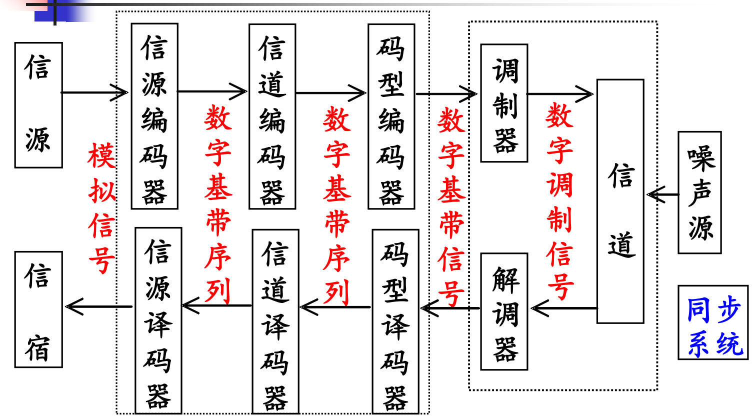
第八章

模拟信号的数字传输

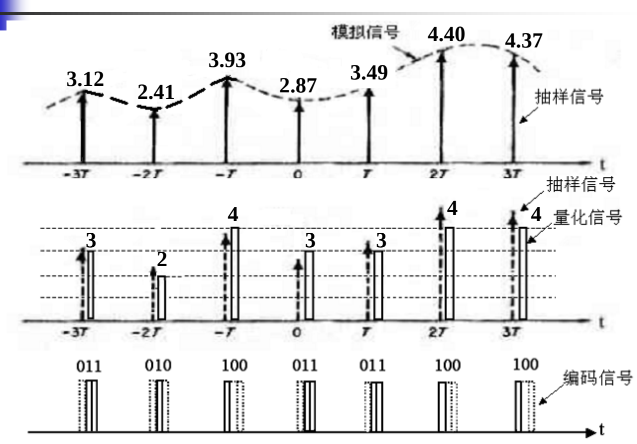
- 数字通信系统



主要内容

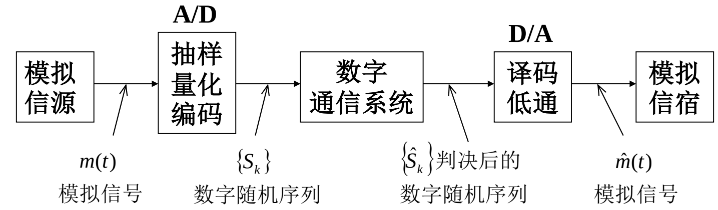
- 抽样
- 量化
- 脉冲编码调制（PCM）
- 时分多路复用TDM

8.1 引言



- 数字化3步骤—**抽样、量化、编码**
  - **抽样**——将时间连续的模拟信号变换成时间离散的抽样信号，取值仍连续
  - **量化**——将取值连续的抽样信号变换成取值离散的量化信号，即指定M个特定电平，将抽样值用最接近的电平表示
  - **编码**——将时间和取值都离散的量化信号变换成二进制码组表示的数字信号 $M = 2^L$

- 模拟信号的数字传输系统



- **本章主要讨论话音信号的PCM编码**

8.2 抽样定理

- **抽样定理是模拟信号数字化和TDM的理论基础**
- 低通信号抽样定理
- 带通信号抽样定理

一. 低通信号抽样

- 定理：

  设一个频带限制在（0，f_H）的时间连续的模拟信号 $m(t)$，如果以 $T_s \le \frac{1}{2f_H}$ 的间隔对它进行等间隔抽样，则 $m(t)$ 可以唯一地被所得到的抽样值序列完全确定

- 此定理又称均匀抽样定理（**理想抽样**）

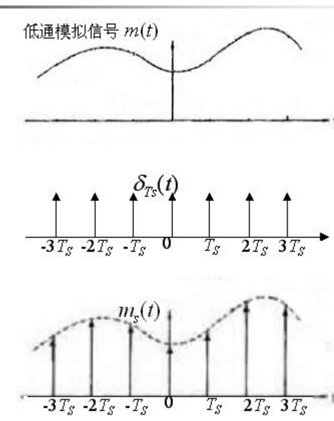
- 含义

  要传输模拟信号 $m(t)$，只要传输已抽样信号 $m_s(t)$，接收端就能准确恢复 $m(t)$，条件是：

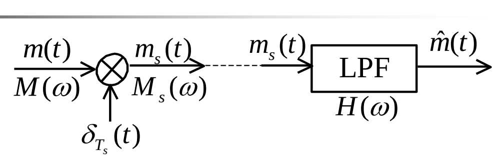
  抽样间隔 $T_s \le \frac{1}{2f_H}$，即抽样频率 $f_s \ge 2f_H$

