Physics 物理

目录

1 Mechanics 力学

1.1 力学之描述——运动方程

(对于 s 个自由度的系统,)
广义坐标: 完全刻画其位置的任意 s 个变量 $q_1, q_2, \cdots, q_s$
广义速度: 广义坐标对时间的一阶导 $\dot{q}_1, \dot{q}_2, \cdots, \dot{q}_s$
· 经验表明, 同时给定广义坐标、广义速度, 就可确定系统状态, 原则上可预测以后动作.(其中, 加速度 $\ddot{q}$, 可由 $\dot{q}, q$ 唯一确定.)
运动方程: 加速度与坐标、速度的关系式. (二阶微分方程, 原则上积分得 q(t) 可确定系统运动轨迹.)
Lagrange 函数: 每一个力学系统可以用一个确定函数 L() 表征.

$$L(q_1, q_2, \cdots, q_s, \dot{q}_1, \dot{q}_2, \cdots, \dot{q}_s, t)$$

最小作用量原理: 系统在两个时刻的, 位置之间的运动, 使得 Lagrange 函数积分 (作用量 S) 取最小值.

$$S = \int_{t1}^{t2} L(q, \dot{q}, t) dt$$

$$\delta S = \delta \int_{t1}^{t2} L(q, \dot{q}, t) dt = \int_{t1}^{t2} (\frac{\partial L}{\partial q}\delta q + \frac{\partial L}{\partial \dot{q}}\delta \dot{q}) dt = \frac{\partial L}{\partial \dot{q}}\delta q|_{t1}^{t2} + \int_{t1}^{t2} (\frac{\partial L}{\partial q} - \frac{d}{dt}\frac{\partial L}{\partial \dot{q}})\delta q dt = 0$$

Lagrange 方程: 运动微分方程.

$$\Rightarrow \frac{d}{dt}\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} - \frac{\partial L}{\partial q_i} = 0 \quad (i = 1, \ldots, s)$$

1.2 力学之框架——参考系

· 研究力学现象必须选择参考系.
惯性参考系: 空间相对它均匀且各向同性, 时间相对它均匀.(特别的, 某时刻静止的自由物体将永远保持静止.)
$\Rightarrow$ Lagrange 函数不显含 $\vec{r}, t$, 不依赖 $\vec{v}$ 的矢量方向, 即

$$L = L(v^2)$$

$\Rightarrow$ Lagrange 方程有 $\frac{d}{dt}\frac{\partial L}{\partial \vec{v}} = -\frac{\partial L}{\partial \vec{r}} = 0 \Rightarrow \frac{\partial L}{\partial \vec{v}} = const$
惯性定律: 在惯性参考系中, 质点任何自由运动的速度的大小和方向都不改变.

$$\Rightarrow \vec{v} = const$$

1.3 力学之框架——参考系间相对性

Galilean 相对性原理: 存在无穷个相互作匀速直线运动的惯性参考系, 这些惯性系之间时空性质相同, 所有力学规律等价.

(今后不特别声明, 默认惯性参考系.)

Galilean 变换: 两个不同参考系 K、K' 之间的的坐标变换 (K' 相对 K 以速度 $\vec{V}$ 运动).

绝对时间假设: 我们认为两个参考系的时间相同.

$$\begin{cases} \vec{r} = \vec{r}' + \vec{V}t \\ t = t' \end{cases}$$

Galilean 相对性原理: 力学系统在 Galilean 变换下具有不变性.

1.4 力学之对象——质点、质点系

质点: 有质量, 无体积形状的, 理想的点.

质点的 Lagrange 函数:

质量 m:

$$L = \frac{m}{2}v^2$$

质点系:2 个及以上相互作用的质点, 组成的力学系统.

质点系的 Lagrange 函数:

动能 T: **势能 U**: 描述质点之间相互作用, 而增加的关于坐标的函数 (由相互作用性质决定)(限于经典力学).

$$L = \sum \frac{m_i v_i^2}{2} - U(\vec{r}_1, \vec{r}_2, \cdots) = T(v_1^2, v_2^2, \cdots) - U(\vec{r}_1, \vec{r}_2, \cdots)$$

1.5 力学之不变性——守恒定律

1.5.1 能量守恒——时间均匀性

时间均匀性: 封闭系统 Lagrange 函数不显含时间. $\Rightarrow L(\vec{q}, \dot{\vec{q}})$

$$\frac{dL}{dt} = \sum \frac{\partial L}{\partial q_i}\dot{q}_i + \sum \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i}\ddot{q}_i = \sum \frac{d}{dt}(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i}\dot{q}_i) \Rightarrow \frac{d}{dt}(\sum \dot{q}_i \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} - L) = 0$$

能量 E:

$$\Rightarrow E = \sum \dot{q}_i \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} - L = T(q, \dot{q}) + U(q) = const.$$

· 封闭系统、定常外场系统, 即当 Lagrange 函数不显含时间时, 能量守恒成立.

