|  |  |
| --- | --- |
| 合同编号：  项目编号： | 密级： |

合同工作总结报告

合同名称： 强对抗环境下体系全局优化理论与行 字数多 方法研究

课题负责人（签字）： 戴彧虹

承担单位（盖章）： 中国科学院数学与系统科学研究院

编写日期： 2023年8月30日

目录

[一、研究概述 - 3 -](#_Toc145946577)

[（一）项目研究背景 - 3 -](#_Toc145946578)

[（二）项目研究目标 - 3 -](#_Toc145946579)

[二、项目研究完成情况 - 3 -](#_Toc145946580)

[（一）研究目标实现情况 - 3 -](#_Toc145946581)

[（二）合同内容完成情况 - 4 -](#_Toc145946582)

[（三） 关键技术攻关情况 - 19 -](#_Toc145946583)

[（四） 实验验证情况 - 31 -](#_Toc145946584)

[（五） 技术指标实现情况 - 35 -](#_Toc145946585)

[三、取得的主要成果及应用前景分析 - 36 -](#_Toc145946586)

[（一）项目主要成果 - 36 -](#_Toc145946587)

[（二）成果应用情况及转化应用设想 - 37 -](#_Toc145946588)

[四、 组织管理情况 - 38 -](#_Toc145946589)

[（一）协作情况 - 38 -](#_Toc145946590)

[（二）组织管理措施 - 38 -](#_Toc145946591)

[（三）组织管理经验： - 39 -](#_Toc145946592)

[（四）经费使用情况 - 39 -](#_Toc145946593)

[五、经验、问题及建议 - 39 -](#_Toc145946594)

[（一）主要经验 - 39 -](#_Toc145946595)

[（二）存在问题 - 40 -](#_Toc145946596)

[（三）建议 - 40 -](#_Toc145946597)

[六、文档、资料归档情况 - 40 -](#_Toc145946598)

[七、固定资产管理情况 - 41 -](#_Toc145946599)

[八、 知识产权申报情况 - 41 -](#_Toc145946600)

[无相关的知识产权申报情况 - 41 -](#_Toc145946601)

[九、 国际合作情况 - 41 -](#_Toc145946602)

[十、 人才培养情况 - 41 -](#_Toc145946603)

[附件1 42](#_Toc145946604)

[附件2 43](#_Toc145946605)

[附件3 43](#_Toc145946606)

[附件4 44](#_Toc145946607)

[附件5 45](#_Toc145946608)

一、研究概述

（一）项目研究背景

（二）项目研究目标

二、项目研究完成情况

（一）研究目标实现情况

在项目的执行过程中，已建立多准则策略和时序约束下的异构作战资源杀伤网构建问题的运筹优化数学描述模型，给出可行解数学特性的研究结果，设计相应的运筹优化求解方法。

综上，已完成此合同要求的研究目标。

（二）合同内容完成情况

**基于合同约定，本项目共有1项研究内容，其中已完成1项，未完成0项，具体研究内容完成情况如下。**

1. **整数规划理论在体系资源全局优化的应用研究**

**研究方案**：开展整数规划理论在多准则策略和时序约束下的异构作战资源杀伤网构建问题中的可行性研究、对防空反导体系作战环境进行特征提取，对作战资源进行能力表征，研究多准则策略和时序约束下的异构作战资源杀伤网构建问题的整数规划结构特点，给出数学模型并设计求解算法。

**研究过程**：总体研究过程分为以下几步

1. 开展调研，调研11篇论文，从中选择了2篇论文作为主要参考，分析得出论文与该问题的相似性，在问题的框架下，开展数学模型构建与算法设计。
2. 对问题进行特征提取与能力表征，设计问题数学模型的优化指标和条件约束。
3. 针对目标非线性，通过线性化方法将问题转化为线性规划
4. 针对先行化后问题的规模较大，应用诸多整数规划求解与加速技巧，设计了基于列生成的整数规划框架的求解方案

**研究细节：**

（1）数学模型构建

我们的目标是对战场中存在的各种威胁进行识别和评估，然后根据这些信息动态地对作战资源进行优化。这涉及在整个作战过程中，随着情况的变化，在多个关键时点上，针对每个目标建立有效的“杀伤链”，每条杀伤链都代表一种具体的打击，包括“目标-指控-雷达-发射车-弹药”的完整序列。每个目标都可以在多个时点上分配一条或多条杀伤链，这取决于我们的战略目标、敌方威胁的具体情况以及我们的资源状况。

我们的优化目标是使得在资源限制的条件下，对所有作战目标的整体效能（如最小化作战时间、最大化杀伤效果、最小化作战费效比等）达到最优。与以往的研究不同，过去的方法往往忽略了从整体战略角度出发的资源调配，仅仅关注于针对每一具体时刻的单一目标的反应。而我们的研究目标是打破这种模式，通过全局视角的优化，设计一个能够随时间动态变化的异构资源网络。这种网络不仅要能够针对即时来袭的目标进行有效应对，还要能够根据作战进程的推移和敌我双方态势的变化，实时调整和优化资源配置。这样的方法将有助于我们在保持战术灵活性的同时，实现作战效能的最大化，包括但不限于缩短作战时间、提升击毁效果和降低作战成本等关键指标。