  - $2f_H$为无失真重建信号的最低抽样频率，称为**奈奎斯特频率**，相应的时间间隔$1/2f_H$称为**奈奎斯特间隔**

- 时域波形抽样过程



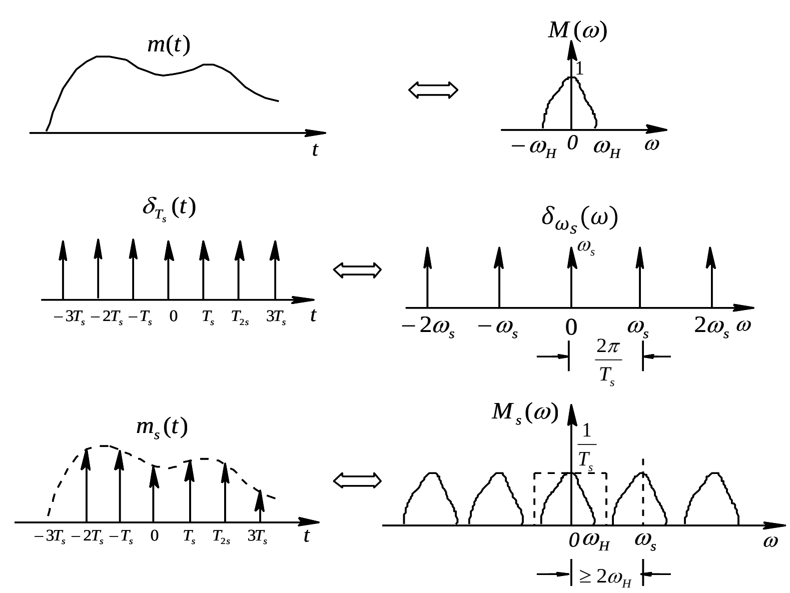
- 证明：

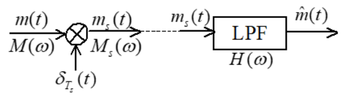


$$m_s(t) = m(t)\cdot\delta_{T_s}(t) \qquad M_s(\omega) = \frac{1}{2\pi}\left[M(\omega) * \delta_{\omega_s}(\omega)\right]$$

$$= m(t)\cdot\sum_{n=-\infty}^{\infty}\delta(t-nT_s) \qquad = \frac{1}{2\pi}M(\omega) * \omega_s\sum_{n=-\infty}^{\infty}\delta(\omega-n\omega_s)$$

$$= \sum_{n=-\infty}^{\infty}m(nT_s)\delta(t-nT_s) \qquad = \frac{1}{T_s}\sum_{n=-\infty}^{\infty}M(\omega-n\omega_s)$$





- 设理想低通特性：$H(\omega)=\begin{cases} T_s & |\omega|\le\omega_H \\ 0 & else \end{cases}$

  为重建信号$\hat{m}(t)$，取$T_s=\dfrac{1}{2f_H}$

  则：$h(t)=Sa(\omega_H t)$
- 由$\hat{M}(\omega)=M_s(\omega)\cdot H(\omega)$，得：

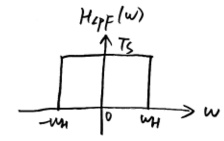
$$\hat{m}(t)=m_s(t)*h(t)=\left[\sum_{n=-\infty}^{\infty}m(nT_s)\delta(t-nT_s)\right]*Sa(\omega_H t)$$

$$=\sum_{n=-\infty}^{\infty}m(nT_s)Sa[\omega_H(t-nT_s)]$$

接收端重建信号：$m_s(t)\to \boxed{H(\omega)}\to m(t)$　LPF

也即证明：$M(\omega)=M_s(\omega)\cdot H(\omega)\Rightarrow m(t)=m_s(t)*h(t)$

$H(\omega)=\begin{cases} T_s & |\omega|\le\omega_H \\ 0 & else \end{cases}$



$\Updownarrow$

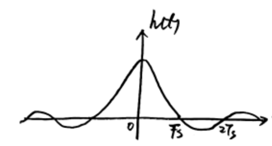
$h(t)=\frac{1}{2\pi}\cdot 2\omega_H\cdot T_s\cdot Sa(\omega_H t)$

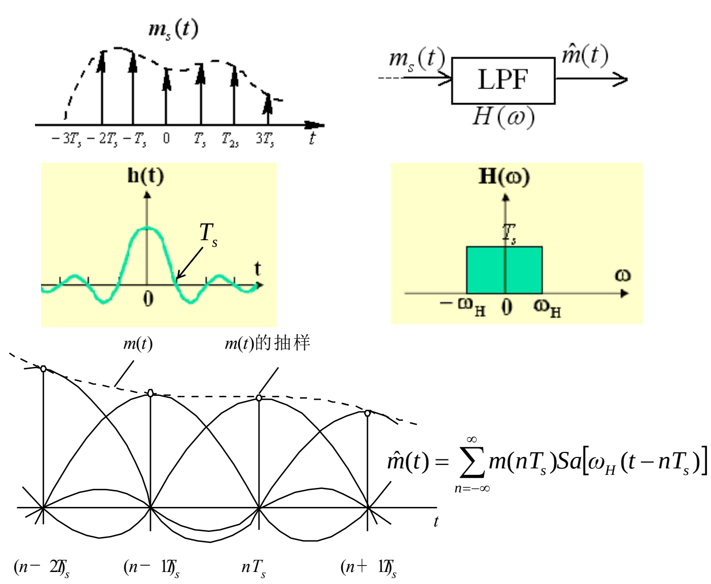
$=\frac{1}{2\pi}\cdot 2\cdot 2\pi f_H\cdot\frac{1}{2f_H}\cdot Sa(\omega_H t)$ $\xleftarrow{\text{代入}}$ $\because T_s\le\frac{1}{2f_H}$ $\therefore$ 设 $T_s=\frac{1}{2f_H}=\frac{\pi}{\omega_H}$

