第六章

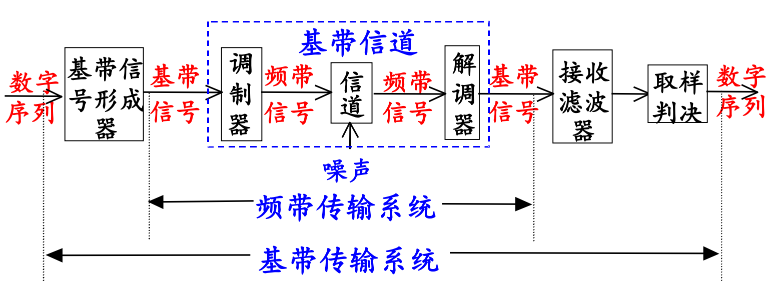
数字基带传输系统

主要内容

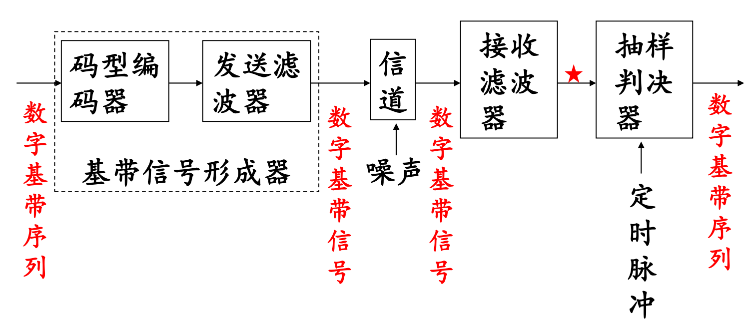
- 数字基带传输系统模型
- 数字基带信号及其频域特性
- 基带传输的常用码型
- 码间干扰和奈奎斯特第一准则
- 无码间干扰的传输特性
- 无码间干扰的基带系统抗噪性能

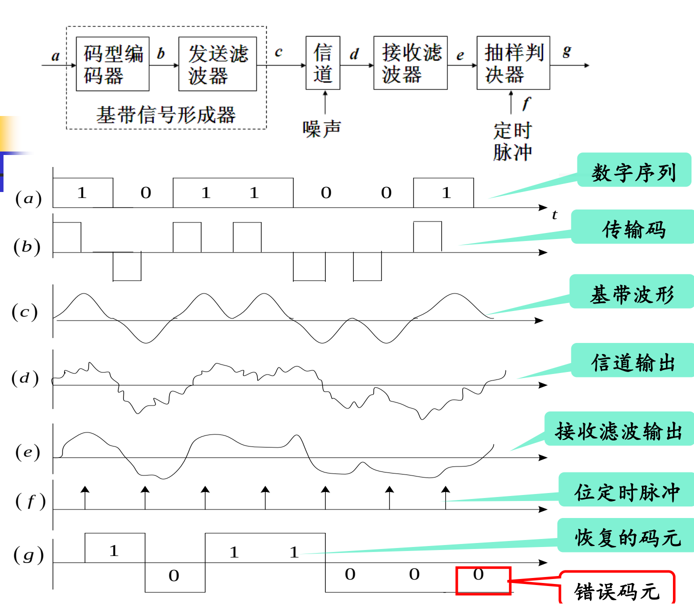
6.1 引言

- 数字传输系统



- 数字基带传输系统模型



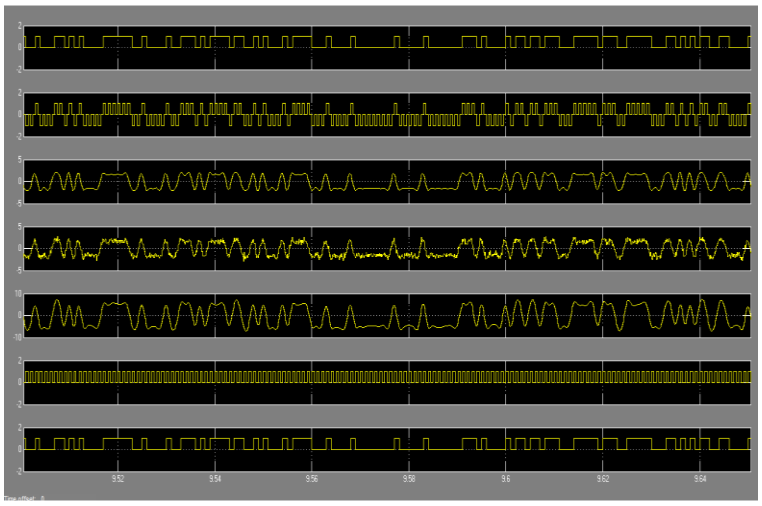


- 主要研究问题
  - 码型设计—选择传输码型
  - 波形设计—选择基带波形
  - 接收滤波器设计—使输出信噪比最大，误码率最低

频带传输的基本问题

- 调制解调方法
- 输出信噪比最大，误码率最低

数字基带传输信号仿真

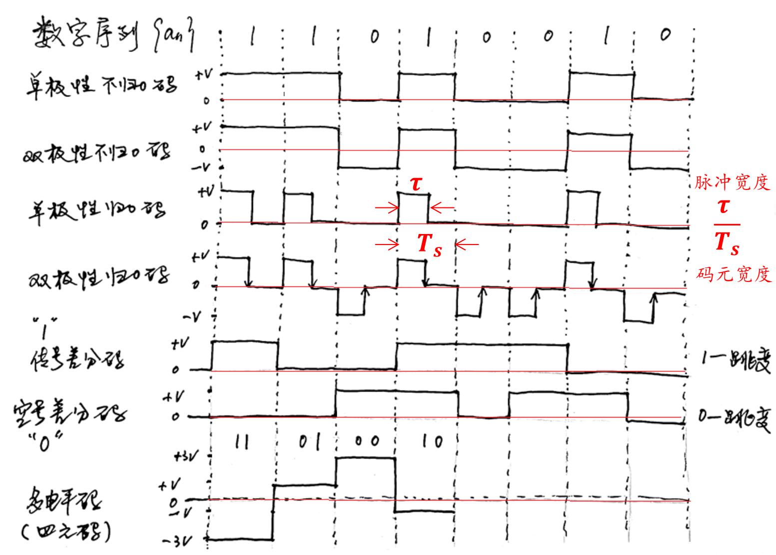


- 传输码型设计要求
  - **功率谱密度**：无直流少低频，功率谱集中在信道通频带附近，并尽量节省传输频带
  - **定时信息**：线路码中应含有丰富的定时信息，用于抽样判决
  - **统计特性**：与信源的统计特性无关
  - **误码扩散**：减小误码扩散
  - **检错能力**：有内在检错能力
  - **编码简单**：降低成本

6.2 数字基带信号及其频域特性

一. 数字基带信号

- 单极性和双极性码
- 归零码和不归零码
- 二元码和多元码
- 绝对码和相对码



- **单极性不归零码**
  - “1”—正电位；“0”—0电位
  - 极性单一；脉冲宽度占满整个码元周期
  - 有直流分量
- **双极性不归零码**
  - “1”—正电位；“0”—负电位
  - 脉冲宽度占满整个码元周期
  - 当“1”和“0”等概率出现时无直流分量
  - 可能出现长“0”或长“1”，不利提取定时

- **单极性归零码**
  - “1”—正脉冲；“0”—0电位
  - 极性单一；每个脉冲宽度不占满整个码元周期，占空比：τ/T
  - 含直流分量
- **双极性归零码**
  - “1”—正脉冲；“0”—负脉冲
  - 兼有双极性和归零码的特点
  - 接收端很容易识别出每个码元的起止时刻，便于提取定时信息

- **相对码**
  - 脉冲波形本身代表码元取值为绝对码；以前后码元波形变化代表码元取值为相对码
  - **传号差分码**：“1”—电压跳变；“0”—无跳变
  - **空号差分码**：“0”—电压跳变；“1”—无跳变
- **多元码**
  - **二元码**：一个码元有两种波形表示，即二电平波形
  - **多元码**：一个码元有多种波形表示，即多电平波形

二. 基带信号的频域特性

- **数字基带信号可看作是一个随机脉冲序列，分析其频域特性就是分析随机过程的功率谱**
- 方法
  - 由平稳的随机序列的自相关函数通过付氏变换找到功率谱
  - 从随机过程功率谱的原始定义出发，求出数字随机序列的功率谱