作为一个求解系统，在这个数学模型中系统的输入与输出分别是：

输入：

1、 敌方有多个目标来袭，可对目标路径进行初步预测，以得到每个目标的可打击时间、雷达可探测时间。

2、 不同时间使用不同资源对敌方目标的杀伤概率、目标的权重。

3、 其他的目标及资源特性。

输出：

在每个打击时间点，如何给每个目标安排杀伤链。

接下来给出了问题的一些**关键概念与作战假设**：

**关键概念：**

* 目标：对方的威胁，需要我们进行打击的对象。
* 雷达：我们用来监控和定位目标的设备。
* 发射车：装载弹药并进行发射的作战装备。
* 杀伤链：由目标、雷达、发射车和弹药构成的完整的打击流程。在这个流程中，指控部分可以解耦，而弹药与发射车则是绑定在一起的。
* 作战时点：将整个作战时间离散为多个作战时点，仅允许在这些作战时点时进行作战决策与行为（即给目标分配杀伤链）。
* 雷达窗口：给定目标与雷达，雷达能够探测到目标的时点集合。
* 打击窗口：给定目标，允许武器命中的时点集合，在其他时点认为对该目标的打击无效。
* 杀伤网：是整个打击目标的分配方案，每个目标都会被分配至少一条杀伤链进行打击。杀伤网的构建考虑了所有的资源限制和作战目标，目标是全局最优。
* 存活概率：在多个杀伤链打击下地方目标的存活概率，每个目标在不同的时点因为有不同的打击方案，因此在每个时点都需要重新计算存活概率。
* 毁伤概率：每个目标被毁伤的可能性，即1减去目标的存活概率。

**作战假设：**

在对全局资源优化问题进行特征提取后，我们做出如下假设：

* + 确定性假设：每个目标的价值是固定的，不随着时间发生变化。同时在给定打击时点、目标、雷达、发射车、弹药的条件下，雷达-发射车-弹药组成的杀伤链对目标的毁伤概率是定值，不随时间发生变化。
  + 毁伤概率假设：我们假设每条杀伤链之间是相互独立的。如果一个目标被多个杀伤链同时打击，那么该目标的存活概率就是每个杀伤链打击后的存活概率的乘积。如果一个目标在不同时间被多个不同的杀伤链打击，则它的存活概率是累积到该时点的所有杀伤链打击下存活概率的乘积。优化目标中的毁伤概率就是用1减去存活概率的大小。
  + 优化目标假设：我们的目标是整合多个优化目标，包括最大化消除的来袭目标威胁值、最小化作战时间和最小化作战消耗。这几个目标之间的关系为线性相加，其系数可随着战场态势由指挥官负责调整，以体现多个作战目标的有限度。
  + 资源限制假设：由于资源特性，我们假设为每个目标分配杀伤链时，需要考虑到各类限制，具体而言包括：
    1. 在每个时点杀伤链使用雷达的次数应小于等于其通道数
    2. 在每个时点杀伤链使用发射车的次数应小于等于发射车载弹量。
    3. 每个发射车具有总体的弹药上限，在各个时点使用这个发射车的次数累加也应该有上限。
    4. 针对每个目标，最多可构建的杀伤链条数有上限。
    5. 每个雷达与一个目标绑定，每个目标占用雷达的一个通道。当雷达锁定一个目标时，多个武器可以同时使用这个雷达的锁定信息。
    6. 每个武器与一个雷达绑定，在武器发射到击中目标这段时间内，不允许更换武器使用的雷达。
    7. 雷达窗口约束：针对每个来袭目标，不同的雷达仅在部分时间能够扫描到这个目标，雷达对目标的锁定必须在这个窗口期内。
    8. 打击窗口约束：针对每个来袭目标，能够被打击得窗口有限，由此限制了给定杀伤链攻击的时点，不能在超出时点范围外对目标进行打击。

请注意，这些假设是在我们的优化问题中所需的，而实际情况可能会更为复杂。但是，这些假设提供了一个处理这个问题的实用框架，并可以根据更具体的场景进行调整和扩展。

基于上述假设，完成了数学模型的构建：

### 优化目标

优化目标1：最大化消除含时间加权的来袭目标威胁值

优化目标2：最小化作战花费

优化目标3：最小化作战时间

**符号解释**

：决策变量，针对目标，在时间 , 是否使用雷达和发射车 构建杀伤链。

: 毁伤概率。针对目标 ，在时间 , 使用雷达 和发射车 构建杀伤链时的毁伤概率。

发射车下标

雷达下标

目标下标

：第 目标的威胁值

：目标，在时间 的时间权重，用于衡量目标此时打击的紧迫程度。

：使用第个武器，第个雷达的作战花费

：总体的作战时间，用于辅助的决策变量。

：在时间 , 使用雷达和发射车 构建的杀伤链的作战时间

在我们的模型中，对于 设置的动机如下：

当同时面临多个目标时，希望优先分配那些比较紧急而且权重较大的目标，（比如同时面对2个来袭目标，目标 1 还有10秒到达，目标2有200秒才到达，此时若仅有一发可用导弹，应该优先分配给剩余打击窗口少的目标）。基于这个目标，设计了参数，用于刻画当前目标的紧迫程度。这个参数可以进行调整，其应该符合的标准为：目标剩余打击窗口的个数约少，这个目标越紧迫，它的时间权重就越高。因此采用如下的设置：