$=Sa(\omega_H t)$

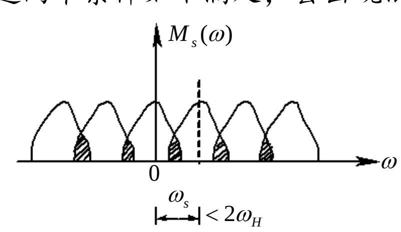
过0点：$\omega_H t=k\pi\quad(k=\pm1,\pm2\cdots)$

$t=\frac{k\pi}{\omega_H}=\frac{k\pi}{2\pi f_H}=\frac{k}{2f_H}=kT_s$





- 满足抽样定理条件
  - $m(t)$必须是限带信号，最高频率 f_H
  - 抽样频率至少是 $2f_H$
  - 上述两个条件如不满足，会出现混叠失真



- 抽样定理的意义
  - 连续信号的无限样值所包含的信息可以由有限个样值确定，并能精确恢复，以此作为实现数字化传输的理论依据
  - 利用抽样间隔传输多路样值，以实现时分复用

二. 带通信号抽样

- 定理

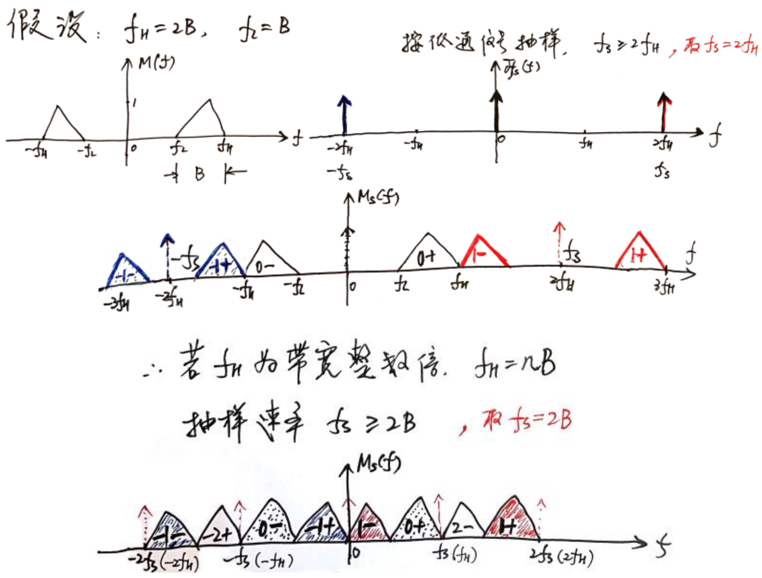
一个频带限制在（f_L，f_H）内的带通型模拟信号$m(t)$，

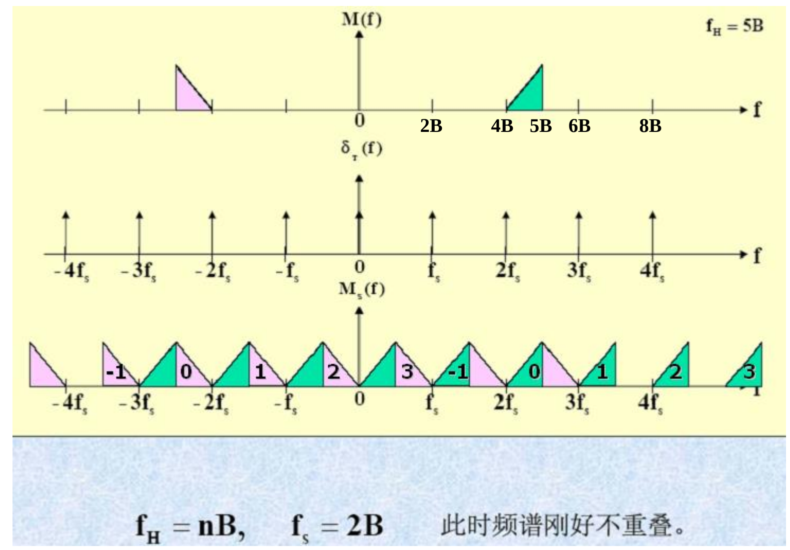
若等间隔抽样的最低抽样频率为 $\boxed{f_s=2B(1+\frac{k}{n})=\frac{2f_H}{n}}$，

则$m(t)$将被所得到的抽样值序列完全确定。

式中，$B=f_H-f_L$为$m(t)$的带宽；

$f_H=nB+kB$，$n\ge1$为不超过 f_H/B的最大整数，$0\le k<1$





$$f_s=2B(1+\frac{k}{n})=\frac{2f_H}{n}$$

式中，$B=f_H-f_L$为$m(t)$的带宽；

$f_H=nB+kB$，$n\ge1$为不超过f_H/B的最大整数，$0\le k<1$

证明

- $f_H=nB\Rightarrow f_s=2B$
- $f_H=nB+kB\quad(n\ge1,\ 0\le k<1)$

$$=(n+k)B=nB'$$

$$\Rightarrow f_s=2B'$$

$$\because B'=\frac{(n+k)B}{n}=\left(1+\frac{k}{n}\right)B$$

$$\therefore f_s=2B'=2B\left(1+\frac{k}{n}\right)$$

$$=2\cdot\frac{f_H}{n}=\frac{2f_H}{n}$$

小结

- 由 $f_H=nB+kB$，$n\ge1$，$0\le k<1$时，

最低抽样频率：$f_s=2B(1+\frac{k}{n})=\frac{2f_H}{n}$，得：

$$\begin{cases}\text{当}k=0,\ \text{即}\ f_H=nB\text{时},\ f_s=2B\\ \text{当}0\le\frac{k}{n}<1\text{时},\ 2B\le f_s<4B\\ \text{当}n>>1\text{时为窄带信号},\ f_H\approx nB,\ \text{则}f_s\approx 2B\\ \text{当}f_L<B\text{视为低通信号},\ f_s=2f_H\end{cases}$$

