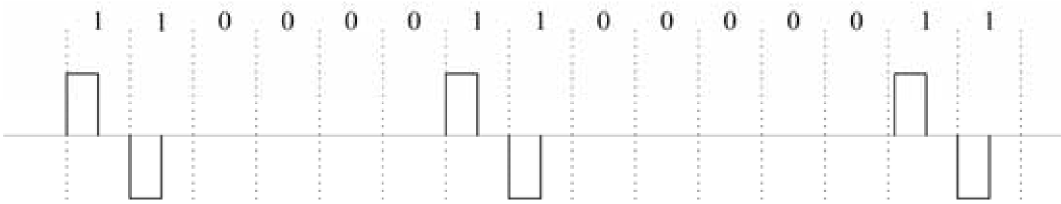
2004学年《通信原理Ⅰ》期中考试参考答案

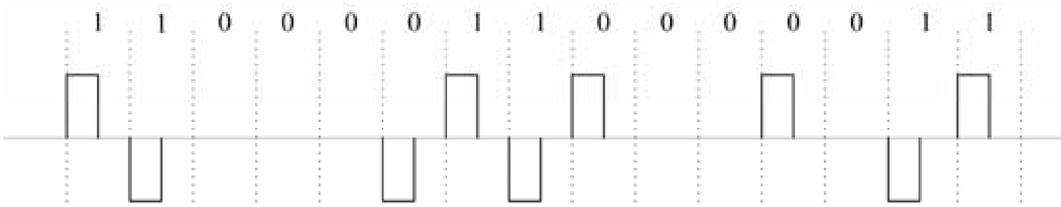
一.（9 分）已知信息代码为 110000110000011，求相应的AMI码、HDB_3码和双相码编码结果，并画出波形。

解:

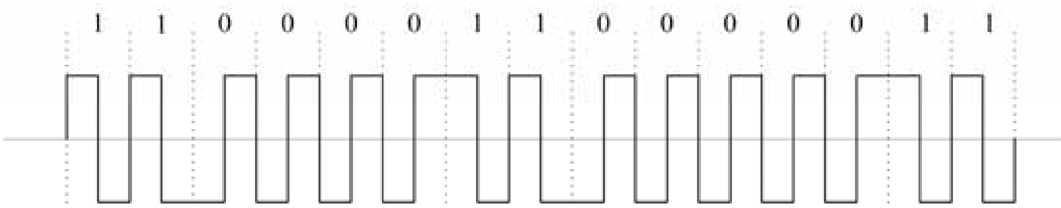
AMI



HDB3

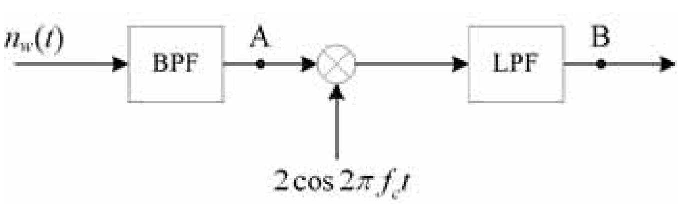


分相码:

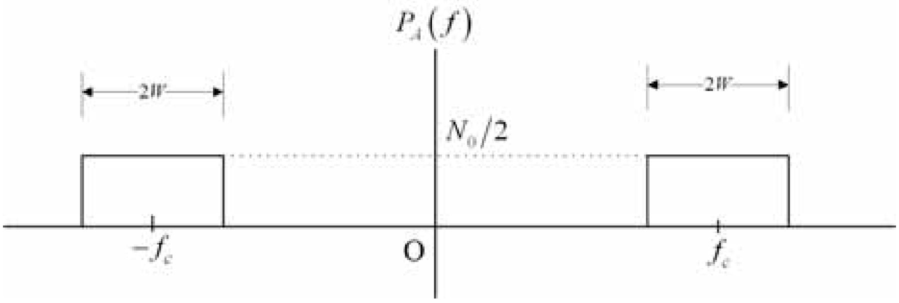


二.（9 分）下图中的$n_w(t)$是均值为零、功率谱密度为$\frac{N_0}{2}$的平稳高斯白噪声，BPF是中心频率为f_c，带宽为 2W的理想带通滤波器，LPF是带宽为W/2 的理想低通滤波器。

(1)求 A 点噪声的功率，写出功率谱密度并画图表示;
(2)求 A 点噪声的同相分量的功率、写出其功率谱密度并画图表示;
(3)求 B 点噪声的功率、写出其功率谱密度并画图表示;