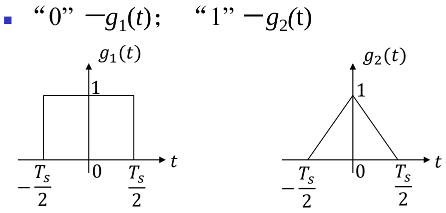
$$P_\xi(\omega) = \lim_{T\to\infty} \frac{E[|F_T(\omega)|^2]}{T}$$

推导过程*

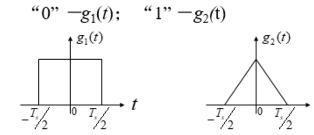
- **时域假设**
  - 设一个二进制的随机脉冲序列

$$s(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} s_n(t)$$

  - **T_s — 码元宽度**
  - “0” —$g_1(t)$； “1” —$g_2(t)$



“0” —$g_1(t)$； “1” —$g_2(t)$



- 设$g_1(t)$出现的概率为P，$g_2(t)$出现的概率为1-P，且0和1的出现是随机的，并统计独立

$$第n个码元：s_n(t)=\begin{cases} g_1(t-nTs) & 0，P \\ g_2(t-nTs) & 1，1-P \end{cases}$$

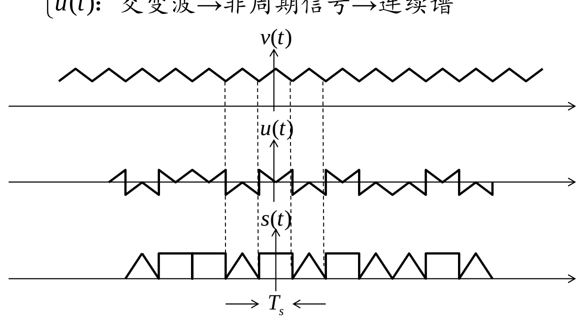
$$s_T(t)=\sum_{-N}^{N} s_n(t) \qquad T=(2N+1)T_s$$

- **则$s(t)$的功率谱**

$$P_s(\omega)=\lim_{T\to\infty}\frac{E[|s_T(\omega)|^2]}{T}=\lim_{N\to\infty}\frac{E[|s_T(\omega)|^2]}{(2N+1)Ts}$$

- **将随机脉冲序列$s(t)$看作两部分信号的叠加**

$$\begin{cases} v(t)：稳态波\to周期信号\to离散谱 \\ u(t)：交变波\to非周期信号\to连续谱 \end{cases}$$



$$P(\omega) = 2\pi \sum_{n=-\infty}^{\infty} |F_n|^2 \delta(\omega - n\omega_s)$$

- **稳态波 $v(t)$ 的功率谱**
  - **稳态波$v(t)$是随机脉冲序列$s(t)$的统计平均，求周期信号的功率谱**

$$v(t)=E[s(t)]=E\left[\sum_{n=-\infty}^{\infty} s_n(t)\right]$$

$$=\sum_{n=-\infty}^{\infty}[Pg_1(t-nT_S)+(1-P)g_2(t-nT_S)]$$

  - 其中

$$S_n(t)=\begin{cases} g_1(t-nT_s) & 0 & P \\ g_2(t-nT_s) & 1 & 1-P \end{cases}$$

$$v(t)=\sum_{n=-\infty}^{\infty}[Pg_1(t-nT_s)+(1-P)g_2(t-nT_s)]$$

$v(t)$ 的功率谱推导

- $v(t)$是周期为T_S的周期信号，可用傅里叶级数展开

$$v(t)=\sum_{m=-\infty}^{\infty}C_m e^{jm\omega_s t} \qquad \omega_s=\frac{2\pi}{T_s}$$

$$C_m=\frac{1}{T_s}\int_{-T_s/2}^{T_s/2}v(t)e^{-jm\omega_s t}dt=\frac{1}{T_s}\int_{-T_s/2}^{T_s/2}[Pg_1(t)+(1-P)g_2(t)]e^{-jm\omega_s t}dt$$

$$=\frac{1}{T_s}\int_{-\infty}^{\infty}[Pg_1(t)+(1-P)g_2(t)]e^{-jm\omega_s t}dt$$

$$=\frac{P}{T_s}\int_{-\infty}^{\infty}g_1(t)e^{-jm\omega_s t}dt+\frac{1-P}{T_s}\int_{-\infty}^{\infty}g_2(t)e^{-jm\omega_s t}dt$$

$$=\frac{P}{T_s}G_1(m\omega_s)+\frac{1-P}{T_s}G_2(m\omega_s)$$

$$=f_s[PG_1(mf_s)+(1-P)G_2(mf_s)]$$

$$C_m=f_s[PG_1(mf_s)+(1-P)G_2(mf_s)]$$

- 由周期信号的功率谱

$$P(\omega)=2\pi\sum_{n=-\infty}^{\infty}|F_n|^2\delta(\omega-n\omega_s)$$

- 得$v(t)$的功率谱

$$P_v(f)=\sum_{m=-\infty}^{\infty}|C_m|^2\delta(f-mf_s)$$

$$=\sum_{m=-\infty}^{\infty}f_s^2\,|PG_1(mf_s)+(1-P)G_2(mf_s)|^2\cdot\delta(f-mf_s)$$

- **稳态波的功率谱是离散谱**

交变波 $u(t)$ 的功率谱推导

- 思路

$$P_u(\omega)=\lim_{T\to\infty}\frac{E[|U_T(\omega)|^2]}{T}$$

- 时域表达式

$$u(t)=s(t)-v(t)$$

$$=\sum_{n=-\infty}^{\infty}s_n(t)-\sum_{n=-\infty}^{\infty}[Pg_1(t-nT_s)+(1-P)g_2(t-nT_s)]$$

$$=\sum_{n=-\infty}^{\infty}[s_n(t)-Pg_1(t-nT_s)-(1-P)g_2(t-nT_s)]$$

$$=\sum_{n=-\infty}^{\infty}u_n(t)$$

$$u(t)=\sum_{n=-\infty}^{\infty}u_n(t)=\sum_{n=-\infty}^{\infty}[s_n(t)-Pg_1(t-nT_s)-(1-P)g_2(t-nT_s)]$$

- 由前假设 $s_n(t)=\begin{cases}g_1(t-nT_s) & 0 & P\\ g_2(t-nT_s) & 1 & 1-P\end{cases}$

- 当第n个码元为0时

$$u_n(t)=g_1(t-nT_s)-Pg_1(t-nT_s)-(1-P)g_2(t-nT_s)$$

$$=(1-P)[g_1(t-nT_s)-g_2(t-nT_s)]$$

- 当第n个码元为1时

$$u_n(t)=g_2(t-nT_s)-Pg_1(t-nT_s)-(1-P)g_2(t-nT_s)$$

$$=-P[g_1(t-nT_s)-g_2(t-nT_s)]$$

- 得 $u_n(t)=a_n[g_1(t-nT_s)-g_2(t-nT_s)]$

- 即：$a_n=\begin{cases}1-P & P & 0\\ -P & 1-P & 1\end{cases}$

$$u(t)=\sum_{n=-\infty}^{\infty}u_n(t)=\sum_{n=-\infty}^{\infty}a_n[g_1(t-nT_s)-g_2(t-nT_s)]$$

- 将$u(t)$截短为能量信号求频谱

$$u_T(t)=\sum_{n=-N}^{N}u_n(t) \qquad T=(2N+1)T_s$$

$$U_T(\omega)=\int_{-\infty}^{\infty}u_T(t)e^{-j\omega t}dt$$

$$=\int_{-\infty}^{\infty}\sum_{n=-N}^{N}a_n[g_1(t-nT_s)-g_2(t-nT_s)]e^{-j\omega t}dt$$

$$=\sum_{n=-N}^{N}a_n\left[\int_{-\infty}^{\infty}g_1(t-nT_s)e^{-j\omega t}dt-\int_{-\infty}^{\infty}g_2(t-nT_s)e^{-j\omega t}dt\right]$$

$$=\sum_{n=-N}^{N}a_n[G_1(\omega)-G_2(\omega)]e^{-j\omega nT_s}$$

$$\begin{cases}m\neq n & E[a_m a_n]=0\\ m=n & E[a_m a_n]=P(1-P)\end{cases} \qquad U_T(\omega)=\sum_{n=-N}^{N}a_n[G_1(\omega)-G_2(\omega)]e^{-j\omega nT_s}$$