例：一带通型信号（**60KHz——108KHz**），求最低抽样频率。

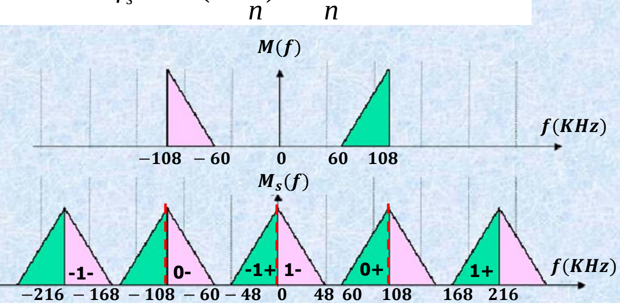
解：

$B=f_H-f_L=108-60=48KHz$

$\because f_H=nB+kB\qquad\therefore n+k=\frac{f_H}{B}=\frac{108}{48}=2.25$

则：$n=2$，$k=0.25$，最低抽样频率—

$$f_s=2B(1+\frac{k}{n})=\frac{2f_H}{n}=108KHz$$



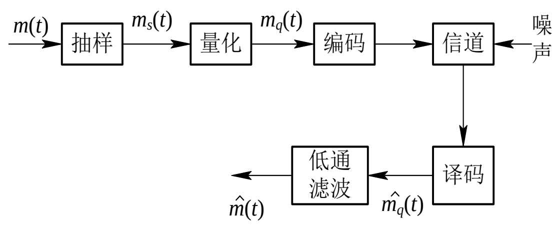
三. 有关抽样的各种失真

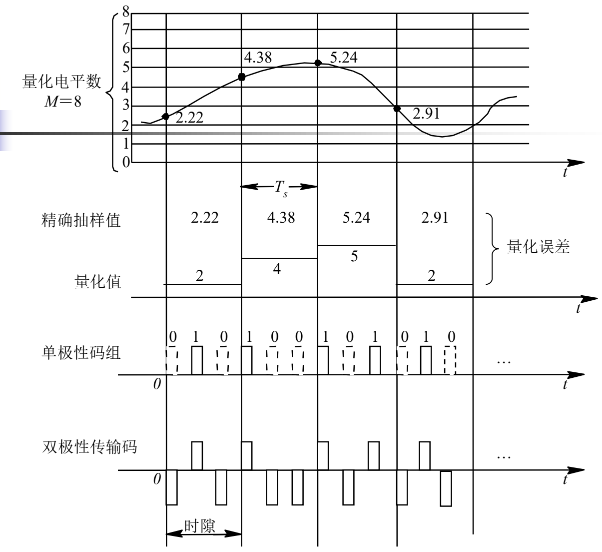
- 理想抽样的要求
  - 原始信号要求严格带限
  - 抽样用理想冲激序列
  - 用理想低通重建信号
- 失真
  - **混叠失真**→保证足够高的抽样频率
  - **孔径效应**→均衡电路补偿
  - **重建失真**→预留保护带
- **抽样过程产生的失真理论上可消除**

8.4 模拟信号量化

- 量化器模型
- 均匀量化
- 非均匀量化

用M个有限电平值逼近抽样值的过程

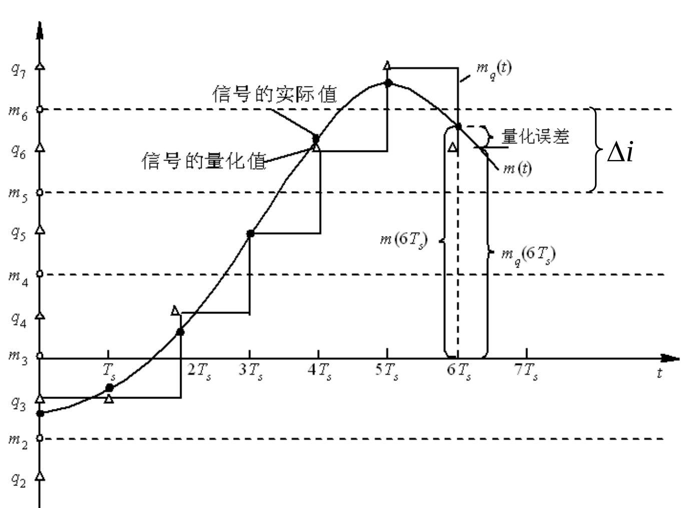




- **量化**——利用预先规定的有限个电平来表示模拟抽样值的过程
- **量化电平**——将抽样值的范围划分为M个区间，每个区间规定一个电平表示，即得到M个离散的电平，称为量化电平
- **量化误差**——量化过程中的近似，量化电平和抽样值之间存在误差，称量化误差或**量化噪声**

