大物 B 下公式速记（武汉大学）

武汉大学李俊亨

2025 年 12 月 23 日

目录

1 电磁学

1.1 电学基础公式

静电学常用基本式：

$$
\begin{cases}
k = \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0} \\
F_{\text{库}} = \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}\,\dfrac{q_1q_2}{r^2}, \\
E = \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}\,\dfrac{q}{r^2}, \\
\varphi = \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}\,\dfrac{q}{r} \\
C = \varepsilon\,\dfrac{S}{d} = \varepsilon_0\varepsilon_r\,\dfrac{S}{d} = \dfrac{Q}{U}.
\end{cases}
\tag{1}
$$

1.2 磁学基础公式

毕奥-萨伐尔定律（用 $\hat{\mathbf{r}}_0$ 表示从电流元指向场点的单位矢量）：

$$
d\mathbf{B} = \frac{\mu_0}{4\pi}\,\frac{I\,d\mathbf{l}\times\hat{\mathbf{r}}_0}{r^2}, \qquad \mathbf{B} = \frac{\mu_0}{4\pi}\int\frac{I\,d\mathbf{l}\times\hat{\mathbf{r}}_0}{r^2}.
\tag{2}
$$

磁矩与磁力矩（电流回路面积为 S，法线单位矢量为 $\hat{\mathbf{n}}$，θ 为磁矩与磁感应强度的夹角）：

$$
\begin{cases}
\mathbf{p}_m = NIS\,\hat{\mathbf{n}}, \\
\mathbf{M} = \mathbf{p}_m \times \mathbf{B}.
\end{cases}
\tag{3}
$$

1.3 电介质与磁介质

均匀各向同性介质中的本构关系：

$$
\begin{aligned}
\mathbf{B} &= \mu\mathbf{H} = \mu_0\mu_r\mathbf{H} = \mu_0(1+\chi_m)\mathbf{H} = \mu_0(\mathbf{H}+\chi_m\mathbf{H}) = \mu_0(\mathbf{H}+\mathbf{M}), \\
\mathbf{D} &= \varepsilon\mathbf{E} = \varepsilon_0\varepsilon_r\mathbf{E} = \varepsilon_0(1+\chi_e)\mathbf{E} = \varepsilon_0\mathbf{E}+\varepsilon_0\chi_e\mathbf{E} = \varepsilon_0\mathbf{E}+\mathbf{P}.
\end{aligned}
\tag{4}
$$

其中 $\chi_m\mathbf{H} = \mathbf{M}$，$\varepsilon_0\chi_e\mathbf{E} = \mathbf{P}$。

换种理解方式：

$$
\mathbf{H}\,(\text{结果}) = \frac{1}{\mu_0}\,\mathbf{B}\,(\text{投入}) - \mathbf{M}\,(\text{扣除}),
\tag{5}
$$

$$
\mathbf{E}\,(\text{结果}) = \frac{1}{\varepsilon_0}\big(\mathbf{D}\,(\text{投入}) - \mathbf{P}\,(\text{扣除})\big).
\tag{6}
$$

位移电流与电位移强度的常用关系：

$$
E = \frac{\sigma}{\varepsilon} = \frac{q}{\varepsilon S}, \qquad D = \varepsilon E = \sigma = \frac{q}{S}, \qquad \Phi_D = DS = q.
\tag{7}
$$

位移电流定义

$$
I_d = \frac{dq}{dt} = \frac{d\Phi_D}{dt} = \frac{d}{dt}\iint_S \mathbf{D}\cdot d\mathbf{S} = \iint_S \frac{\partial\mathbf{D}}{\partial t}\cdot d\mathbf{S}, \qquad \mathbf{j}_d = \frac{\partial\mathbf{D}}{\partial t}.
\tag{8}
$$

符号说明：

$\mathbf{B}$：磁感应强度	$\mathbf{H}$：磁场强度
$\mathbf{M}$：磁化强度	μ：磁导率
μ_0：真空磁导率	μ_r：相对磁导率
χ_m：磁化率	$\mathbf{D}$：电位移矢量
$\mathbf{E}$：电场强度	$\mathbf{P}$：极化强度
ε：介电常数	ε_0：真空介电常数
ε_r：相对介电常数	χ_e：电极化率