- 则：$|U_T(\omega)|^2=U_T(\omega)\cdot U_T^*(\omega)$

$$=\sum_{m=-N}^{N}a_m[G_1(\omega)-G_2(\omega)]e^{-j\omega mT_s}\cdot\sum_{n=-N}^{N}a_n[G_1^*(\omega)-G_2^*(\omega)]e^{j\omega nT_s}$$

$$=\sum_{m=-N}^{N}\cdot\sum_{n=-N}^{N}a_m a_n e^{j\omega(n-m)T_s}[G_1(\omega)-G_2(\omega)][G_1^*(\omega)-G_2^*(\omega)]$$

- 再求统计平均

$$E[|U_T(\omega)|^2]=\sum_{m=-N}^{N}\cdot\sum_{n=-N}^{N}E[a_m a_n]\cdot e^{j\omega(n-m)T_s}[G_1(\omega)-G_2(\omega)][G_1^*(\omega)-G_2^*(\omega)]$$

$$\because E[a_m a_n]=E[a_n^2]=P(1-P) \qquad =\sum_{n=-N}^{N}P(1-P)|G_1(\omega)-G_2(\omega)|^2$$

$$=(2N+1)P(1-P)|G_1(\omega)-G_2(\omega)|^2$$

$E[|U_T(\omega)|^2] = (2N+1)P(1-P)|G_1(\omega)-G_2(\omega)|^2$

- 则$u(t)$的功率谱

$$P_u(\omega) = \lim_{T\to\infty}\frac{E[|U_T(\omega)|^2]}{T}$$

$$= \lim_{N\to\infty}\frac{(2N+1)P(1-P)|G_1(\omega)-G_2(\omega)|^2}{(2N+1)T_s}$$

$$= \frac{1}{T_s}P(1-P)|G_1(\omega)-G_2(\omega)|^2$$

- 即：

$$P_u(f) = f_s \cdot P(1-P)|G_1(f)-G_2(f)|^2$$

- **交变波的功率谱是连续谱**

- **基带信号 $s(t)$ 的功率谱**

$$P_S(f) = P_v(f) + P_u(f)$$

$$= f_S^2\sum_{m=-\infty}^{\infty}|PG_1(mf_S)+(1-P)G_2(mf_S)|^2\delta(f-mf_S)$$

$$+ f_S \cdot P(1-P)|G_1(f)-G_2(f)|^2$$

- 连续谱$P_u(f)$：总存在，决定基带信号的带宽
- 离散谱$P_v(f)$：不一定存在，决定直流和定时
  - $m=0$ 表示直流功率谱
  - $m=\pm 1$ 表示基波 f_s 的功率谱
  - $|m|>1$ 表示谐波 mf_s 的功率谱
  - $p=\frac{1}{2}, g_1(t)=-g_2(t)$，即等概率双极性波形不含离散谱

$$P_S(f) = P_v(f) + P_u(f)$$

$$= f_S^2\sum_{m=-\infty}^{\infty}|PG_1(mf_S)+(1-P)G_2(mf_S)|^2\delta(f-mf_S)$$

$$+ f_S \cdot P(1-P)|G_1(f)-G_2(f)|^2$$

举例

- **单极性波形功率谱**
  - 设 “0” $\rightarrow g_1(t)=0$， “1” $\rightarrow g_2(t)=g(t)$

$$\begin{cases} g_1(t) \Leftrightarrow G_1(f)=0 & P \\ g_2(t) \Leftrightarrow G_2(f)=G(f) & 1-P \end{cases}$$

  - 功率谱

$$P_S(f) = f_S^2(1-P)^2\sum_{m=-\infty}^{\infty}|G(mf_S)|^2\delta(f-mf_S) + f_S\cdot P(1-P)|G(f)|^2$$

  - 0、1等概时

$$P_S(f) = \frac{1}{4}f_S^2\sum_{m=-\infty}^{\infty}|G(mf_S)|^2\delta(f-mf_S)+\frac{1}{4}f_S|G(f)|^2$$

$$P_S(f) = \frac{1}{4}f_S^2\sum_{m=-\infty}^{\infty}|G(mf_S)|^2\delta(f-mf_S)+\frac{1}{4}f_S|G(f)|^2$$

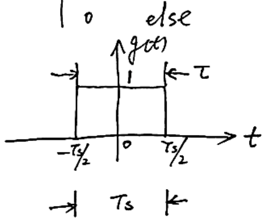
$$G(f) = T_S Sa(\pi f T_S)$$

- 0、1等概的单极不归零波形功率谱（1码的波形是全占空的矩形脉冲） $\tau = T_s$
  - 离散谱 $P_v(f) = \frac{1}{4}\delta(f)$
  - 连续谱 $P_u(f) = \frac{1}{4}T_S S_a^2(\pi f T_S)$
  - **有直流，无定时，以主瓣宽度作为基带信号的近似带宽时，$B = 1/\tau = 1/T_s$称为谱零点带宽**

- **推导**

若 $g(t)$ 是不归0的矩形脉冲

$$g(t) = \begin{cases} 1 & |t| \le \frac{T_s}{2} \\ 0 & else \end{cases} \Longleftrightarrow G(\omega) = \tau\, Sa\left(\frac{\omega\tau}{2}\right)$$

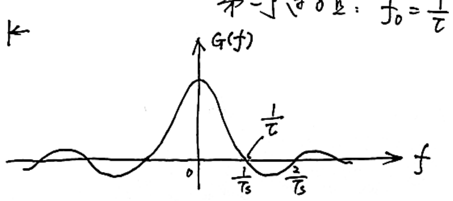


过0点：$\omega = \frac{2k\pi}{\tau}$ $k=\pm1,\pm2\cdots$

$G(f) = \tau\, Sa(\pi f\tau) = T_s\, Sa(\pi f T_s)$

过0点：$\pi f\tau = k\pi$，$f = \frac{k}{\tau}$

第一个过0点：$f_0 = \frac{1}{\tau} = \frac{1}{T_s}$



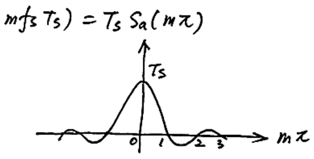
单极性功率谱：$P_s(f) = \frac{1}{4}f_s^2\sum|G(mf_s)|^2\delta(f-mf_s) + \frac{1}{4}f_s|G(f)|^2$

离散谱　　连续谱

$\because$ 当$f = mf_s$，$G(mf_s) = T_s\, Sa(\pi m f_s T_s) = T_s\, Sa(m\pi)$

当$m=0$，$G(mf_s) = T_s \neq 0$

$m\neq 0$ 整数，$G(mf_s) = 0$



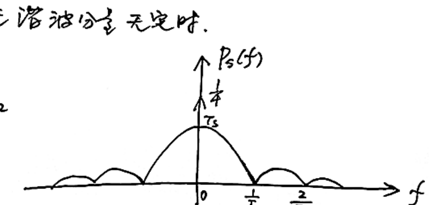
说明：有直流分量（$f=0$），无谐波分量无定时.

$\therefore$ 离散谱：$P_v(f) = \frac{1}{4}\delta(f)$

连续谱：$P_u(f) = \frac{1}{4}f_s|G(f)|^2$

$= \frac{1}{4}f_s|T_s\, Sa(\pi f T_s)|^2$

$= \frac{1}{4}T_s\, Sa^2(\pi f T_s)$



谱0点带宽 $B = \frac{1}{\tau}$

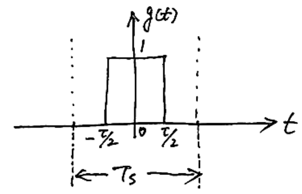
$$P_S(f)=\frac{1}{4}f_S^2\sum_{m=-\infty}^{\infty}|G(mf_S)|^2\delta(f-mf_S)+\frac{1}{4}f_S|G(f)|^2$$

$$G(f)=\frac{T_S}{2}Sa(\pi f\frac{T_S}{2})$$

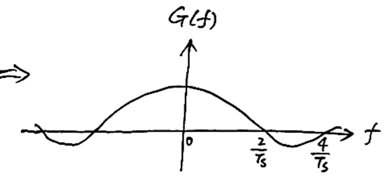
- 0、1等概的**单极归零**波形功率谱（1码的波形是半占空的矩形脉冲） $\tau=T_s/2$
  - 离散谱 $P_v(f)=\frac{1}{16}\sum_{m=-\infty}^{\infty}Sa^2(\frac{m\pi}{2})\delta(f-mf_S)$
  - 连续谱 $P_u(f)=\frac{T_S}{16}Sa^2(\frac{\pi fT_S}{2})$
  - **有直流，有定时，以主瓣宽度作为基带信号的近似带宽，谱零点带宽$B=1/\tau=2/T_s$**

