

大物 B 下公式速记 (武汉大学)

武汉大学李俊亨

2025 年 12 月 23 日

目录

1 电磁学	2
1.1 电学基础公式	2
1.2 磁学基础公式	2
1.3 电介质与磁介质	2
1.4 介质中的高斯定理与安培环路定理	3
1.5 电磁波	3
1.6 电场能量与磁场能量	4
1.7 自感与互感的磁链表达	4
1.8 电动势与法拉第定律	4
1.9 霍尔元件	4
2 光学	5
2.1 干涉基础	5
2.2 衍射基础	6
2.3 偏振基础	6
3 相对论	7
3.1 洛伦兹变换	7
3.2 能量与动量	7
4 量子力学	8
4.1 黑体辐射	8
4.2 光电效应	8
4.3 康普顿效应	8
4.4 波尔理论	9
4.5 海森堡不确定性原理	9
A 光学	10
A.1 几何光学	10

1 电磁学

1.1 电学基础公式

静电学常用基本式：

$$\left\{ \begin{array}{l} k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \\ F_{\text{库}} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r^2}, \\ E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2}, \\ \varphi = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r} \\ C = \epsilon \frac{S}{d} = \epsilon_0 \epsilon_r \frac{S}{d} = \frac{Q}{U}. \end{array} \right. \quad (1)$$

1.2 磁学基础公式

毕奥-萨伐尔定律（用 $\hat{\mathbf{r}}_0$ 表示从电流元指向场点的单位矢量）：

$$d\mathbf{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I d\mathbf{l} \times \hat{\mathbf{r}}_0}{r^2}, \quad \mathbf{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \int \frac{I d\mathbf{l} \times \hat{\mathbf{r}}_0}{r^2}. \quad (2)$$

磁矩与磁力矩（电流回路面积为 S ，法线单位矢量为 $\hat{\mathbf{n}}$ ， θ 为磁矩与磁感应强度的夹角）：

$$\left\{ \begin{array}{l} \mathbf{p}_m = NIS \hat{\mathbf{n}}, \\ \mathbf{M} = \mathbf{p}_m \times \mathbf{B}. \end{array} \right. \quad (3)$$

1.3 电介质与磁介质

均匀各向同性介质中的本构关系：

$$\begin{aligned} \mathbf{B} &= \mu \mathbf{H} = \mu_0 \mu_r \mathbf{H} = \mu_0 (1 + \chi_m) \mathbf{H} = \mu_0 (\mathbf{H} + \chi_m \mathbf{H}) = \mu_0 (\mathbf{H} + \mathbf{M}), \\ \mathbf{D} &= \epsilon \mathbf{E} = \epsilon_0 \epsilon_r \mathbf{E} = \epsilon_0 (1 + \chi_e) \mathbf{E} = \epsilon_0 \mathbf{E} + \epsilon_0 \chi_e \mathbf{E} = \epsilon_0 \mathbf{E} + \mathbf{P}. \end{aligned} \quad (4)$$

其中 $\chi_m \mathbf{H} = \mathbf{M}$ ， $\epsilon_0 \chi_e \mathbf{E} = \mathbf{P}$ 。

换种理解方式：

$$\mathbf{H}(\text{结果}) = \frac{1}{\mu_0} \mathbf{B}(\text{投入}) - \mathbf{M}(\text{扣除}), \quad (5)$$

$$\mathbf{E}(\text{结果}) = \frac{1}{\epsilon_0} (\mathbf{D}(\text{投入}) - \mathbf{P}(\text{扣除})). \quad (6)$$

位移电流与电位移强度的常用关系：

$$E = \frac{\sigma}{\epsilon} = \frac{q}{\epsilon S}, \quad D = \epsilon E = \sigma = \frac{q}{S}, \quad \Phi_D = DS = q. \quad (7)$$

位移电流定义

$$I_d = \frac{dq}{dt} = \frac{d\Phi_D}{dt} = \frac{d}{dt} \iint_S \mathbf{D} \cdot d\mathbf{S} = \iint_S \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \cdot d\mathbf{S}, \quad \mathbf{j}_d = \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t}. \quad (8)$$

B : 磁感应强度	H : 磁场强度
M : 磁化强度	μ : 磁导率
μ_0 : 真空磁导率	μ_r : 相对磁导率
符号说明: χ_m : 磁化率	D : 电位移矢量
E : 电场强度	P : 极化强度
ε : 介电常数	ε_0 : 真空介电常数
ε_r : 相对介电常数	χ_e : 电极化率

