长沙理工大学考试试卷

课程名称（含档次） 高等数学 A（二）（本部期末） 课程代号 0701000215

专 业 本部电气、物电等 层次（本、专） 本 考试方式（开、闭卷） 闭卷

一、选择题（本大题总分 20 分，共计 5 小题，每题 4 分）

1. 已知已知点 $A(1,-2,1), B(-3,2,3), C(-1,3,2)$，则 $\angle ABC=$（　　）.

A. $\arccos(-\frac{1}{\sqrt{6}})$　　B. $-\arccos\frac{1}{\sqrt{6}}$

C. $\arccos\frac{1}{\sqrt{6}}$　　D. $\pi-\arccos\frac{1}{\sqrt{6}}$

2. 极限 $\lim\limits_{(x,y)\to(0,0)}\frac{x-y}{x+y}$（　　）.

A. 等于1　　B. 等于 -1

C. 等于0　　D. 不存在

3. 设 D 是由 $x^2+y^2\le 9, y\ge 0$ 所确定的闭区域，则 $\iint\limits_D \sqrt{9-x^2-y^2}\,\mathrm{d}x\mathrm{d}y=$（　　）.

A. 3π　　B. 9π

C. 27π　　D. 81π

4. 设 Σ 为 $z=\sqrt{2-x^2-y^2}$，Σ_1 为 Σ 在第一卦限的部分，则下列等式正确的是（　　）.

A. $\iint\limits_{\Sigma} x\mathrm{d}S=4\iint\limits_{\Sigma_1} x\mathrm{d}S$　　B. $\iint\limits_{\Sigma} y\mathrm{d}S=4\iint\limits_{\Sigma_1} x\mathrm{d}S$

C. $\iint\limits_{\Sigma} z\mathrm{d}S=4\iint\limits_{\Sigma_1} x\mathrm{d}S$　　D. $\iint\limits_{\Sigma} xyz\mathrm{d}S=4\iint\limits_{\Sigma_1} xyz\mathrm{d}S$

5. 设 a_n 为曲线 $y=x^n$ 与 $y=x^{n+1}$ $(n=1,2,\cdots)$ 所围面积，记 $S=\sum\limits_{n=1}^{\infty}a_n$，则 $S=$（　　）.

A. $\frac{1}{2}$　　B. $-\frac{1}{2}$

C. 1　　D. -1

二、填空题（本大题总分 20 分，共计 5 小题，每题 4 分）

1. 点$(-1,2,0)$在平面$x+2y-z+1=0$上的投影点的坐标为________.

2. 设$z=f(x, y)$在点$(1,1)$处可微，且$f(1,1)=1$，$f_x(1,1)=2$，$f_y(1,1)=3$，$\varphi(x)=f[x, f(x, x)]$，则$\frac{d}{dx}\varphi^3(x)\big|_{x=1}=$________.

3. 设$du(x, y)=(3x^2y+8xy^2)dx+(x^3+8x^2y)dy$，则$u(x, y)=$________.

4. 设Ω是由$x=1$，$z=0$，$z=y$，$y=x$所围成的闭区域，将三重积分$\iiint\limits_{\Omega} f(x, y, z)dv$化为积分次序是$z\to y\to x$的三次积分为________.

5. 将函数$f(x)=\frac{1}{x}$展开成$x-3$的幂级数为________.

三、计算题（本大题总分 50 分，共计 5 小题，每题 10 分）

1. 设$f(y+\frac{1}{x}, z+\frac{1}{y})=0$确定了函数$z=z(x, y)$，其中$f$可微，求$\frac{\partial z}{\partial x},\frac{\partial z}{\partial y}$.

2. 求函数$f(x, y)=x^2-2xy+5y^2-8y+1$的极值.

3. 设 L 为连接 $(0,0)$ 和 $(3,4)$ 的直线段，$f(x, y)$ 在 L 上连续，且$f(x, y)=xy+\int_L f(x, y)ds$，求$f(x, y)$.

4. 计算$\oiint\limits_{\Sigma} 3xydydz+yzdzdx-x^2y^4dxdy$，其中$\Sigma$是以点$(0,0,0)$、$(1,0,0)$、$(0,1,0)$、$(0,0,1)$为顶点的四面体表面的外侧.

5. 求幂级数$\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{x^{n+1}}{n}$的收敛域及和函数.

四、证明题（本题 10 分，共计 1 小题）

设$f(x)$在$[0, a]$上连续，证明：$\int_0^a dx\int_0^x f(x)f(y)dy=\frac{1}{2}(\int_0^a f(x)dx)^2$.