- **推导**

若$g(t)$是归0矩形脉冲，半占空 $\tau=\frac{T_s}{2}$



$\Longleftrightarrow$



$G(f)=\tau Sa(\pi f\tau)=\frac{T_s}{2}Sa(\pi f\frac{T_s}{2})$

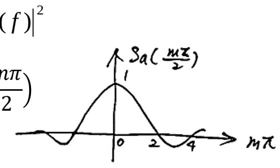
过0点：$\pi f\tau=k\pi$ $\quad\frac{\pi fT_s}{2}=k\pi\ (k=\pm1,\pm2\cdots)$

$f=\frac{k}{\tau}$ $\quad f=\frac{2k}{T_s}$

$f_0=\frac{1}{\tau}$ $\quad f_0=\frac{2}{T_s}$

$$P_S(f)=\frac{1}{4}f_S^2\sum_{m=-\infty}^{\infty}|G(mf_S)|^2\delta(f-mf_S)+\frac{1}{4}f_S|G(f)|^2$$

当$f=mf_S$时，$G(mf_S)=\frac{T_S}{2}Sa\left(\pi f\frac{T_S}{2}\right)=\frac{T_S}{2}Sa\left(\frac{m\pi}{2}\right)$



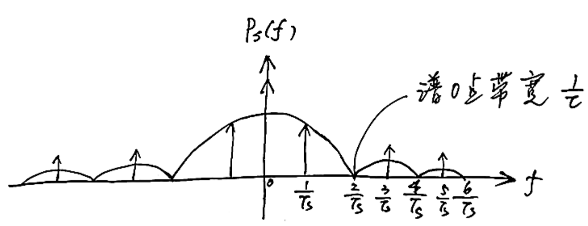
$m=0$，$G(mf_s)=\frac{T_s}{2}\neq0$ — 直流

m为奇数，$G(mf_s)\neq0$ — 奇次谐波，含定时

m为偶数，$G(mf_s)=0$ — 无偶次谐波

过0点：$\frac{m\pi}{2}=k\pi$

$m=2k$ $\quad k=\pm1,\pm2\cdots$



带宽取决于连续谱，取决于单个码元频谱。

- 结论
  - 脉冲宽度：τ
  - 谱零点带宽：$B=\frac{1}{\tau}$
  - 频带利用率：$\eta=\frac{R_B}{B}=\frac{1/T_s}{1/\tau}=\frac{\tau}{T_s}$
  - 码元速率相同时，单极性归零波频带利用率低，但含有定时信息

$$P_S(f)=P_v(f)+P_u(f)$$
$$=f_S^2\sum_{m=-\infty}^{\infty}|PG_1(mf_S)+(1-P)G_2(mf_S)|^2\delta(f-mf_S)$$
$$+f_S\cdot P(1-P)|G_1(f)-G_2(f)|^2$$

- **双极性**波形功率谱
  - 设 $\begin{cases}g_1(t)=g(t) & 1\\ g_2(t)=-g(t) & 0\end{cases}$ $\quad\begin{cases}g_1(t)\Leftrightarrow G(f)\\ g_2(t)\Leftrightarrow -G(f)\end{cases}$
  - 0、1等概时的功率谱 $P_S(f)=f_S|G(f)|^2$
  - 特点：**无离散谱；连续谱取决于单个码元的频谱**

$$P_S(f)=f_S|G(f)|^2$$

$$G(f)=\tau Sa(\pi f\tau)=T_sSa(\pi fT_s)$$

- 0、1等概的**双极不归零**波形的功率谱（1、0码的波形是全占空的正负矩形脉冲） $\tau=T_s$
  - 离散谱 $P_v(f)=0$
  - 连续谱 $P_u(f)=T_sSa^2(\pi fT_s)$
  - 特点：**无直流，无定时，谱零点带宽 $B=1/\tau=1/T_s$**

$$P_S(f)=f_s|G(f)|^2$$

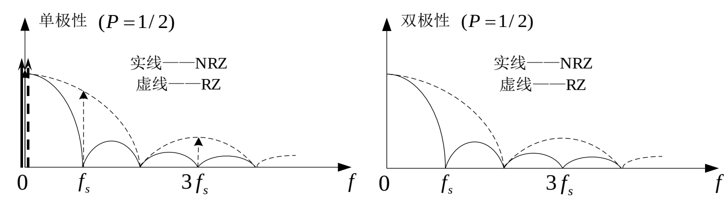
$$G(f)=\tau Sa(\pi f\tau)=\frac{T_S}{2}Sa\left(\pi f\frac{T_S}{2}\right)$$

- 0、1等概的**双极归零**波形的功率谱（ 1、0码的波形是半占空的正负矩形脉冲）

$$\tau=T_s/2$$

  - 离散谱 $P_v(f)=0$
  - 连续谱 $P_u(f)=\frac{T_S}{4}S_a^2(\frac{\pi f T_S}{2})$
  - 特点：**无直流，无定时（接收时可提取位定时），谱零点带宽 $B=1/\tau=2/T_s$**

- **单极性和双极性波形功率谱**



结论

- 数字基带信号的功率谱包含连续谱（决定信号的**带宽**）和离散谱（决定信号是否包含**直流**和**定时**信息）
- 数字基带信号的**带宽取决于单个码元的频谱**
- 0、1等概的双极性码波形无直流，也无定时
- 单极性归零码波形有定时，对于不含位定时的码型要设法在接收端变成单极归零码波形
- 时域波形的占空比越小，信号所占用的频带越宽，**频带利用率**越低

6.3 基带传输的常用码型

- 传输码型的设计原则
  - 无直流，少低频
  - 应含有丰富的定时信息
  - 功率谱主瓣宽度窄，以节省传输频带
  - 不受信息源统计特性的影响
  - 减小误码扩散
  - 具有内在的检错能力
  - 编译码简单

常用传输码型

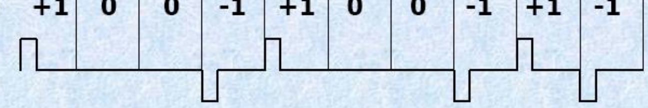
- 将数字序列$\{a_n\}$经过码型设计变成传输码，也称线路编码
- 消息码元→传输码元→波形表示
  - AMI码
  - HDB_3码
  - 双相码
  - ……
  - nBmB码

AMI码

- **编码规则：** “0”→0

  “1”→交替变换+1和−1

消息码	1	0	0	1	1	0	0	1	1	1
AMI码	+1	0	0	-1	+1	0	0	-1	+1	-1

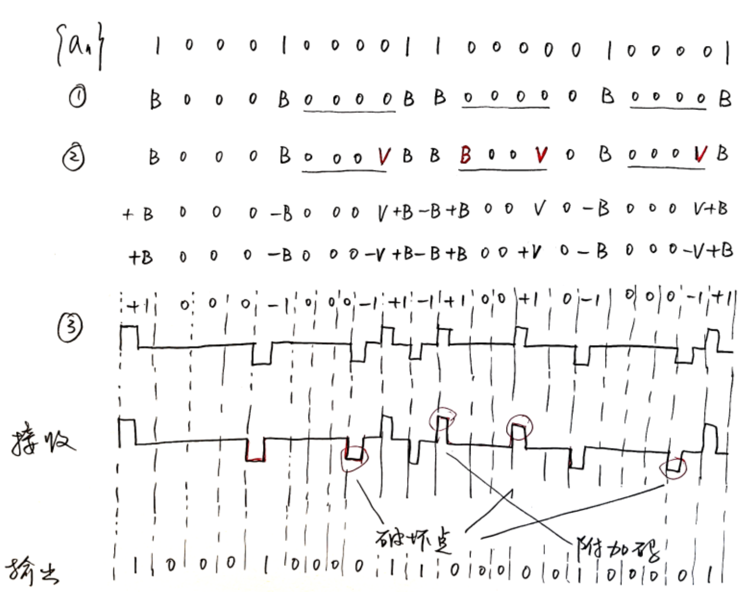


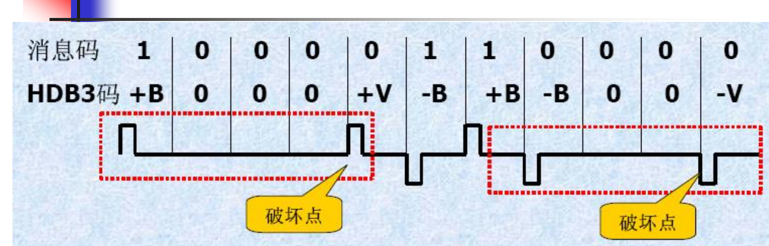
- AMI码（传号交替反转码）对应的波形是具有正、负、零三种电平的脉冲序列，“伪三元码”

