四川大学

课程实验报告

四川大学商学院实验中心制

2023年11月

|  |  |
| --- | --- |
| 课程名称： | 系统建模与优化综合实验 |
| 实验名称： | 线性规划和整数规划的应用 |
| 实验编号： | NO.1-N0.4 |
| 指导教师： | 吴志彬 |
| 学生姓名： | 任宇吉 |
| 学 号： | 2021141080265 |
| 学 院： | 商学院 |
| 专 业： | 工业工程 |
| 实验日期： | 2023.11—2023.11 |
| 实验地点： | 四川大学望江校区管理大楼502 |
| 实验成绩： |  |

4.3.1 制造或购买决策

这个制造与购买问题涉及到一个公司决定如何分配资源来生产或购买所需的零部件，以满足市场需求，并在最小化总成本的前提下实现这一目标。下面我将详细说明这个问题的不同方面：

**目标：** 问题的目标是最小化总成本，总成本包括生产成本、采购成本和加班成本。通过合理的决策，公司希望以最经济的方式满足市场需求。

**决策变量：** 在这个问题中，有许多决策变量，它们表示了生产和购买不同零部件的数量，以及加班时间。这些变量包括基座的生产数量（BM）、基座的购买数量（BP）、财务经理电子管的生产数量（FCM）、财务经理电子管的购买数量（FCP）、技术专家电子管的生产数量（TCM）、技术专家电子管的购买数量（TCP）、财务经理面板的生产数量（FTM）、财务经理面板的购买数量（FTP）、技术专家面板的生产数量（TTM）、技术专家面板的购买数量（TTP）以及加班时间（OT）。

**约束条件：** 问题中有几个约束条件，它们用来确保决策满足市场需求和公司的生产能力：

1. 基座数量约束：公司需要满足5000台计算器的基座需求，这要求生产和购买的基座数量之和等于5000。
2. 电子管数量约束：市场需要3000台财务经理计算器和2000台技术专家计算器，所以生产和购买的电子管数量之和需要等于市场需求。
3. 面板数量约束：市场需求也要求满足面板的数量需求，类似于电子管的约束。
4. 加班时间约束：公司有50小时的加班时间可用，加班时间的成本较高，所以需要确保加班时间不超过50小时。
5. 生产时间约束：生产各零部件需要时间，这些时间需要在正常工作时间内和加班时间内管理，以确保不超出公司的生产能力。

**目标函数：** 目标函数是一个线性函数，包括各种零部件的生产成本、采购成本以及加班成本。最小化这个目标函数可以帮助公司降低总成本。

**非负性约束：** 所有的决策变量都必须是非负数，因为负数值在这个上下文中没有实际意义。

解决这个问题的目标是找到一组决策变量的值，使得总成本最小化的同时，满足市场需求和公司的生产能力。通常使用线性规划方法来解决这类问题，线性规划求解器可以帮助确定最优的决策变量值，以满足这些目标和约束条件。这个过程可以帮助公司做出明智的决策，以降低成本，提高效率，同时满足市场需求。

下面是完整的线性规划模型，包括目标函数和约束条件，用数学公式表示：

**决策变量：**

* BM: 生产的基座数量
* BP: 购买的基座数量
* FCM: 生产的财务经理电子管数量
* FCP: 购买的财务经理电子管数量
* TCM: 生产的技术专家电子管数量
* OT: 加班时间（以小时为单位）
* TCP: 购买的技术专家电子管数量
* FTM: 生产财务经理面板数量
* FTP: 购买的财务经理面板数量
* TTM: 生产的技术专家面板数量
* TTP: 购买的技术专家面板数量

**目标函数：** 最小化总成本，包括生产成本、采购成本和加班成本：

$minimize$

$0.5BM + 0.6BP + 3.75FCM + 4FCP + 3.3TCM + 3.9TCP + 0.6FTM + 0.65FTP + 0.75TTM + 0.78TTP + 90OT$

**约束条件：**

1. 基座数量约束： $BM + BP = 5000$
2. 电子管数量约束： $FCM + FCP = 3000$

$TCM + TCP = 2000$

1. 面板数量约束： $FTM + FTP = 3000$ $TTM + TTP = 2000$
2. 加班时间约束： $OT ≤ 50$
3. 生产时间约束： $BM + 3FCM + 2.5TCM + FTM + 1.5TTM ≤ 12000 + 600OT$