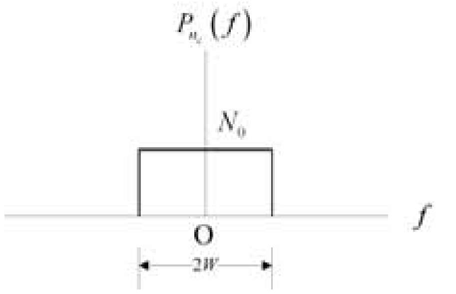


解：(1) $P_A = 2N_0W$，$P_A(f)=\begin{cases}\dfrac{N_0}{2} & |f\pm f_c|\le W\\ 0 & else\end{cases}$



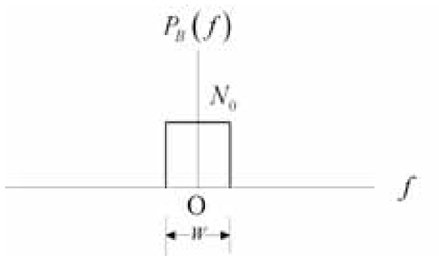
(2) $n_A(t)=n_c(t)\cos 2\pi f_c t - n_s(t)\sin 2\pi f_c t$。$n_c(t)$的功率是$2N_0W$，从频谱搬移关系可知其带宽是W，形状是矩形，因此矩形的高度必然是N_0，即

$P_{n_c}(f)=\begin{cases}N_0 & |f|\le W\\ 0 & else\end{cases}$



(3)B点的输出是$n_c(t)$经过LPF的输出，因此

$P_B(f)=\begin{cases}N_0 & |f|\le \dfrac{W}{2}\\ 0 & else\end{cases}$



B点功率为$P_B = N_0B$

三.（10 分）已知$e(t)=s(t)\cos(2\pi f_c t+\theta)$，其中$s(t)$是一个功率谱密度为$P_S(f)$的平稳随机过程，$\theta$是与$s(t)$相互独立的随机变量，$\theta$在$[0,2\pi]$内均匀分布，证明$e(t)$的功率谱密度为：

$$P_E(f)=\frac{1}{4}\left[P_s(f+f_c)+P_s(f-f_c)\right]$$

证：$e(t)$的自相关函数为

$$\begin{aligned}R_E(t,t+\tau)&=E\left[e(t)e(t+\tau)\right]\\&=E\left[s(t)\cos(2\pi f_c t+\theta)s(t+\tau)\cos(2\pi f_c t+2\pi f_c\tau+\theta)\right]\\&=E\left[s(t)s(t+\tau)\right]E\left[\cos(2\pi f_c t+\theta)\cos(2\pi f_c t+2\pi f_c\tau+\theta)\right]\\&=\frac{R_s(\tau)}{2}E\left[\cos 2\pi f_c\tau+\cos(4\pi f_c t+2\pi f_c\tau+2\theta)\right]\\&=\frac{R_s(\tau)}{2}\cos 2\pi f_c\tau\end{aligned}$$

作傅氏变换得

$$P_E(f)=\int_{-\infty}^{\infty}\left[\frac{R_s(\tau)}{2}\times\frac{e^{j2\pi f_c\tau}+e^{-j2\pi f_c\tau}}{2}\right]e^{-j2\pi f\tau}d\tau=\frac{1}{4}\left[P_S(f-f_c)+P_S(f+f_c)\right]$$

四.（14 分）已知某模拟基带系统中调制信号$m(t)$的带宽是$W=5\text{KHz}$。发送端发送的已调信号功率是P_t，接收功率比发送功率低 60dB。信道中加性白高斯噪声的单边功率谱密度为$N_0=10^{-13}\,\text{W/Hz}$。

(1)如果采用 DSB-SC，请

(a)推导出输出信噪比$\left(\frac{S}{N}\right)_o$和输入信噪比$\left(\frac{S}{N}\right)_i$的关系；

(b)若要求输出信噪比不低于 30dB，发送功率至少应该是多少？

(2)如果采用 SSB，重做第(1)问。

解：(1)

(a)解调输入信号可写为

$$r(t)=s(t)+n(t)=Am(t)\cos 2\pi f_c t+n_c(t)\cos 2\pi f_c t-n_s(t)\sin 2\pi f_c t$$

解调器输入端有用信号$s(t)$的功率为$P_R=\frac{A^2P_M}{2}$，噪声$n(t)$的功率为$2N_0W$，因此输入信噪比为$\left(\frac{S}{N}\right)_i=\frac{A^2P_m}{4N_0W}$

解调输出为$Am(t)+n_c(t)$，输出中的有用信号功率为A^2P_M，输出噪声$n_c(t)$的功率等于$n(t)$的功率$2N_0W$，因此输出信噪比为$\left(\frac{S}{N}\right)_o=\frac{A^2P_M}{2N_0W}$