- **AMI码优点**
  - 无直流，功率谱少高、低频
  - 译码可通过微分整流等电路提取定时
  - 具有一定检错能力
- **缺点**
  - 连0多时，定时不准

HDB$_3$码

- **编码规则**
  - “0”→0，“1”→B
  - 4个连“0”时，“0000”→000V或B00V，保证相邻V间的B为奇数个
  - 0编码为0
  - B交替反转编码为＋B和－B
  - V与前一个B同极性，编码为＋V和－V
  - **V称为破坏点**，B为附加码

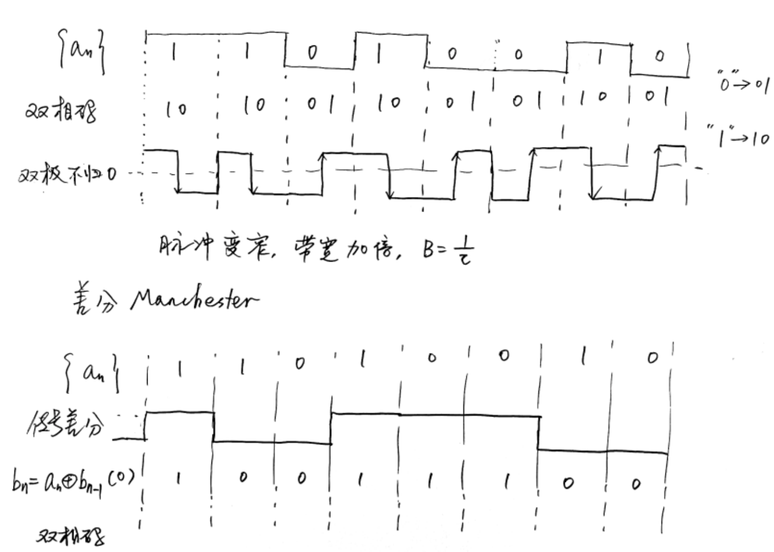




- 对应的波形是具有正、负、零三种电平的脉冲序列
- **无直流，少高低频，有定时**，编码复杂译码简单；用于PCM一次群至三次群

双相码

- **曼彻斯特码（Manchester）**
- **编码规则：**“0”→01，“1”→10
- **双极性不归零波形**
- **特点**
  - 优点是无直流，含有丰富的定时信息，编码简单；缺点是占用带宽加倍，使频带利用率降低；广泛用于数据通信（以太网差分曼彻斯特编码）



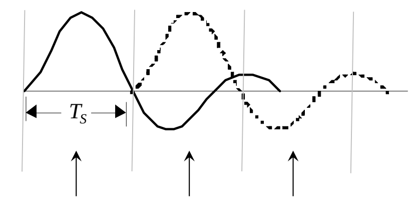
nBmB码

$$\eta = \frac{R_B}{B} = \frac{\frac{1}{T_s}}{\frac{1}{\tau}} = \frac{\tau}{T_s}$$

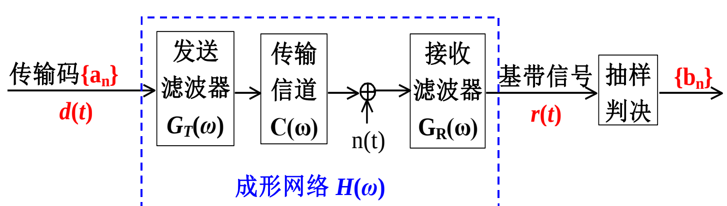
- 将原码流中n位码做为一个码组，变换成m位码做为一个新的码组，$m>n$，通过禁用码组达到检错效果，带宽增加
- 如：1B2B码（双相码、密勒码、CMI码），4B5B码（100M局域网），5B6B码（200M以上光纤传输使用）
- **码型变换不改变数字基带信号每个脉冲的形状，只改变脉冲的极性或持续时间，码元持续时间不变，脉冲压缩，带宽展宽**

6.4 基带信号传输与码间干扰

- 码间干扰(串扰)
  - 信道特性不理想
    - 信道带宽受限
    - 多径效应



基带系统模型



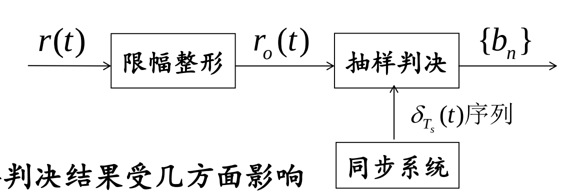
$$H(\omega) = G_T(\omega)\,C(\omega)\,G_R(\omega)$$

$d(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} a_n \delta(t - nT_s)$ ，T_s 为码元宽度，a_n 为码元幅度

- 简化系统

- 若输入 $\delta(t)$，则输出 $\delta(t) * h(t) = h(t)$
- **波形设计就是对基带波形 $h(t)$ 的设计，也就是设计整个传输系统的特性 $H(\omega)$**
- 若基带信号频域特性与系统传输特性完全匹配，则输出无失真的基带波形

- 抽样判决电路



- **抽样判决结果受几方面影响**
  - 码间干扰（ISI——Inter Symbol Interference）
  - 加性噪声
  - 抽样定时脉冲

- **判决输出（不考虑噪声影响）**

若$H(\omega)$输入 $d(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} a_n \delta(t - nT_s)$

则$H(\omega)$输出
$$\begin{aligned} r(t) &= d(t) * h(t) \\ &= \sum_n a_n \delta(t - nT_s) * h(t) \\ &= \sum_n a_n h(t - nT_s) \end{aligned}$$

则判决输出
$$\begin{aligned} b_k = r(kT_S) &= \sum_n a_n h(kT_S - nT_S) \\ &= a_k h(0) + \sum_{\substack{n \\ n \neq k}} a_n h\left[(k-n)T_S\right] \end{aligned}$$

$$b_k = a_k h(0) + \sum_{\substack{n \\ n\neq k}} a_n h[(k-n)T_S]$$

$$\begin{cases} a_k h(0) = a_k \\ \sum\limits_{\substack{n \\ n\neq k}} a_n h[(k-n)T_S] = 0 \end{cases}$$

$$h[(k-n)T_S] = \begin{cases} 1 & n=k \quad (k-n=0) \\ 0 & n\neq k \quad (k-n\neq 0) \end{cases}$$

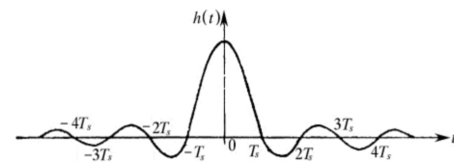
令$k = k-n$

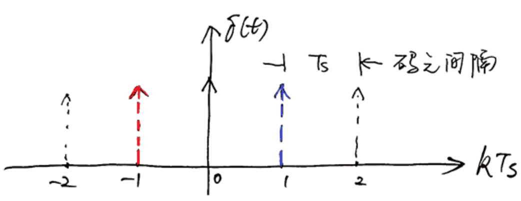
$$h(kT_S) = \begin{cases} 1 & k=0 \\ 0 & k\neq 0 \end{cases}$$

6.5 无码间干扰的基带传输特性

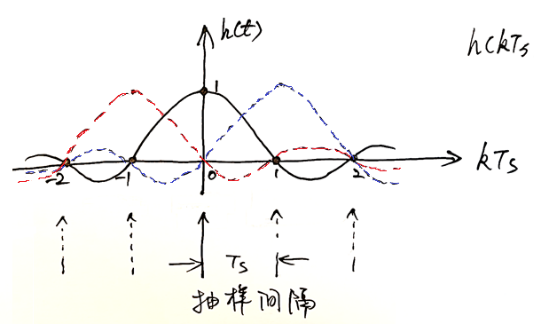
- 时域条件

$$h(kT_s) = \begin{cases} 1 & k=0 \\ 0 & k\neq 0\text{的整数} \\ \text{任意} & k=\text{小数} \end{cases}$$

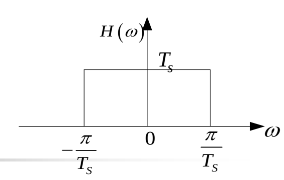




$h(kT_s) = \begin{cases} 1 & k=0 \\ 0 & k\neq 0 \end{cases}$



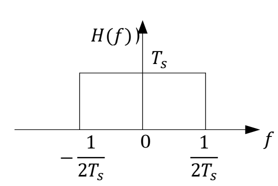
$$Sa\left(\frac{\pi t}{T_s}\right) \Leftrightarrow H(\omega)$$



- 频域条件

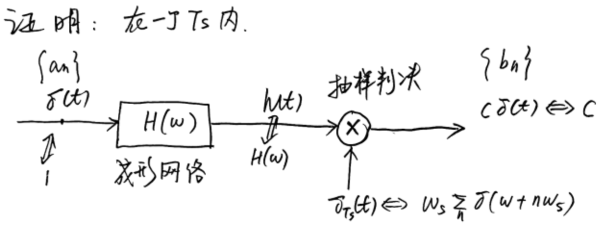
$$H_{eq}(\omega) = \begin{cases} \sum\limits_{i=-\infty}^{\infty} H(\omega + \frac{2\pi}{T_s} i) = T_s & |\omega| \le \frac{\pi}{T_s} \\ 0 & else \end{cases}$$

——奈奎斯特第一准则



$$\sum_{i=-\infty}^{\infty} H(f + \frac{1}{T_s} i) = K \qquad |f| \le \frac{1}{2T_s}$$

证明：在一个 T_s 内.