1.4 介质中的高斯定理与安培环路定理

在均匀各向同性线性介质（静电、恒定电流）中，引入位移矢量和磁场强度后，可将束缚电荷/电流的贡献吸收入 **P** 与 **M** 中，积分形式变为：

$$\oiint_{\partial V} \mathbf{E} \cdot d\mathbf{S} = \frac{1}{\varepsilon} \sum q_{\text{free}} \longrightarrow \oiint_{\partial V} \mathbf{D} \cdot d\mathbf{S} = \sum q_{\text{free}}, \quad (9)$$

$$\oint_C \mathbf{B} \cdot d\mathbf{l} = \mu \sum I_{\text{enc}} \longrightarrow \oint_C \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} = \sum I_{\text{free}}. \quad (10)$$

若考虑位移电流，安培环路定理应写为麦克斯韦形式：

$$\oint_C \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} = \iint_S \mathbf{j}_c \cdot d\mathbf{S} + \iint_S \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \cdot d\mathbf{S}. \quad (11)$$

1.5 电磁波

三条基本性质：

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{横波: } \mathbf{E} \perp \mathbf{B} \perp \mathbf{v}, \\ \text{同相位: } \mathbf{E}, \mathbf{B} \text{ 同时取极值与零点,} \\ \text{波速: } v = \frac{1}{\sqrt{\mu\varepsilon}}. \end{array} \right. \quad (12)$$

向 $+x$ 方向传播的简谐平面波可写成

$$\left\{ \begin{array}{l} \mathbf{E}(x, t) = E_{\text{max}} \cos(kx - \omega t) \hat{\mathbf{j}}, \\ \mathbf{B}(x, t) = B_{\text{max}} \cos(kx - \omega t) \hat{\mathbf{k}}, \end{array} \right. \quad (13)$$

其中：

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{传播方向: } \mathbf{v} \text{ 由 } \mathbf{E} \times \mathbf{B} \text{ 确定,} \\ \lambda = \frac{2\pi}{k}, \\ f(\text{或}\nu) = \frac{\omega}{2\pi}, \\ v = \lambda\nu = \frac{\omega}{k}, \\ E_{\text{max}} = v B_{\text{max}} \quad (\mathbf{E} = \mathbf{B} \times \mathbf{v} \text{ 幅值关系}), \\ \omega_E = \omega_B \text{ (电、磁场能量密度相等),} \quad I = \frac{1}{2} c\varepsilon E_{\text{max}}^2. \end{array} \right. \quad (14)$$

1.6 电场能量与磁场能量

体能量与能量密度常用表达（积分区域 V 指电磁场分布的空间体积，而非电荷/电流源本身占据的体积）：

$$W_e = \iiint_V \frac{1}{2} \varepsilon E^2 dV, \quad \omega_e = \frac{1}{2} \varepsilon E^2, \quad (15)$$

$$W_m = \frac{1}{2} L I^2 = \frac{1}{2} M I_1 I_2 = \iiint_V \frac{B^2}{2\mu} dV, \quad \omega_m = \frac{B^2}{2\mu}. \quad (16)$$

1.7 自感与互感的磁链表达

自感系数 L 与互感系数 M 由磁链定义： $\Psi_{ab} = N\phi$ 表示由回路 b 中电流产生的磁场在线路 a 上的总磁链。

$$\Psi_{11} = L_1 I_1, \quad \Psi_{22} = L_2 I_2, \quad (17)$$

$$\Psi_{12} = M I_2, \quad \Psi_{21} = M I_1 \quad (\text{互易介质中 } M_{12} = M_{21} = M). \quad (18)$$

磁链可用于反求电感： $L_1 = \Psi_{11}/I_1$, $L_2 = \Psi_{22}/I_2$, $M = \Psi_{12}/I_2 = \Psi_{21}/I_1$ 。

1.8 电动势与法拉第定律

四组公式（其中感生电动势写成两式）统一括在同一左括号下，采用积分与分式形式：

$$\left\{ \begin{array}{l} \mathcal{E} \equiv \oint_C \mathbf{f} \cdot d\mathbf{l} = \oint_C \mathbf{E}_{\text{tot}} \cdot d\mathbf{l}, \\ \mathcal{E} = - \frac{d\Psi}{dt} = - \frac{d}{dt} \iint_S \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S}, \\ \mathcal{E}_{\text{动}} = \oint_C (\mathbf{v} \times \mathbf{B}) \cdot d\mathbf{l}, \\ \mathcal{E}_{\text{感},1} = -L \frac{dI}{dt} \quad (\text{自感}), \\ \mathcal{E}_{\text{感},2} = -M \frac{dI}{dt} \quad (\text{互感}). \end{array} \right. \quad (19)$$