1.4 介质中的高斯定理与安培环路定理

在均匀各向同性线性介质（静电、恒定电流）中，引入位移矢量和磁场强度后，可将束缚电荷/电流的贡献吸收入 $\mathbf{P}$ 与 $\mathbf{M}$ 中，积分形式变为：

$$\oiint_{\partial V} \mathbf{E}\cdot d\mathbf{S} = \frac{1}{\varepsilon}\sum q_{\text{free}} \quad \longrightarrow \quad \oiint_{\partial V} \mathbf{D}\cdot d\mathbf{S} = \sum q_{\text{free}}, \tag{9}$$

$$\oint_{\mathcal{C}} \mathbf{B}\cdot d\mathbf{l} = \mu\sum I_{\text{enc}} \quad \longrightarrow \quad \oint_{\mathcal{C}} \mathbf{H}\cdot d\mathbf{l} = \sum I_{\text{free}}. \tag{10}$$

若考虑位移电流，安培环路定理应写为麦克斯韦形式：

$$\oint_{\mathcal{C}} \mathbf{H}\cdot d\mathbf{l} = \iint_S \mathbf{j}_c\cdot d\mathbf{S} + \iint_S \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t}\cdot d\mathbf{S}. \tag{11}$$

1.5 电磁波

三条基本性质：

$$\begin{cases} \text{横波：} & \mathbf{E}\perp\mathbf{B}\perp\mathbf{v}, \\ \text{同相位：} & \mathbf{E},\ \mathbf{B}\ \text{同时取极值与零点}, \\ \text{波速：} & v = \dfrac{1}{\sqrt{\mu\varepsilon}}. \end{cases} \tag{12}$$

向 $+x$ 方向传播的简谐平面波可写成

$$\begin{cases} \mathbf{E}(x,t) = E_{\max}\cos(kx-\omega t)\,\hat{\mathbf{j}}, \\ \mathbf{B}(x,t) = B_{\max}\cos(kx-\omega t)\,\hat{\mathbf{k}}, \end{cases} \tag{13}$$

其中：

$$\begin{cases} \text{传播方向: } \mathbf{v}\ \text{由}\ \mathbf{E}\times\mathbf{B}\ \text{确定}, \\ \qquad \lambda = \dfrac{2\pi}{k}, \\ \qquad f(\text{或}\nu) = \dfrac{\omega}{2\pi}, \\ \qquad v = \lambda\,\nu = \dfrac{\omega}{k}, \\ \qquad E_{\max} = v\,B_{\max} \quad (\mathbf{E}=\mathbf{B}\times\mathbf{v}\ \text{幅值关系}), \\ \qquad \omega_E = \omega_B\ (\text{电、磁场能量密度相等}), \qquad I = \dfrac{1}{2}c\varepsilon E_{\max}^2. \end{cases} \tag{14}$$

1.6 电场能量与磁场能量

体能量与能量密度常用表达（积分区域 V 指电磁场分布的空间体积，而非电荷/电流源本身占据的体积）：

$$W_{\mathrm{e}} = \iiint_V \frac{1}{2}\,\varepsilon E^2\,dV, \qquad \omega_{\mathrm{e}} = \frac{1}{2}\,\varepsilon E^2, \tag{15}$$

$$W_{\mathrm{m}} = \frac{1}{2}LI^2 = \frac{1}{2}MI_1I_2 = \iiint_V \frac{B^2}{2\mu}\,dV, \qquad \omega_{\mathrm{m}} = \frac{B^2}{2\mu}. \tag{16}$$

1.7 自感与互感的磁链表达

自感系数 L 与互感系数 M 由磁链定义：$\Psi_{ab} = N\phi$ 表示由回路 b 中电流产生的磁场在线路 a 上的总磁链。

$$\Psi_{11} = L_1I_1, \qquad \Psi_{22} = L_2I_2, \tag{17}$$

$$\Psi_{12} = MI_2, \qquad \Psi_{21} = MI_1 \qquad (\text{互易介质中}M_{12} = M_{21} = M). \tag{18}$$

磁链可用于反求电感：$L_1 = \Psi_{11}/I_1$，$L_2 = \Psi_{22}/I_2$，$M = \Psi_{12}/I_2 = \Psi_{21}/I_1$。