$\omega_s = \frac{2\pi}{T_s}$

$\because \; C = \frac{1}{2\pi}[H(\omega) * \omega_s \sum_n \delta(\omega + n\omega_s)] \qquad -\frac{\pi}{T_s} \le \omega \le \frac{\pi}{T_s}$

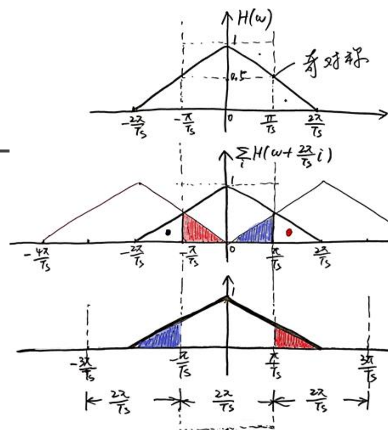
$= \frac{1}{T_s} \sum_n H(\omega + n\omega_s)$

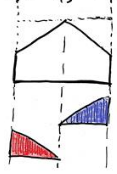
$\therefore \; \sum_n H(\omega + n\omega_s) = CT_s$

$\sum_n H(\omega + \frac{2\pi}{T_s} n) = K \qquad |\omega| \le \frac{\pi}{T_s}$

$$\sum_{i=-\infty}^{\infty} H(\omega + \frac{2\pi}{T_s} i) = K \qquad |\omega| \le \frac{\pi}{T_s}$$

- 频域条件的物理意义
  - 将$H(\omega)$分割成宽度为$2\pi/T_s$（T_s**为码元间隔，** **$1/Ts$ 为码元速率**）的若干段，再全部平移到（$-\pi/T_s$，π/T_s）区间内叠加，如果和为常数，则信号在抽样时刻无码间干扰
  - **一个实际的$H(\omega)$特性若能等效成一个理想低通$H_{eq}(\omega)$，则可实现无码间干扰**
  - **奈奎斯特第一准则是无码间干扰的充要条件**

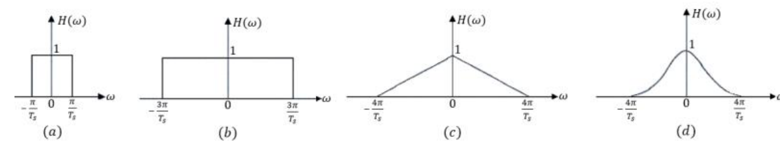




$$\sum_{i=-\infty}^{\infty} H(\omega+\frac{2\pi}{T_s}i)=K \qquad |\omega|\le\frac{\pi}{T_s}$$

切割、平移、叠加

- 例：若传输速率为 $2/T_s\ baud$，如图为几种基带传输系统，试分析各系统是否存在码间干扰？



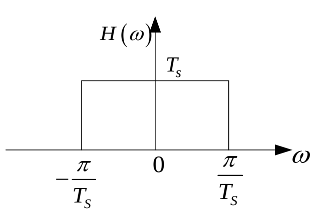
$$H_{eq}(\omega)=\sum_{i=-\infty}^{\infty} H(\omega+\frac{2\pi}{T}i)=K \quad |\omega|\le\frac{\pi}{T}$$

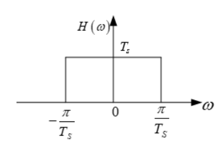
$$=\sum_{i=-\infty}^{\infty} H(\omega+\frac{4\pi}{T_s}i)=K \quad |\omega|\le\frac{2\pi}{T_s}$$

无码间干扰的传输特性设计（基带波形设计）

一. 理想低通特性

$$H(\omega)=H_{eq}(\omega)=\begin{cases} T_s & |\omega|\le\frac{\pi}{T_s} \\ 0 & else \end{cases}$$





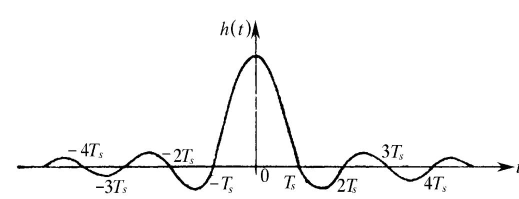
$$h(t)=\frac{1}{2\pi}\cdot\frac{2\pi}{T_s}\cdot T_s\cdot Sa\left(t\cdot\frac{\pi}{T_s}\right)$$

$$\frac{\pi t}{T_s}=k\pi \qquad k=\pm1,\pm2\cdots$$

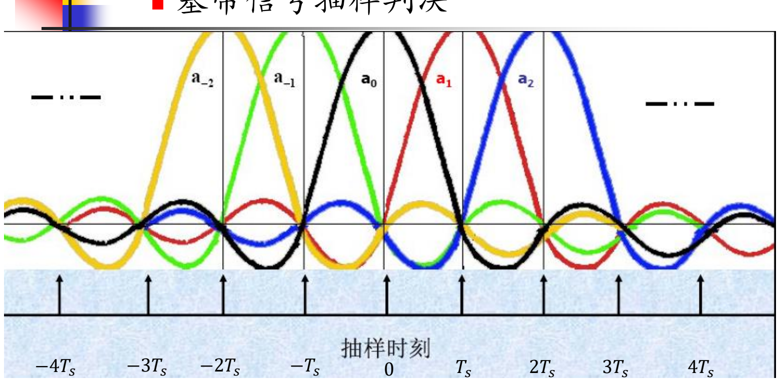
- 理想基带波形

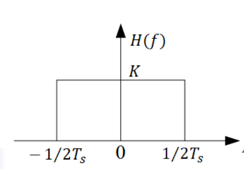
$$h(t)=Sa(\frac{\pi t}{T_s})$$

若在$t=kT_s$抽样，则无码间干扰



- 基带信号抽样判决





$$\sum_{i=-\infty}^{\infty} H(f+\frac{1}{T_s}i)=K \qquad |f|\le\frac{1}{2T_s}$$

$$H(f)=K \qquad |f|\le\frac{1}{2T_s}$$

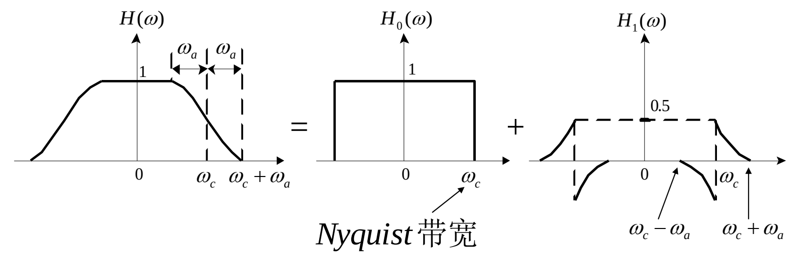
- 理想低通特性结论
  - 当理想低通特性信道带宽为$\boxed{B=1/2T_s(Hz)}$时，若基带信号以$\boxed{R_B=1/T_s(baud)}$进行传输，则无码间干扰，此码元速率为无码间干扰的最高速率，称为Nyquist速率，此时的带宽称为Nyquist带宽
  - 最大频带利用率为$\boxed{\eta=2(baud/Hz)}$
  - 问题：理想低通很难实现；基带波形拖尾长，收敛慢，定时不准时串扰大

二. 余弦滚降特性

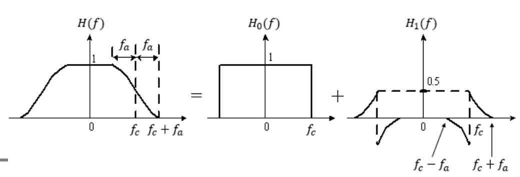
- 首先保证抽样时刻**无码间干扰**
- 总传输特性圆滑滚降，则**带宽展宽**
- 基带信号**码元速率不变**，波形拖尾收敛快，**定时误差影响小**
- 频带利用率达不到理论最大值