一. 量化器模型

- 抽样值序列 $\{m(kT_s)\}$
- 量化值序列 $\{m_q(kT_s)\}$
- 量化误差序列$\{e_q\}$
- 量化范围$[a, b]$或$[-V,V]$
- 量化电平数（量化级，量化区间数）M
- 量化间隔 $\Delta i = m_i - m_{i-1}$ $\quad i = 1, 2, \ldots\ldots, M$
- 量化电平 q_i



M个量化区间等间隔划分，称为**均匀量化**

M个量化区间不等间隔划分，称为**非均匀量化**

- 量化过程
  - 设$m(t)$取值范围为$[a,b]$，将取值区域划分为M个相邻区间，每个区间用一个电平q_i表示，区间间隔为：$\Delta i = m_i - m_{i-1}$，$i = 1, 2, \ldots\ldots, M$
  - 若某个抽样值 $m(kT_s) \in \Delta i$，则量化器输出：$m_q(kT_s) = q_i$，并保持T_s
  - 量化电平 $q_i = m_{i-1}$ 或m_i 或$\dfrac{m_{i-1} + m_i}{2}$

- **量化误差（量化噪声）**

$$\boxed{e_q = \text{抽样值} - \text{量化值} = m(kT_s) - m_q(kT_s)}$$

- **量噪比（量化器信噪比）**

$$\boxed{\frac{S_i}{N_q} = \frac{\text{量化器输入信号平均功率}}{\text{量化噪声功率}}}$$

  - **量化器的性能指标**

- 设$m(t)$是均值为0，概率密度为$f(m)$的平稳随机过程，抽样值$m(kT_s)$记作m，量化值$m_q(kT_s)$记作m_q，则量噪比：

$$\frac{S_i}{N_q} = \frac{E[m^2]}{E[(m-m_q)^2]} = \frac{E[m^2]}{E[e_q{}^2]}$$

$$S_i = \int_a^b m^2 f(m)dm$$

$$N_q = \int_a^b e_q{}^2 f(e_q)de_q$$

$\{m\} \rightarrow$ 量化器 $\rightarrow \{m_q\}$

二. 均匀量化

- 特点
  - 量化间隔为常数 $\Delta v = \dfrac{b-a}{M}$
  - 量化电平取量化区间的中点

$$q_i = \frac{m_i + m_{i-1}}{2}$$

  - 量化误差e_q在 $(-\Delta v/2\,,\,\Delta v/2)$ 之间视为均匀分布

$$f(e_q) = \begin{cases} 1/\Delta v & |e_q| \le \Delta v/2 \\ 0 & else \end{cases}$$

- 量化噪声平均功率

$$N_q = E\left[e_q^2\right] = \int_a^b e_q{}^2 f(e_q)de_q$$

$$= \int_{-\Delta v/2}^{\Delta v/2} e_q^2 \cdot \frac{1}{\Delta v} de_q$$

$$\boxed{N_q = \frac{\Delta v^2}{12}}$$

- 结论
  - **均匀量化器的量化噪声只与量化间隔有关，与信号的分布无关**

- 例1：设一个均匀量化器的量化电平数为M，输入信号$m(t)$在[-V,V]内均匀分布，采用L位二进制编码，求该量化器的量噪比。

$$\frac{S_i}{N_q} = M^2 = 2^{2L}$$

$$\left(\frac{S_i}{N_q}\right)_{dB} = 10\lg M^2 = 20\lg 2^L \approx 6L(dB)$$

- **均匀量化器，增大量化级可提高量化性能，每增加一位编码，量噪比提高6dB**

- 解：均匀量化器，量化电平数M，$m(t)$在[-V,V]内均匀分布，L位二进制编码

$$S_i = E[m^2] = \int_a^b m^2 \cdot f(m)dm = \int_{-V}^{V} m^2 \cdot \frac{1}{2V}dm = \frac{V^2}{3}$$

$$\because \Delta v = \frac{2V}{M} \Rightarrow V = \frac{\Delta v \cdot M}{2}$$ 代入上式，得：

$$S_i = \frac{\Delta v^2}{12} \cdot M^2$$

$$\because N_q = \frac{\Delta v^2}{12} \qquad \therefore \frac{S_i}{N_q} = M^2$$

$$\left(\frac{S_i}{N_q}\right)_{dB} = 10lg\frac{S_i}{N_q} = 10lgM^2 = 20lgM = 20lg2^L = 6L$$

- 例2：输入信号 $m(t) = A_m\cos\omega_m t$，均匀量化器范围 [-V , +V]（A_m<V），采用L位二进制编码，求量噪比

$$\left(\frac{S_i}{N_q}\right)_{dB} \approx 6L + 2 + 20\log\frac{A_m}{V}$$

- 结论
  - **每增加一位编码，量噪比提高6dB**
  - **小信号的量噪比低**

- 解：$m(t) = A_m\cos\omega_m t$，均匀量化器范围 [-V , +V]（A_m<V），采用L位二进制编码

$$S_i = \overline{m^2(t)} = \frac{1}{2}A_m^2 \qquad N_q = \frac{\Delta v^2}{12} = \frac{(2V/M)^2}{12} = \frac{V^2}{3M^2}$$

$$10lg\frac{S_i}{N_q} = 10lg\frac{A_m^2}{2}\cdot\frac{3M^2}{V^2} = 10lg\left(\frac{A_m}{V}\right)^2 + 10lgM^2 + 10lg\frac{3}{2}$$

