



UPPSALA
UNIVERSITET

UTDRAG UR

PROBLEMSAMLING I ELEKTRICITETSLÄRA

för kursen Elektromagnetism I

INSTITUTIONEN FÖR FYSIK OCH ASTRONOMI

Ola Hartmann, 2010
(senaste redigering Gabriella Andersson 2019)

Problemsamlingen, ursprungligen författad av Bo Gestblom (senaste redigeringen 1998), har nu använts länge och väl på flera olika kurser i grundläggande elektromagnetism. Eftersom uppgifterna ger bra träning i den typ av beräkningar som kurserna kräver så finns det ingen större anledning att byta ut problemen som valts med omsorg av tidigare kollegor. Det urval som finns i denna kortare samling, som är avsedd för 5 hp-kursen, gjordes ursprungligen av Ola Hartmann 2010 och har sedan utsatts för mindre ändringar 2014 och 2016.

Det nya i denna upplaga (2019) är att problemen har fått en ungefärlig svårighetsgrad, markerad med stjärnor, några föråldrade uttryck och termer har uppdaterats, och det finns underrubriker. I några fall har illustrationer och tips lagts till, för att underlätta tolkningen av problemtexten. Några få problem har lagts till från den ursprungliga större samlingen, för att ge mer möjlighet till egen övning. Svar till alla problem i utdraget finns längst bak.

Februari 2019

Gabriella Andersson

ELEKTROSTATIK

Problem som är representativa för den svårare typen av normalt förekommande tentamensproblem är markerade med en stjärna (). De kan t.ex. kräva integration. Ännu något svårare problem har markering (**). De som saknar markering är lättast och motsvarar den nivå som krävs för godkänt betyg på kurserna.*

Coulombkraft, E-fält, potential och potentiell energi

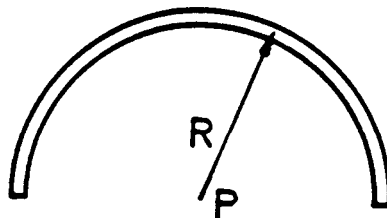
A1 En liten isolerad metallkula är elektriskt laddad. Den får beröra en annan likadan, från början oladdad kula av metall. Då kulorna befinner sig på 25 cm avstånd från varandra är kraften som verkar mellan dem $10,2 \cdot 10^{-8}$ N. Hur stor laddning hade den laddade kulan från början?

A2 Laddningen 25 nC är placerad i origo och laddningen -25 nC är placerad i punkten $x = 6,0$ m; $y = 0$. Beräkna elektriska fältstyrkan i punkten $x = 3,0$ m; $y = 4,0$ m.

A3 Laddningen $Q_1 = -Q$ är placerad i origo och laddningen $Q_2 = +2Q$ i punkten a på x -axeln. I vilken punkt på positiva y -axeln är potentialen noll? Beräkna elektriska fältet i denna punkt.

A4 En laddad kula vars massa är 20 mg hänger i ett lätt snöre. Då den befinner sig i ett homogent horisontellt fält med fältstyrkan $2,0 \cdot 10^3$ V/m kommer snöret att bilda vinkeln 20° med vertikalriktningen. Hur stor är kulans laddning?

A5* En tunn plaststav med den linjära laddningsbeläggningen λ böjs till en halvcirkel med radien R . Bestäm fältstyrkan i böjningscentrum.



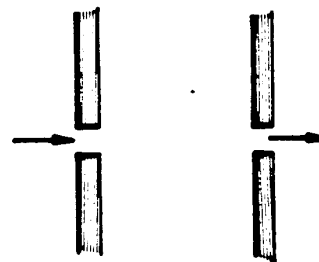
A6** Beräkna den elektriska fältstyrkan till storlek och riktning i en punkt på centrumnormalen på avståndet l från en cirkelskiva med radien R , belagd med laddningen σ per ytenhet.

A7* Två smala och raka stavar med längden ℓ utgör motstående sidor i en kvadrat. Stavarna har belagts likformigt var och en med laddningen Q men med motsatt polaritet. Beräkna elektriska fältstyrkan i kvadratens mittpunkt!

A9 Spänningen mellan två parallella plattor är 1,50 kV och avståndet mellan dem är 2,00 cm. Ökas plattavståndet måste spänningen över plattorna ökas, om fältstyrkan skall behålla sitt tidigare värde. Vilken bör spänningen vara om plattavståndet ändras till 3,50 cm?

A12 En proton skjuts in i området mellan två plattor med hastigheten $5,0 \cdot 10^6$ m/s. När protonen lämnar den andra plattan har den hastigheten $7,0 \cdot 10^6$ m/s. Hur stor är potentialdifferensen mellan plattorna? Vilken platta har högst potential?

Tips: använd energins bevarande.



A13 En metallsfär med radien 2,0 cm har en elektrisk laddning 1,0 nC. En elektron släpps från vila i en punkt 1,0 cm från sfärens yta. Med vilken hastighet träffar elektronen sfären? *Tips: använd energins bevarande.*

A14 Fyra likadana laddningar på $1,0 \cdot 10^{-12}$ C placeras i hörnen av en kvadrat med sidan 1,0 cm.

- Vilken är den elektriska potentialen i kvadratens centrum?
- Hur starkt är det elektriska fältet i kvadratens centrum.

A15* En cirkulär metallring har laddningen $1,0 \cdot 10^{-12}$ C. Ringens radie är 0,10 m. Hur stort arbete fordras för att förflytta en laddning $2,0 \cdot 10^{-12}$ C från en punkt på stort avstånd från ringen till en punkt på ringens symmetriaxel, på avståndet 0,20 m från centrum?

A17 Tre lika punktladdningar q är placerade längs en rät linje med inbördes avstånd a . Hur stort arbete åtgår för att flytta om laddningarna så att de ligger i hörnen av en liksidig triangel med sidan b ?

A18 Tre laddningar $Q_1 = -5Q$, $Q_2 = +2Q$ och $Q_3 = +Q$ är fastsatta i var sitt hörn av en liksidig triangel med sidan 13 cm. Hur stor är de tre laddningarnas totala elektriska potentiella energi om $Q = 1,0 \cdot 10^{-8}$ C?

A21 Till vilken spänning (i förhållande till jord) kan man uppladda en i luften fritt upphängd kula med 10 cm diameter, om luftens genomslagshållfasthet (det maximala E-fältvärdet innan det blir genomslag, d.v.s. blixurladdning) är 30 000 V/cm?