其中 是一个参数， 表示剩余的时间间隔。当设置为0时，我们认为和打击目标的急迫程度与剩余时间窗数呈反比，加入平衡参数可以让这个曲线变得更平缓，但同样呈现随着时间窗变小紧迫性变大。

### 约束条件

雷达通道约束：在时点 ，杀伤链使用雷达的次数应小于等于其通道数。

发射车通道约束：在时点 ，杀伤链使用发射车的次数应小于等于弹药数。

杀伤链数目约束：目标最多可构建的杀伤链条数为。

发射车弹药约束：在时点 ，杀伤链使用发射车的次数应小于等于弹药数。

锁定约束：武器要求当武器进行打击直到打到目标的过程中，必须要有唯一一个雷达进行锁定：

雷达窗口约束：雷达必须在规定的窗口内:

打击窗口约束：武器的打击必须在目标的可打击窗口内

（2）线性化技术

在上述数学模型的基础上，使用线性化的方法，得到如下线性规划模型

**数学符号：**

* ：打击场景，表示包含时序的杀伤链使用组合集合。
* ：针对目标 允许被使用的包含时序的杀伤链打击方案。诸多可行约束被包含在这项之内。
* ：针对某个目标的一个包含时序的杀伤链使用组合
* ：决策变量，是否对目标应用打击场景。
* ：目标目标在场景打击下的加权毁伤概率与花费，注意此时仅考虑一个目标 ，其计算公式为：
* ：打击场景在时间是否使用发射车 (0-1常量，1代表使用该发射车，0代表未使用该发射车）。
* ：打击场景时间是否使用雷达 (0-1常量，1代表使用该雷达，0代表未使用该雷达）。
* ：打击场景 使用发射车 的次数，应该对时间进行累加
* ：雷达使用限制。
* ：发射车使用。
* ：发射车弹药

（3）关键技术与算法设计

**关键技术如下：**

**① 割平面方法**

依据资源的具体结构，推导定制的割平面算法，改善模型质量，以加速问题的求解速度，通过数值实验，分析该问题中涉及的整数规划求解器，进行参数调优，确定割平面算法在每个分支定界节点的执行频率；在某一分支定界节点产生的割平面应用到其他节点的标准；在每个节点添加割平面的数量等参数，以最大化割平面方法效率的最大化。

在全局资源匹配问题中，割平面方法发挥了关键性的作用。考虑到问题的特性，我们针对我方的资源配置情况，设计了一种特定的割平面。这种方法有效地利用了问题的结构信息，以优化割平面的生成策略，从而大大减小了问题的规模，同时也提高了求解的效率。

**② 分支定界方法**

根据问题分支过程中不同子问题的关系，提出强有效的分支策略，割掉不同子问题之间的可行域相交部分，减少搜索树的规模，提升问题的求解效率。通过大量数值实验反复论证，验证新的分支策略的有效性。在此问题中，设计了针对问题结构的分支策略，以优化求解速率。

在全局资源匹配问题中，分支定界方法同样展现了其独特的优势。我们尝试将列生成方法应用于求解松弛问题，并将其融入到分支定界的框架中。这种独特的方法结合使得整个求解过程更为高效，不仅保证了问题的整数最优解的获得，而且极大地提高了问题的求解速度。

**③ 外逼近方法**

外逼近方法是针对一类特定的凸优化问题，基于对最优值的逼近来求解问题。该方法在每一次迭代中，都会在现有的可行域中寻找一个局部最优解，并根据该局部最优解形成一个割平面，用以割去部分可行域，使得新的可行域仍包含全局最优解。在实际操作过程中，通过调整这个割平面的生成策略，可以有效地控制迭代过程，以提高收敛速度和解的精度。

在全局资源匹配问题中，已经证明了列生成子问题具有凸性，因此我们决定采用外逼近方法对子问题进行求解。这种方法能够有效地缩小问题规模，提高求解效率，尤其在处理大规模问题时表现出色。

**④ 次模割方法**

次模割方法是一种专用于处理带有次模结构的优化问题的方法。次模函数是一种在整个定义域上具有凸性的函数，因此，次模问题可以被看作是一种特殊的凸优化问题。次模割方法利用了次模函数的特性，通过在每次迭代中引入一个割平面，逐步逼近全局最优解。对于整数问题，可以通过构造有效的不等式将问题转化为次模问题，从而应用次模割方法进行求解。

在全局资源匹配问题中，决策变量均为二元变量，目标函数可以通过次模函数描述，因此我们决定采用次模割方法进行求解。这种方法的应用，使我们能够得到更有效的不等式，从而有效地降低了问题规模，提升了求解速度。

**⑤ 列生成方法**

列生成方法的总体思想是许多线性规划问题的列数（变量）太多而无法明确考虑所有变量，因此在算法的开始仅使用其变量的子集求解所考虑的子问题开始求解。 然后迭代地，将有可能改进目标函数的变量添加到数学规划模型中。一旦可以证明添加新变量将无法再提高目标函数的值，该过程就会停止。应用列生成算法时，希望只生成很小一部分变量即可得到最优解，对于这个想法是基于以下思路的支持：在最优解中，大多数变量将是非基本变量并假定值为零，因此可以在没有它们的情况下找到最优解。