**非负性约束：** 所有决策变量必须为非负数： $BM, BP, FCM, FCP, TCM, TCP, FTM, FTP, TTM, TTP, OT ≥ 0$

这个模型的目标是找到最优的决策变量值，以最小化总成本，同时满足市场需求和公司的生产能力。线性规划求解器可以用来求解这个问题，找到最佳的决策方案。

4.3.2 生产计划

对于Bollinger电子公司的生产和库存线性规划模型，包括总生产成本、库存成本和生产水平变化成本，可以表示为以下模型：

**决策变量：**

* x11: 322A组件在4月的生产数量
* x12: 322A组件在5月的生产数量
* x13: 322A组件在6月的生产数量
* x21: 802B组件在4月的生产数量
* x22: 802B组件在5月的生产数量
* x23: 802B组件在6月的生产数量
* s11: 322A组件在4月末的库存量
* s12: 322A组件在5月末的库存量
* D2: 322A组件在5月和6月的生产水平减少量
* s13: 322A组件在6月末的库存量
* s21: 802B组件在4月末的库存量
* s22: 802B组件在5月末的库存量
* s23: 802B组件在6月末的库存量
* I1: 322A组件在4月和5月的生产水平增加量
* I2: 322A组件在5月和6月的生产水平增加量
* I3: 802B组件在4月和5月的生产水平增加量
* D1: 322A组件在4月和5月的生产水平减少量
* D3: 802B组件在4月和5月的生产水平减少量

**目标函数：** 总成本包括生产成本、库存成本和生产水平变化成本： minimize 20x11 + 20x12 + 20x13 + 10x21 + 10x22 + 10x23 + 0.30s11 + 0.30s12 + 0.30s13 + 0.15s21 + 0.15s22 + 0.15s23 + 0.50I1 + 0.50I2 + 0.50I3 + 0.20D1 + 0.20D2 + 0.20D3

**约束条件：**

1. **生产数量约束：**
   * 每个月的322A组件生产数量之和必须等于飞机引擎制造商的相应月份需求。
   * 每个月的802B组件生产数量之和必须等于飞机引擎制造商的相应月份需求。
2. **初始库存量约束：**
   * 初始322A组件库存数量（4月初）必须等于给定的初始库存水平。
   * 初始802B组件库存数量（4月初）必须等于给定的初始库存水平。
3. **月末库存量约束：**
   * 每个月末的322A组件库存数量必须等于上个月末的库存量加上当月生产的数量减去飞机引擎制造商的相应月份需求。
   * 每个月末的802B组件库存数量必须等于上个月末的库存量加上当月生产的数量减去飞机引擎制造商的相应月份需求。
4. **生产水平增加和减少约束：**
   * 生产水平的增加和减少数量分别等于两个连续月份的生产数量之差。例如，I1表示322A组件的生产水平在4月和5月之间的增加量，D1表示322A组件的生产水平在4月和5月之间的减少量。
5. **非负性约束：**
   * 所有的决策变量，包括生产数量、库存数量、生产水平增加和减少数量，都必须是非负数。

这些约束条件确保了生产计划满足飞机引擎制造商的需求、库存水平受到控制，并考虑了生产水平的变化成本。通过线性规划，可以找到最佳的决策变量值，以满足这些约束条件，并以最小化总成本为目标。

5.3.3

Hauck的教资组合经理也愿意为这样一类客户建立一个投资组合，这类客户为了试图获得更好的收益而愿意接受中等程度的风险。假定这种风险分类的客户愿意接受一些风险，但是不愿意投资组合的年收益低于2%。通过设定最大最小模型中的最低收益约束条件M=2，我们能约束模型来提供一个年收益最少2%的解。提供年收益最少2%的最低收益约束条件，如下所示

R1≥2方案1的最低收益

R2≥2方案2的最低收益

R3≥2方案3的最低收益

R4≥2方案4的最低收益

R5≥2方案5的最低收益

除了这5个最低收益约束条件，我们也需要一个约束条件来要求投入每个共同基金的比例之和为1。

FS +IB + LG +LV+SG+SV=1

这个投资组合最优化问题需要一个不同的目标。一个普遍方法是最大化投资组合的收益预期值。例如，如果我们假定计划方案等可能性发生，我们为每种方案分配一个0.20 的概率。在这种情形下使目标函数最大化:

收益的预期值=0.2R1+0.2R2 +0.2R3 +0. 2R4 +0. 2R5

因为目标是最大化收益的预期值,我们写出Hauck 的目标如下:

max 0.2R1 +0.2R2 +0.23+0.2R4 +0.2R5

这个投资组合最优化问题完整的线性规划表达式包含6个变量和6个约束条件：

max0.2R1 +0.2R2 +0.2R3 +0. 2R4 +0.2R5+

10. 06FS + 17.64IB + 32.41LG + 32.36LV + 33.44SG +24.56SV =R1

13.12FS + 3.25IB +18.71LG +20. 61LV +19. 40SG + 25.32SV =R2

13.47FS+ 7.51IB +33.28LG+ 12.93LV + 3.85sG - 6. 70SV =R3

45.42FS - 1.33IB +41.46LG +7.06LV +58.68SG +5.43SV = R4

-21. 93FS + 7.36IB -23. 26LG - 5.37LV - 9. 02SG + 17.31SV=R5

R1≥2

R2≥2

R3≥2

R4≥2

R5≥2

FS + IB+ LG +LV +SG+ SV =1

FS,IB，LG, LV,SG,SV≥0

最优解如图5-7所示。最优分配是投资10. 8%资金在大市值成长共同基金，41.5%在小市值成长共同基金，47.7%在小市值价值共同基金。目标函数值表明这样分配提供了17.33%的最大预期收益。从剩余变量中,我们看到如果方案3或5发生(约束条件3和5是有效的)，投资组合的收益将只是2%。如果方案1、2或4发生，收益将非常好:如果方案1发生投资组合收益将是29. 093%，如果方案2发生投资组合收益为22. 149%，如果方案4发生投资组合收益为31.417%。

7.3.3

马丁贝克公司在圣路易斯经营-家年产量为30000件产品的工厂。产品被运输到位于波士顿、亚特兰大和休斯敦的地区分销中心。由于预期将有需求的增长，马丁贝克公司计划在底特律、托莱多、丹佛和堪萨斯城中的一个或多个城市建立新工.厂以增加生产力。在上述4个城市中建立工厂的年固定成本和年生产能力如下表所示。

表格

描述已自动生成

每件产品从各工厂到各分销中心的运费如表7-2所示。图7-7描述了马丁贝克公司可能的分销系统网络图,其中包含了每一个可能的工厂地点、生产能力和需求量，均以1000为单位。这一网络演示图针对的是圣路易斯一个工厂和4个拟议工厂选址的运输问题。但是,将建立哪一个或哪些工厂，还未最后决定。

手机屏幕截图

描述已自动生成

现在说明在该分布系统设计问题（ distribution system design problem）中如何应用O-1变量建立模型来选择最优的厂址、确定从各工厂到各分销中心的运输量。我们可以用以下的0-1变量来表示建立工厂的决策。

如果在底特律建厂,y1 =1;否则,y1=0。

如果在托莱多建厂,y2 =1;否则,y2=0。

如果在丹佛建厂,y3=1;否则，y3=0。

如果在堪萨斯城建厂,y4=1;否则,y4=0。

对各工厂到每个各中心的运输量变量的定义和运输问题中的相同。

xij——工厂i到分销中心j的运输量，i=1，2，3，4，5且j=1，2，3。利用表7-2中的运输数据,年运输成本为:

5x11+2x12+3x13+4x12+3x22+4x23+9x31+7x32+5x33+10x41+4x42+2x43

+8x51+4x52+3x53

经营新工厂的年固定成本为:

175y1+ 300y2+375y3+500y4

注意，根据0 -1变量的定义，只有当建立某个工厂（如yi=1)时，才计算经营该新工厂的固定成本;而如果没有建立该工厂(即yi=0)，则相应的年固定成本为0。

马丁贝克公司的目标函数为:年运输成本与经营新建立的工厂的年固定成本之和最小化。

图示

描述已自动生成

现在我们考虑--下4个拟议工厂的生产能力约束条件。以底特律为例，可以得出如下约束条件:

X11+X12+ X13≦10y1底特律的生产能力

如果底特律的工厂建立了，即y1=1，那么从底特律运到3个分销中心的总量必须小于或等于底特律的生产能力，即10000件。如果底特律的工厂没有建立，即y1=0，则意味着底特律的生产能力为0。这样，相应得出自底特律的运输量均等于0:x11=0，x12=0且x13=0。

以类似的方式，可以求出托莱多工厂的生产能力约束条件如下:

X21+X22+X23≦20y2托莱多的生产能力

丹佛和堪萨斯城的也是完全类似的。考虑到圣路易斯已经存在工厂，我们把其定义为0-1变量。其生产能力约束条件可写为:

X51+X52+X53≦30圣路易斯的生产能力

还需要为3个分销中心的需求量各自设定--个约束条件。波士顿分销中心的需求量的约束条件可写为:

X11+X21+X31+X51=30波士顿的需求

亚特兰大和休斯敦分销中心的也是类似的。

于是,我们得到了马丁贝克公司的分布系统设计问题的完整模型:

Min 5x11+2x12+3x13+4x21+3x22+4x23+9x31+7x32+5x33+10x41+4x42+2x43+8x51+4X52+3x53+175y1+300y2+375y3+500y4

s. t.