Gauss lag på integralform

A23* Genom en lång rak rörledning med 50 cm diameter blåses luft, innehållande likformigt fördelade joner med en rymdladdning av $2,0 \cdot 10^{-12}$ C/cm³. Beräkna fältstyrkan vid gränsytan mellan luft och rörvägg.

A24* En Geigerräknare består av två koaxiella cylindriska ledare, isolerade från varandra. Anta att den yttre ledaren är en metallcylinder med innerradien 1,0 cm och att den inre ledaren är en tunn tråd med radien 0,10 mm. En spänning på 800 V läggs mellan inner- och ytterledaren.

- Bestäm den linjära laddningsbeläggningen längs tråden.
- Hur starkt är det elektriska fältet vid trådens yta?

A27 En punktladdning $+Q$ är placerad i centrum av ett sfäriskt metallskal med inre radien a och yttre radien b . Metallskalet har nettoladdningen $-Q$. Bestäm den elektriska fältstyrkan i områdena $r < a$, $a < r < b$, $r > b$ (r = avståndet till punktladdningen i centrum). Var är skalets nettoladdning belägen?

A28* En isolerad metallkula med 2,0 cm radie är koncentriskt omgiven av ett sfäriskt, jordat metallskal med 6,0 cm inre radie. Kulans laddning är $+4,0 \cdot 10^{-9}$ C. Hur stor är potentialen i en punkt på 4,0 cm avstånd från kulans centrum?

A29* Ett sfäriskt hölje med innerradien a är fyllt med ett homogent medium med relativa permittiviteten ϵ_r och med likformigt fördelad rymdladdning med laddnings-tätheten ρ . Härled ett uttryck för potentialskillnaden mellan medelpunkten och höljet.

Kondensatorer, kapacitans och dielektrikum

A32 Två parallella plattor har lika stora laddningar med motsatt polaritet. Då det är luft mellan plattorna är fältstyrkan mellan dem $2,0 \cdot 10^5$ V/m. Om en skiva av ett dielektrikum skjuts mellan plattorna sjunker fältstyrkan till $0,45 \cdot 10^5$ V/m. Bestäm dielektrikumets relativa permittivitet.

A33 En kondensator består av två plana parallella metallplattor på 2,0 mm avstånd från varandra. Deras dimensioner är 4 cm x 10 cm. De förbinds med en spänningskälla på 1000 V.

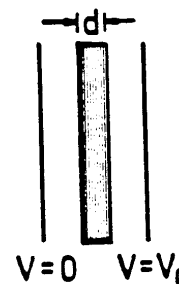
- Bestäm laddningen på plattorna.
- En 2,0 mm glasskiva skjuts in mellan plattorna ($\epsilon_r = 5,0$). Bestäm laddningen på plattorna med glasskivan på plats.

A34 En plattkondensator består av två plana cirkulära skivor. Avståndet mellan dem är 3,0 cm. Kondensatorn tillförs laddning från en spänningskälla på 3,0 kV och isoleras därefter. Då en glasskiva med tjockleken 2,0 cm införs sjunker spänningen till 1,4 kV.

- Bestäm ϵ_r för glasmaterialet.
- Bestäm potentialskillnaden över glasskivan.

A38 En kondensator består av två parallella plattor på avståndet 1,0 cm. Mellan plattorna införs en porslinsplatta med $\epsilon_r = 5,0$. Hur tjock måste plattan vara för att kapacitansen hos kondensatorn skall fördubblas?

A39* En plattkondensator har avståndet $3d$ mellan plattorna. En dielektrisk platta med tjockleken d och relativa permittiviteten $\epsilon_r = 2$ är placerad mitt emellan plattorna. Ena plattan har potentialen 0, den andra V_0 . Rita en figur som anger hur \vec{E} och V varierar med avståndet x i området mellan plattorna (sätt $x = 0$ vid $V = 0$).

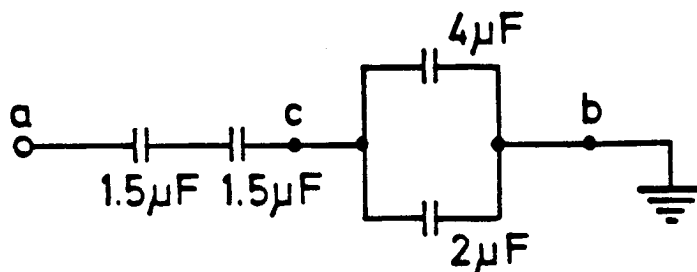


A41 En luftfylld sfärisk kondensator består av två koncentriska metallsfärer. Den yttre sfären är jordad och har radien 150 cm. Det elektriska fältet får vara högst 10 kV/cm. Hur skall radien för den inre sfären väljas för att man skall få maximal spänning över kondensatorn? Hur stor blir denna maximala spänning?

A43* En cylinderkondensator består av två koaxiella metallcylindrar, den inre med en yttre radie av 2,0 cm och den yttre med en innerradie av 5,0 cm. Kondensatorn har två lika tjocka koaxiella isolationslager med de relativa permittiviteter 4,0 och 3,0 räknat inifrån och utåt. Beräkna kondensatorns kapacitans per längdenhet.

Sammankopplade kondensatorer

A44 Fyra kondensatorer är kopplade enligt figuren. Beräkna laddningen på kondensatorerna samt potentialen i punkten c då punkten b är jordad och punkten a har potentialen + 1200 V.



A46 En 1000 m lång koaxialkabel har en inre ledare av koppar, vars diameter är 2,0 mm och en yttre ledare vars diameter är 3,0 mm. Mellanrummet mellan dem är fyllt med polyeten. En kondensator på 100 nF laddas upp till 150 V och ansluts till koaxialkabelns båda ledare i ena änden. Vad blir då spänningen mellan koaxialkabelns båda ledare? *Tips: betrakta koaxialkabeln som en cylinderkondensator, och tänk på att laddningen fördelas mellan denna och 100-nF-kondensatorn. Permittivitet för polyeten kan du hitta t.ex. i Physics Handbook.*

A47 En kondensator med kapacitansen $10,0 \mu\text{F}$ är uppladdad till 100 volt och en annan kondensator med kapacitansen $2,00 \mu\text{F}$ är uppladdad till 1000 volt. De parallellkopplas så att deras positiva poler ansluts till varandra. Bestäm den totala elektrostatiska begynnelseenergin, samt den energi som finns lagrad i kondensatorerna efter parallellkopplingen. Bevaras den elektrostatiska energin vid parallellkopplingen? Diskutera eventuella energiförluster.