因此 $\dfrac{(S/N)_o}{(S/N)_i}=2$

(b)输入信噪比 $\left(\dfrac{S}{N}\right)_i=\dfrac{P_R}{2N_0W}=\dfrac{P_T\times10^{-6}}{2\times10^{-13}\times5\times10^3}=10^3P_T$

输出信噪比 $\left(\dfrac{S}{N}\right)_o=2\left(\dfrac{S_i}{N_i}\right)=2000P_T=10^3$，故 $P_T=0.5$ 瓦。

(2)

(a)解调输入信号可写为

$$r(t)=s(t)+n(t)=Am(t)\cos2\pi f_ct+A\hat{m}(t)\sin2\pi f_ct+n_c(t)\cos2\pi f_ct-n_s(t)\sin2\pi f_ct$$

解调器输入端的有用信号功率为 $P_R=\dfrac{A^2P_M}{2}+\dfrac{A^2P_{\hat{M}}}{2}=A^2P_M$，输入噪声功率为 N_0W，输入信噪比为 $\left(\dfrac{S}{N}\right)_i=\dfrac{A^2P_M}{N_0W}$

解调输出为 $Am(t)+n_c(t)$，输出中的有用信号功率为 A^2P_M，输出噪声 $n_c(t)$ 的功率等于 $n(t)$ 的功率 $2N_0W$，因此输出信噪比为 $\left(\dfrac{S}{N}\right)_o=\dfrac{A^2P_M}{N_0W}$

因此 $\dfrac{(S/N)_o}{(S/N)_i}=1$

(b)输入信噪比 $\left(\dfrac{S}{N}\right)_i=\dfrac{P_R}{N_0W}=\dfrac{P_T\times10^{-6}}{10^{-13}\times5\times10^3}=2000P_T$

输出信噪比 $\left(\dfrac{S}{N}\right)_o=\left(\dfrac{S_i}{N_i}\right)=2000P_T=10^3$

故 $P_T=0.5$ 瓦。

五. （10 分）已知某调频系统中，调频指数是 β_f，到达接收端的FM信号功率是 P_R，信道噪声的单边功率谱密度是 N_0，基带调制信号 $m(t)$ 的带宽是 W，还已知解调输出的信噪比和输入信噪比之比为 $3\beta_f^2(\beta_f+1)$。

(1)求解调输出的信噪比；

(2)如果发送端把基带调制信号 $m(t)$ 变成 $2m(t)$，接收端按照这种情形进行设计，问输出信噪比将大约增大多少分贝？

解：(1)输入信噪比是

$$\left(\frac{S}{N}\right)_i=\frac{P_R}{2N_0W\left(\beta_f+1\right)}$$

输出信噪比是

$$\left(\frac{S}{N}\right)_o=3\beta_f^2\left(\beta_f+1\right)\left(\frac{S}{N}\right)_i=\frac{3\beta_f^2P_R}{2N_0W}$$

(2)此时 β_f 变成了 $2\beta_f$，输出信噪比是原来的 4 倍，即增加了 6dB。

六.(12 分)某基带信道的截止频率为 6KHz。

(1)若发送信号采用 16 电平 PAM，求无码间干扰传输时最高可达到的信息传输速率；

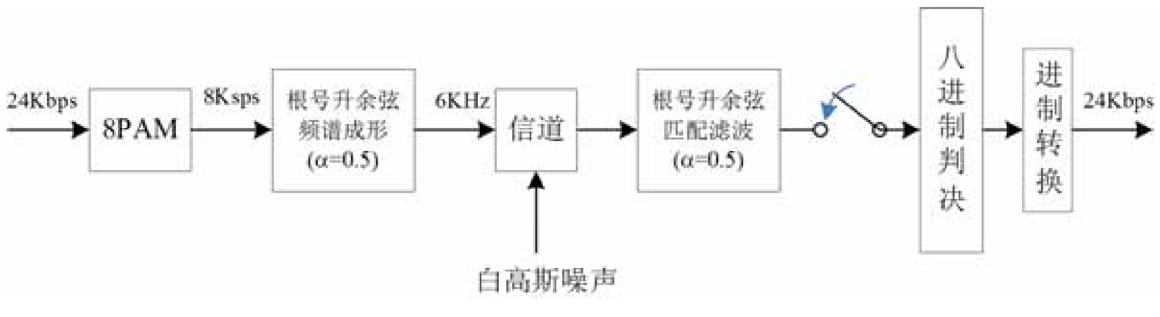
(2)若发送的信号是 3 电平的第 I 类部分响应信号，求最高可以达到的信息传输速率；

