北京邮电大学 2005——2006 学年 第 2 学期

《通信原理 II》期末考试（A 卷）参考答案

一．简答题（每题 6 分，共 30 分。要求有简单说明）

(1)已知某线性分组码的最小码距是 15，问该码用于纠错时能保证纠正几位错？用于检错时能保证检出几位错？将该码的两个不相同的码字相加，结果最少有几个 1？

答：最小码距是 15，故可保证纠正 7 位错，保证检出 14 位错。

因为是线性码，相加的结果还是码字，两个不同的码字相加，结果是非全零码字，故最少有 15 个“1”。

(2)某多径衰落信道的相干带宽是 B_c，在这个信道上发送两个带宽均为 B，载波频率分别为 f_1 和 f_2 的 BPSK 信号。收端观察到这两路 BPSK 都没有明显的码间干扰，且两路的接收信噪比呈现为独立的随机变量。请问，$B_\Delta=\left|f_1-f_2\right|$、$B$ 和 B_c 三者中谁最大？谁最小？

答：无 ISI，故发送信号相对于信道相干带宽是窄带；接收信噪比独立，说明载波间隔相对于相干带宽很大，因此 $B<B_c<B_\Delta$。

(3)某系统的设计中，发送端采用直接序列扩频，接收端采用了 RAKE 接收。请问这样的设计更适合于单径衰落信道还是多径衰落信道？

答：RAKE 设计目的是为了合并多个可分辨径上的有用信息，因此它更适合多经衰落信道

(4)将(7,4)汉明码的编码结果按行写入一个 10 行 7 列的存储阵列，每行一个码字，一共是 10 个码字。再按列读出后通过信道传输。若传输这 10 个码字时，信道中发生了连续 15 个错误，请问接收端解交织并译码后，能译对几个码字？

答：（7,4）汉明码可以纠正 1 位错。错误数大于 1 必然译错。通过交织的方法，15 个连续错分散到 10 组码字之中，其中有 5 个码字有两个错，5 个码字有 1 个错。故可以译对 5 个码字。

(5)假设某 CDMA 系统用矩阵 $\begin{bmatrix}-1 & 1 & 1 & -1 & -1 & 1\\ 1 & -1 & -1 & -1 & 1 & 1\\ -1 & -1 & 1 & -1 & 1 & -1\\ 1 & -1 & 1 & 1 & -1 & -1\end{bmatrix}$ 的每一行作为一个用户码，第 1~4 行分给用户 1~用户 4。请问此 CDMA 系统中，用户 1 和用户 2、3、4 中的哪一个是正交的？

答：可以验证出第一行和第三行正交，和第 2、4 行不正交，故用户 1 和用户 3 正交。

二．（10 分）将 n 路模拟话音信号分别按 8kHz 速率采样，再进行 A 律十三折线编码，然后时分复用为一路。求总速率 R 与 n 的关系。将这些数据通过一个带宽为 B=640kHz 的 AWGN（加性白高斯噪声）信道传输，信号带宽内噪声的双边功率谱密度为 $N_0/2$，其中 $N_0=10^{-4}/32$。

(a)请写出正确传输这些数据最少需要的发送功率 P。

(b)假设系统要求 $P/B\le N_0$。请问此时最多可以传输多少路话音？

解：A 律编码，一个抽样用 8bit 编码，$R=n\times 64\text{kbps}$。$N_0B=2$。

(a) $R\le C=B\log_2\left(1+\dfrac{P}{N_0B}\right)$，故 $n\times 64\le 640\log_2\left(1+\dfrac{P}{2}\right)$，所以 $P\ge 2^{\frac{n}{10}+1}-2$。

(b)若要求 $P/B \le N_0$，则 $C = B\log_2\left(1+\frac{P}{N_0 B}\right) \le B\log_2\left(1+\frac{N_0 B}{N_0 B}\right) = B$，$n\times 64 \le 640$，

所以最多可传输 10 路话音。

三．(10 分)某分集系统有两个接收天线，已知这两路的接收信噪比 γ_1 和 γ_2 是独立同分布的随机变量，其概率密度函数均为 $p(\gamma)=e^{-\gamma},\gamma\ge 0$。如果只从一个天线接收（无分集），请问接收信噪比低于 0dB（即 $\gamma\le 1$）的概率 P_1 是多少？若从两路接收，合并方式是输出信噪比最大的一个，那么输出信噪比低于 0dB 的概率 P_2 是多少？

解：$P_1=\int_0^1 p(\gamma)d\gamma=\int_0^1 e^{-\gamma}d\gamma=1-\frac{1}{e}$，$P_2=P_1^2=\left(1-\frac{1}{e}\right)^2$

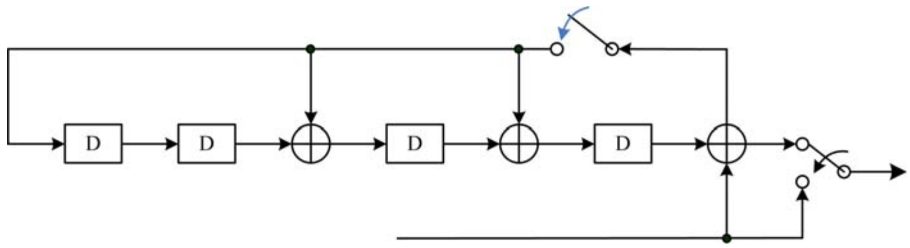
四．(10 分)已知某(7,3)循环码的生成多项式是 $g(x)=x^4+x^3+x^2+1$。