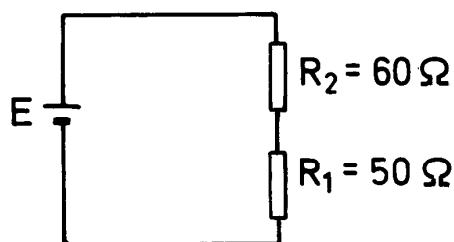
B: STRÖM, RESISTANS, KRETSAR

Problem som är representativa för den svårare typen av normalt förekommande tentamensproblem är markerade med en stjärna (). De kan t.ex. kräva integration. Ännu något svårare problem har markering (**). De som saknar markering är lättast och motsvarar den nivå som krävs för godkänt betyg på kurserna.*

Ström, resistans och spänning

B1 Beräkna elektronernas drifhastighet i en koppartråd med $1,0 \text{ mm}^2$ genomskärningsarea, då tråden leder strömmen $1,0 \text{ A}$. Koppars atomvikt är $63,5$. Antalet lednings-elektroner antas vara lika med antalet kopparatomer. Koppars densitet är 8900 kg/m^3 .

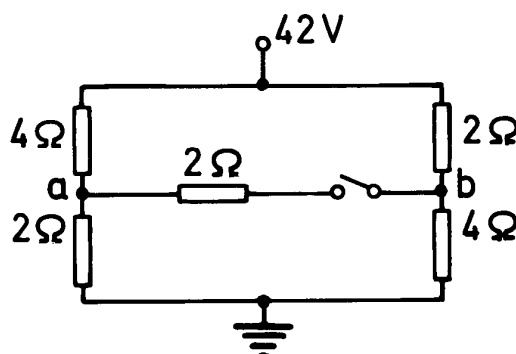
B9 Man önskar veta spänningen över R_1 i kretsen i figuren. Spänningen mäts därvid med en voltmeter med inre resistansen 1000Ω som kopplas över R_1 . Hur stort procentuellt fel visar voltmeteren? *Tips: "rätt" spänningsvärde är det som fås teoretiskt utan voltmeter inkopplad.*



B11* Temperaturkoefficienten α (definierad som $\alpha = (dR/dT)/R$) för en koppartrådsresistor och en kolmassaresistor uppmäts till $4,0 \cdot 10^{-3} \text{ K}^{-1}$ respektive $-2,0 \cdot 10^{-4} \text{ K}^{-1}$. Då temperaturkoefficienterna har olika tecken kan man få en resulterande resistans som är praktiskt taget temperaturoberoende genom att seriekoppla en resistor av koppartråd med en kolmassaresistor. Hur skall de två olika resistorerna väljas om den resulterande resistansen skall vara $10 \text{ k}\Omega$?

B13 En elektrisk kokplatta är utrustad med två värmespiraler som med en omkopplare kan anslutas till en nätspänning 220 V antingen var och en för sig, båda parallellt eller båda i serie. De båda värmespiralernas resistanser är 41Ω och 82Ω . Ange den effekt som utvecklas i de fyra olika fallen. *Tips: värmespiralerna behandlas som motstånd.*

B16 a) Beräkna potentialskillnaden mellan punkterna a och b i kretsen då brytaren är öppen respektive sluten.
b) Beräkna strömmen genom kontakten då den är sluten.
c) Vad är kopplingens ekvivalenta resistans när brytaren är sluten?



B18* Ett elektrolytiskt bad har en central elektrod i form av en 5,0 mm tjock, cylindrisk metallstav, den koncentriska yttrelektroden har en diameter 80 mm. Vätskans höjd uppgår till 100 mm. Resistansen hos badet uppmäts till $0,843 \Omega$. Beräkna lösningens konduktivitet. *Tips: Bestäm totala resistansen mellan inre och yttre elektrod.*

B20* En ring med innerradien a och kvadratisk tvärsnitt med kantlängd h är utförd i metall med resistiviteten ρ . Beräkna ringens resistans om $a = 10$ cm, $h = 2,0$ cm och metallen är koppar.
Tips: resistivitetsvärden finns tabellerade; är ringens delresistanser parallell- eller seriekopplade?

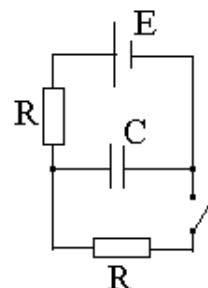
Kondensatorer och kretsar

B22 En kondensator med kapacitansen $2,0 \mu\text{F}$ ansluts i serie med en resistor till ett batteri med polspänningen 24 V. Hur stor energi tillförs resistorn under en tid lika med kretsens tidskonstant? Hur stor energi har tillförts kondensatorn under samma tidsrymd?

B24* Två plana, parallella elektroder (area $A = 10 \text{ cm}^2$, avstånd $d = 2,0$ mm) är nedsänkta i en behållare, som är fylld med en vätska med den relativa permittiviteten $\epsilon_r = 2,0$ och obekant konduktivitet. En mellan elektroderna pålagd spänning $U_1 = 600$ V sjunker efter en tid $t = 2,0$ minuter till $U_2 = 300$ V. Beräkna vätskans konduktivitet.
Tips: betrakta elektroderna som en kondensator som laddas ur genom vätskan, vars läckresistans kan bestämmas.

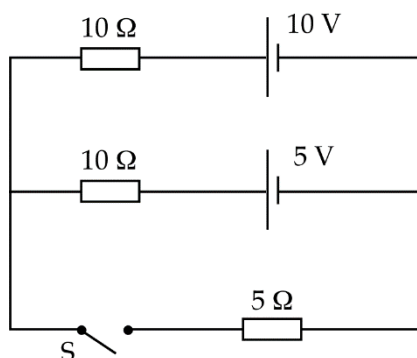
B25 En kondensator med kapacitansen C laddas upp i serie med en resistor med resistansen R från ett batteri med polspänningen U . När är den till kondensatorn tillförda effekten maximal? Hur stor är uppladdningsströmmen vid denna tidpunkt?

B 26* Till en likspänningskälla är ansluten en resistans R i serie med två parallellkopplade grenar, den ena innehållande en kapacitans C , den andra en resistans R i serie med en öppen brytare. Vid en tidpunkt $t = 0$ slås brytaren till. Bestäm spänningen över C som funktion av tiden och illustrera detta förlopp grafiskt.

