Matemáticas Computacionales
Práctica 1: Gráficas de curvas en R

Profesor: Ángel Isabel Moreno Saucedo
Alumno: Paola Lizbeth Vázquez Leal
Semestre Febrero - Junio 2021

18 de febrero de 2021

Practica 01

0.1. Introducción

En esta primera actividad podremos observar comose grafican algunas rectas y curvas en $\mathbb{R}^2$, además de recordar datos principales de estas misma, como son su definicion y formula. Las curvas a repasar y graficar son la recta, parábola, circunferencia, elipse e hipérbola.

0.2. Curvas de $\mathbb{R}^2$

0.2.1. Línea recta

Definición. Es aquel lugar geométrico que se crea tomando dos puntos cualesquiera ($P_1(x_1, y_1)$, $P_2(x_2, y_2)$) del lugar. Para calcular la pendiente de una recta tenemos

$$m = \frac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2} \tag{1}$$

Seguido de esto tenemos la ecuación general de la recta:

$$Ax + By + C = 0, \tag{2}$$

Donde una recta que pasa por el punto dado $P_1(x_1, y_1)$ y tiene una pendiente dada por (1), tiene de ecuación

$$y - y_1 = m(x - x_1) \tag{3}$$

de la cual para poder graficar en $\mathbb{R}^2$ se busca despejar y de (3).

$$y = mx + b \tag{4}$$

Para graficar esta función se dan valores a m, x y b, con los cuales se podrá formar una gráfica deseada.

A continuación se tienen dos ejemplos de linea recta.

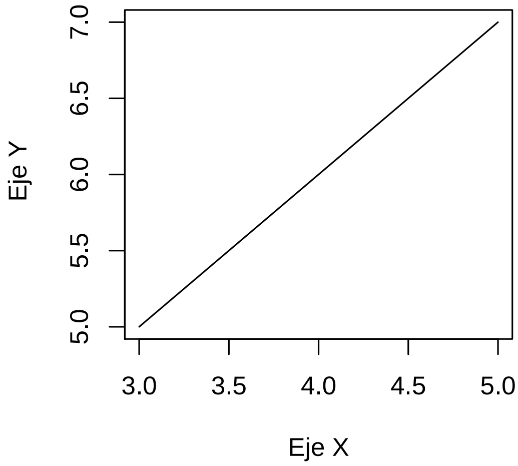

Figura 1: Grafica 1. Con pendiente m = 1.

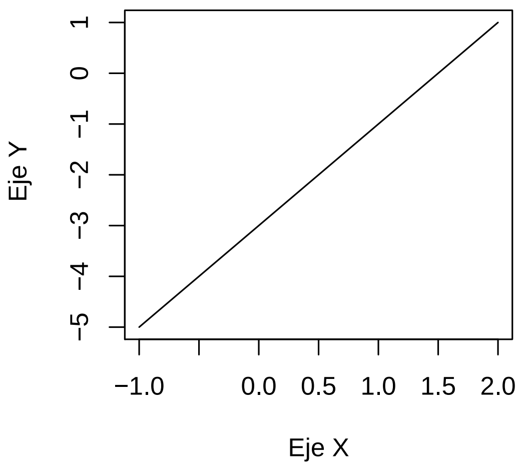

Figura 2: Grafica 2. Con pendiente m = 2.

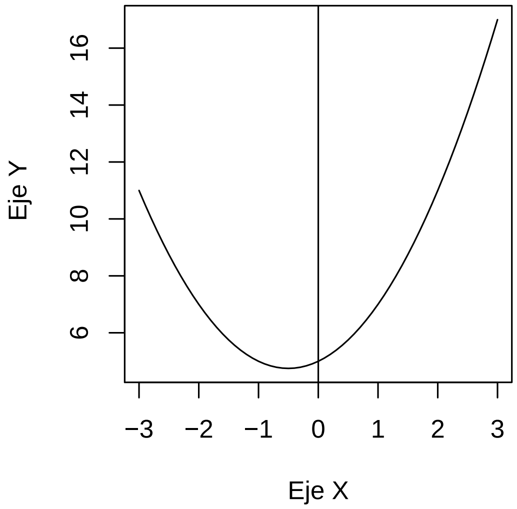

Figura 3: Gráfica 1. De la ecuación $y = x^2 + x + 5$.