(a)请画出系统码的编码器框图；

(b)写出信息 100、010、001 对应的编码结果；

(c)写出该码的生成矩阵。

解：(a)



(b)如果按此图编码，结果是 1001110，0100111，0011101。

也可直接按 $g(x)$ 的倍式做，即用信息多项式 $u(x)$ 乘以 $g(x)$ 得 $u(x)g(x)$，结果是 1110100、0111010、0011101。

(c)系统码的生成矩阵是 $\begin{pmatrix}1&0&0&1&1&1&0\\0&1&0&0&1&1&1\\0&0&1&1&1&0&1\end{pmatrix}$

也可以写成非系统形式 $\begin{pmatrix}1&1&1&0&1&0&0\\0&1&1&1&0&1&0\\0&0&1&1&1&0&1\end{pmatrix}$。

五．(10 分)已知某（7,4）码的生成矩阵为 $G=\begin{bmatrix}1&1&1&0&0&1&0\\1&0&0&0&1&1&0\\0&0&1&0&1&0&1\\1&0&1&1&0&0&0\end{bmatrix}$

(a)写出该码中所有这样的码字，其前两个比特是 11；

(b)将 G 转化为系统形式；（要求：只能是行变换，并且系统位在左边）

(c)写出该码的校验矩阵 H。

(d)求接收向量 $\mathbf{R}=[1101011]$ 的伴随式。

解：(a)1100111、1101100、1110010、1111001

(b) $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$

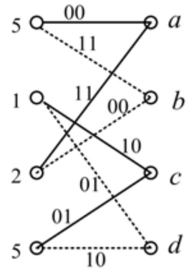
(c) $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

(d) $\mathbf{s} = \mathbf{R}H^T = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ 或 $\mathbf{s} = H\mathbf{R}^T = (111)^T$

六．(10 分)右图是某卷积码格图的一段，图中左边数字是到达该状态的幸存路径的累积度量，图中实线/虚线分别表示编码器输入的信息比特是 0/1，线旁边的数字（如 01）表示对应的编码器输出。

(a)请求出下一步到达到达状态 a 的幸存路径，此幸存路径可能的累积路径度量值；

(b)假设编码器的初始状态是 a，请写出信息 11000 对应的编码结果。



解：(a)下一步到 a 只能是 a 到 a 或者 c 到 a。a 到 a 累积度量至少是 5，c 到 a 累积度量至多是 4。因此下一步到 a 的幸存路径一定是 c 到 a。依据此段译码器输入之不同，累积度量可能为

接收序列为 00 时，累计度量值 4

接收序列为 01 时，累计度量值 3

接收序列为 10 时，累计度量值 3

接收序列为 11 时，累计度量值 2

(b)1　1　0　1　0　1　1　1　0　0

七.(10 分)已知 **H** 是 Hadamard（哈达玛）矩阵，其元素取值于±1。**B** 是 **H** 的逆矩阵，请证明：

(a) $\mathbf{H}^T = \mathbf{H}$（$\mathbf{H}^T$ 代表 **H** 的转置）；

(b)若 $i \neq j$，则 **H** 的第 i 行与 **B** 的第 j 行正交。

证明：（a）

(1) $H_2 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$，故 $H_2^T = H_2$

(2)如果 $H_N^T = H_N$，则 $H_{2N}^T = \begin{pmatrix} H_N & H_N \\ H_N & -H_N \end{pmatrix}^T = \begin{pmatrix} H_N & H_N \\ H_N & -H_N \end{pmatrix} = H_{2N}$

由（1）（2）可知：$\mathbf{H}^T = \mathbf{H}$

(b)令 $B = (b_{ij})$，$H = (h_{ij})$。因为 $B \bullet H = I$，$H = H^T$，所以 $B \bullet H^T = I$，此即 $\sum_{\substack{k=1 \\ i \neq j}}^{N} b_{jk} \bullet h_{ik} = 0$，

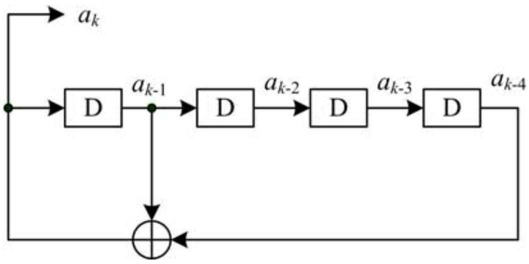
故 **H** 的第 i 行与 **B** 的第 j 行正交。

八．(10 分)下图示出了一个线性反馈移存器序列，其输出序列是 $\{a_k\}$。已知 $(a_0a_1a_2a_3)=(1000)$。

(a)请写出 $\{a_4\cdots a_{15}\}$。

(b)此序列是否为 m 序列？

(c)请写出此序列发生器的特征多项式 $f(x)$



解：

(a) $a_k=a_{k-1}+a_{k-4}$，故 $a_4=a_3+a_0=0+1=1$，类似可得 $\{a_4\cdots a_{15}\}$ 为

1 1 1 1 0 1 0 1 1 0 0 1

(b)输出序列的周期为 15，题目中给出的移位寄存器序列的最长周期为 15，故此序列为 m 序列

(c) $f(x)=1+x+x^4$