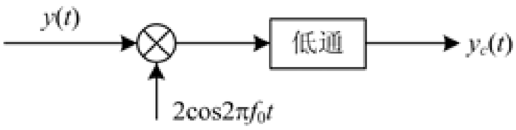
十二．解：(1)高斯、瑞利、均匀

(2) $E\left[y^2(t)\right]$ 是 $y(t)$ 的功率，它等于 $\int_{-\infty}^{\infty}\frac{N_0}{2}\left|H(f)\right|^2 df=\frac{N_0}{2}\int_{-\infty}^{\infty}h^2(t)dt=\frac{N_0}{2}$。

根据窄带过程的性质，$y_c(t)$ 和 $y(t)$ 的功率相同，故 $E\left[y_c^2(t)\right]=\dfrac{N_0}{2}$。

$$E\left[\left|y_L(t)\right|^2\right]=E\left[y_c^2(t)+y_s^2(t)\right]=N_0$$

(3)



**十三．** 解：(1)2kHz、1kHz、及 $2(5+1)\times 1=12\text{kHz}$

(2)记 $\gamma_0$ 为输出信噪比，则 $\gamma_0=30\text{dB}=1000$。

输入的信噪比分别是 $\frac{\gamma_0}{2}=500$、$\gamma_0=1000$ 及 $\frac{\gamma_0}{450}=\frac{20}{9}$

输入的噪声功率分别是

$2000N_0=6\times10^{-11}\text{W}$、$1000N_0=3\times10^{-11}\text{W}$ 及 $12000N_0=3.6\times10^{-10}\text{W}$

输入的信号功率分别是

$$500\times6\times10^{-11}=3\times10^{-8}\text{W}、1000\times3\times10^{-11}=3\times10^{-8}\text{W} 及$$

$$\frac{20}{9}\times3.6\times10^{-10}=8\times10^{-10}\text{W}$$

发送功率分别是：3W、3W 及 0.08W

**十四．** 解：(1)(本小题有多解)AMI：+1-10000，HDB3：+1-1000-V，分相码是 101001010101

(2)HDB3 码，100001000010000

十五．解：(1)

$$R_s(t,\tau)=E\left[s(t)s(t+\tau)\right]=E\left[\sum_{n=-\infty}^{\infty}a_n\delta(t-nT_s)\times\sum_{m=-\infty}^{\infty}a_m\delta(t+\tau-mT_s)\right]$$

$$=E\left[\sum_{n=-\infty}^{\infty}\sum_{m=-\infty}^{\infty}a_na_m\delta(t-nT_s)\delta(t+\tau-mT_s)\right]=\sum_{n=-\infty}^{\infty}\sum_{m=-\infty}^{\infty}E[a_na_m]\delta(t-nT_s)\delta(t+\tau-m$$

$$=\sum_{n=-\infty}^{\infty}\delta(t-nT_s)\delta(t+\tau-nT_s)=\delta(\tau)\sum_{n=-\infty}^{\infty}\delta(t-nT_s)$$

(2)

$$\overline{R}_s(\tau)=\lim_{T\to\infty}\frac{1}{T}\int_{-T/2}^{T/2}R_s(t,\tau)dt=\delta(\tau)\lim_{T\to\infty}\frac{1}{T}\int_{-T/2}^{T/2}\sum_{n=-\infty}^{\infty}\delta(t-nT_s)dt$$

$$=\delta(\tau)\frac{1}{T_s}\int_{-T_s/2}^{T_s/2}\sum_{n=-\infty}^{\infty}\delta(t-nT_s)dt=\frac{1}{T_s}\delta(\tau)$$