x11+x12+x31≤10y1，底特律的生产能力

x21+x22+x23≤20y2,托莱多的生产能力

x31+x32+x33≤30y3。丹佛的生产能力

x41+x42+x43≤40y4堪萨斯城的生产能力

x51+x52+x53≤30圣路易斯的生产能力

x11+x21+x31+x41+x51=30波士顿的需求

x12+x22+x32+x42+x52=20亚特兰大的需求

x13+x23+x33+x43+x53=20休斯敦的需求

xij≥0，对所有i,j; y1，y2，y3，y4=0，1。

马丁贝克公司分布系统问题的求解如图7-8所示。最优解说明要在堪萨斯城建立一个工厂(y4=1);从堪萨斯城到亚特兰大运输20000件产品（x42=20);从堪萨斯城到休斯敦运输20000件产品（x43=20);从圣路易斯到波士顿运输30000件产品（x51=30)。注意,包括堪萨斯城工厂的固定成本500000美元在内，该解所得到的总成本为860000美元。

8.3

大部分投资组合最优化模型必须在风险与收益之间做出关键权衡。为得到更大的收益,投资者也必须面对更大的风险。上一节中的指数化基金模型被动地管理权衡。在我们构建的指数化基金中的投资者一定满足于标准普尔500的风险/收益特征。其他投资组合模型明显量化了风险与收益之间的平衡。在大部分投资组合最优化模型中，使用的收益是可能结果的期望收益（或平均数)。

考虑在上一节建立的Hauck金融服务公司的例子。5个方案代表了在一年期计划水平上的可能结果。每种方案的收益分别由变量R1、R2、R3、R4和R5定义。在n 个可能方案中，如果ps是方案s的概率,那么投资组合R的期望收益是

文本

中度可信度描述已自动生成

如果我们假定在Hauck金融服务公司模型中，5个计划方案的概率一样，那么

手机屏幕截图

中度可信度描述已自动生成

测量风险的难度有点儿大。本书从始至终都致力于这个话题。最常与Markowitz投资组合模型相关的风险测量是投资组合的方差。如果期望收益由式(8-8）给出，那么投资组合方差是

文本

描述已自动生成

在 Hauck金融服务公司例子中,5个计划方案有一样的概率。因此,

文本

描述已自动生成

投资组合方差是每种方案下对均值偏差平方和的平均数。这个数目越大，方案收益在平均值周围分散得越广。如果投资组合的方差等于零，那么每个方案的收益Ri将相等。

构建 Markowitz模型的两个基本方法是:①在投资组合期望收益的约束条件的限制下，最小化投资组合的方差;②在方差约束条件的限制下，最大化投资组合的期望收益。考虑第一个例子。假定Hauck的客户想要对表8-2列出的6种共同基金构建一个投资组合，来最小化由投资组合方差测量的风险。但是，客户也要求预期的投资组合收益至少为10%。用我们的符号表示，目标函数为

手机屏幕截图

中度可信度描述已自动生成

期望投资组合收益的约束条件是R≥10。完整的Markowitz模型包含12个变量和8个约束条件(不包含非负约束条件）。

手机屏幕截图

中度可信度描述已自动生成

s. t.

10. 06FS+17.64IB+32.41LG+32.36LV+33.44SG+24.56SV=R1

13.12FS+3.25IB+18.71LG+20.61LV+19.40SG+25.32SV=R2

13.47FS+7.51IB+33.28LG+12.93LV+3.85SG-6.70SV=R3

45.42FS-1.33IB+41.46LG+7.06LV+58.68SG+5.43SV=R4

-21.93FS+7.36IB-23.26LG-5.37LV-9.02SG+17.31SV =R5

FS+IB+LG+LV+SG+SV=1

手机屏幕截图

中度可信度描述已自动生成

R≥10

FS,IB,LG,LV,SG,SV≥0

Markowitz模型的目标是最小化投资组合方差。注意式(8-11）到式(8-15）出现在第8.2节中介绍的指数化基金模型中。这些式子定义了每种方案的收益。式(8-16)，也出现在指数化基金模型中，要求所有的钱投资于共同基金;这个约束条件常称做整体约束条件。式(8-17）定义了R是投资组合的期望收益。式(8-18）要求投资组合收益至少为10%。最后，式(8-19）要求对每个Hauck共同基金都是非负投资。

这个模型要求至少10%的收益，其求解的一部分如图8-9所示。投资组合方差的最小值是27.13615。这个解意味着客户将得到10%的期望收益（RBAR = 10.00000)，并且能最小化他们用投资组合方差测量的风险，这需要投资组合的约16%投资于外国股票基金（FS =0.15841),53%于中期债券基金（IB =0.52548)，4%于大市值成长基金（LG =0.04207)，以及27%于小市值价值基金（SV =0.27405)。