在算法的执行过程中，该算法考虑了两个问题：主问题和子问题。主要问题即如上面指出的，仅考虑部分变量，依次构造出一列规模逐渐变大的线性规划问题，知道能够保证得到问题的精确解。子问题则是为识别改进变量（即选择出可以改进主问题的变量）而创建的新问题。当问题的结构让子问题可以使用高效算法（通常是专用组合算法）解决子问题时，列生成方法特别有效。通常原问题是大规模的线性规划问题，此时可以保证子问题同样是线性规划问题。

**算法的核心内容如下**：

体系多准则策略和时序约束下的异构作战资源杀伤网构建问题的求解过程涉及到一个模型等价转换与三个求解算法，模型等价转换将问题等价转换为一个线性规划整数模型，并调用算法一进行求解，算法一的求解过程中会调用算法二，算法二的求解过程中会调用算法三，三个算法共同保证了问题解的最优性。

等价转化方法被称为线性化方法，三个求解算法是：（一）分支定界求解算法，（二）列生成求解算法与（三）外逼近求解算法，线性化方法及三个求解算法的主要求解流程及算法间的关系如下：



### 模型转化方法：线性化方法

1. 初始化打击场景：将针对每个目标的不同的打击场景作为线性规划的列，设定其上下界以及目标函数系数。
2. 调整约束条件：将资源容量约束条件调整为新形式。将其他约束转化用于判定打击场景的可行性。
3. 增加新约束：增加额外的约束，确保每个目标只能被分配一个打击场景。

应用以上步骤，将原问题转化为等价的线性化模型。

### 分支定界算法（算法一）

1. 问题初始化：对于一个整数规划问题，先解其线性规划松弛问题，得到初值。求解线性松弛的步骤调用了算法二。
2. 分支操作：基于当前解，选择一个分数解进行分支，创建两个新的子问题。
3. 定界操作：求解子问题的线性规划松弛问题，得到解作为界，如果解为整数解则可能是最优解，如果解的目标函数值小于当前已知的最优解，则剪枝（舍弃该子问题）。
4. 选择操作：从当前未被剪枝的子问题中选择一个子问题作为下一个求解的问题，子问题求解的步骤调用了算法二。
5. 迭代过程：重复执行2-4步，直到所有子问题都被剪枝或者求得最优解。
6. 终止条件：当所有子问题都被处理后，得到的整数解即为问题的最优解，算法执行结束。

### 列生成算法（算法二）

1. 初始化主问题：通过启发式方法或随机选择的方式，为每个目标分配少量的备选的含时序的打击方案。
2. 求解主问题：从每个目标当前的备选杀伤链（含时序的打击方案）中构建含时序的异构杀伤网，得到局部最优杀伤网。
3. 求解子问题：计算尚未选择的杀伤链（含时序的打击方案）对当前异构杀伤网是否有改进潜力，依此判断局部最优杀伤网是否还具有优化空间，列生成子问题求解的过程调用了算法三。
4. 步骤三的结果分为可以改进与不可改进两种情况。如果存在具有对当前杀伤网具有改进潜力的打击方案，则将该方案加入到备选中，回到步骤二接待求解。否则进入步骤五。
5. 算法逐步改进可行解，可依据无改进方案或其他符合实际作战需求的终止条件作为列生成算法的终止条件。

### 外逼近算法（算法三）

1. 问题初始化：选择一组初始解，计算目标函数值，定义收敛精度。
2. 线性化：在当前解处对非线性问题进行线性化，形成切平面，将非线性问题转化为一个线性问题。
3. 求解线性问题：求解线性问题，得到一个新的解。
4. 收敛性检验：比较新解与旧解之间的差异，如果小于定义的收敛精度，则停止迭代，输出当前解作为最优解。否则，进入步骤5。
5. 更新：将新解作为旧解，返回步骤2，进行新的迭代。
6. 终止条件：满足收敛性条件后，算法执行结束，输出最优解。

**研究结果：**

在合同要求的算例中，我们主要考察了算法的计算时间，针对每种不同的规模，我们随机生成了30个算例，经过仿真模拟后对30个算例的求解时间进行统计并求平均，得到如下结果：

针对计算时间

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 类型 | 目标 | 雷达 | 发射车 | 弹药 | 资源总数 | 计算时间(s) |
| 1 | 26 | 1 | 1 | 4 | 26 | 0.95 |
| 2 | 52 | 2 | 2 | 8 | 52 | 1.13 |
| 3 | 78 | 3 | 3 | 12 | 78 | 2.52 |
| 4 | 104 | 4 | 4 | 16 | 104 | 4.11 |
| 5 | 156 | 6 | 6 | 24 | 156 | 8.80 |
| 6 | 208 | 8 | 8 | 32 | 208 | 12.19 |
| 7 | 312 | 12 | 12 | 48 | 312 | 33.11 |
| 8 | 364 | 14 | 14 | 56 | 364 | 54.03 |
| 9 | 468 | 18 | 18 | 72 | 468 | 77.26 |
| 10 | 598 | 23 | 23 | 92 | 598 | 100.48 |
| 11 | 728 | 28 | 28 | 112 | 728 | 1450.77 |
| 12 | 1092 | 42 | 42 | 168 | 1092 | 2801.06 |