感生电场强度可由下式得出：

$$\oint_C \mathbf{E}_{\text{感}} \cdot d\mathbf{l} = - \frac{d}{dt} \iint_S \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S}. \quad (20)$$

1.9 霍尔元件

各向同性导体在磁场 \mathbf{B} 与电流密度 \mathbf{j} 作用下的线性关系（假设电流沿 x 方向）：

$$\left\{ \begin{array}{l} E_x = \rho j, \\ E_y = R_H j B, \end{array} \right. \quad R_H = \frac{E_y}{j B} = \frac{E_y l}{E_x B}, \quad (21)$$

其中 R_H 为霍尔系数， ρ 为电阻率， l 为样品在 x 方向的长度。

2 光学

有关几何光学的内容参见附录 A.

2.1 干涉基础

光程与光程差、相位差：

$$L = \int n ds, \quad \delta = L_1 - L_2 = \int_1 n ds - \int_2 n ds, \quad \Delta\phi = \frac{2\pi}{\lambda} \delta. \quad (22)$$

其中 $\lambda = \lambda_0/n$ 为介质中的波长； $\delta > 0$ 表示光线 1 相对光线 2 超前。

典型干涉情形下的光程差（近轴近似， x 为屏上偏离中心的距离， L 为几何距离， d 为缝距， e 为薄膜在该处厚度）：

$$\begin{cases} \text{杨氏双缝：} & \delta = d \sin \theta \approx d \frac{x}{L}, \\ \text{薄膜干涉：} & \delta = 2ne. \end{cases} \quad (23)$$

极大/极小条件： $\delta = m\lambda$ （同相，明纹）， $\delta = (m + \frac{1}{2})\lambda$ （反相，暗纹）， $m \in \mathbb{Z}$ 。

2.1.1 杨氏双缝变种实验

：在下面的公式中，取杨氏双缝实验的光程差 δ_r 作为标准光程差。

$$\begin{cases} \text{洛埃镜实验：} & \delta = \delta_r + \frac{\lambda}{2}, \\ \text{菲涅尔双面镜：} & \delta = \delta_r, \quad (L \approx R + L_0, \quad d \approx 2\alpha R) \\ \text{菲涅尔双棱镜：} & \delta = \delta_r. \quad (L \approx R + L_0, \quad d \approx 2(n-1)\alpha R) \end{cases} \quad (24)$$

2.1.2 迈克尔孙干涉仪

迈克尔孙干涉仪通过反射镜 M_1 和 M_2 构造可调的光程差。补偿板的作用是消除玻璃折射率对两臂光程的影响，使得两臂光程仅由空气部分决定。

光束 l_1 单色光源 \rightarrow 分光板 $G_1 \rightarrow$ 反射镜 $M_1 \rightarrow$ 分光板 $G_1 \rightarrow$ 屏幕 E 。

光束 l_2 单色光源 \rightarrow 分光板 $G_1 \rightarrow$ 补偿板 $G_2 \rightarrow$ 反射镜 $M_2 \rightarrow$ 补偿板 $G_2 \rightarrow$ 分光板 $G_1 \rightarrow$ 屏幕 E 。

半波损失（相位跃变 π ）

- 光疏介质反射到光密介质：反射波相位跃变 π ，等效光程差 $+\frac{\lambda}{2}$ 。
- 光密介质反射到光疏介质：无相位跃变，不产生附加光程差。
- 薄膜反射干涉中，仅一束反射光发生半波损失时 $\delta_r = \frac{\lambda}{2}$ ；两束都变或都不变时 $\delta_r = 0$ 。

2.2 衍射基础

2.2.1 单缝衍射（缝宽 a ，衍射角 φ ）

半波带分析得到明暗条纹的角位置：

$$\begin{cases} \text{明纹：} & a \sin \varphi = \pm(2k+1) \frac{\lambda}{2}, \\ \text{暗纹：} & a \sin \varphi = \pm 2k \frac{\lambda}{2} = \pm k\lambda, \end{cases} \quad k = 0, 1, 2, \dots \quad (25)$$

若屏置于焦距为 f 的透镜焦平面上，几何关系给出 $\tan \varphi = \frac{x}{f} \approx \sin \varphi$ （小角近似下 x 为中心到条纹的横向距离）。条纹阶数受 $|\sin \varphi| < 1$ 约束，故可见明暗条纹有限。