$$10lg\frac{S_i}{N_q} \approx 20lg\frac{A_m}{V} + 6L + 2$$

若话音信号动态范围0~$-40dB$，即：$-40 < 20lg\frac{A_m}{V} < 0$

$A_m < V$不过载，设$V = 1v$，则：$-2 < lgA_m < 0$

$\therefore 0.01v < A_m < 1v$

- 电话系统规定：话音信号的动态范围为0～－40dB，信号量噪比不小于26dB。

因此，均匀量化所需的编码位数L为：

$$\left(\frac{S_i}{N_q}\right)_{dB} \approx 6L + 2 + 20\log\frac{A_m}{V} \geq 26(dB)$$

$$-40dB < 20\log\frac{A_m}{V} < 0dB$$

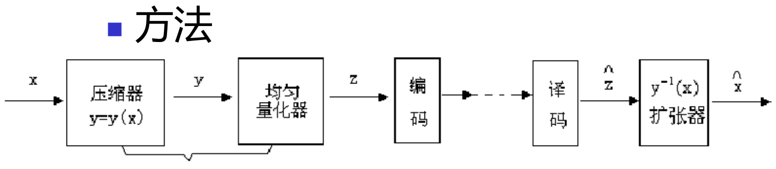
6L＋2－40≥26

L≥11

三. 非均匀量化

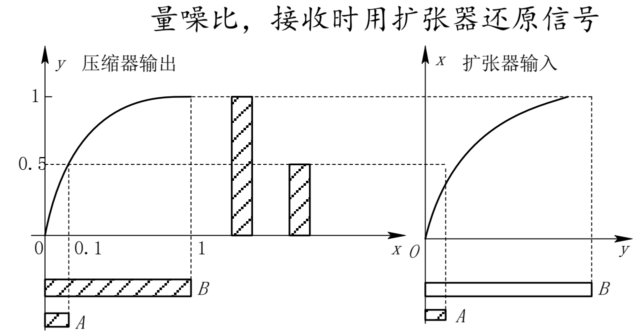
- 非均匀量化——量化间隔不相同
- 目的：提高小信号的量噪比
- 原理
  - 量化间隔Δv随信号抽样值大小而变化，小信号分布时，采用较多的小量化间隔；大信号分布时，采用较少的大量化间隔，以保证M恒定，使量噪比达到均衡
- **话音信号采用非均匀量化**

- 方法

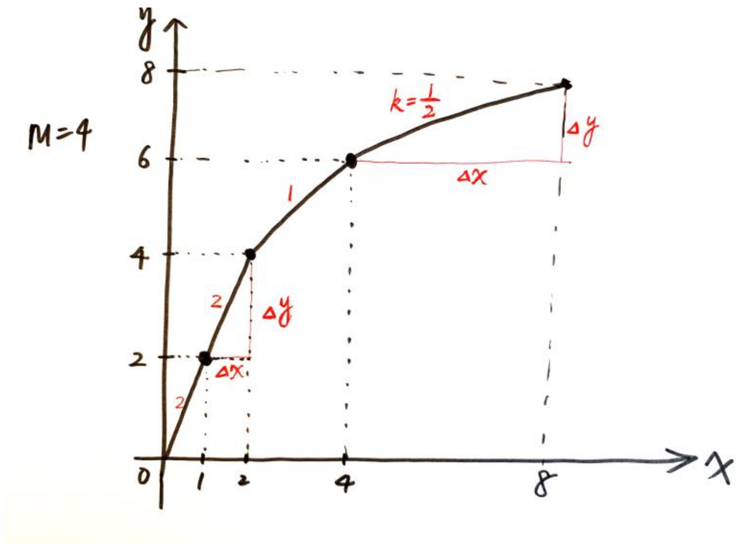


  - **压缩器压扩特性 $y = y(x)$**
    - 小信号扩张
    - 大信号压缩
  - **扩张器特性 $y = y^{-1}(x)$**

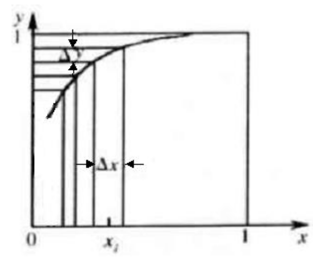
- **压缩与扩张的示意图**
  - 小信号经压缩器变大后再均匀量化，提高量噪比，接收时用扩张器还原信号



(a) (b)



■ **压扩特性曲线**



x，y归一化

y在0~1之间均匀划分M个量化区间

$\Delta y = \dfrac{1}{M}$　　　$\Delta x \propto x$

当M足够多时，斜率:$\dfrac{\Delta y}{\Delta x} = \dfrac{dy}{dx}$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{1}{\Delta x \cdot M} = \frac{1}{x \cdot k} = \frac{1}{k} \cdot \frac{1}{x}$$