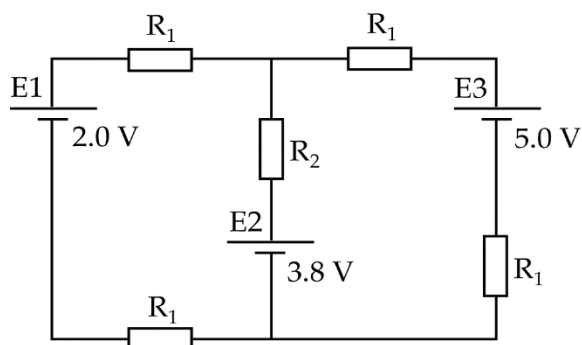


B27* a) Hur stor är kapacitansen C och laddningen Q hos en plattkondensator uppladdad till 1000 V, vars plattor har arean 150 cm^2 och befinner sig på avståndet 2,0 mm från varandra? Glimmer (eng. *mica*) fyller helt utrymmet mellan plattorna.
b) Kondensatorn urladdas över en resistor. Hur stor måste dess resistans minst vara, om urladdningsströmmen inte får överskrida 6,0 A?
c) Efter hur lång tid har hälften av den upplagrade energin förbrukats i form av värme i resistorn?

- B30** a) Beräkna spänningen över brytaren S , när den är öppen.
b) Beräkna effektutvecklingen i $5\ \Omega$ -resistorn, när brytaren är sluten.

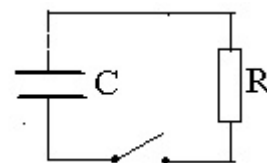


- B31** Beräkna strömmen till storlek och riktning genom var och en av de tre spänningskällorna i nedanstående krets. $R_1 = 1,2\ \text{k}\Omega$, $R_2 = 2,3\ \text{k}\Omega$.

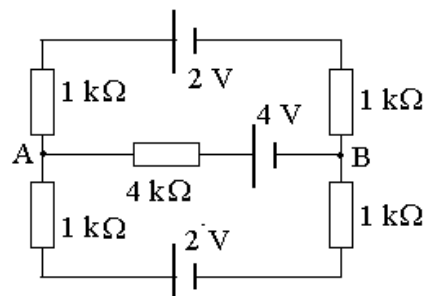


- B32*** Vid $t = 0$ har kondensatorn C en spänning U_0 och strömbrytaren sluts. Visa att hela den lagrade energin i kondensatorn omvandlas till värme i resistansen R vid urladdningen.

Tips: effektutvecklingen i R är dW/dt .



- B33** Hur stor är spänningen mellan punkterna A och B i denna koppling?



C: ELEKTROMAGNETISM

Problem som är representativa för den svårare typen av normalt förekommande tentamensproblem är markerade med en stjärna (). De kan t.ex. kräva integration. Ännu något svårare problem har markering (**). De som saknar markering är lättast och motsvarar den nivå som krävs för godkänt betyg på kurserna.*

Magnetisk kraftverkan och magnetiska fält

C1 Protoner accelereras genom ett spänningsfall på $1,0 \cdot 10^6$ V. De inträder där-
efter i ett homogent magnetfält på 2,0 T. Banan är vinkelrät fältriiktningen. Bestäm ba-
nans radie. *Tips: använd energins bevarande för att bestämma hastigheten!*

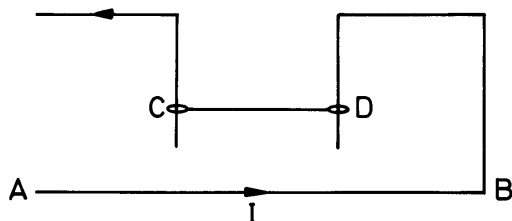
C2 En stråle enkelt joniserade kloratomer (Cl^+) inträder vinkelrätt i ett likformigt
magnetfält på 0,50 T. Klorstrålen innehåller två isotoper med massorna 35u och 37u,
där $1 \text{ u} = 1,67 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$. Jonerna har hastigheten $2,0 \cdot 10^5 \text{ m/s}$. Efter att ha avböjts ett
halvt varv träffar jonerna en fotografisk plåt. Bestäm avståndet mellan de två områden
på plåten där jonerna träffar.
*(”Enkelt joniserad” innebär att atomen saknar en elektron. Den ”vanliga” klorjonen
 Cl förekommer i salter och lösningar. Fundera gärna över hur tecknet på jonen
påverkar problemets lösning!)*

C3 En elektron rör sig mellan två parallella, vågräta plattor, mellan vilka ligger en
spänning på 2000 V. Avståndet mellan plattorna är 2,0 cm. Parallellt med plattorna
finns ett magnetiskt fält. Hur starkt skall detta vara för att partikeln ska röra sig
rätlinjigt och parallellt med plattorna? Elektronens hastighet är $1,0 \cdot 10^6 \text{ m/s}$.

C6 Genom en lång, rak ledare går en ström $I = 5 \text{ A}$. En elektron, som rör sig med
en hastighet $v = 1 \cdot 10^7 \text{ m/s}$, befinner sig i ett visst ögonblick på avståndet 5 cm från
ledaren. Vilken kraft (storlek och riktning) verkar på elektronen om hastigheten är
riktad

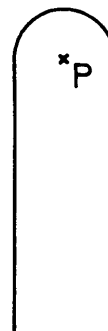
- a) vinkelrätt ut från tråden?
- b) parallellt med tråden?

C7 En lång tråd AB (se nedanstående figur) är i vila på en horisontell yta. En
annan lång tråd CD kan glida upp och ner ovanför AB längs två vertikala ledare och
är i kontakt med dessa. Massan hos tråden CD är $5,0 \cdot 10^{-3} \text{ kg/m}$ och strömmen ge-
nom båda trådarna är 50 A. På vilket avstånd ovanför AB kommer tråden CD att
befinna sig i jämvikt?

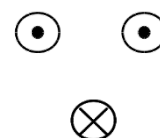


C10* En hårnålsformad ledares parallella skänklar är mycket långa och har 7,0 cm avstånd. Vilken strömstyrka krävs för att i den halvcirkelformade ledarens mittpunkt P ge upphov till ett magnetiskt fält $B = 1,0 \cdot 10^{-4} \text{ T}$?

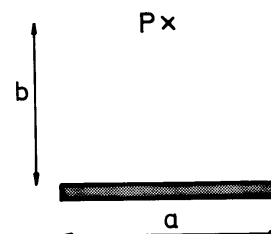
Tips: dela upp ledaren i tre delar. Vilken riktning får B-fältet?



C11 En ledning består av tre parallella trådar med 5,0 dm inbördes avstånd. Två av trådarna är parallellkopplade och fungerar som återledare för strömmen (10 A) som flyter i den tredje tråden. Beräkna kraften per meter ledare varmed de två förstnämnda trådarna påverkar den tredje. Figuren visar ledarna i genomskärning.



