通信原理II期中考试参考答案

2007.4.21

一. 某分组码的最小码距是11，请问该码能保证纠多少位错？

答：$2t+1 \le d_{min}$ ，$t \le 5$，因此该码可保证纠5比特错。

二．某多径信道的多径时延扩展大致为1μs，问此信道的相干带宽大致是多少？

答：1MHz，也可答$\frac{1}{2\pi\tau} \approx 0.16$MHz。

三．某系统工作在1GHz频段，系统中收发之间的相对移动速度最大是每小时100公里，求最大多普勒频移。

答：$f_m = \frac{v}{\lambda}$，车速$v = \frac{100\times10^3\text{m}}{3600\text{s}} \approx 27.8\text{m/s}$，波长$\lambda = \frac{c}{f} = \frac{3\times10^8\text{m/s}}{10^9\text{Hz}} = 0.3\text{m}$，故此$f_m \approx 92.6$Hz。

四．某限带白高斯噪声信道的带宽为$B = 100$kHz，信道输出的信噪功率比是31（是线性值，不是分贝值），此信道每秒钟最多可传输多少比特？

答: $C = B \times \log_2(1+SNR) = 100 \times \log_2(1+31) = 500$kbps。

五．已知瑞利平衰落信道中的接收信噪比γ 服从指数分布，其概率密度函数是$p_\gamma(x) = e^{-x}, x \ge 0$。求平均信噪比。

答：$E[\gamma] = \int_0^\infty xe^{-x}dx = 1$

六．无记忆二元对称信道（BSC）的误码率是p，请写出其信道容量表达式。若$p = \frac{1}{2}$，此信道最大能实现的传输速率是每符号多少比特？若$p = 1$，最大速率又是多少？

答：信道容量是$C = 1 + p\log_2 p + (1-p)\log_2(1-p)$bit/symbol。

当$p = \frac{1}{2}$时，$C = 0$；当$p = 1$时，$C = 1$。

注意：如果接收端知道收到的比特流有一半的机会是错的，那它就没必要再去看接收结果了，因为观察信道输出和闭着眼睛瞎猜是一样的；如果接收端知

道收到的完全是错的，没有一个bit是例外，那它观察信道的输出就能毫无损失地得到所有信源信息。

七．某离散消息X以等概率取值于四个不相同的实数1、2、3、4。

(1)求X的熵；

(2)若Y是X的函数：$Y=\min\{X,3\}$，求Y的熵。

答：(1)X的熵是2比特。

(2)Y的可能取值是1、2、3，其概率分布是$P(Y=1)=P(X=1)=\frac{1}{4}$，$P(Y=2)=P(X=2)=\frac{1}{4}$，$P(Y=3)=P(X=3)+P(X=4)=\frac{1}{2}$。因此

$$H(Y)=-E[\log_2 P(Y)]=-2\times\frac{1}{4}\log_2\frac{1}{4}-\frac{1}{2}\log_2\frac{1}{2}=1.5\text{bit}$$

八．已知BSC信道的误码率为p，若通过此信道发送N个比特($N>22$)，求如下事件发生的概率：

(1)第2、12、22个比特发生了错误，其余正确；

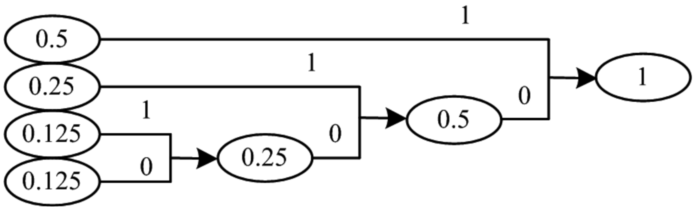
(2)N个比特中总共有3个比特发生了错误；

答: (1)所求概率为$P_1=p^3(1-p)^{N-3}$；

(2)所求概率为$P_2=C_N^3P_1=p^3(1-p)^{N-3}C_N^3$。

九．某信源输出是四进制符号，各符号的出现概率分别为0.5、0.25、0.125、0.125。试用霍夫曼编码方法对该信源进行编码，并求出每个符号的平均编码长度。

答:由下图可知，这四个符号的编码结果是1、01、001、000(或者0、10、110、111)。平均编码长度是$0.5\times1+0.25\times2+2*0.125\times3=1.75$bits。