合同要求规模与类型7接近（要求为300资源300目标，类型四为312资源，312目标，在上表中标红），在这个规模下，**问题的平均求解时间为33.11秒，在生成的10个算例中最慢计算时间为42.48秒，能够满足在60秒内求得解的合同要求。**

针对作战效能，设置毁伤概率，打击花费、作战时间的权重分别为0.6，0.3，0.1，根据不同的提升区间得到如下数据：

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| 提升比例区间 | 算例个数 | 占比 |
| [30%, +] | 23 | 6.39% |
| [25%, 30%) | 63 | 17.50% |
| [20%,25%) | 107 | 29.72% |
| [15%,20%) | 136 | 37.78% |
| [0,15%) | 31 | 8.61% |

在360个算例上，有91.39%的案例显示出算法的提升比例超过了15%，平均的提升比例为23.1%，最大的提升比例为52.4%。合同要求的提升比例为15%，**从平均提升的角度而言，算法效果提升了23.1%**，**能够满足合同的要求。**值得指出的是，虽然有部分方法提升效果不高，并非新算法的效果能力不足，而是在一些简单的场景下，使用局部方法不考虑时序已经能够达到比较好的结果，因此无法再得到进一步的提升。

1. 关键技术攻关情况
2. **异构资源杀伤网时序优化非线性模型线性化技术**

线性化方法的执行步骤如下：

1. 打击场景分析：针对每个目标，共有N个允许的打击时间节点，在每个时间节点，在各种资源约束的条件下，各目标依照限制都有多个可行的备选杀伤链。因此针对一个目标，可以计算出在各个时间节点都有哪些可行的杀伤链组合方案。
2. 打击场景枚举：给定目标后，假设全部资源都可以用来只处理这一个目标，可以得到多种不同的包含时序的资源分配方案，每种分配方案都可以计算出针对目标的花费和包含时间权重的毁伤概率，以及这个方案对 的打击时间，从而可以计算出目标函数中与目标相关的毁伤概率、打击时间和花费。
3. 打击场景分配：每个目标需要从打击场景中选择一个，会生成指数多个不同的打击方案，将这些打击方案作为线性规划的列，即可获得问题的线性规划模型。
4. 调整约束条件：将各种资源约束条件调整为新形式，如果针对目标的某个方案与资源约束冲突，且仅与目标相关，则可以设置这个决策变量一定为0。
5. 增加新约束：增加额外的约束，确保每个目标只能被分配一个打击场景。

应用以上步骤，将原问题转化为等价的线性化模型，且线性化模型的可行解与原模型的可行解可以形成一一对应的关系。其表现形式为将原来的模型：

等价地转化为了线性化模型：

* ：打击场景，表示包含时序的杀伤链使用组合集合。
* ：针对目标 允许被使用的包含时序的杀伤链打击方案。诸多可行约束被包含在这项之内。
* ：针对某个目标的一个包含时序的杀伤链使用组合
* ：决策变量，是否对目标应用打击场景。
* ：目标目标在场景打击下的加权毁伤概率与花费，注意此时仅考虑一个目标 ，其计算公式为：
* ：打击场景在时间是否使用发射车 (0-1常量，1代表使用该发射车，0代表未使用该发射车）。
* ：打击场景时间是否使用雷达 (0-1常量，1代表使用该雷达，0代表未使用该雷达）。
* ：打击场景 使用发射车 的次数，应该对时间进行累加
* ：雷达使用限制。
* ：发射车使用。
* ：发射车弹药

**2.体系资源全局优化整数规划高效求解算法技术。**

在针对上述模型进行快速求解时，结合了多种整数规划的求解与加速技巧，完成了算法设计与理论证明，使得问题的最优性从理论上得到保证，且从实验的角度实现了算法的高效性。

其关键证明如下：

列生成算法

（1）列生成算法概述

列生成方法是一种在大规模优化问题中广泛应用的技术，它的核心思想是在一个较小的、更易于管理的问题（即主问题）上求解，而不是在问题的所有可能性上一次性求解。这种方法主要应用在大规模的线性规划和整数规划问题中，尤其适用于那些具有大量可能决策变量，但在任何最优解中只有少数决策变量非零的情况。

（2）列生成算法的算法流程

列生成方法求解的是一个标准的线性规划问题：

其中代表的决策变量个数非常多，通过以下步骤迭代地求解这个线性规划问题：

步骤一：初始化主问题。

这一步通常通过启发式方法或随机选择的方式，选取一个较小的、可解的问题作为主问题的初始版本，主问题的数学模型可以描述为：

使用 表示仅选择了原问题的部分列。

步骤二： 求解主问题。

接下来我们使用线性规划方法（如单纯形法或者内点法）来求解这个初步限制的注问题，获取当前的最优解和对偶变量值。

注意，这个步骤产生的结果实际上构成了原问题的一个可行解。在这个过程中，尚未选取的变量被视为零，从而在满足所有原始约束的情况下进一步简化了问题。然而，这个解可能不是原问题的最优解，这是由于我们在初步限制的问题中并没有包含所有的决策变量，也即尚未选取的变量。因此，在后续的步骤中，我们需要通过逐步引入新的列来改进这个初步的解，以期达到原问题的最优解。