1.5.2 动量守恒——空间均匀性、力

空间均匀性: 空间平移不变性.

$$\delta L = \sum \frac{\partial L}{\partial \vec{r}_i} \cdot \delta \vec{r}_i = \vec{\epsilon} \cdot \sum \frac{\partial L}{\partial \vec{r}_i} = 0 \quad (\forall \vec{\epsilon}) \Rightarrow \sum \frac{\partial L}{\partial \vec{r}_i} = \sum \frac{d}{dt}\frac{\partial L}{\partial \vec{v}_i} = \frac{d}{dt}\sum \frac{\partial L}{\partial \vec{v}_i} = 0$$

动量 $\vec{P}$:

$$\Rightarrow \vec{P} = \sum \frac{\partial L}{\partial \vec{v}_i} = \sum m_i \vec{v}_i = const.$$

力 $\vec{F}$: 动量对时间的一阶导.　封闭系统合外力为零.

$$\Rightarrow \sum \frac{\partial L}{\partial \vec{r}_i} = \sum \vec{F}_i = 0 \quad , \quad \vec{F} = \frac{\partial L}{\partial \vec{r}} = \dot{\vec{P}}$$

广义动量、广义力:

$$P_i = \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i}, \quad F_i = \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} = \dot{P}_i$$

1.5.3 角动量守恒——空间各向同性

空间各向同性: 空间旋转不变性.

$$\begin{aligned} \delta L &= \sum(\tfrac{\partial L}{\partial \vec{r}_i} \cdot \delta\vec{r}_i + \tfrac{\partial L}{\partial \vec{v}_i} \cdot \delta\vec{v}_i) = \sum[\dot{\vec{P}}_i \cdot (\delta\vec{\varphi} \times \vec{r}_i) + \vec{P}_i \cdot (\delta\vec{\varphi} \times \vec{v}_i)] = \delta\vec{\varphi} \cdot \sum(\vec{r}_i\dot{\vec{P}}_i + \vec{v}_i\vec{P}_i) \\ &= \delta\vec{\varphi} \cdot \tfrac{d}{dt}\sum \vec{r}_i \times \vec{P}_i = 0 \quad (\forall\vec{\varphi}) \Rightarrow \tfrac{d}{dt}\sum \vec{r}_i \times \vec{P}_i = 0 \end{aligned}$$

角动量 $\vec{M}$**:**

$$\Rightarrow \vec{M} = \sum \vec{r}_i \times \vec{P}_i = const.$$

1.5.4 $E, \vec{P}, \vec{M}$ 参考系间变换

不同惯性参考系中 (K' 相对 K 以速度 $\vec{V}$ 运动)(对于 $\vec{M}$ 且 K' 相对 K 坐标原点相差 $\vec{R}$)

$$\begin{cases} E = \frac{1}{2}\sum m_i(\vec{v}_i + \vec{V})^2 + U = \frac{m_c V^2}{2} + \vec{V} \cdot \sum m_i \vec{v}'_i + \frac{1}{2}\sum m_i v_i'^2 + U = E' + \vec{V} \cdot \vec{P}' + \frac{m_c V^2}{2} \\ \vec{P} = \sum m_i(\vec{v}'_i + \vec{V}) = \sum m_i \vec{v}'_i + \vec{V}\sum m_i = \vec{P}' + \vec{V}\sum m_i \\ \vec{M} = \sum m_i(\vec{r}'_i + \vec{R}) \times (\vec{v}'_i + \vec{V}) = \sum m_i(\vec{r}'_i \times \vec{v}'_i + \vec{R} \times \vec{v}'_i + \vec{r}'_i \times \vec{V} + \vec{R} \times \vec{V}) = \vec{M}' + \vec{R} \times \vec{P}'_c + m_c\vec{r}'_c \times \vec{V} + m_c\vec{R} \times \vec{V} \end{cases}$$

1.6 力学之相似性

* Lagrange 函数乘任意常数, 不会改变运动方程.

$$\vec{r}_i \to \alpha\vec{r}_i, t \to \beta t \Rightarrow \vec{v}_i = \frac{d\vec{r}_i}{dt} \to \frac{\alpha}{\beta}\vec{v}_i, T \to \frac{\alpha^2}{\beta^2}T, U \to \alpha^k U$$