1.8 电动势与法拉第定律

四组公式（其中感生电动势写成两式）统一括在同一左括号下，采用积分与分式形式：

$$\begin{cases} \mathcal{E} \equiv \oint_{\mathcal{C}} \mathbf{f}\cdot d\mathbf{l} = \oint_{\mathcal{C}} \mathbf{E}_{\mathrm{tot}}\cdot d\mathbf{l}, \\ \mathcal{E} = -\dfrac{d\Psi}{dt} = -\dfrac{d}{dt}\iint_S \mathbf{B}\cdot d\mathbf{S}, \\ \mathcal{E}_{\text{动}} = \oint_{\mathcal{C}} (\mathbf{v}\times\mathbf{B})\cdot d\mathbf{l}, \\ \mathcal{E}_{\text{感},1} = -L\,\dfrac{dI}{dt} \quad (\text{自感}), \\ \mathcal{E}_{\text{感},2} = -M\,\dfrac{dI}{dt} \quad (\text{互感}). \end{cases} \tag{19}$$

感生电场强度可由下式得出：

$$\oint_{\mathcal{C}} \mathbf{E}_{\text{感}}\cdot d\mathbf{l} = -\frac{d}{dt}\iint_S \mathbf{B}\cdot d\mathbf{S}. \tag{20}$$

1.9 霍尔元件

各向同性导体在磁场 $\mathbf{B}$ 与电流密度 $\mathbf{j}$ 作用下的线性关系（假设电流沿 x 方向）：

$$\begin{cases} E_x = \rho\,j, \\ E_y = R_H\,j\,B, \end{cases} \qquad R_H = \frac{E_y}{j\,B} = \frac{E_y\,l}{E_x\,B}, \tag{21}$$

其中 R_H 为霍尔系数，ρ 为电阻率，l 为样品在 x 方向的长度。

2 光学

2.1 其他几何光学知识（其余见附录 A）

布儒斯特角（反射光完全偏振且与折射光互相垂直）满足

$$\tan i_B = \frac{n_2}{n_1}, \tag{22}$$

口诀：正切等于“折”除以“入”。

2.2 干涉基础

光程与光程差、相位差：

$$L = \int n\,ds, \qquad \delta = L_1 - L_2 = \int_1 n\,ds - \int_2 n\,ds, \qquad \Delta\phi = \frac{2\pi}{\lambda}\,\delta. \tag{23}$$

其中 $\lambda = \lambda_0/n$ 为介质中的波长；$\delta > 0$ 表示光线 1 相对光线 2 超前。

典型干涉情形下的光程差（近轴近似，x 为屏上偏离中心的距离，L 为几何距离，d 为缝距，e 为薄膜在该处厚度）：

$$\begin{cases} \text{杨氏双缝：} & \delta = d\sin\theta \approx d\,\dfrac{x}{L}, \\ \text{薄膜干涉：} & \delta = 2ne. \end{cases} \tag{24}$$

极大/极小条件：$\delta = m\lambda$（同相，明纹），$\delta = (m+\frac{1}{2})\lambda$（反相，暗纹），$m \in \mathbb{Z}$。

半波损失（相位跃变 π）

- 光疏介质反射到光密介质：反射波相位跃变 π，等效光程差 $+\frac{\lambda}{2}$。
- 光密介质反射到光疏介质：无相位跃变，不产生附加光程差。
- 薄膜反射干涉中，仅一束反射光发生半波损失时 $\delta_r = \frac{\lambda}{2}$；两束都变或都不变时 $\delta_r = 0$。

2.3 衍射基础

2.3.1 单缝衍射（缝宽 a，衍射角 φ）

半波带分析得到明暗条纹的角位置：

$$\begin{cases} \text{明纹：} & a\sin\varphi = \pm(2k+1)\,\dfrac{\lambda}{2}, \\ \text{暗纹：} & a\sin\varphi = \pm 2k\,\dfrac{\lambda}{2} = \pm k\lambda, \end{cases} \qquad k = 0, 1, 2, \ldots \tag{25}$$

若屏置于焦距为 f 的透镜焦平面上，几何关系给出 $\tan\varphi = \dfrac{x}{f} \approx \sin\varphi$（小角近似下 x 为中心到条纹的横向距离）。条纹阶数受 $|\sin\varphi| < 1$ 约束，故可见明暗条纹有限。

2.3.2 瑞利判据（圆孔衍射）

圆孔衍射的中心亮斑为艾里斑，其半角宽度（到第一暗环）：

$$\Delta\varphi_0 = 1.22\,\frac{\lambda}{D}, \tag{26}$$

其中 D 为孔径直径。光学仪器的最小分辨角取 $\theta_0 \approx \Delta\varphi_0$；小角近似下 $\sin\theta \approx \tan\theta \approx \theta$（弧度）可将角度换算为线度。