步骤三：求解子问题。

对于子问题，我们实际上是在尝试寻找那些未被包含在当前主问题中的列（即尚未选取的变量），若加入主问题后有可能改进当前解。这一过程被称为定价过程。在定价过程中，我们会计算每个未选取变量的约化费用（Reduced cost）。约化费用是一个衡量将一个未选取的变量（也就是一列）加入主问题后，主问题的目标函数值改变程度的指标。约化费用的计算公式为

得到，其中 是对偶问题的解，和分别是决策变量的系数向量和成本。如果某个变量的约化费用为负，那么将此变量加入主问题有可能得到更优的解。因此，我们将计算所有未选取变量的约化费用中的最小值，如果最小值小于0，说明主问题尚有改进的空间。

具体而言，子问题的数学形式为：

若该问题的最优值小于0，对应的将被加入到主问题的备选解中。

步骤四： 判断当前主问题是否达到最优解。

如果在步骤三的定价过程中，我们找到了一个约化费用小于零的决策变量，那么我们就将这个决策变量（也即新的列）加入到主问题中，并回到步骤二，对扩充了的主问题进行求解。否则，如果所有未选取的决策变量的约化费用都大于或等于零，那么我们就停止算法，因为这表明当前的主问题解就是全局最优解。

（3）列生成算法可以得到理论最优解的数学证明。

上述步骤指出了列生成方法的迭代步骤，算法终止条件为步骤四中的判断是否所有的约化费用都大于等于0。因此证明的步骤分两步：如果这个条件成立，则一定可以得到问题的最优解。算法迭代一定可以在有限步终止于这个条件。

对于第一步，证明需要用到如下定理：

引理（弱对偶定理）：对于任意的线性规划问题，如果原问题

和对偶问题

都存在可行解，则必有原问题的目标函数值大于等于对偶问题的目标函数值。同时，如果存在一组原问题的解和对偶问题的解，使得原问题的目标函数值和对偶问题的目标函数值相等，即有 ，则和 分别是原问题和对偶问题的最优解。 在列生成方法中，主问题求解结果是原问题的一组可行解，但主问题的对偶问题的解未必是原问题对偶问题的可行解，如果验证了所有的约化费用都大于等于0，即保证了对偶问题的约束

一定成立，从而得到了原问题的对偶问题的一组可行解。由于和分别是主问题和主问题对偶问题的最优解，因此可以保证，即根据弱对偶定理，保证了解的最优性。

对于第二步，证明如下：

假设原问题有列（变量），主问题初始化有列（变量），如果在步骤四的判断过程中发现存在使得约化系数小于0的变量（列），则将其加入到主问题的备选列当中，每次迭代至少使得备选列增加1，因此经过至多次迭代，主问题就会包含原问题全部的列，此时一定会得到原问题的最优解。而当在步骤四的判断过程中发现不存在使得约化系数小于0的变量（列），则问题已经达到了最优解。

综上所述，可以得到如下定理：

定理：使用上述的列生成算法，问题一定可以在次迭代内终止，且此时可得到原问题的最优解。

**列生成算法在异构资源杀伤网时序优化问题中的表现形式。**

列生成算法的步骤应用于全局资源匹配后可以得到如下迭代步骤：

1. 初始化主问题：通过启发式方法或随机选择的方式，为每个目标分配少量的备选的含时序的打击方案。
2. 求解主问题：从每个目标当前的备选杀伤链（含时序的打击方案）中构建含时序的异构杀伤网，得到局部最优杀伤网。
3. 求解子问题：计算尚未选择的杀伤链（含时序的打击方案）对当前异构杀伤网是否有改进潜力，依此判断局部最优杀伤网是否还具有优化空间，列生成子问题求解的过程调用了算法三。
4. 步骤三的结果分为可以改进与不可改进两种情况。如果存在具有对当前杀伤网具有改进潜力的打击方案，则将该方案加入到备选中，回到步骤二接待求解。否则进入步骤五。
5. 算法逐步改进可行解，可依据无改进方案或其他符合实际作战需求的终止条件作为列生成算法的终止条件。

上述流程步骤中的原模型即线性化模型，列生成主问题的形式可以使用下面的数学模型表述：

其中即为第次迭代后的备选杀伤链集合，其依然要满足之前提到的每个目标的杀伤链约束。

列生成方法使用范围是线性规划，因此需要计算该问题的松弛模型，其数学表述如下：

如果考虑这个问题的列生成子问题，就需要从对偶问题的多个不同的行中选择出一列Reduced cost < 0 的一列，而如果分别记录上面约束对应的对偶变量为

则对偶问题的一个约束（对应原问题的一个变量，即 ，即对目标的一种打击方案。可以被写为：

因此列生成子问题的判断依据就是对于一个给定的目标，计算是否存在

由于该形式能够对目标进行分离，因此每次迭代步骤中可以求解个互不影响的子问题，由于这些子问题并没有相互影响，可以进行并行计算，并且在依此求解子问题步骤中可以同时检验个目标，上述两个原因保证了算法具有较好的计算性能。