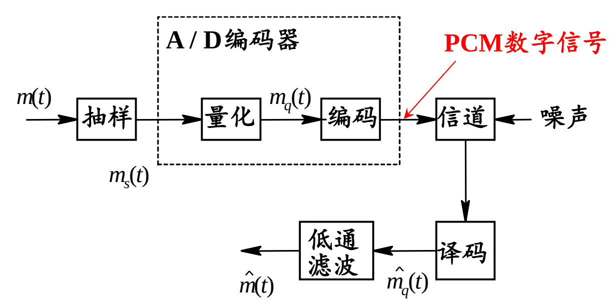
$$y = \frac{1}{k}\ln x + C$$

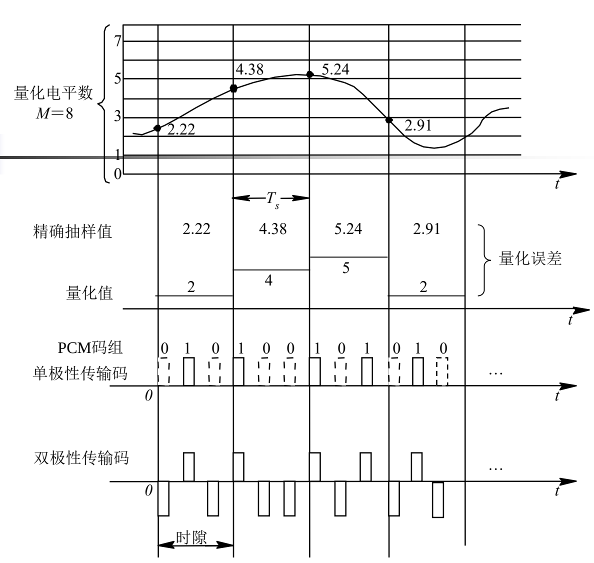
曲线特性：$y = \dfrac{1}{k}\ln x + 1$

- **ITU针对话音信号的对数压缩特性，制订了两个标准**
  - **A压缩律（13折线法）**：中国、欧洲、国际间互连
  - **μ压缩律（15折线法）**：北美、日本、韩国等

8.5 脉冲编码调制（PCM）

- PCM系统

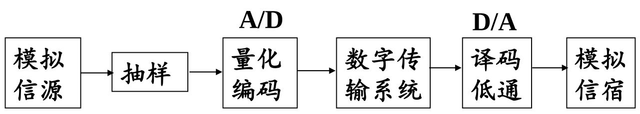




PCM系统码元速率及带宽

- **PCM信号码元速率**
  - 设低通模拟信号$m(t)$，最高截止频率f_H，按抽样定理条件，最低抽样频率$f_S = 2f_H$，抽样间隔$T_S=1/2f_H$，PCM系统若采用 ***N* 位二进制编码**，码元宽度为：$T_b = \dfrac{T_s}{N}$
  - **码元速率（信息速率）**：

$$\boxed{R_b = N \cdot f_s \quad (bit/s)}$$



- **传输PCM信号所需的信道带宽**
  - 无码间干扰，采用理想低通传输特性，传输带宽最小：

    $$B_{\min}=\frac{1}{2T}\quad（T\text{—码元间隔}）$$

    $$PCM\text{系统：}B_{\min}=\frac{1}{2T_b}=\frac{1}{2}R_b=\frac{1}{2}N\cdot f_S$$
  - **实际采用升余弦传输特性，传输带宽：**

    $$\boxed{B=2B_{\min}=N\cdot f_S(Hz)}$$

- **话音信号PCM编码**

  $m(t)$： $300\sim3400Hz$

  抽样频率 $f_s=8KHz$，抽样间隔 $T_s=125\mu s$

  PCM编码 $N=8bit$

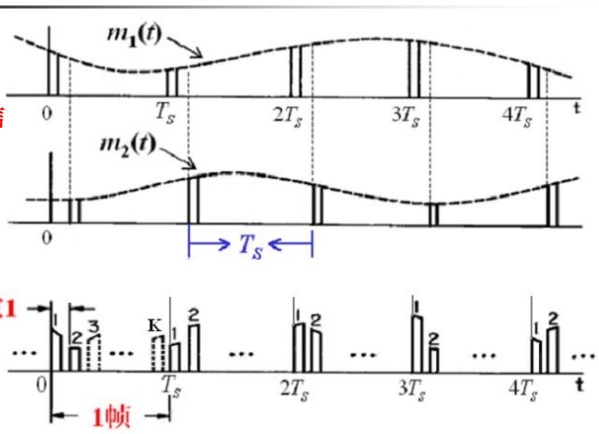
  码元速率：$R_b=N\cdot f_s=64Kbps$

  升余弦传输特性：$B=N\cdot f_s=64KHz$

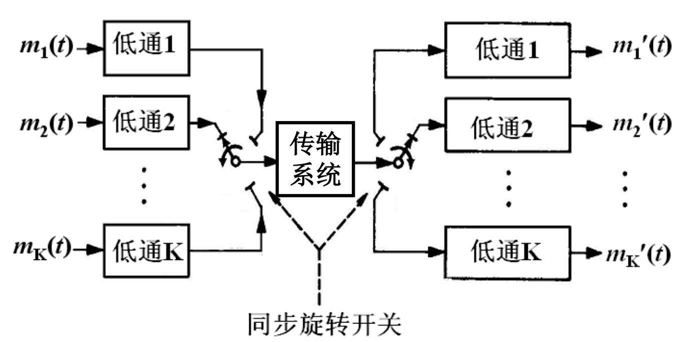
  - **传一路模拟话音信号带宽4KHz**
    传一路数字PCM话音信号，带宽64KHz