十．将10路频率范围均在0-4kHz的话音信号各自按最小抽样率抽样后进行A律13折线PCM编码，然后进行时分复用，再通过信道传输。

(1)复用后的数据速率是多少？

(2)假设以QPSK传输复用后的数据，若脉冲成形是不归零矩形脉冲，求此QPSK信号的主瓣带宽；

(3)假设在复用后的二进制数据流中，平均每个二进制符号实际的熵

是$H_\infty = 0.2$bit。将其经过一个理想的信源编码器进行压缩，然后再按(2)中的方式传输，求QPSK信号的主瓣带宽。

答：(1)最小抽样率是8kHz，A律十三折线编码将每个样值编为8bit，故此每路数据速率是64kbps，10路复用后的总速率是640kbps。

(2)QPSK的符号速率是640/2=320kBaud，因此主瓣带宽是$2 \times 320 = 640$kHz。

(3)此时平均而言，每秒发送的640kbits中真正的信息量只有$640 \times 0.2 = 128$kbits，因此经过理想的信源编码后的输出速率是128kbps，相应地，QPSK的主瓣带宽成为128kHz。

十一．某高清晰度电视系统（HDTV）中，每帧图象需要扫描1080行，每行有1920个象素，每个象素用3种颜色（红、绿、蓝）表示，每种颜色有256个灰度等级。该系统每秒传送30帧图象。

(1)如果不进行任何压缩措施，请问该系统的信息传输速率为多少比特/秒？

(2)将(1)的结果以最理想的传输方法经过信噪比为30dB的加性白高斯噪声信道传输，信道带宽至少需要多少？

(3)现在考虑将图像信号经过压缩编码后再通过2MHz带宽的信道传输（信噪比仍是30dB），信源编码器的压缩比至少需要是多少？

答：(1)每帧图像含像素$1080 \times 1920 = 2073600$个，每个像素的灰度等级数是$256^3 = 2^{24}$。因此每帧图像需要的比特数是$24 \times 207360 \approx 50$Mbits。于是信息传输速率是1500Mbps。

(2)$1500 = B\log_2(1+10^3)$，得$B \approx 150$MHz。

(3)给定信噪比时，信道容量C和带宽B是线性关系，因此当B缩小为原来的$\frac{2}{150} = \frac{1}{75}$时，速率也必须缩小这么多。故此所求压缩比为75:1。

十二．某线性分组码的生成矩阵是

$$G = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

(1)将G化为系统码形式的生成矩阵（规定只能进行初等行变换，不能做列交换）；

(2)写出所有可能的编码结果；

(3)求该码的最小码距；

(4)写出监督矩阵H。

答：(1)从G的大小可以判断出这是一个(5,3)线性分组码。其系统码由3比特信息位和2比特校验位构成。限定不能做列交换时，可以验证出G的前三列不可能

化为单位阵I (实际上，G的前3列秩为2，不能用高斯消元化求解。而初等行变换的实质是高斯消元法)。系统码也可以是信息位在后（或其他任何位置），假设信息位在后，则通过初等行变换可得系统码的生成矩阵是

$$G_{sys}=\begin{pmatrix}1&0&1&0&0\\1&1&0&1&0\\1&1&0&0&1\end{pmatrix}$$

(2)所有可能的编码结果就是G或G_{sys}的行的各种组合结果：

$$00000,11010,01101,01110,10111,00011,10100,11001$$

从中挑出末尾是100、010、001的三个码字，用他们组成的生成矩阵就是G_{sys}。
(3)线性分组码的最小码距是全零码之外的最小码重，由(2)的结果可知

$$d_{min}=2$$

(4)G_{sys}可以写成$G_{sys}=(Q,I)$，其中$Q=\begin{pmatrix}1&0\\1&1\\1&1\end{pmatrix}$。对于任意的信息分组$\mathbf{u}$，编码结果是$\mathbf{c}=\mathbf{u}\times(Q,I)$，它满足$H\mathbf{c}^T=\mathbf{0}$。因此$H\times(Q,I)^T=\mathbf{0}$。将$H$写成分块矩阵$H=(A,B)$，其中$A$有2列，$B$有3列。则

$$(A,B)\begin{pmatrix}Q^T\\I\end{pmatrix}=\mathbf{0}$$

很明显，$A=I$，$B=Q^T$能满足上述方程，所以

$$H=(I,Q^T)=\begin{pmatrix}1&0&1&1&1\\0&1&0&1&1\end{pmatrix}$$

从这个结果也可以看出，H有两列相同，所以也可以得到前问中$d_{min}=2$的结果。