(3)若发送信号时采用了 $\alpha=0.5$ 的升余弦滚降频谱成形，请问如何在此信道上实现 24Kbit/s的信息传输速率， 请画出完整的最佳基带通信系统的框图。

解：(1)48Kbps

(2)12Kbps

(3) $\frac{R_s}{2}\left(1+\alpha\right)=6\text{KHz}$ ，$R_s=\frac{12}{1+\alpha}=8\text{K(symbol/s)}$ 。欲传送 24Kbit/s的信息速率，必须每符号携带 3 比特信息，故此必须用 8 进制。



七.(12 分)某二进制单极性信号中出现“1”码的概率为 $P(1)$，出现“0”码的概率为 $P(0)$。

接收端抽样点上对应“1”码的电平为A（$A>\sqrt{2}$），抽样点的噪声是均值为 0，方差为$\sigma^2=\frac{1}{2}$的高斯随机变量。

(1)分别求出发送“1”码和发送“0”码时的条件概率密度函数$p(y|1)$和$p(y|0)$；
(2)若已知$P(1)=e^2P(0)$，求能使平均错误率最小的最佳判决门限，并求发 1 而错为 0 的概率$P(0|1)$及发 0 而错为 1 的概率$P(1|0)$；
(3)若$P(1)=P(0)$，求平均误码率P_e。

解：

(1) $p(y|1)=\frac{1}{\sqrt{\pi}}e^{-(y-A)^2}$， $p(y|0)=\frac{1}{\sqrt{\pi}}e^{-y^2}$

(2)最佳门限是

$$P(1)p(y|1)=P(0)p(y|0)$$

的解，即

$$e^2\times e^{-(y-A)^2}=e^{-y^2}$$

由此得最佳门限是$V_T^*=\frac{A}{2}-\frac{1}{A}$。

$$P(1|0)=P(n>V_T^*)=\frac{1}{2}\mathrm{erfc}(V_T^*)=\frac{1}{2}\mathrm{erfc}\left(\frac{A}{2}-\frac{1}{A}\right)$$

$$P(0|1)=P(n<-A+V_T^*)=\frac{1}{2}\mathrm{erfc}(A-V_T^*)=\frac{1}{2}\mathrm{erfc}\left(\frac{A}{2}+\frac{1}{A}\right)$$

(3)此时最佳门限为$\frac{A}{2}$， $P(1|0)=P(0|1)=P_e=\frac{1}{2}\mathrm{erfc}\left(\frac{A}{2}\right)$

八.（12 分）在双边功率谱密度为$P_n(f)=\frac{N_0}{2}$的加性高斯白噪声干扰下，请对如下信号：

$$s(t)=\begin{cases} t & 0\le t<1 \\ 0 & else \end{cases}$$

设计一个匹配滤波器

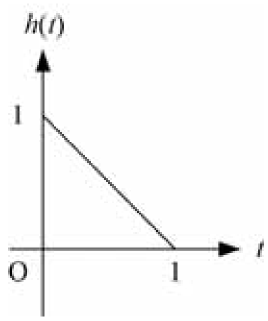
(1)给出因果的匹配冲激响应$h(t)$，并绘出图形；

(2)求出匹配滤波器输出的有用信号，并绘出图形；

(3)求出匹配滤波器输出端最佳采样时刻的信号瞬时值、噪声方差及信噪比。

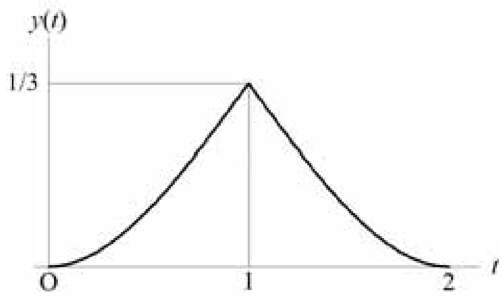
解：(1)$h(t)=s(t_0-t)$，取$t_0=1$，则

$$h(t)=\begin{cases}1-t & 0\le t<1\\ 0 & else\end{cases}$$



$$y(t)=\int_0^1 s(\tau)h(t-\tau)d\tau=\int_0^1 s(\tau)s(\tau+1-t)d\tau=R_s(1-t)$$

$$=\begin{cases}0 & t\le 0\\ \dfrac{t^2(3-t)}{6} & 0<t\le 1\\ \dfrac{(t-2)^2(t+1)}{6} & 1<t\le 2\\ 0 & t>2\end{cases}$$