(3) $P_s(f)=\dfrac{1}{T_s}$

**十六.** 解：令 $z=I+n$，则z是 0 均值的高斯随机变量，方差为 $\sigma^2=\sigma_n^2+\sigma_I^2$

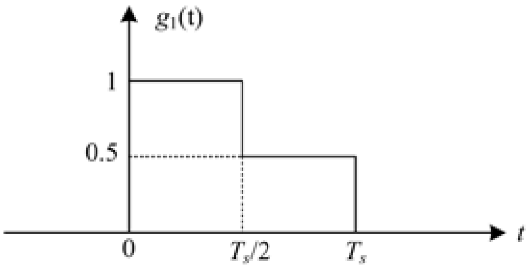
(1) $p(y\,|+1)=\dfrac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}}e^{-\frac{(y-1)^2}{2\sigma^2}}$ ， $p(y\,|-1)=\dfrac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}}e^{-\frac{(y+1)^2}{2\sigma^2}}$

(2)由 $p(V_T\,|+1)=p(V_T\,|-1)$ 可得： $V_T=0$

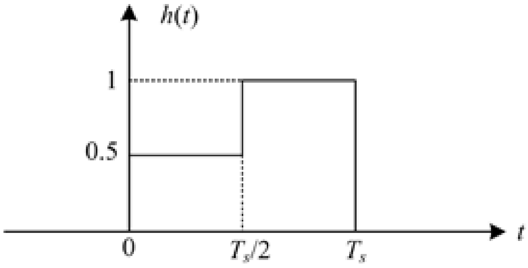
(3) $P(e\,|+1)=P(z<-1)=\dfrac{1}{2}\mathrm{erfc}\left(\dfrac{1}{\sqrt{2\sigma^2}}\right)=P(e\,|-1)$

平均错误率为： $P_e=\dfrac{1}{2}\mathrm{erfc}\left(\dfrac{1}{\sqrt{2\left(\sigma_n^2+\sigma_I^2\right)}}\right)$

十七．解：(1)




(2) $h(t)=g_1(T_s-t)$



(3)最佳取样时刻为$T_s$，取样值为

$$y=\int_0^{T_s}\left[g_1(t)+n(t)\right]h(T_s-t)dt=\int_0^{T_s}\left[g_1(t)+n(t)\right]g_1(t)dt$$
$$=\int_0^{T_s}g_1^2(t)dt+\int_0^{T_s}g_1(t)n(t)dt=\frac{5T_s}{8}+z$$

其中 z 是白高斯噪声通过匹配滤波器的输出的采样，其均值为 0，方差为

$$\sigma_z^2=\int_{-\infty}^{\infty}\frac{N_0}{2}\left|G(f)\right|^2df=\frac{N_0}{2}E_{g_1}=\frac{5T_sN_0}{16}$$

因此发送$s_1(t)$条件下，y的均值是$\frac{5T_s}{8}$，方差是$\frac{5T_sN_0}{16}$，信噪比是$\frac{5T_s}{4N_0}$。

## 十八．解：

(1) $f_0=\frac{3}{4T_s}$，$\frac{4}{3}$

(2) 由 $x(0)=1$ 这个条件得 $\int_{-\infty}^{\infty}X(f)df=1$，图b中梯形的面积是 $X(0)\left(f_0+\frac{1}{4T_s}\right)=\frac{X(0)}{T_s}$，因此$X(0)=T_s$，故

$$X(f)=\begin{cases}T_s & |f|\le\frac{1}{4T_s}\\ 2T_s^2\left(\frac{3}{4T_s}-|f|\right) & \frac{1}{4T_s}\le|f|\le\frac{3}{4T_s}\\ 0 & |f|\ge\frac{3}{4T_s}\end{cases}$$

(3)

$$G_T(f)=G_R(f)=\sqrt{X(f)}=\begin{cases}\sqrt{T_s} & |f|\le\dfrac{1}{4T_s}\\ T_s\sqrt{\dfrac{3}{2T_s}-2|f|} & \dfrac{1}{4T_s}\le|f|\le\dfrac{3}{4T_s}\\ 0 & |f|\ge\dfrac{3}{4T_s}\end{cases}$$

(4)接收机的等效噪声带宽是$\dfrac{1}{2T_s}$，输出噪声功率是$\left(\sqrt{T_s}\right)^2\times N_0\times\dfrac{1}{2T_s}=\dfrac{N_0}{2}$