

高等数学A下2022级期末试卷

长沙理工大学考试试卷

课程名称(含档次) 高等数学 A(二) 期末 课程代号 0701000215
 专业 电气、物电等 层次(本、专) 本科 考试方式(开、闭卷) 闭卷

一、单项选择题: 1~5 小题, 每小题 4 分, 共 20 分. 下列每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的, 请将所选项前的字母写在答题纸上.

1. 设 $L_1: \frac{x-3}{-2} = \frac{y+4}{-5} = \frac{z}{3}$, $L_2: \begin{cases} x=3t, \\ y=-1+3t, \\ z=2+7t, \end{cases}$ $L_3: \begin{cases} x+3y-z=-1, \\ 2x+y-z=0, \end{cases}$

则().

(A) $L_1 \parallel L_3$

(B) $L_1 \parallel L_2$

(C) $L_2 \perp L_3$

(D) $L_1 \perp L_2$

2. 已知 $z=f(x,y)$ 由方程 $z^2 - \frac{y}{x} = 0$ 确定, 则().

(A) $x \frac{\partial z}{\partial x} - y \frac{\partial z}{\partial y} = 0$

(B) $x \frac{\partial z}{\partial x} + y \frac{\partial z}{\partial y} = 0$

(C) $y \frac{\partial z}{\partial x} - x \frac{\partial z}{\partial y} = 0$

(D) $\left(\frac{\partial z}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial z}{\partial y}\right)^2 = 0$

3. 设 $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{f(x,y) - f(0,0) + 2x - y}{\sqrt{x^2 + y^2}} = 0$, 则 $f(x,y)$ 在点 $(0,0)$ 处().

(A) 不连续

(B) 连续但两个偏导数不存在

(C) 可微

(D) 两个偏导数存在但不可微

4. 设 $D = \{(x,y) \mid x^2 + y^2 \leq 1, y \geq 0\}$, $D_1 = \{(x,y) \mid x^2 + y^2 \leq 1, x \geq 0, y \geq 0\}$, 则().

(A) $\iint_D |x| dx dy = 2 \iint_{D_1} x dx dy$

(B) $\iint_D xy dx dy = 2 \iint_{D_1} xy dx dy$

(C) $\iint_D x dx dy = 2 \iint_{D_1} x dx dy$

(D) $\iint_D (x+y) dx dy = 2 \iint_{D_1} (x+y) dx dy$

5. 若级数 $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ 收敛, 则级数()收敛.

(A) $\sum_{n=1}^{\infty} |a_n|$ (B) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n a_n$ (C) $\sum_{n=1}^{\infty} a_n a_{n+1}$ (D) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{a_n + a_{n+1}}{2}$

二、填空题: 6~10 小题, 每小题 4 分, 共 20 分. 请将答案写在答题纸上.

6. 设函数 $f(x, y) = \int_0^{xy} \frac{\sin t}{1+t^2} dt$, 则 $f_{xy}(0, 2) =$ _____.

7. 空间曲线 $\begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 = 6, \\ x + y + z = 0 \end{cases}$ 在点 $(1, -2, 1)$ 处的法平面方程为 _____.

8. 设 $\Omega: x^2 + y^2 + z^2 \leq 1$, 则 $\iiint_{\Omega} \frac{z^3 \ln(x^2 + y^2 + z^2 + 1)}{(x^2 + y^2 + z^2 + 1)^6} dv =$ _____.

9. 设 L 是圆周 $x^2 + y^2 = R^2$, 则 $\oint_L (x^2 + y) ds =$ _____.

10. 设 $f(x) = \begin{cases} x^2 + 1, & 0 < x \leq \pi, \\ x^2 - 1, & -\pi < x \leq 0, \end{cases}$ 则 $f(x)$ 以 2π 为周期的傅里叶级数在

点 $x = \pi$ 处收敛于 _____.

三、解答题: 11~16 小题, 每小题 10 分, 共 60 分. 请将解答写在答题纸上. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

11. 设 $D = \left\{ (x, y) \mid 0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}, 0 \leq y \leq \frac{\pi}{2} \right\}$, 求 $\iint_D |\cos(x+y)| dx dy$.

12. 求 $\iiint_{\Omega} z dv$, 其中 Ω 是由 $z = x^2 + y^2$ 及 $z = \sqrt{2 - x^2 - y^2}$ 围成的闭区域.

13. 设 C 为 $|x| + |y| = 1$ 的正向, 计算曲线积分 $\oint_C \frac{x dy - y dx}{|x| + |y|}$.

14. 设曲面 Σ 为 $z = 2 - x^2 - y^2$ ($1 \leq z \leq 2$) 的上侧, 计算曲面积分

$$I = \iint_{\Sigma} (y-x) dy dz + (z-y) dz dx + (x-z) dx dy.$$

15. 求幂级数 $\sum_{n=0}^{\infty} (n+1)x^{2n}$ 的和函数, 并求级数 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{2^n}$ 的值.

16. 求经过点 $\left(2, 1, \frac{1}{3}\right)$ 的所有平面中, 哪一个平面与三个坐标面所围成的四面体体积最小, 并求其最小值.