(3)信号瞬时值是

$$y=y(1)=\frac{1}{3}$$

输出噪声是

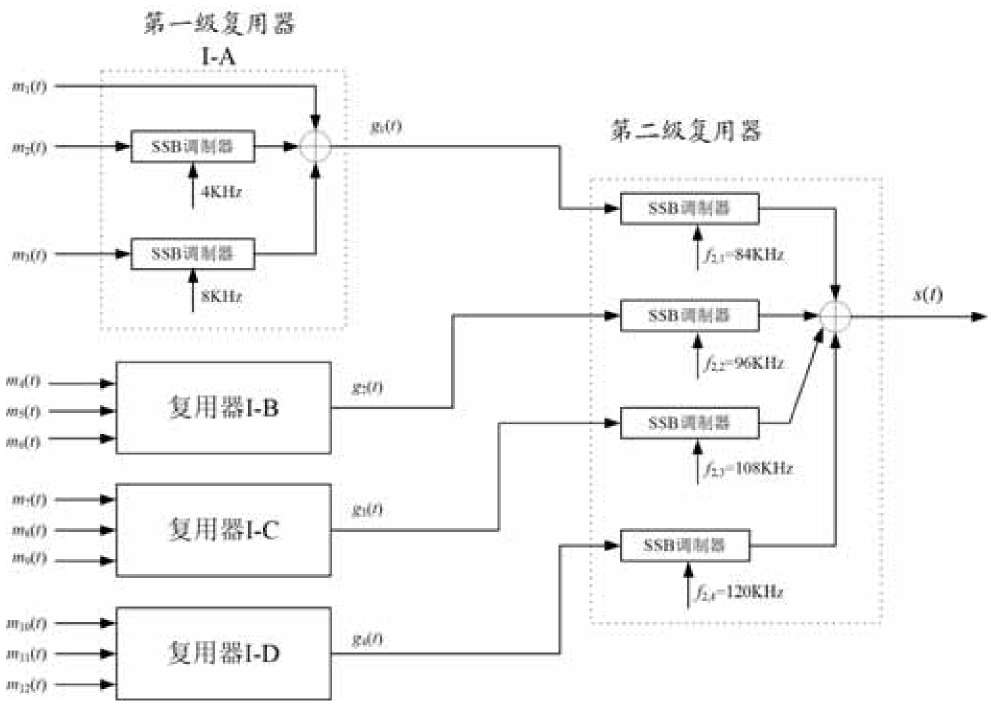
$$n(t)=\int_{-\infty}^{\infty}n_w(\tau)h(t-\tau)d\tau=\int_{-\infty}^{\infty}n_w(\tau)s(\tau+1-t)d\tau$$

$$\begin{aligned}E\left[n^2(t)\right]&=E\left[\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}n_w(\tau)n_w(\tau')s(\tau+1-t)s(\tau'+1-t)d\tau d\tau'\right]\\&=\frac{N_0}{2}\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}\delta(\tau-\tau')s(\tau+1-t)s(\tau'+1-t)d\tau d\tau'\\&=\frac{N_0}{2}\int_{-\infty}^{\infty}s^2(\tau+1-t)d\tau=\frac{N_0}{2}R_s(0)=\frac{N_0}{6}\end{aligned}$$

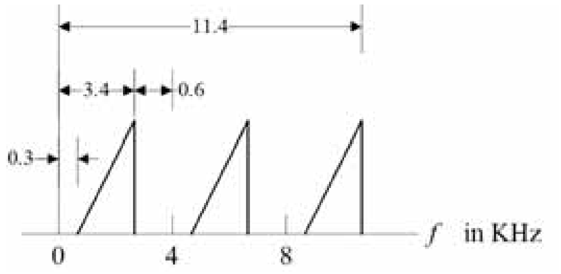
输出信噪比是

$$\gamma=\frac{(1/3)^2}{N_0/6}=\frac{2}{3N_0}$$

九.（12 分）有 12 路话音信号，每路的带宽是 0.3-3.4KHz。今用两级 SSB 频分复用系统实现复用。也即，先把这 12 路话音分 4 组经过第一级 SSB 复用，再将 4 个一级复用的结果经过第二级 SSB 复用。已知第一级复用时采用上边带 SSB，3 个载波频率分别为 0KHz, 4KHz 和 8KHz。第二级复用采用下单边带 SSB，4 个载波频率分别为 84KHz, 96KHz，108KHz, 120KHz。试画出此系统发送端框图，并画出第一级和第二级复用器输出的频谱（标出频率值，第一级只画一个频谱）。



第一级复用器输出的频谱为：



第二级复用器输出的频谱为：