0.2.2. La Parábola

Definición. La parabola se mueve en un plano de manera que la distancia de una recta fija, es siempre igual a su distancia de un punto fijo dentro del plano. El punto fijo es conocido como $foco$ y la recta fija es llamada *directriz* de la parábola.

Si llamamos F y l al foco y directriz de una parábola, la recta a que pasa por F y es perpendicular a la l se llama eje de la parábola.

Para gráficar la parábola se hará utilizando la ecuación (5), en su forma general.

$$y = Ax^2 + Bc + C \tag{5}$$

Al evaluar la ecuación (5) en los valores dados podemos obtener principalmente los valores de la función y. Continuamente se puede obtener la gráfica de estos.

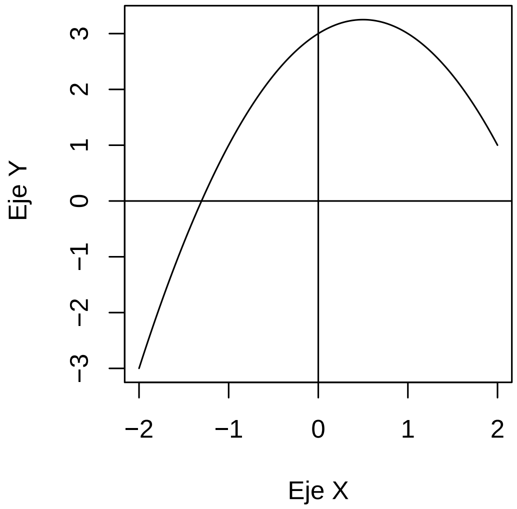

Figura 4: Gráfica 2. De la ecuación $y = -x^2 + x + 3$.

0.2.3. Circunferencia

Definición. Entendemos como circunferencia al lugar geométrico ubicado en un punto cualquiera. Esta contiene un punto fijo llamado centro y se mantiene siempre a una distancia del *centro*, siendo esta el *radio*. Siendo el centro $C(h, k)$ y el radio es la constante r.

Tenemos la ecuacion de la circunferencia dada por:

$$(x - h)^2 + (y - k)^2 = r^2, \tag{6}$$

Con los datos anteriormente mencionados se podrá realizar la grafica de la circunferencia. Principalmente, tomando la ecuación (6), se despejará con respecto a y obteniendo la siguiente ecuación.

$$y = k \pm \sqrt{r^2 - (x - h)^2}, \tag{7}$$

Para obtener la gráfica de manera correcta se restringira el dominio en en $x \in [h - r, h + r]$. Se codificará una función que reciba todos los datos dados como entrada y entregue como salida la gráfica de la circunferencia con centro en (h, k) y radio r.

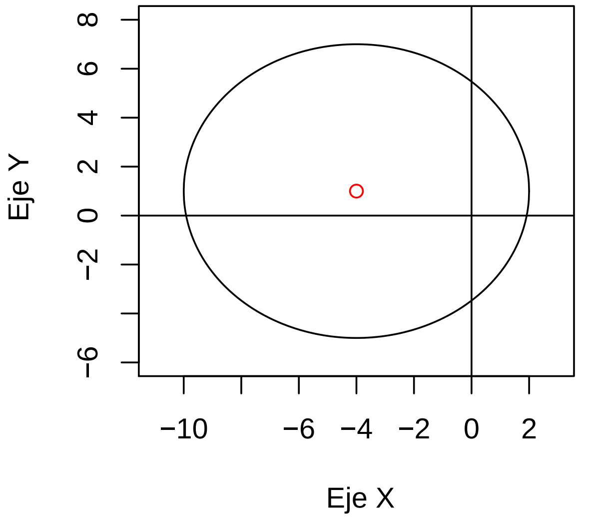

Figura 5: Grafica de una circunferencia con centro en (-4, 1) y radio 6.