对于子问题的求解，将的定义代入，可以得到第个目标的子问题形式为：

命题：目标函数可以转化为下面的形式

且这个函数是凸函数。

证明：转化只需要将视为一个变量，系数替换为即可。

而对于上述函数，考虑

它的海森矩阵中的每一项为

因此可以得到：

文本

低可信度描述已自动生成

假设

则海森矩阵为：

因为海森矩阵是秩一矩阵，所以目标函数是凸函数。

证毕。

在子问题是凸问题的基础上，可以采用分支定界、外逼近等方法来对问题进行求解，其具体求解细节在此不再赘述，过程中应用了一些适合此问题的加速求解方法，但整体而言是比较成熟的求解凸问题的求解流程。

**基于上述数学证明与实验结果，完成了对转化后的线性规划模型高效求解技术的突破。其计算效能能够在在平均2.85秒内得到规模为80目标，300资源的算例上的精确解，在1800秒内能够求解的最大规模是294个目标和1092个资源，完成了合同的指标。**

1. 实验验证情况

1. **资源全局匹配的整数规划模型算法效果实验**

在仿真模拟中，共设计一个随机生成的测试集，测试集包含合同要求的数据规模，并对更大规模的问题进行了考察

**参数设置**

（1）算例规模参数设置

合同要求计算300目标与300资源的条件下，根据目标与资源的比例，并真实的作战资源配比，按照

**目标：指控：雷达：发射车：弹药 = 26：1：1：4：20**

的资源配比进行设置。其中发射车与总资源的比例为1：1，与合同要求的300：300 =1：1相同。

同时假设整体的作战时间为1000秒，来袭目标假设随机分布在1000秒的作战时间内，每次决策时考虑时间为200秒，在决策过程内设置13个计算时点：

且每5秒进行一次重新决策。

根据不同的大小规模设置不同的算例，如下：

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 类型 | 目标 | 雷达 | 发射车 | 弹药 | 资源总数 |
| 1 | 26 | 1 | 1 | 4 | 26 |
| 2 | 52 | 2 | 2 | 8 | 52 |
| 3 | 78 | 3 | 3 | 12 | 78 |
| 4 | 104 | 4 | 4 | 16 | 104 |
| 5 | 156 | 6 | 6 | 24 | 156 |
| 6 | 208 | 8 | 8 | 32 | 208 |
| 7 | 312 | 12 | 12 | 48 | 312 |
| 8 | 364 | 14 | 14 | 56 | 364 |
| 9 | 468 | 18 | 18 | 72 | 468 |
| 10 | 598 | 23 | 23 | 92 | 598 |
| 11 | 728 | 28 | 28 | 112 | 728 |
| 12 | 1092 | 42 | 42 | 168 | 1092 |

根据武器资源特点与合同要求，设置目标与作战资源比例为：

共有12种不同的规模类型，其中类型7与合同规模要求相近

（2）杀伤概率与目标威胁值设置

为杀伤概率最大值，为杀伤概率最小值。所有链的杀伤概率为在到之间均匀分布的随机数。

为目标威胁值的最大值， 为目标威胁值的最小值。所有目标的威胁值设定为在 到 之间均匀分布的随机整数。首先生成目标可打击窗口，先设置在10-60秒的打击窗口长度，再将打击窗口随机设置在整体的作战时间中。给定目标与雷达后的可探测窗口依照目标可打击窗口结束往前倒推进行随机设置，设置为10-100秒的随机窗口。

（3）随机数设置

针对上述算例规模，每种计算规模随机采样30组，最终共产生360组随机算例。

**结果评价指标：**

（1）**算法的计算时间**

使用整数规划算法计算时间被记为，我们将对比在不同的规模下，算法的执行时间，确保该计算指标能够覆盖合同要求的规模。

（2）**算法的杀伤能力指标**

由于考虑时序后，算法从更加全局的角度对问题进行计算，因此希望算法能够比不考虑时序的问题效果更好，因此我们关注的是包含时序的异构作战资源杀伤网相比于不考虑时序的杀伤网构建算法作战效能的提升程度。我们采用以下公式来衡量两种算法所获得方案对应的优化指标的差异比例：

其中， 和 分别表示包含时序的异构作战资源杀伤网和不考虑时序的杀伤网构建算法所得到的方案的优化指标值。其中优化目标指的是从整体的角度考虑，针对目标的毁伤概率、整体的花费与作战时间的加权比较。

仿真结果：

（1）计算时间

不同规模的计算结果如下：

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 类型 | 目标 | 雷达 | 发射车 | 弹药 | 资源总数 | 计算时间(s) |
| 1 | 26 | 1 | 1 | 4 | 26 | 0.95 |
| 2 | 52 | 2 | 2 | 8 | 52 | 1.13 |
| 3 | 78 | 3 | 3 | 12 | 78 | 2.52 |
| 4 | 104 | 4 | 4 | 16 | 104 | 4.11 |
| 5 | 156 | 6 | 6 | 24 | 156 | 8.80 |
| 6 | 208 | 8 | 8 | 32 | 208 | 12.19 |
| 7 | 312 | 12 | 12 | 48 | 312 | 33.11 |
| 8 | 364 | 14 | 14 | 56 | 364 | 54.03 |
| 9 | 468 | 18 | 18 | 72 | 468 | 77.26 |
| 10 | 598 | 23 | 23 | 92 | 598 | 100.48 |
| 11 | 728 | 28 | 28 | 112 | 728 | 1450.77 |
| 12 | 1092 | 42 | 42 | 168 | 1092 | 2801.06 |