2.2.2 瑞利判据（圆孔衍射）

圆孔衍射的中心亮斑为艾里斑，其半角宽度（到第一暗环）：

$$\Delta \varphi_0 = 1.22 \frac{\lambda}{D}, \quad (26)$$

其中 D 为孔径直径。光学仪器的最小分辨角取 $\theta_0 \approx \Delta \varphi_0$ ；小角近似下 $\sin \theta \approx \tan \theta \approx \theta$ （弧度）可将角度换算为线度。

2.2.3 光栅衍射（缝宽 a ，遮挡宽 b ，光栅常数 $d = a + b$ ）

光栅方程与像面坐标（屏置于焦距 f 的透镜焦平面）：

$$d \sin \varphi = (a + b) \sin \varphi = \pm k\lambda, \quad x_k = \pm \frac{f}{a + b} k\lambda, \quad \Delta x = \frac{f\lambda}{a + b}, \quad k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \quad (27)$$

缺级条件：某阶光栅明纹若同时满足单缝暗纹条件

$$a \sin \varphi = \pm k'\lambda, \quad (28)$$

则该阶消失，满足 $k = \frac{a+b}{a} k'$ （ $k' = \pm 1, \pm 2, \dots$ ）的整数阶为缺级。

若入射光与光栅法线成角 i （定义 $i > 0$ ， φ 与 i 同侧取正，反侧取负），倾斜入射的光栅方程为

$$(a + b)(\sin \varphi + \sin i) = \pm k\lambda. \quad (29)$$

2.3 偏振基础

布儒斯特角（反射光完全偏振且与折射光互相垂直）满足

$$\tan i_B = \frac{n_2}{n_1}, \quad (30)$$

口诀：正切等于“折”除以“入”。

3 相对论

3.1 洛伦兹变换

洛伦兹因子与无量纲速度：

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}}, \quad \beta = \frac{v}{c}. \quad (31)$$

沿 x 轴的标准变换（从系 S 到以速度 v 沿 $+x$ 方向运动的系 S' ）：

$$\begin{cases} x' = \gamma(x - vt), \\ y' = y, \\ z' = z, \\ t' = \gamma\left(t - \frac{vx}{c^2}\right). \end{cases} \quad (32)$$

逆变换：

$$\begin{cases} x = \gamma(x' + vt'), \\ y = y', \\ z = z', \\ t = \gamma\left(t' + \frac{vx'}{c^2}\right). \end{cases} \quad (33)$$

共线速度叠加（只考虑沿 x 轴的分量）：

$$u' = \frac{u - v}{1 - \frac{uv}{c^2}}, \quad u = \frac{u' + v}{1 + \frac{u'v}{c^2}}. \quad (34)$$

其中： u 为粒子在系 S 中的速度， u' 为同一粒子在系 S' 中的速度， v 为系 S' 相对系 S 的速度。

钟慢效应与尺缩效应：

$$\Delta t_{\text{动}} = \gamma \Delta t_{\text{静}} \quad (\text{时间膨胀}), \quad L_{\text{动}} = \frac{L_{\text{静}}}{\gamma} \quad (\text{长度收缩}). \quad (35)$$

其中钟慢效应只能作用于 S' 中静止（ x 不变）的粒子，尺缩效应只能作用于 S' 中同时（ t 不变）的粒子。

3.2 能量与动量

总能量由动能与静能组成：

$$E = E_k + E_0. \quad (36)$$

能量—动量关系：

$$E^2 = (pc)^2 + (m_0 c^2)^2. \quad (37)$$

其中相对论动量 $p = mv = \gamma m_0 v$ ， m_0 是粒子的静止质量。

4 量子力学

4.1 黑体辐射

斯特藩-玻尔兹曼定律（线下面积 \rightarrow 总辐出度）：

$$M_B(T) = \sigma T^4, \quad \sigma = 5.67 \times 10^{-8} \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K}^4). \quad (38)$$

维恩位移定律（单色辐射出度峰值波长 \rightarrow 极值对应的波长）：

$$T\lambda_M = b, \quad b = 2.897 \times 10^{-3} \text{ m} \cdot \text{K}. \quad (39)$$

其中, $T(\text{K}) = T(^{\circ}\text{C}) + 273.15$ 。

4.2 光电效应

爱因斯坦光电方程（电子吸收光子后达到的能量平衡）：

$$h\nu = E_{km} + W_{\text{逸}}. \quad (40)$$

其中 $W_{\text{逸}} > 0$ 表示电子从金属中逸出所需克服束缚力的能量大小（通常称“逸出功”）；它以做功的大小记正值，与力学中“做功”可正可负的符号习惯略有区别。