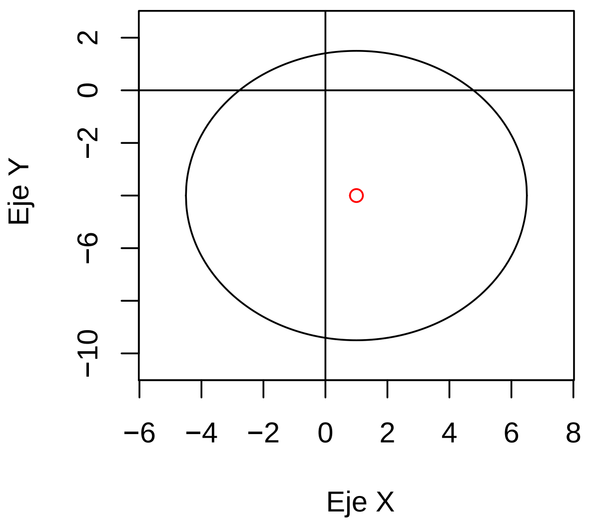

Figura 6: Grafica de una circunferencia con centro en (1, -4) y radio 5.5.

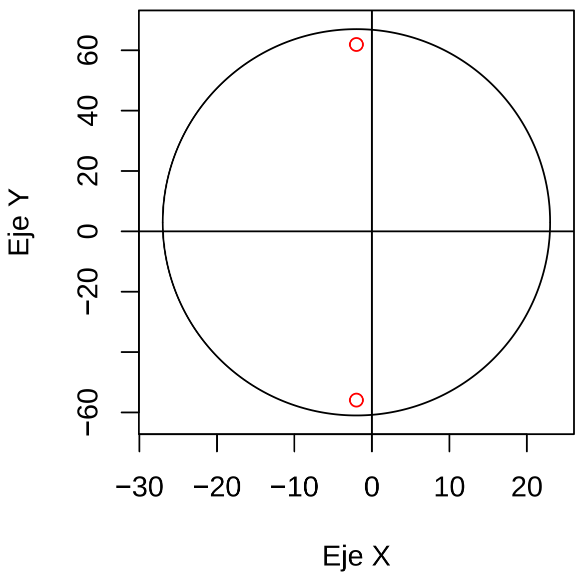

Figura 7: Gráfica de una elipse horizontal con centro en (-2, 3), $a = 64$ y $b = 25$.

0.2.4. Elipse

Definición. Se le conoce como el lugar geométrico de un punto que se mueve en un plano de manera que la suma de sus distancias a dos puntos fijos de ese plano es siempre igual a una constante mayor que la distancia etre los dos puntos.

Los puntos fijos son llamados $focos$ de la elipse.

Para graficar una elipse se tiene principalmente la ecuación ordinaria:

$$\frac{(y-k)^2}{a^2} + \frac{(x-h)^2}{b^2} = 1 \tag{8}$$

de (8) se despejará la variable y.

$$y = k \pm \sqrt{b^2 - \frac{b^2}{a^2}(x-h)^2} \tag{9}$$

con un dominio $x \in [h-a, h+a]$ ó $x \in [h-b, h+b]$ según el caso.

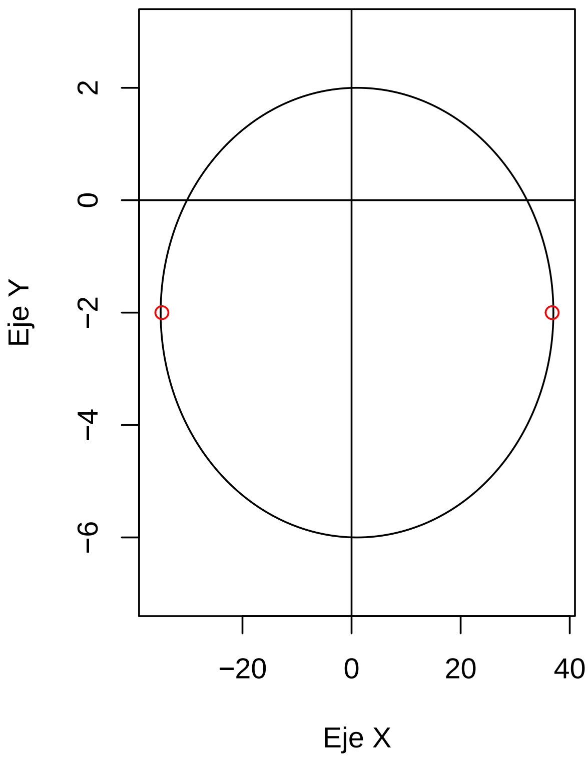

Figura 8: Gráfica de una elipse horizontal con centro en (1, -2), $a = 36$ y $b = 4$.