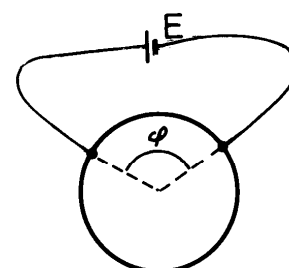
C13* Figuren visar det rektangulära tvärsnittet av en lång, rak ledare. Beräkna den magnetiska flödestätheten B i punkten P, mitt över ledaren. Strömstyrkan i ledaren är I . Ange också fältets riktning, om strömmen antas gå in i papperet.



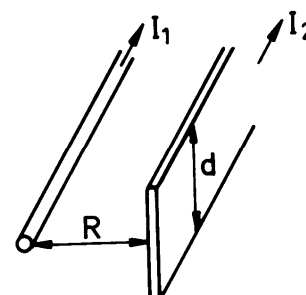
C15* Ett tunt rör med diametern d leder strömmen I . Utgå från formeln för kraftverkan mellan två parallella ledare och beräkna det skenbara övertryck som röret utsätts för genom den inbördes attraktionen mellan strömelementen.

C16* En cirkulär slinga med radien R formas av en metalltråd med tvärsnittet A . Resistiviteten är ρ . Två trådar ansluter ett batteri till slingan enligt figuren. Bestäm magnetfältet i slingans centrum.

Tips: vad blir strömstyrkan i de två delarna av cirkeln?



C17* En lång, rak ledare med strömmen I_1 löper parallellt med ett långt, tunt band. Bandet har bredden d och leder strömmen I_2 . Avståndet R från ledaren till bandets mittpunkt är 10 cm. Hur stor är kraften per meter mellan ledarna om $I_1 = I_2 = 5,0 \text{ A}$?



C19 En cirkulär strömbana avpassas så att den magnetiska flödestätheten är 10 gånger större i centrum än i en punkt på axeln belägen 250 mm från cirkelplanet. Hur stor är flödestätheten i centrum då strömstyrkan är 4,0 A?

C20 Två parallella, cirkulära strömbanor med 20 cm respektive 10 cm radie befinner sig på samma axel 30 cm från varandra. De genomflyts av motriktade strömmar men med samma strömstyrka $I = 0,50$ A. Var på axeln är den resulterande magnetiska flödestätheten noll?

C22* Beräkna magnetiska flödestätheten i centrum av en kvadratisk spole med 15 varv och sidlängd 5,0 cm, om strömstyrkan är 1,5 A.

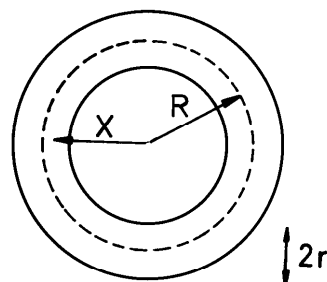
Tips: utnyttja spolens symmetri för att minska mängden uträkningar. Lindningen är längs med kvadratens sidor!

C23* Genom en lång, rak cylindrisk ledare av koppar går en ström 1 A. Strömstätheten är konstant över hela tvärsnittsytan. På två olika avstånd från ledarens centrum är den magnetiska flödestätheten lika stor. Avstånden till centrum där detta inträffar är 1 cm respektive 4 cm. Beräkna ledarens radie.

Tips: använd Ampères lag, och tänk på att B -fältet kan beräknas både inuti och utanför ledaren.

C24 En tätt lindad toroidspole skall dimensioneras så att $(B_{\max} - B_{\min})/B_{\max} = 10\%$ inuti spolen. Bestäm förhållandet R/r .

Tips: använd Ampères lag.



C25** En lång, rak ledare har halvcirkulär tvärsnittsyta. Beräkna den magnetiska flödestätheten i en punkt mitt på ledarens plana yta om ledaren för strömmen I och halvcirkeln har radien a . Strömstätheten antas konstant över genomskärningsytan.

C27** En homogen metallsfär roterar med vinkelhastigheten ω runt en axel genom sfärens centrum. Sfären har laddningen q och radien r . Bestäm sfärens magnetiska dipolmoment.

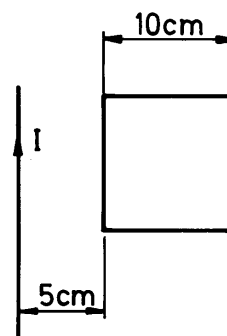
C30** På ytan av en träsfär har man lindat ett enkelt, jämnt lager med 100 varv ledningstråd. Planen genom varje trådvarv är vinkelräta mot samma diameter i sfären. Hur stor magnetisk flödestäthet får man i sfärens centrum om strömmen i lindningen är 1,0 A. Sfärens radie är 1,0 dm.

Tips: använd superposition.

Magnetiskt flöde, dipolmoment, energi hos fält

C32* En kvadratisk slinga med sidan 10 cm placeras på avståndet 5,0 cm från en lång, rak ledare, som leder strömmen $I = 1,0$ A.

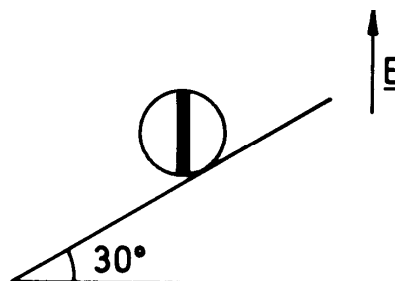
Beräkna totala magnetiska flödet genom kvadraten.



C33 En rektangulär strömslinga (bredd $b = 5,0$ cm, längd $l = 8,0$ cm) har 10 lindningsvarv. Genom slingan, som är upphängd i ena långsidan, går en ström $I = 1,0$ A. Slingan placeras i ett homogent magnetiskt fält $B = 0,50$ T. I ett visst ögonblick bildar slingans plan vinkeln 30° med magnetfältet. Hur stort är det magnetiska kraftmomentet på slingan?

C34 En partikel med laddningen $q = 1,45$ μC rör sig med hastigheten $\vec{v} = 1,98 \cdot 10^3 \hat{j}$ m/s i ett magnetfält av styrkan 0,50 T. Partikeln utsätts för kraften $\vec{F} = 4,59 \cdot 10^{-4} \hat{i} - 6,12 \cdot 10^{-4} \hat{k}$ N. Bestäm vektorkomponenterna för \vec{B} så långt som möjligt.

C36* En cylinder, 10 cm lång och 5,0 cm i diameter, vilar på ett lutande plan i ett vertikalt riktat magnetfält på 0,080 T. Planets lutningsvinkel är 30° . Cylinderns massa är 0,50 kg. En spole med 100 varv fin tråd är lindad runt cylindern som figuren visar. Hur stor strömstyrka krävs i spolen för att cylindern skall befinna sig i jämvikt med spolen i vertikalplanet?