满足无码间干扰的带宽称为Nyquist带宽，余弦滚降系统中为奇对称点

- **余弦滚降频域特性**



$$H(\omega)=H_0(\omega)+H_1(\omega)$$

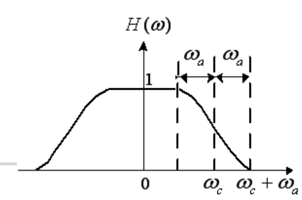


- 定义**滚降系数** $\alpha=\dfrac{f_a}{f_c}$ $\qquad 0\le\alpha\le 1$
- **系统带宽** $B=f_c+f_a=(1+\alpha)f_c$

$$f_c=\frac{1}{2T_s}\text{—Nyquist带宽}$$

- **频带利用率**

$$\eta=\frac{\text{码元速率}}{\text{系统带宽}}=\frac{R_B}{B}=\frac{1/T_s}{(1+\alpha)f_c}=\frac{2}{1+\alpha}$$



- **频域特性**

$$H(\omega)=\begin{cases}1 & |\omega|\le\omega_c-\omega_a\\ \dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{2}\sin\dfrac{\pi(\omega_c-\omega)}{2\omega_a} & \omega_c-\omega_a\le|\omega|\le\omega_c+\omega_a\\ 0 & |\omega|\ge\omega_c+\omega_a\end{cases}$$

- **时域特性**

$$h(t)=\frac{1}{T_S}\cdot Sa(\frac{\pi}{T_S}t)\cdot\frac{\cos\alpha\pi t/T_S}{1-4\alpha^2t^2/T_S^2}$$

$$h(t)=\frac{1}{T_S}\cdot Sa(\frac{\pi}{T_S}t)\cdot\frac{\cos\alpha\pi t/T_S}{1-4\alpha^2t^2/T_S^2}$$

- 当α=0时，即为理想低通特性
- 当**α=1**时，即为**升余弦**滤波器特性（$\omega_a=\omega_c$）

$$H(\omega)=\begin{cases}\dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{2}\cos\dfrac{\pi\omega}{2\omega_c}=\left(\cos\dfrac{\pi\omega}{4\omega_c}\right)^2 & |\omega|\le 2\omega_c\\ 0 & else\end{cases}$$

$$h(t)=\frac{1}{T_S}\cdot Sa(\frac{\pi}{T_S}t)\cdot\frac{\cos\pi t/T_S}{1-4t^2/T_S^2}$$

- **升余弦谱的波形**

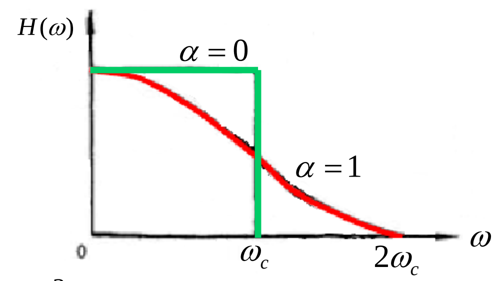
$$h(t)=\frac{1}{T_S}\cdot Sa(\frac{\pi}{T_S}t)\cdot\frac{\cos\pi t/T_S}{1-4t^2/T_S^2}\qquad\left(t\ne\pm\frac{T_S}{2}\right)$$

  - $Sa(\frac{\pi}{T_S}t)$ **的过零点**

$$\frac{\pi t}{T_S}=k\pi\qquad t=kT_S\ \ ,k=\pm1,\pm2\cdots$$

  - $\cos\frac{\pi}{T_S}t$ **的过零点** $\qquad (k\ne 0,-1)$

$$\frac{\pi t}{T_S}=k\pi+\frac{\pi}{2}\qquad t=kT_S+\frac{1}{2}T_S\ \ ,k=1,\pm2\cdots$$

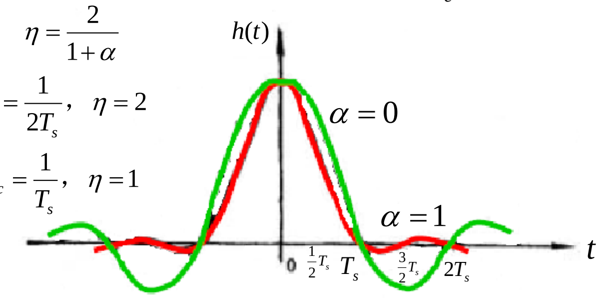


$\alpha = f_a / f_c$

$B=(1+\alpha)f_c \quad \eta=\frac{2}{1+\alpha}$

$\alpha=0$: $B=f_c=\frac{1}{2T_s}$, $\eta=2$

$\alpha=1$: $B=2f_c=\frac{1}{T_s}$, $\eta=1$



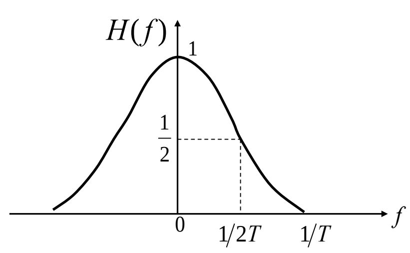
$\eta=\frac{R_B}{B}=\frac{1/T_s}{B}$

余弦滚降特性结论

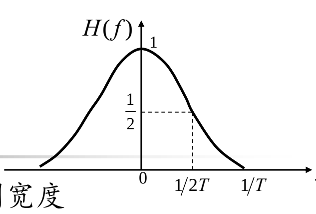
- 系统带宽 $\boxed{B=(1+\alpha)f_c}$
- 频带利用率 $\boxed{\eta=\frac{2}{1+\alpha}}$
- 滚降系数$\alpha(0\le\alpha\le1)$越大，滚降越平缓，系统频域特性越容易实现，占用频带越宽，频带利用率越低；时域波形拖尾收敛越快，有利于减小由于定时误差引起的码间干扰
- 设计通信系统时，希望频带利用率高，定时抖动对误码率影响小，系统易于实现，而它们对滚降系数的要求是矛盾的。

例：基带传输系统总特性为升余弦滚降特性

- 求系统无码间干扰的最高传码率和频带利用率
- 若分别以2/3T，1/2T，1/T，3/T的码元速率传输数据，哪些速率可消除码间干扰



切割、平移、叠加



解：

- 最高传码率即频率最大切割宽度

  $R_{Bmax}=\frac{1}{T}\ baud \qquad \eta_{max}=\frac{R_{Bmax}}{B}=1\ baud/Hz$

- 首先排除 $>\frac{1}{T}$ 的码元速率，即 $\frac{3}{T}$ 速率有干扰
- 以 $\frac{1}{T}$ 速率通过系统显然无干扰
- $\frac{1}{T_s}=\frac{2}{3T}$ 有干扰，切割宽度为 $\frac{2}{3T}$，平移，叠加范围 $\left(-\frac{1}{3T}Hz,\frac{1}{3T}Hz\right)$
- $\frac{1}{T_s}=\frac{1}{2T}$ 无干扰，切割宽度为 $\frac{1}{2T}$，平移，叠加范围 $\left(-\frac{1}{4T}Hz,\frac{1}{4T}Hz\right)$

例：理想低通信道的截止频率为3KHz，分别传送以下的各类二进制信号，求最高信息速率

- 理想低通谱型的信号
- $\alpha=0.2$的余弦滚降信号（谱型）
- 升余弦滚降信号（谱型）
- 以矩形脉冲为基本波形的不归零信号
- 以半占空矩形脉冲为基本波形的归零信号

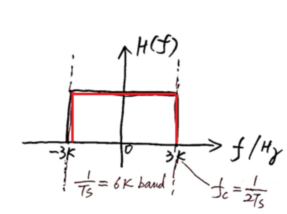
解：∵ 二进制 $R_b=R_B$，$\eta=\frac{R_B}{B}=\frac{R_b}{B}$，∴ $R_b=\eta\cdot B$

∵ $B=3KHz$ ∴ 只需求 $\eta_{max}\rightarrow R_{bmax}$

(1) 理想低通谱型信号

∵ $\eta_{max}=2\ baud/Hz=2\ bps/Hz$

∴ $R_{bmax}=\eta\cdot B=2\times3K=6K\ bps$



(2) $\alpha=0.2$ 余弦滚降谱信号

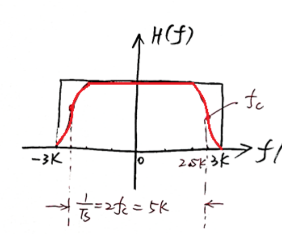
$\eta_{max}=\frac{2}{1+\alpha}=\frac{2}{1+0.2}=\frac{5}{3}\ baud/Hz$