合同要求规模与类型7接近（要求为300资源300目标，类型四为312资源，312目标，在上表中标红），**在这个规模下，问题的平均求解时间为33.11秒，在生成的360个算例中最慢计算时间为42.48秒，能够满足在60秒内求得解的合同要求。**

（2）算法的杀伤能力指标

在这360个算例中，统计了算法的效能提升，其中设置毁伤概率，打击花费、作战时间的权重分别为0.6，0.3，0.1，根据不同的提升区间得到如下数据：

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| 提升比例区间 | 算例个数 | 占比 |
| [30%, +] | 23 | 6.39% |
| [25%, 30%) | 63 | 17.50% |
| [20%,25%) | 107 | 29.72% |
| [15%,20%) | 136 | 37.78% |
| [0,15%) | 31 | 8.61% |

在360个算例上，有91.39%的案例显示出算法的提升比例超过了15%，平均的提升比例为23.1%，最大的提升比例为52.4%。合同要求的提升比例为15%，从平均提升的角度而言，**算法效果提升了23.1%，能够满足合同的要求。**值得指出的是，虽然有部分方法提升效果不高，并非新算法的效果能力不足，而是在一些简单的场景下，使用局部方法不考虑时序已经能够达到比较好的结果，因此无法再得到进一步的提升。

**实验结果**

多准则策略和时序约束下的异构作战资源杀伤网构建问题的运筹优化数学描述模型与求解算法能够在**效率与有效性**两个角度实现合同目标。

1. 技术指标实现情况

**指标名称：杀伤网时序运筹优化求解算法**

**合同要求的技术指标**：异构资源杀伤网运筹优化时间不超过60秒，相比无时序优化的杀伤网构建方法效能提升15%

**实际给出的技术指标**：异构资源杀伤网运筹优化平均求解时间为**33.11秒**，**最慢计算时间为42.48秒，**算法效果平均提升了23.1%。

**测试条件**：通过专家评审方式进行考核。

**结论：**已完成

三、取得的主要成果及应用前景分析

（一）项目主要成果

1. **体系资源全局优化的整数规划研究报告**

（1）成果介绍

建立多准则策略和时序约束下的异构作战资源杀伤网构建问题的数学描述。对防空反导体系作战环境进行特征提取，对作战资源进行能力表征，建立体系资源全局优化的整数规划理论并设计求解算法。

（2）先进性/创新性介绍

针对具体应用场景，创造了包含时序的多准则策略和时序约束下的异构作战资源杀伤网模型，并将学界最新的针对想改资源匹配问题的模型线性化技术应用到数学建模过程中，提供了便于求解的整数线性规划模型。在该模型中，结合多种战场资源，设计了包含雷达、指控发射车、弹药等多个资源的复杂资源匹配模型，针对来袭目标设计包含时序的异构资源杀伤网，根据真实作战需求实现效能最大化。

（二）成果应用情况及转化应用设想

1.成果已转化应用情况

本项目的求解结果主要用于辅助进行作战智能决策，能够在规定的时间内，实现问题的求解，在360个仿真场景上，有91.39%的案例显示出算法的提升比例超过了15%，平均的提升比例为23.1%，最大的提升比例为52.4%。合同要求的提升比例为15%，从平均提升的角度而言，算法效果提升了23.1%。

1. 成果转化应用设想

暂无

* 1. 组织管理情况

（一）协作情况

（二）组织管理措施

（1）建立目标明确的项目管理制度

项目实施中秉承“应用驱动创新”的基本理念，明确项目的研究内容、研究进度、考核指标、预算安排、财务审计等责任和义务。

（2）建立定期交流机制

为了加强项目内部信息流通，项目设立定期例会制度，确保课题负责人和相关实施同学每个月至少交流一次，同时也明确负责人的指导责任。

（三）组织管理经验：

（1）建议明确项目责任，项目任务指派到人。

（2）建议定期沟通交流，保障内部信息流畅。

（四）经费使用情况

经费使用情况

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| 经费类别 | | 2022年 | 2023年 | 合计 |
| 投入 | 合同价款 | 18.00 | 42.00 | 60.00 |
| 合同经费到位 | 0.00 | 36.00 | 36.00 |
| 其它投入 | 0.00 | 0.00 | 0.00 |
| 支出合计 | | 0.00 | 31.45 | 31.45 |

五、经验、问题及建议

（一）主要经验

在本项目中，与主承研单位开展深度合作，在数学模型上进行沟通与讨论，共同发展，相互促进，最终有效完成了合同要求，实现了计算效能的对比。

同时，实验室在相关领域有多年积累，拥有自研求解器CMIP，在项目开展的过程中，有效地将积累转化为对应的方法，完成了有效的算法设计。

（二）存在问题

在项目执行过程中无问题

（三）建议

此项目无相关后续建议

六、文档、资料归档情况

按照合同要求，结合研究过程中形成的优质研究成果，本项目将完成10份文档资料归档。

表 x 归档文件清单

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **序号** | **归档文件** | **序号** | **归档文件** |
|  | 异构资源杀伤网运筹优化问题研究报告 |  |  |

七、固定资产管理情况

无固定资产

1. 知识产权申报情况

无相关的知识产权申报情况

1. 国际合作情况

无相关的国际合作情况

1. 人才培养情况