若 $\frac{\alpha^2}{\beta^2} = \alpha^k$, 即 $\beta = \alpha^{1-k/2}$, 则 Lagrange 函数乘 const., 运动方程不变. 前后运动轨迹相似, 只是尺寸不同.
且各力学量之比, 满足:　(l: 轨迹线度)

$$\frac{t'}{t} = (\frac{l'}{l})^{1-k/2}, \frac{v'}{v} = (\frac{l'}{l})^{k/2}, \frac{E'}{E} = (\frac{l'}{l})^k, \frac{M'}{M} = (\frac{l'}{l})^{1+k/2}$$

· 例 1: 均匀力场, 势能与坐标成线性,$\Rightarrow k = 1, \Rightarrow \frac{t'}{t} = \sqrt{\frac{l'}{l}}$, 重力场自由落体, 下落时间平方与初始高度成正比.
· 例 2: Kepler's 第三定律,Newton 引力、Coulomb 力, 势能与两点间距离成反比,$\Rightarrow k = -1, \Rightarrow \frac{t'}{t} = (\frac{l'}{l})^{3/2}$, 轨道运动周期的平方与轨道尺寸的立方成正比.

1.7 力学之对象——质心

质心系:$\exists$ $\vec{V}$ 使得系统相对 K' 静止 ($\vec{P}' = 0$), 且 K' 原点为系统质量中心,K' 即质心系:

$$\vec{V} = \frac{\vec{P}}{\sum m_i} = \frac{\sum m_i \vec{v}_i}{\sum m_i}$$

质心: 质点系的质量中心, 并将质点系 $\Leftrightarrow$ 位于质心的质点.

$$\begin{cases} m_c = \sum m_i \\ \vec{r}_c = \frac{\sum m_i \vec{r}_i}{\sum m_i} \\ \vec{v}_c = \frac{\sum m_i \vec{v}_i}{\sum m_i} \end{cases}$$

质心力学量:
内能 E_{int}: 整体静止的 (质心系内) 力学系统的能量, 包括系统内相对运动动能 + 相互作用势能.

$$\begin{cases} \vec{P}_c = m_c \vec{v}_c \\ E_c = \frac{m_c V^2}{2} + \vec{V} \cdot \vec{P}'|_{\vec{P}'=0} + E_{int} = E_{int} + \frac{m_c v_c^2}{2} \\ \vec{M}_c = \vec{M}' + \vec{R} \times \vec{P}_c' + m_c \vec{r}_c' \times \vec{V} + m_c' \vec{R} \times \vec{V}|_{\vec{P}_c' = \vec{r}_c' = 0, \vec{R} = \vec{r}_c, \vec{V} = \vec{v}_c} = \vec{M}_{int} + \vec{r}_c \times \vec{P}_c \end{cases}$$

质心组合关系: 将质点系分成若干小系, 各小系质心构成新的质点系之质心即为原质点系的质心.

1.8 情景: 一维运动

一维运动, 定常外部条件下,
[0] Lagrange 函数:

$$L = \frac{1}{2} = a(q)\dot{q}^2 - U(x) \quad (CartesianCoord) \Rightarrow L = \frac{m\dot{x}^2}{2} - U(x)$$

[1] 运动不变性——能量守恒: 定常外场下能量守恒, 有

$$E = \frac{\partial L}{\partial \dot{q}}\dot{q} - L = \frac{1}{2}m \cdot 2\dot{x} \cdot \dot{x} - (\frac{m\dot{x}^2}{2} - U(x)) = \frac{m\dot{x}^2}{2} + U(x)$$

[2] 运动方程:

$$\dot{x} = \frac{dx}{dt} = \sqrt{\frac{2}{m}[E - U(x)]} \quad \Rightarrow \quad t = \sqrt{\frac{m}{2}} \int \frac{dx}{\sqrt{E - U(x)}} + const$$

$\because$ 动能恒正, 故运动只能发生在 $U(x) \leqslant E$ 的空间区域.

1.9 情景: 二体问题

二体问题: 两个相互作用的质点, 组成的系统的运动.(相互作用的两个质点的势能仅依赖于它们之间的距离.)
二体问题 Lagrange 函数:

$$L = \frac{m\dot{\vec{r}}_1^2}{2} + \frac{m\dot{\vec{r}}_1^2}{2} - U(|\vec{r}_1 - \vec{r}_2|)$$

核心思想: 将问题分解为**质心运动**和**相对质心运动**, 以质心为原点:

$$m_1\vec{r}_1 + m_2\vec{r}_2 = 0, \quad \vec{r}_{12} = \vec{r}_1 - \vec{r}_2, \quad \Rightarrow \quad \vec{r}_1 = \frac{m_2}{m_1 + m_2}\vec{r}_{12}, \quad \vec{r}_2 = -\frac{m_1}{m_1 + m_2}\vec{r}_{12}$$

$$\Rightarrow L = \frac{m_{12}\dot{\vec{r}}_{12}^2}{2} - U(|\vec{r}_{12}|), \quad m_{12} = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2}$$

$\Rightarrow$" 二体问题" 等效为一个质量 m_{12} 的质点, 在外场 $U(\vec{r}_{12})$ 下的运动, 而分运动 $\vec{r}_1, \vec{r}_2$, 可由 $\vec{r}_{12}$ 分别解出.