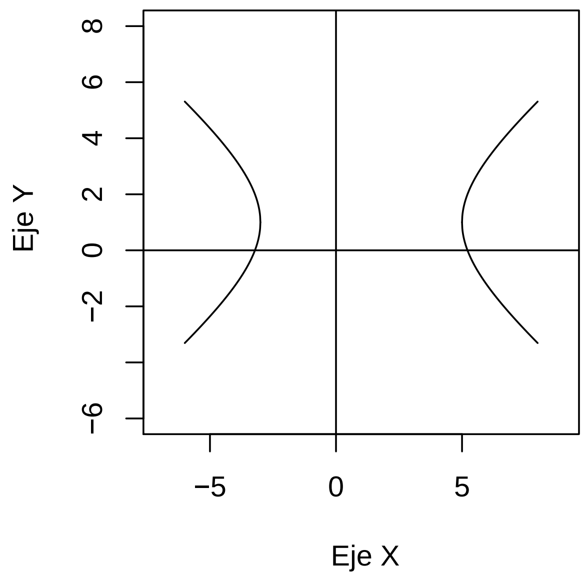

Figura 9: Grafica de una hipérbola sobre el eje X con centro en (1, 1), $a = 4$ y $b = 3$.

0.2.5. Hipérbola

Definición. Aquel lugar geometrico de un punto que se mueve en un plano de manera que el valor absoluto de la diferencia de sus distancias a dos puntos fijos en el plano, llamados $focos$ son siempre igual a una cantidad constante, positiva y menor que la distancia entre los focos.

Paa realizar esta gráfica se utilizarán dos formas, para la grafica horizontal se tiene primero la forma ordinaria fuera del origen:

$$\frac{(x-h)^2}{a^2} - \frac{(y-k)^2}{b^2} = 1 \tag{10}$$

[1] Despejando la variable y de (10)se obtiene lo siguiente:

$$y = k \pm \sqrt{\frac{b^2}{a^2}(x-h)^2 - b^2}, \tag{11}$$

siendo el dominio para gráficar considerado es $x \in [h-(a+3), h-a] \cup [h+a, h+(a+3)]$ y para la hipérbola vertical evaluaremos con el rango y utilizando la ecuación:

$$x = h \pm \sqrt{\frac{b^2}{a^2}(y-k)^2 - b^2}, \tag{12}$$

con rango de evaluación $y \in [k-(a+3), k-a] \cup [k+a, k+(a+3)]$.

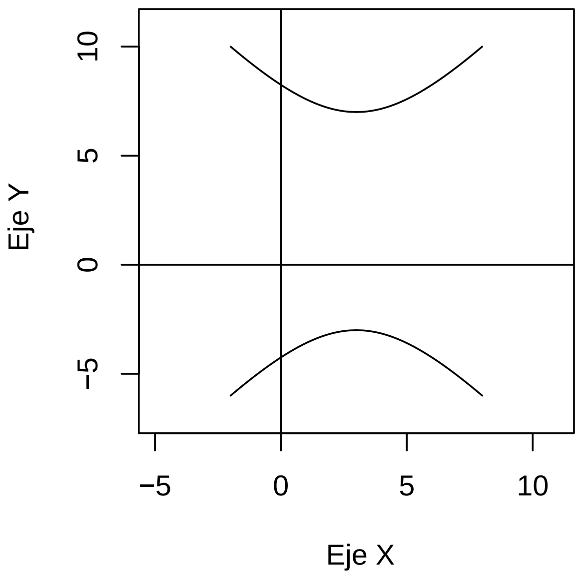

Figura 10: Gráfica de una hipérbola sobre el eje X con centro en (3, 2), $a = 5$ y $b = 4$.

Bibliografía

[1] Charles H Lehmann. *Geometría analítica*. LIMUSA, 1965.

[2] Paola Vázquez. Repositorio de Github. `https://github.com/Li-vzz/MatematicasComputacionales`, 2021.