2.3.3 光栅衍射（缝宽 a，遮挡宽 b，光栅常数 $d = a + b$）

光栅方程与像面坐标（屏置于焦距 f 的透镜焦平面）：

$$d\sin\varphi = (a+b)\sin\varphi = \pm k\lambda, \qquad x_k = \pm\frac{f}{a+b}k\lambda, \qquad \Delta x = \frac{f\lambda}{a+b}, \quad k = 0, \pm1, \pm2, \dots \tag{27}$$

缺级条件：某阶光栅明纹若同时满足单缝暗纹条件

$$a\sin\varphi = \pm k'\lambda, \tag{28}$$

则该阶消失，满足 $k = \dfrac{a+b}{a}\,k'$（$k' = \pm1, \pm2, \dots$）的整数阶为缺级。

若入射光与光栅法线成角 i（定义 $i > 0$，φ 与 i 同侧取正，反侧取负），倾斜入射的光栅方程为

$$(a+b)(\sin\varphi + \sin i) = \pm k\lambda. \tag{29}$$

3 相对论

3.1 洛伦兹变换

洛伦兹因子与无量纲速度:

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}, \qquad \beta = \frac{v}{c}. \tag{30}$$

沿 x 轴的标准变换（从系 S 到以速度 v 沿 $+x$ 方向运动的系 S'）:

$$\begin{cases} x' = \gamma(x - vt), \\ y' = y, \\ z' = z, \\ t' = \gamma\left(t - \dfrac{vx}{c^2}\right). \end{cases} \tag{31}$$

逆变换:

$$\begin{cases} x = \gamma(x' + vt'), \\ y = y', \\ z = z', \\ t = \gamma\left(t' + \dfrac{vx'}{c^2}\right). \end{cases} \tag{32}$$

共线速度叠加（只考虑沿 x 轴的分量）:

$$u' = \frac{u - v}{1 - \dfrac{uv}{c^2}}, \qquad u = \frac{u' + v}{1 + \dfrac{u'v}{c^2}}. \tag{33}$$

其中: u 为粒子在系 S 中的速度，u' 为同一粒子在系 S' 中的速度，v 为系 S' 相对系 S 的速度。

钟慢效应与尺缩效应:

$$\Delta t_{动} = \gamma\,\Delta t_{静} \quad (\text{时间膨胀}), \qquad L_{动} = \frac{L_{静}}{\gamma} \quad (\text{长度收缩}). \tag{34}$$

其中钟慢效应只能作用于 S' 中静止（x 不变）的粒子，尺缩效应只能作用于 S' 中同时（t 不变）的粒子。

3.2 能量与动量

总能量由动能与静能组成:

$$E = E_k + E_0. \tag{35}$$

能量—动量关系:

$$E^2 = (pc)^2 + \left(m_0c^2\right)^2. \tag{36}$$

其中相对论动量 $p = mv = \gamma m_0 v$，m_0 是粒子的静止质量。

4 量子力学

4.1 黑体辐射

斯特藩–玻尔兹曼定律（线下面积 → 总辐出度）：

$$M_B(T) = \sigma T^4, \qquad \sigma = 5.67 \times 10^{-8}\,\mathrm{W/(m^2 \cdot K^4)}. \tag{37}$$

维恩位移定律（单色辐射出度峰值波长 → 极值对应的波长）：

$$T\lambda_M = b, \qquad b = 2.897 \times 10^{-3}\,\mathrm{m \cdot K}. \tag{38}$$

其中，$T(\mathrm{K}) = T(°C) + 273.15$。

4.2 光电效应

爱因斯坦光电方程（电子吸收光子后达到的能量平衡）：

$$h\nu = E_{km} + W_{\text{逸}}. \tag{39}$$

其中 $W_{\text{逸}} > 0$ 表示电子从金属中逸出所需克服束缚力的能量大小（通常称“逸出功”）；它以做功的大小记正值，与力学中“做功”可正可负的符号习惯略有区别。

4.3 康普顿效应

解决康普顿效应相关的题目常使用下面的两个公式：

1. 康普顿散射公式（描述波长变化与散射角的关系）：

$$\Delta\lambda = \lambda - \lambda_0 = \lambda_c\,(1 - \cos\varphi). \tag{40}$$

   其中：

   - λ_0：入射光波长；
   - λ：散射光波长；
   - φ：散射角（光子偏转的角度）；
   - $\lambda_c = \dfrac{h}{m_0 c}$：康普顿波长。