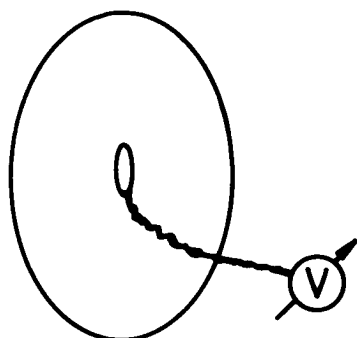
C39 Hur stor är den magnetiska energin i ett luftgap på 1,0 mm i en elektromagnet om flödestätheten är 1,50 T och arean 200 cm^2 ?

D: ELEKTROMAGNETISK INDUKTION

Problem som är representativa för den svårare typen av normalt förekommande tentamensproblem är markerade med en stjärna (). De kan t.ex. kräva integration. Ännu något svårare problem har markering (**). De som saknar markering är lättast och motsvarar den nivå som krävs för godkänt betyg på kurserna.*

Induktion, induktans

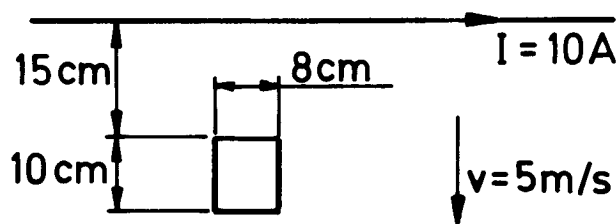
D1 Två koaxiella, enkla strömslingor har radierna 20 cm och 1,0 cm respektive. Strömstyrkan i den yttre slingan ändras med $1,0 \cdot 10^3$ A/s. Vilken spänning kan då avläsas på den voltmeter som är kopplad till den inre slingan?



D3 En mycket lång, cylindrisk spole med radie 2,00 cm är jämnt och tätt lindad med 20 varv per cm av sin längd. I dess mitt finns en liten, kort spole med radie 1,00 cm som placerats koaxiellt med den långa spolen. Den lilla spolen är lindad med 2 000 varv. Hur stor ems induceras i den lilla spolen, då strömstyrkan i den långa spolen ändras med 100 A/s?

D4 En kopparstav med längden $l = 1,0$ m roterar med vinkelhastigheten $\omega = 10$ rad/s kring sin ena ändpunkt i ett homogent magnetfält $B = 1,0$ mT. Staven skär därvid fältlinjerna vinkelrätt. Hur stor ems induceras mellan stavens ändpunkter?

D7* Beräkna elektromotoriska kraften i slingan, som rör sig med konstant hastighet, i det ögonblick som den befinner sig i det läge som anges i figuren. Slingans resistans antas vara så stor att inverkan av strömmen i slingan kan försummas.



D13* En kort, rak spole med tvärsnittsarea $5,0 \text{ cm}^2$ och 500 varv är kortsluten och kan vridas kring en axel vinkelrät mot spolens axel och vinkelrät mot ett homogent magnetfält på $0,80 \text{ T}$. Vilket arbete krävs för att vrida spolen $1/2$ varv på en sekund med konstant vinkelhastighet?

I utgångsläget är spolens plan vinkelrätt mot magnetfältet. Spolens resistans är 10Ω . Friktion försummas, likaså spolens induktans.

D15 Tändspolen i en bil har en primärlindning av grov tråd med få varv och en sekundär-spole med ett stort antal varv lindade på en gemensam järnkärna. I primärspolen går normalt en ström, som avbryts i varje ögonblick man vill ha en gnista. Primärspolen har 200 varv. Strömmen är normalt $5,0 \text{ A}$ men faller linjärt till noll på $2,0 \text{ ms}$, när kretsen bryts. Beräkna sekundärspolens varvtal för att en spänning på $20\,000 \text{ V}$ skall induceras i denna. Järnkärnan har cirkulärt tvärsnitt med diametern $1,0 \text{ cm}$, lindningarnas längd är 15 cm och järnets relativa permeabilitet kan sättas till $5\,000$.

D19 En spole har radien $5,0 \text{ cm}$, 100 varv och en resistans på 50Ω . Hur snabbt måste ett magnetiskt fält genom spolen ändras, för att värmeutvecklingen i spolen skall bli $1,0 \text{ mW}$?

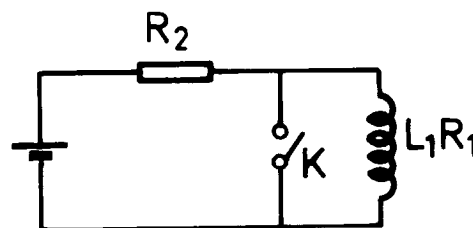
In- och urkoppling i LR-krets

D23 En spole med resistansen R och med induktansen $L = 0,50 \text{ H}$ ansluts till en likspänning på 20 V . Då strömmen uppnått sitt slutvärde är den uttagna effekten 40 W . Efter hur lång tid från inkopplingen räknat är den uttagna effekten 20 W , och vilken energi har intill detta ögonblick upplagrats i spolens magnetfält?

D24* En magnetlindning med induktansen 90 H och resistansen $1\,500 \Omega$ är ansluten parallellt med en resistor med resistansen $6\,500 \Omega$ till ett batteri vars polspänning är 100 V . Hur stor laddning passerar resistorn efter det batteriet bortkopplats?

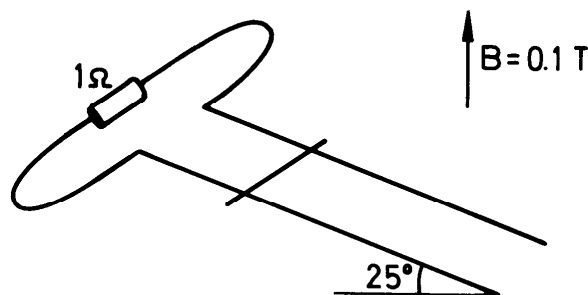
D25* En spoles inre resistans uppmäts till 40Ω . När spolen kortsluts sjunker strömmen genom spolen till halva sitt ursprungliga värde på $0,80 \text{ ms}$. Hur stor värmeutveckling sker i spolen under denna tid, om strömmen vid kortslutningen är $1,0 \text{ A}$?

D26 En spole med induktansen $L_1 = 10 \text{ mH}$ och resistansen $R_1 = 10 \Omega$ är ansluten till ett batteri om 10 V i serie med en resistans $R_2 = 20 \Omega$. Vid tiden $t = 0$ sluts strömbrytaren K . Efter hur lång tid har den i spolen upplagrade energin sjunkit till hälften?