$R_{bmax}=\eta\cdot B=\frac{5}{3}\times3K=5K\ bps$

∵ $B=(1+\alpha)f_c$

$3K=1.2f_c$

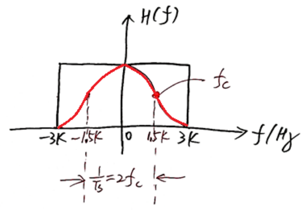
∴ $f_c=2.5KHz$



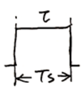
(3) 升余弦滚降信号（谱型）

$\alpha=1$，$\eta_{max}=\frac{2}{1+\alpha}=1\ baud/Hz$

$R_b=\eta\cdot B=1\times3K=3K\ bps$

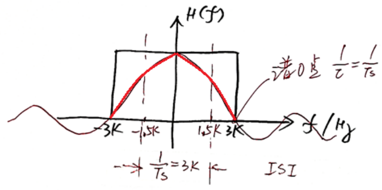


(4) 不归0矩形脉冲信号

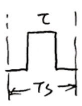


$\eta=\frac{\tau}{T_s}=1\ baud/Hz$

$R_b=\eta\cdot B=1\times3K=3K\ bps$

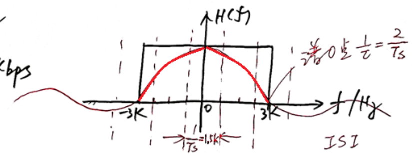


(5) 半占空矩形脉冲信号



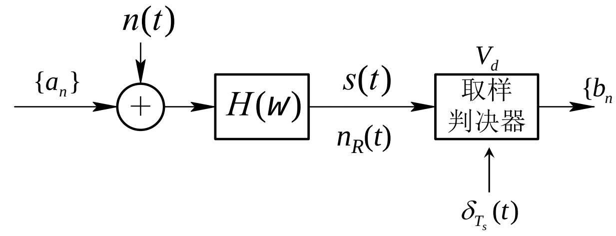
$\eta=\frac{\tau}{T_s}=\frac{1}{2}\ baud/Hz$

$R_b=\eta\cdot B=\frac{1}{2}\times3K=1.5K\ bps$



6.6 基带传输系统抗噪性能

- **在不考虑码间干扰的前提下，研究信道加性高斯白噪声对信号判决的影响，即误码率；抗噪性能分析即建立误码率与信噪比的关系。**



- 假设
  - 信道加性噪声$n(t)$是均值为0，双边功率谱为$n_0/2$的平稳高斯白噪声，成型网络是一个线性网络 $H(\omega)=G_T(\omega)\cdot C(\omega)\cdot G_R(\omega)$，故判决电路输入噪声$n_R(t)$也是均值为0的平稳高斯噪声
  - 设 $n_R(t)$ 是均值为0，方差为σ_n^2的高斯噪声

$$f(V)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_n}e^{-\frac{V^2}{2\sigma_n^2}}$$

- **二进制双极性基带系统**
  - 设二进制基带信号为双极性，若传输过程信号无损耗，无码间干扰，则信号在抽样时刻的电平取值为$\pm A$，则抽样判决器输入的混合波形 $r(t)=s(t)+n_R(t)$ 在抽样时刻的取值

$$r(kT_S)=\begin{cases}A+n_R(kT_S)，发送“1”时\\-A+n_R(kT_S)，发送“0”时\end{cases}$$

  - 设判决门限为V_d，判决规则

$$\begin{cases}r(kT_S)\ge V_d & 判为"1"\\r(kT_S)<V_d & 判为"0"\end{cases}$$

$$P_e=P(1)P_{e1}+P(0)P_{e0}$$

- **以误码率最小的原则确定判决门限**
- 发送“1”时，$x=r(kT_s)=A+n_R(kT_s)$的概率分布

$$f_1(x)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_n}\exp[-\frac{(x-A)^2}{2\sigma_n^2}]$$

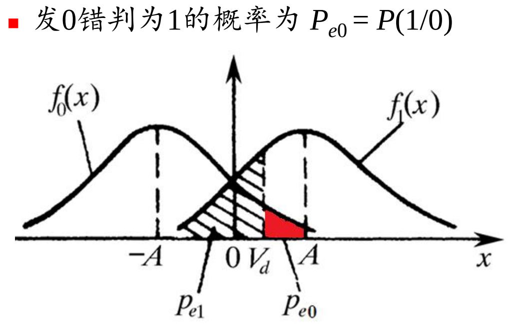
- 发送“0”时，$x=r(kT_s)=-A+n_R(kT_s)$的概率分布

$$f_0(x)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_n}\exp[-\frac{(x+A)^2}{2\sigma_n^2}]$$

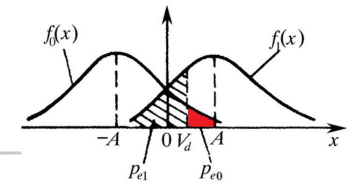
$$P_e=P(1)P_{e1}+P(0)P_{e0}$$

$$\begin{cases}r(kT_S)\ge V_d & 判为"1"\\r(kT_S)<V_d & 判为"0"\end{cases}$$

- **判决门限：**$-A<V_d<A$
- 发1错判为0的概率为 $P_{e1}=P(0/1)$
- 发0错判为1的概率为 $P_{e0}=P(1/0)$



- **误差函数**
  - 误差函数： $erf(x)=\frac{2}{\sqrt{\pi}}\int_0^x e^{-z^2}dz$
  - 补误差函数： $erfc(x)=1-erf(x)=\frac{2}{\sqrt{\pi}}\int_x^{\infty} e^{-z^2}dz$
  - 误差函数是奇函数 $erf(x)=-erf(-x)$
  - 若 $x_1<x_2$，则 $erfc(x_1)>erfc(x_2)$



- **发“1”的误码率**

$$P_{e1}=P(x<V_d)=\int_{-\infty}^{V_d} f_1(x)dx=\frac{1}{2}erfc\left(\frac{A-V_d}{\sqrt{2}\sigma_n}\right)$$

- **发“0”的误码率**

$$P_{e0}=P(x\ge V_d)=\int_{V_d}^{\infty} f_0(x)dx=\int_{-\infty}^{-V_d} f_1(x)dx$$

$$=\frac{1}{2}erfc\left[\frac{A-(-V_d)}{\sqrt{2}\sigma_n}\right]=\frac{1}{2}erfc\left[\frac{A+V_d}{\sqrt{2}\sigma_n}\right]$$

- 系统总误码率： $P_e=P(1)P_{e1}+P(0)P_{e0}$
- 当误码率最小时，得到最佳门限电平

$$\frac{\partial P_e}{\partial V_d}=0 \quad \Rightarrow \quad V_d^*=\frac{\sigma_n^2}{2A}\ln\frac{P(0)}{P(1)}$$

- **若0、1等概时，双极性波形最佳门限 $V_d^*=0$**

误码率： $P_e=\frac{1}{2}erfc\left(\frac{A}{\sqrt{2}\sigma_n}\right)$

双极性： $P_e=\frac{1}{2}erfc\left(\frac{A}{\sqrt{2}\sigma_n}\right)$

二进制单极性基带系统

- 二进制基带信号为单极性波形，在抽样时刻的电平取值为0和A
- 最佳门限 $V_d^*=\frac{A}{2}+\frac{\sigma_n^2}{A}\ln\frac{P(0)}{P(1)}$
- **0、1等概时，最佳判决电平A / 2**

  总误码率： $P_e=\frac{1}{2}erfc\left(\frac{A}{2\sqrt{2}\sigma_n}\right)$

- **结论：对同一系统，信噪比越高，误码率越低，抗噪性能越好；而在信噪比相同情况下，双极性系统比单极性系统误码率低**

本章小结

- 数字基带传输系统模型，及主要解决的问题
- 数字基带信号及其频域特性分析结论
- 传输码型的常用几种编码方法
- 奈奎斯特第一准则的原理及应用
- 理想低通、余弦滚降的特性、设计思想、模型原理及相关指标计算
- 基带系统抗噪性能分析方法及结论

作业

- 阅读教材第六章内容
- 第六章习题
  - 1、2、3
  - 4、7、8（~~和CMI码~~）
  - 11、12、13
  - 17、18