

## 第十三周——参数假设检验

### 题目目的

- (一) 掌握正态分布参数检验的检验 P 值与临界值的计算方法。
- (二) 掌握非正态分布参数检验的 P 值与临界值的计算方法。
- (三) 掌握参数检验的 R 函数。

### 题目

**题目一：方差未知时正态总体的均值检验。**打开脚本文件 **test1301.R**，完成下面任务。

方差未知时均值检验统计量为

$$T = \frac{\bar{X} - \mu_0}{\frac{S}{\sqrt{n}}} \sim t(n-1)$$

其中， $n$  为样本容量。

参数假设检验的检验 P 值的计算方法如下：

$$p = \begin{cases} 2 * ifelse(p_0 < 0.5, 1 - p_0)(two.sided) \\ 1 - p_0(greater) \\ p_0(left) \end{cases}$$

其中  $p_0 = P(T \leq t_0)$  的概率， $t_0$  是统计量的值。

参数假设检验的接受域计算方法如下。

1. 根据统计量  $T$  的分布和  $\alpha$  确定分位数  $t_{\frac{\alpha}{2}}, t_{1-\frac{\alpha}{2}}, t_{\alpha}, t_{1-\alpha}$ 。
2. 返回接受域：
  - 双侧检验的接受域为  $[t_{\frac{\alpha}{2}}, t_{1-\frac{\alpha}{2}}]$
  - 右侧检验的接受域为  $(-\infty, t_{1-\alpha}]$
  - 左侧检验的接受域为  $[t_{\alpha}, +\infty)$

请完成自定义函数 fun1301，其中参数 mu 表示  $\mu_0$ ，参数 alt='two.sided' 表示双侧检验，alt='greater' 表示右侧检验，alt='left' 表示左侧检验；返回值为 list 对象，包含 statistic、interval、p.value 三个对象，statistic 为统计量的值，interval 为接受域，p.value 为检验 P 值。

```
# 完成自定义函数
fun1301 = function(x, mu, alpha = 0.05, alt){

}

# 测试
x = rnorm(100)
```

题目二：方差已知时两正态总体的均值差检验。打开脚本文件 test1302.R，完成下面任务。

方差已知时均值差检验统计量为

$$Z = \frac{\bar{X} - \bar{Y}}{\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{m} + \frac{\sigma_2^2}{n}}} \sim N(0, 1)$$

其中  $m, n$  分别为两总体  $X, Y$  的样本容量， $\sigma_1^2, \sigma_2^2$  分别为两总体  $X, Y$  的方差。

参数假设检验的检验 P 值计算方法如下:

$$p = \begin{cases} 2 * \text{ifelse}(p_0 < 0.5, 1 - p_0)(\text{two.sided}) \\ 1 - p_0(\text{greater}) \\ p_0(\text{left}) \end{cases}$$

其中  $p_0 = P(T \leq t_0)$  的概率,  $z_0$  是统计量的值。

请完成自定义函数 fun1302, 其中参数 sigma1 和 sigma2 分别表示  $\sigma_1^2, \sigma_2^2$ , 参数 alt='two.sided' 表示双侧检验, alt='greater' 表示右侧检验, alt='left' 表示左侧检验; 返回检验 P 值。

```
# 完成自定义函数
fun1302 = function(x, y, sigma1, sigma2, alt){

}

# 测试
x = rnorm(100,1)
y = rnorm(200,2,2)
```

**题目三：均值检验的 R 函数。**创建脚本文件 test1303.R, 选择适当的检验函数完成下面的检验任务。

为了比较两种方法对乳酸饮料中脂肪含量测定结果是否不同, 随机抽取 10 份乳酸饮料制品, 分别用脂肪酸水解法和哥特里-罗紫法测定, 测定结果如下:

哥特里-罗紫法: 0.840, 0.591, 0.674, 0.632, 0.687, 0.978, 0.750, 0.730, 1.200, 0.870;

水解法: 0.580, 0.509, 0.500, 0.316, 0.337, 0.517, 0.454, 0.512, 0.997, 0.506。

问两种方法结果是否不同? 其中  $\alpha = 0.05$ 。

**题目四：方差齐性检验与均值检验的 R 函数。创建脚本文件 test1304.R，完成下面的检验任务。**

两组雌鼠，分别饲以两种不同饲料，8 周后记录体重增加量 (g)。问两组雌鼠增重的均数差别是否显著？先做方差齐性检验（即检验），然后根据方差齐性检验结果选择检验方法，其中  $\alpha = 0.05$ 。

组 A: 134, 146, 104, 119, 124, 161, 107, 83, 113, 129, 97, 123;

组 B: 70, 118, 101, 85, 107, 132, 94。

**题目五：成功率检验的 R 函数。创建脚本文件 test1305.R，完成下面的检验任务。**

某种能力测试项目通过率一般为 60%，从今年参加测试的人员中随机抽取 100 人，发现只有 45 人通过该项测试，问今年的测试通过率是否明显低于一般水平？其中  $\alpha = 0.05$ 。