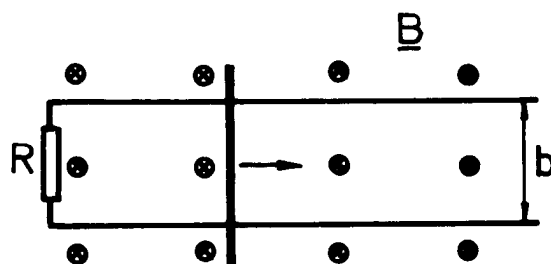


Lenz lag, induktans

D27 En liten, styv, resistanslös tråd med massan $0,10\text{ g}$ kan friktionsfritt glida under tyngdkraftens inverkan på två parallella skenor som lagts i 25° vinkel mot marken och på 10 cm avstånd från varandra, se figur. Skenorna kopplas ihop via en resistor på $1,0\ \Omega$. Hela anordningen placeras i ett vertikalt magnetiskt fält på $0,10\text{ T}$. Om tråden släpps när den efter en stund en konstant hastighet. Hur stor är denna?



D28* En metallstång med massan m glider friktionsfritt på två parallella, ledande skenor, med inbördes avstånd b . En resistans R ansluts mellan skenorna i ena änden. Resistansen hos skenorna och stången kan försummas i jämförelse med R . Vinkelrätt planet givet av skenorna finns ett homogent magnetfält B . Vid tiden $t = 0$ ges stången en hastighet v_0 riktad åt höger i figuren. Hur långt glider stången?



D30 En luftfylld, toroidformad spole har medelomkretsen $0,50\text{ m}$ och är jämnt lindad med 2000 varv. Tvärsnittsyttans radie är $1,0\text{ cm}$. Beräkna spolens induktans.

D32* En rektangulär slinga med bredd $b = 9\text{ cm}$ och längd $l = 20\text{ cm}$ ligger i samma plan som en lång, rak ledare. Avståndet från ledaren till slingans närmaste långsida är $a = 1\text{ cm}$. Beräkna ömsesidiga induktansen M mellan den raka ledaren och slingan. *Tips: låt den långa raka ledaren ge upphov till det magnetiska flödet (fundera över varför detta är lämpligaste angreppssättet).*

LC-kretsar och LRC-kretsar

D33 En kondensator med kapacitansen $10\ \mu\text{F}$ laddas till $1,0\ \text{kV}$ och ansluts sedan med sina båda poler till en spole, vars induktans är $10\ \mu\text{H}$. Beräkna den maximala strömmen i kretsen om man antar att dess resistans är försumbar.

Tips: denna kan lösas antingen som en krets eller med hjälp av energiresonemang.

Prova gärna båda.

D36* En kondensator med kapacitansen $10\ \text{nF}$ laddas upp till $30\ 000\ \text{V}$ och ansluts till en spole med $3,0\ \text{cm}$ radie, $50\ \text{cm}$ längd, 500 varv och resistans $10\ \Omega$. Hur många hela svängningar hinns med innan amplituden hos svängningen halverats?

Tips: detta är en dämpad svängningskrets.

D37 Genom en spole med induktansen $1,0\ \text{mH}$ sänds en likström på $0,50\ \text{A}$. Spolen är parallellkopplad med en kondensator på $100\ \text{pF}$. Beräkna den maximala spänning kondensatorn kommer att utsättas för om strömtillförseln till parallellkretsen plötsligt avbryts. Spolens resistans kan anses försumbar.

Tips: odämpad svängningskrets.

Ömsesidig induktans

D40 I centrum av en tunn cirkulär spole med radie R och N_1 varv finns en liten spole med area S och N_2 varv. Vinkeln mellan normalerna till spolarnas plan är θ . Härled ett uttryck för ömsesidiga induktansen mellan spolarna.

Tips: låt den större spolen ge upphov till ett magnetiskt flöde genom den mindre (fundera över varför det omvända är olämpligt).

D42* Två korta spolar med vardera 30 varv och $5,0\ \text{cm}$ radie ligger med vertikala axlar på samma bord med ett inbördes avstånd $120\ \text{cm}$. Beräkna approximativt den ömsesidiga induktansen mellan spolarna.

Tips: använd uttryck för B -fält på långt avstånd från magnetisk dipol.

Svar till A-problem

- A1 Laddningen var $1,7 \cdot 10^{-9} \text{ C}$
- A2 Fältstyrkan är $10,8 \text{ V/m}$, riktad längs x-axeln
- A3 Punkten är $(0; a/\sqrt{3})$; Fältstyrkan $E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q3\sqrt{3}}{2a^2}$
- A4 Kulans laddning är $3,6 \cdot 10^{-8} \text{ C}$
- A5 Fältstyrkan är $\lambda/2\pi\epsilon_0 R$, riktad nedåt i figuren för $\lambda > 0$ (uppåt för $\lambda < 0$)
- A6 Fältstyrkan $E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \left(1 - \frac{\lambda}{\sqrt{\lambda^2 + R^2}}\right)$
- A7 Fältstyrkan är $E = \frac{Q\sqrt{2}}{\pi\epsilon_0 l^2}$
- A9 Spänningen är $2,63 \text{ kV}$
- A12 Potentialdifferensen är $1,3 \cdot 10^5 \text{ V}$
- A13 Hastigheten är $7,3 \cdot 10^6 \text{ m/s}$
- A14 Potentialen är $5,1 \text{ V}$. Fältstyrkan är noll.
- A15 Arbetet är $8,0 \cdot 10^{-14} \text{ J}$
- A17 Arbetet är $q^2(5b - 6a)/8\pi\epsilon_0 ab$
- A18 Energin är $-9,0 \cdot 10^{-5} \text{ J}$
- A21 Kulan kan ges en potential på 150 kV
- A23 Fältstyrkan är $28 \cdot 10^3 \text{ V/m}$
- A24 Fältstyrkan vid trädens yta är $1,7 \cdot 10^6 \text{ V/m}$
Den linjära laddningsbeläggningen är $9,7 \cdot 10^{-9} \text{ C/m}$
- A27 För $r < a$ är fältstyrkan $E = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2}$; för $a < r < b$ är den $E = 0$; för $r > b$ $E = 0$.
Laddningen ligger på den inre ytan.
- A28 Potentialen är $+300 \text{ V}$
- A29 Potentialskillnaden är $\rho a^2/6\epsilon_r\epsilon_0$
- A32 Relativa permittiviteten är $4,4$
- A33 Laddningen är $1,8 \cdot 10^{-8} \text{ C}$ respektive $8,9 \cdot 10^{-8} \text{ C}$
- A34 Relativa permittiviteten är $5,0$. Potentialdifferensen är $0,40 \text{ kV}$.
- A38 Plattan skall vara $6,3 \text{ mm}$
- A39 E är konstant i luften, och konstant men hälften så stort i den dielektriska skivan. V ökar linjärt från $x = 0$ (integrera konstant E m.a.p. x) men har hälften så stor lutning i den dielektriska skivan som i luften. Kom ihåg att V är kontinuerlig!