4.3 康普顿效应

解决康普顿效应相关的题目常使用下面的两个公式：

1. 康普顿散射公式（描述波长变化与散射角的关系）：

$$\Delta\lambda = \lambda - \lambda_0 = \lambda_c (1 - \cos\varphi). \quad (41)$$

其中：

- λ_0 ：入射光波长；
- λ ：散射光波长；
- φ ：散射角（光子偏转的角度）；
- $\lambda_c = \frac{h}{m_0 c}$ ：康普顿波长。

2. 能量守恒定律（结合相对论）：

$$\frac{hc}{\lambda_0} + m_0 c^2 = \frac{hc}{\lambda} + mc^2. \quad (42)$$

其中相对论质量 $m = \gamma m_0$ 。

4.4 波尔理论

波尔氢原子模型假设电子做匀速圆周运动，**向心力由库仑力提供**，并只允许特定轨道和能量：

$$r_n = n^2 r_1, \quad E_n = \frac{E_1}{n^2}, \quad n = 1, 2, \dots \quad (43)$$

其中 r_1 为玻尔半径， $E_1 = -13.6 \text{ eV} < 0$ 为基态能量，因此任意能级都满足 $E_n < 0$ 。

电子从能级 m 跃迁到能级 n （通常 $m > n$ ）时会放出光子，频率满足能量守恒：

$$h\nu = E_m - E_n. \quad (44)$$

与光谱波数的关系（里德伯公式）：

$$\tilde{\nu} = \frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{m^2} \right). \quad (45)$$

4.5 海森堡不确定性原理

位置—动量不确定性：

$$\Delta x \Delta p \geq \frac{\hbar}{2}, \quad (46)$$

时间—能量的不确定性：

$$\Delta E \Delta t \geq \frac{\hbar}{2}. \quad (47)$$

其中 $\hbar = \frac{h}{2\pi}$ ，称为约化普朗克常数。

A 光学

A.1 几何光学

A.1.1 单球面系统

折射成像公式（近轴近似， $r > 0$ 取自左向右曲率）：

$$\frac{n_1}{u} + \frac{n_2}{v} = \frac{n_2 - n_1}{r}. \quad (48)$$

第一焦点定义为出射光变为平行光（ $v \rightarrow \infty$ ），得

$$u = f_1 = \frac{n_1}{n_2 - n_1} r. \quad (49)$$

第二焦点为入射平行光的成像位置（ $u \rightarrow \infty$ ），得

$$v = f_2 = \frac{n_2}{n_2 - n_1} r. \quad (50)$$

焦距与光焦度关系：

$$\frac{f_1}{f_2} = \frac{n_1}{n_2}, \quad \phi = \frac{n_2 - n_1}{r} = \frac{n_1}{f_1} = \frac{n_2}{f_2}. \quad (51)$$

A.1.2 透镜

薄透镜 双球面透镜（两对称球面，折射率由 $n_1 \rightarrow n \rightarrow n_2$ ）的折射关系：

$$\begin{cases} \frac{n_1}{u} + \frac{n}{v_1} = \frac{n - n_1}{r_1} \\ -\frac{n}{v_1} + \frac{n_2}{v} = \frac{n_2 - n}{r_2} \end{cases} \Rightarrow \frac{n_1}{u} + \frac{n_2}{v} = \frac{n - n_1}{r_1} + \frac{n_2 - n}{r_2}. \quad (52)$$

此时焦距分别为

$$\begin{cases} v = \infty, & f_1 = \left[\frac{1}{n_1} \left(\frac{n - n_1}{r_1} - \frac{n - n_2}{r_2} \right) \right]^{-1} \\ u = \infty, & f_2 = \left[\frac{1}{n_2} \left(\frac{n - n_1}{r_1} - \frac{n - n_2}{r_2} \right) \right]^{-1} \end{cases} \quad (53)$$

若两侧介质相同（ $n_1 = n_2 = n_0$ ），化为

$$\frac{1}{u} + \frac{1}{v} = \frac{n - n_0}{n_0} \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right). \quad (54)$$

此时焦距满足：

$$f = f_1 = f_2 = \left[\frac{n - n_0}{n_0} \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right) \right]^{-1}. \quad (55)$$

故可得到高斯公式（要求 $n_1 = n_2 = n_0$ ）：

$$\frac{1}{u} + \frac{1}{v} = \frac{1}{f}. \quad (56)$$

厚透镜 厚透镜通过多球面系统进行求解即可，将系统看成多个单球面系统依次作用

透镜组 透镜紧贴时的透镜组满足：

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2}, \quad \phi = \phi_1 + \phi_2. \quad (57)$$