8.6 时分复用TDM

1路PCM信号传码率为64Kbps



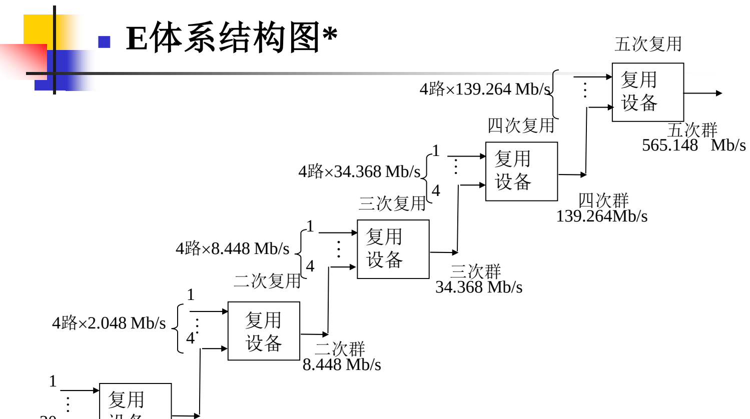
- 时分复用原理图



- **TDM基本原理**
  - 理论依据是抽样定理
  - 从时域对信道分割，将一帧时间分为若干时隙，利用互不重叠的时隙传输不同路信号
  - 各路信号在每帧中占有各自固定的时隙（STDM）
  - 帧结构中必须有帧同步码
- **STDM的ITU标准**
  - PDH（准同步数字体系）：E体系和T体系
  - SDH（同步数字体系）：≥155M*bps*

	层次	比特率（Mb/s）	路数（每路64kb/s）
E体系	E1	2.048	30
	E2	8.448	120
	E3	34.368	480
	E4	139.264	1920
	E5	565.148	7680
T体系	T1	1.544	24
	T2	6.312	96
	T3	32.064（日本）	480
		44.736（北美）	672
	T4	97.728（日本）	1440
		274.176（北美）	4032
	T5	397.200（日本）	5760
		560.160（北美）	8064

E体系结构图*



$(30+2)\times 64kbps = 2.048Mbps$

E1— PCM 30/32路基群系统

$\boxed{传码率：R_b = 2.048M\ bps}$

一路话音信号：抽样速率 $f_s = 8KHz$，

抽样间隔 $T_s = 125\mu s$

按A律13折线编码，$N = 8bit$

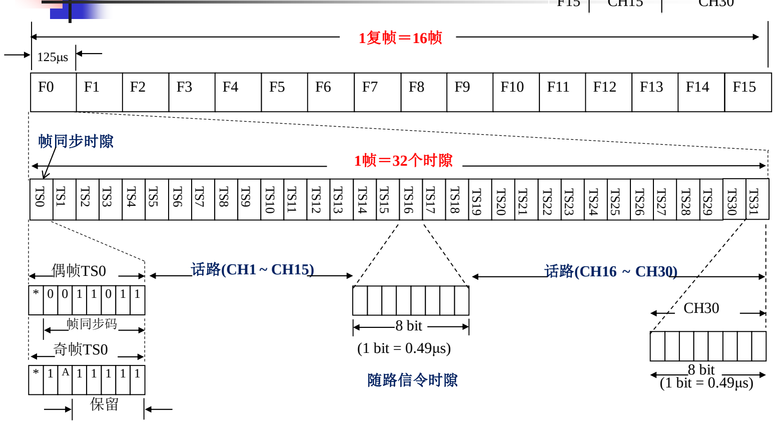
32路复用，每个 T_s 内分32个时隙，每个时隙填充一个8bit码字

$1bit$码元占用时长 $T_b = \dfrac{T_s}{K\cdot N} \approx 0.49\mu s$

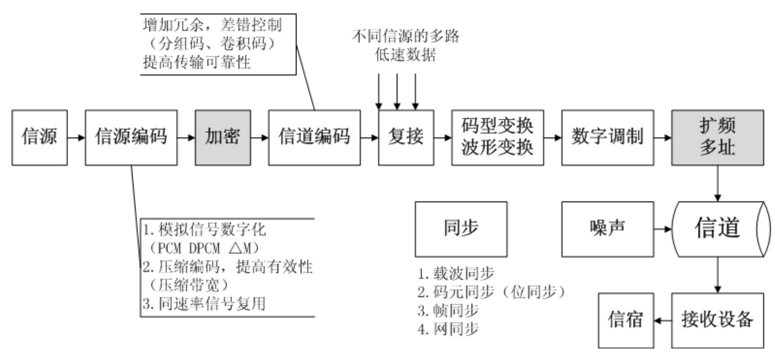
32路PCM信号的传码率 $R_b = K\cdot N\cdot f_s = 2.048Mbps$

E1帧结构*

帧	1 2 3 4	5 6 7 8
F0	0 0 0 0	失步告警
F1	CH1	CH16
F2	CH2	CH17
…		
F15	CH15	CH30



数字通信系统模型



本章小结

- 抽样定理
- 低通型和带通型信号抽样的计算
- 均匀量化的概念和*非均匀量化的概念
- *A律13折线的量化编译码规则和计算
- PCM码速率和带宽的关系
- 时分复用的基本概念和计算

作业

- 参考PPT阅读教材第十章的内容
- 第十章习题
  - 1、2、7、8、15
  - **补充题：**60路载波电话信号，频带范围为：312～552KHz，求：1）最低抽样频率；2）画出抽样信号频谱示意图；3）接收端重建信号时的滤波器特性。