- A41 Innerradien väljs till 75 cm. Maximala spänningen blir 375 kV.
A43 Kapacitansen är $0,21 \cdot 10^{-9}$ F/m
A44 Laddningarna är $8,0 \cdot 10^{-4}$ C, $8,0 \cdot 10^{-4}$ C, $5,3 \cdot 10^{-4}$ C och $2,7 \cdot 10^{-4}$ C
Potentialen är 133 V.
A46 Spänningen blir 36 V
A47 Begynnelseenergin är 1,05 J. Slutenergin är 0,375 J.

Svar till B-problem

- B1 Drifhastigheten är 0,074 mm/s
B9 Felvisningen är 2,7 %
B11 Resistanserna skall vara 0,48 k Ω och 9,52 k Ω
B13 Effekterna är 1,2 kW, 0,59 kW, 1,8 kW och 0,39 kW
B16 Spänningen är 14 V
Strömmen genom kontakten blir 3,0 A
Ersättningsresistansen är 2,8 Ω
B18 Konduktiviteten är 5,2 S/m
B20 Resistansen är $2,9 \cdot 10^{-5}$ Ω
B22 Energin tillförd resistorn är 0,50 mJ
Energin tillförd kondensatorn är 0,23 mJ
B24 Konduktiviteten är $1,0 \cdot 10^{-13}$ S/m
B25 Effekten är maximal vid tiden $t = RC \cdot \ln 2$. Strömmen är då $U/2R$
B26 Spänningen $U_c = \frac{E}{2} \left(1 + e^{\frac{-2t}{RC}} \right)$
B27 Kapacitansen är 0,40 nF
Resistansen är minst 0,17 k Ω
Tiden är $2,3 \cdot 10^{-8}$ s
B30 Spänningen över brytaren är 7,5 V
Effekten är 2,8 W
B31 Strömmarna är 0,67 mA, 86 μ A och 0,58 mA
B32 (tips: värmeutvecklingen i R är integralen över tid av effektutvecklingen)
B33 $U_{AB} = 2,4$ V

Svar till C-problem

- C1 Banans radie är 7,1 cm
- C2 Avståndet är 16,7 mm
- C3 Magnetiska flödestätheten är 0,10 T
- C6 Kraften är $3 \cdot 10^{-17}$ N
- C7 Avståndet är 1,0 cm
- C10 Strömmen skall vara 6,8 A
- C11 Kraften är $3,5 \cdot 10^{-5}$ N/m
- C13 Magnetiska flödestätheten $B = \frac{\mu_0 I}{\pi a} \arctan \frac{a}{2b}$
- C15 Elektrodynamiska trycket är $\frac{\mu_0 I^2}{2\pi^2 d^2}$
- C16 Fältstyrkan är noll
- C17 Kraften är $4,9 \cdot 10^{-5}$ N/m
- C19 Magnetiska flödestätheten i centrum är $1,9 \cdot 10^{-5}$ T
- C20 I en punkt mellan strömbanorna 17 cm från den stora, samt i en punkt utanför strömbanorna 53 cm från den lilla.
- C22 Magnetiska flödestätheten är 0,51 mT
- C23 Radien är 2 cm
- C24 Det sökta förhållandet $R/r = 19$
- C25 Magnetiska flödestätheten $B = \frac{2\mu_0 I}{\pi^2 a}$
- C27 Magnetiska dipolmomentet är $\frac{qr^2\omega}{3}$
- C30 Magnetiska flödestätheten är 0,31 mT
- C32 Magnetiska flödet är $2,2 \cdot 10^{-8}$ Wb
- C33 Vridande momentet är $1,7 \cdot 10^{-2}$ Nm
- C34 $\vec{B} = (0,21; \pm 0,42; 0,16)$ T
- C36 Strömstyrkan skall vara 1,5 A
- C39 Energin är 17,9 J

Svar till D-problem

- D1 Spänningen är $0,99 \mu\text{V}$
- D3 Inducerad ems är $0,16 \text{ V}$
- D4 Inducerad ems är $5,0 \text{ mV}$
- D7 Den elektromotoriska spänningen är $2 \mu\text{V}$
- D13 Arbetet är 20 mJ
- D15 Antalet varv är $12 \cdot 10^3$
- D19 Magnetiska flödestätheten ändras $0,28 \text{ T/s}$
- D23 Tiden $0,035 \text{ s}$
- D24 Laddningen är $7,5 \cdot 10^{-4} \text{ C}$
- D25 Värmeutvecklingen är 17 mJ
- D26 Tiden är $3,5 \cdot 10^{-4} \text{ s}$
- D27 Den konstanta hastigheten är $5,0 \text{ m/s}$
- D28 Stoppsträckan är $\frac{v_0 m R}{B^2 b^2}$
- D30 Induktansen är $3,2 \text{ mH}$
- D32 Ömsesidiga induktansen är $9 \cdot 10^{-8} \text{ H}$
- D33 Den maximala strömmen är $1,0 \text{ kA}$
- D36 Antalet svängningar är 29
- D40 Uttrycket för ömsesidiga induktansen är $M = \frac{\mu_0 N_1 N_2 S \cos \theta}{2R}$
- D42 Ömsesidiga induktansen är $3,2 \text{ nH}$

INNEHÅLLSFÖRTECKNING

A. Elektrostatik	3
Coulombkraft, E-fält, potential och potentiell energi	3
Gauss lag på integralform	4
Kondensatorer, kapacitans och dielektrikum	5
Sammankopplade kondensatorer	6
B. Ström, resistans, kretsar	7
Ström, resistans och spänning	7
Kondensatorer och kretsar	8
C. Elektromagnetism	10
Magnetisk kraftverkan och magnetiska fält	10
Magnetiskt flöde, dipolmoment, energi hos fält	13
D. Elektromagnetisk induktion	
Induktion, induktans	14
In- och urkoppling i LR-krets	15
Lenz lag, induktans	16
LC-kretsar och LRC-kretsar	17
Ömsesidig induktans	17
Svar till A-problem	18
Svar till B-problem	19
Svar till C-problem	20
Svar till D-problem	21