**题目六：指数分布的参数检验。打开脚本文件 test1306.R，完成下面的检验任务。**

指数分布参数检验的统计量

$$Z = 2n\lambda_0\bar{X} \sim \chi^2(2n)$$

其中  $\lambda_0$  为检验的目标值， $n$  为样本容量。

完成自定义函数 fun1306，返回检验 P 值。其中参数 lambda 表示  $\lambda_0$ ，参数 alt='two.sided' 表示双侧检验，alt='greater' 表示右侧检验，alt='left' 表示左侧检验。

```
# 完成自定义函数
fun1306 = function(x, lambda, alt){
}
}
```

```
# 测试
x = rexp(100,3)
```

## 答案及解析

### 题目一：

```
# 完成自定义函数
fun1301 = function(x, mu, alpha = 0.05, alt){
  n = length(x)
  t0 = (mean(x) - mu)/sd(x)*sqrt(n)
  p0 = pt(t0, n-1)
  p = switch(
    alt,
    two.sided = 2*ifelse(p0<0.5, p0, 1-p0),
    greater = 1 - p0,
    less = p0
  )
  int = switch(
    alt,
    two.sided = c(
      qt(alpha/2, n-1), qt(1-alpha/2, n-1)),
    greater = c(-Inf, qt(1-alpha, n-1)),
    less = c(qt(alpha, n-1), Inf)
  )
  list(statistic = t0, interval = int, p.value = p)
}
# 测试
x = rnorm(100)
fun1301(x, 0, alt = 'two.sided')
```

```
$statistic
```

```
[1] -2.152063
```

```
$interval
```

```
[1] -1.984217 1.984217
```

```
$p.value
```

```
[1] 0.03382368
```

```
fun1301(x, 0, alt = 'greater')
```

```
$statistic
```

```
[1] -2.152063
```

```
$interval
```

```
[1] -Inf 1.660391
```

```
$p.value
```

```
[1] 0.9830882
```

```
fun1301(x, 0, alt = 'less')
```

```
$statistic
```

```
[1] -2.152063
```

```
$interval
```

```
[1] -1.660391 Inf
```

```
$p.value
```

```
[1] 0.01691184
```

## 题目二：

```
# 完成自定义函数
fun1302 = function(x, y, sigma1, sigma2, alt){
  m = length(x)
  n = length(y)
  z0 = (mean(x) - mean(y))/sqrt(sigma1^2/m + sigma2^2/n)
  p0 = pnorm(z0)
  switch(
    alt,
    two.sided = 2*ifelse(p0<0.5, p0, 1-p0),
    greater = 1-p0,
    less = p0
  )
}
# 测试
x = rnorm(100,1)
y = rnorm(200,2,2)
fun1302(x, y, 1, 2, alt = 'two.sided')
```

```
[1] 3.857475e-12
```

```
fun1302(x, y, 1, 2, alt = 'greater')
```

```
[1] 1
```

```
fun1302(x, y, 1, 2, alt = 'less')
```

```
[1] 1.928737e-12
```

## 题目三：

```
x = c(0.840, 0.591, 0.674, 0.632, 0.687, 0.978,  
      0.750, 0.730, 1.200, 0.870)  
y = c(0.580, 0.509, 0.500, 0.316, 0.337, 0.517,  
      0.454, 0.512, 0.997, 0.506)  
t.test(x, y, paired = TRUE)$p.value
```

```
[1] 2.383952e-05
```

```
# 两种方法的测试结果有显著差异
```

#### 题目四：

```
x = c(134, 146, 104, 119, 124, 161, 107,  
      83, 113, 129, 97, 123)  
y = c(70, 118, 101, 85, 107, 132, 94)  
(ret = var.test(x,y)$p.value)
```

```
[1] 0.9787923
```

```
if(ret<0.05){  
  p = t.test(x,y)$p.value  
}else{  
  p = t.test(x,y,var.equal = TRUE)$p.value  
}  
print(p)
```

```
[1] 0.07573013
```

```
# 接受原假设，两种饮料对雌鼠增重无显著差异
```



## 题目五：

```
binom.test(45, 100, p = 0.6, alternative = 'less')$p.value
```

```
[1] 0.001710927
```

```
# 拒绝原假设，可认为明显低于 60%
```

## 题目六：

```
# 完成自定义函数
fun1306 = function(x, lambda, alt){
  n = length(x)
  z0 = 2*n*lambda*mean(x)
  p0 = pchisq(z0, 2*n)
  switch(
    alt,
    two.sided = 2*min(p0,1-p0),# 2*ifelse(p0<0.5, p0, 1-p0)
    greater = 1-p0,
    less = p0
  )
}
# 测试
x = rexp(100,3)
fun1306(x, 3, alt = 'two.sided')
```

```
[1] 0.01781232
```

```
fun1306(x, 3, alt = 'greater')
```

```
[1] 0.9910938
```

```
fun1306(x, 3, alt = 'less')
```

```
[1] 0.008906161
```