2. 能量守恒定律（结合相对论）：

$$\frac{hc}{\lambda_0} + m_0 c^2 = \frac{hc}{\lambda} + mc^2. \tag{41}$$

   其中相对论质量 $m = \gamma m_0$。

4.4 波尔理论

波尔氢原子模型假设电子做匀速圆周运动，**向心力由库仑力提供**，并只允许特定轨道和能量：

$$r_n = n^2 r_1, \qquad E_n = \frac{E_1}{n^2}, \qquad n = 1, 2, \ldots \tag{42}$$

其中 r_1 为玻尔半径，$E_1 = -13.6\,\mathrm{eV} < 0$ 为基态能量，因此任意能级都满足 $E_n < 0$。

电子从能级 m 跃迁到能级 n（通常 $m > n$）时会放出光子，频率满足能量守恒：

$$h\nu = E_m - E_n. \tag{43}$$

与光谱波数的关系（里德伯公式）：

$$\tilde{\nu} = \frac{1}{\lambda} = R\left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{m^2}\right). \tag{44}$$

4.5 海森堡不确定性原理

位置—动量不确定性：

$$\Delta x\,\Delta p \geq \frac{\hbar}{2}, \tag{45}$$

时间—能量的不确定性：

$$\Delta E\,\Delta t \geq \frac{\hbar}{2}. \tag{46}$$

其中 $\hbar = \dfrac{h}{2\pi}$，称为约化普朗克常数。

A 光学

A.1 几何光学

A.1.1 单球面系统

折射成像公式（近轴近似，$r > 0$ 取自左向右曲率）：

$$\frac{n_1}{u} + \frac{n_2}{v} = \frac{n_2 - n_1}{r}. \tag{47}$$

第一焦点定义为出射光变为平行光（$v \to \infty$），得

$$u = f_1 = \frac{n_1}{n_2 - n_1} r. \tag{48}$$

第二焦点为入射平行光的成像位置（$u \to \infty$），得

$$v = f_2 = \frac{n_2}{n_2 - n_1} r. \tag{49}$$

焦距与光焦度关系：

$$\frac{f_1}{f_2} = \frac{n_1}{n_2}, \qquad \phi = \frac{n_2 - n_1}{r} = \frac{n_1}{f_1} = \frac{n_2}{f_2}. \tag{50}$$

A.1.2 透镜

薄透镜 双球面透镜（两对称球面，折射率由 $n_1 \to n \to n_2$）的折射关系：

$$\begin{cases} \dfrac{n_1}{u} + \dfrac{n}{v_1} = \dfrac{n - n_1}{r_1} \\ -\dfrac{n}{v_1} + \dfrac{n_2}{v} = \dfrac{n_2 - n}{r_2} \end{cases} \Rightarrow \quad \frac{n_1}{u} + \frac{n_2}{v} = \frac{n - n_1}{r_1} + \frac{n_2 - n}{r_2}. \tag{51}$$

此时焦距分别为

$$\begin{cases} v = \infty, \qquad f_1 = \left[\dfrac{1}{n_1}\left(\dfrac{n - n_1}{r_1} - \dfrac{n - n_2}{r_2}\right)\right]^{-1} \\ u = \infty, \qquad f_2 = \left[\dfrac{1}{n_2}\left(\dfrac{n - n_1}{r_1} - \dfrac{n - n_2}{r_2}\right)\right]^{-1} \end{cases} \tag{52}$$

若两侧介质相同（$n_1 = n_2 = n_0$），化为

$$\frac{1}{u} + \frac{1}{v} = \frac{n - n_0}{n_0}\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right). \tag{53}$$

此时焦距满足：

$$f = f_1 = f_2 = \left[\frac{n - n_0}{n_0}\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right)\right]^{-1}. \tag{54}$$

故可得到高斯公式（要求 $n_1 = n_2 = n_0$）：

$$\frac{1}{u} + \frac{1}{v} = \frac{1}{f}. \tag{55}$$

厚透镜 厚透镜通过多球面系统进行求解即可，将系统看成多个单球面系统依次作用

透镜组 透镜紧贴时的透镜组满足：

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2}, \qquad \phi = \phi_1 + \phi_2. \tag{56}$$