1.10 情景: 有心力场

有心力场: 质点势能只与质点到某一固定点的距离有关的外场.
有心力: 始终指向 or 背离与质点到某一固定点的方向，且大小只依赖 r 的力.

$$\vec{F} = -\frac{\partial U(r)}{\partial \vec{r}} = -\frac{dU(r)}{dr}\hat{r}$$

[1] **运动不变性——角动量守恒**: 中心对称外场下 (即势能仅依赖到空间某特定点 (中心) 距离), 系统角动量在任意过中心的轴上投影都守恒.

$$\Rightarrow \vec{M} = \vec{r} \times \vec{P} = const.$$

$\Rightarrow$ 质点运动在垂直于 $\vec{M}$ 的平面内. $\Rightarrow$ 有心力场,**[0] Lagrange 函数**:

$$L = \frac{1}{2}mv^2 - U(r) = \frac{m}{2}(\dot{r}^2 + r^2\dot{\varphi}^2) - U(r)$$

φ 的广义动量:

$$P_\varphi = \frac{\partial L}{\partial \dot{\varphi}} = mr^2\dot{\varphi} \quad , \quad \frac{dP_\varphi}{dt} = \frac{d}{dt}\frac{\partial L}{\partial \dot{\varphi}} = \frac{\partial L}{\partial \varphi}\frac{d\frac{d\varphi}{d\varphi/dt}}{dt} = \frac{\partial L}{\partial \varphi} = 0 \quad , \quad |\vec{M}| = M_z = \sum \frac{\partial L}{\partial \dot{\varphi}} = P_\varphi$$

$$\Rightarrow |\vec{M}| = |\vec{r} \times \vec{P}| = P_\varphi = mr^2\dot{\varphi} = const.$$

Kepler's 第二定律: 质点矢径在相同时间内扫过的面积相等.

$$\Rightarrow M = mr^2\dot{\varphi} = 2m\dot{S}_{sector} = const. \quad \Rightarrow \dot{S}_{sector} = \frac{1}{2}r \cdot rd\varphi = const.$$

[2] **运动不变性——能量守恒**: 定常外场下能量守恒, 有

$$E = \frac{\partial L}{\partial \dot{q}}\dot{q} - L = \frac{m}{2}(\dot{r}^2 + r^2\dot{\varphi}^2) + U(r) = \frac{m\dot{r}^2}{2} + \frac{M^2}{2mr^2} + U(r)$$

[3] **运动方程**:

$$\Rightarrow t = \int \frac{dr}{\sqrt{\frac{2}{m}[E - U(r)] - \frac{M^2}{m^2r^2}}} + const. \quad \varphi = \int \frac{M}{mr^2}dt + const. = \int \frac{M/r^2\ dr}{\sqrt{2m[E - U(r)] - M^2/r^2}} + const.$$

[4] **结果讨论**: 有心力场径向运动, 和一维运动的联系.
等效势能

$$U_{eff} = U(r) + \frac{M^2}{2mr^2}$$

离心势能

$$U_{centrifuge} = \frac{M^2}{2mr^2}$$

运动封闭条件:$\Delta\varphi$ 等于 2π 有理数倍. ($U(r) \propto \frac{1}{r}$, r^2, 则运动始终封闭.)

$$\Delta\varphi = \int_{r_{min}}^{r_{max}} \frac{M/r^2\ dr}{\sqrt{2m[E - U(r)] - M^2/r^2}} + const.$$

1.10.1 1/r 有心势

势能 $U(r) \propto \frac{1}{r}$. eg. 引力场, 库仑电场.

$$U = -\alpha/r$$

[1] 运动方程: 焦点位于原点的圆锥曲线方程. 偏心率 e.

$$\varphi = \int \frac{M/r^2\ dr}{\sqrt{2m(E+\frac{\alpha}{r}) - \frac{M^2}{r^2}}} + C. = \int \frac{-dk}{\sqrt{2mE + \frac{2m\alpha}{M}k - k^2}}|_{k=\frac{M}{r}} + C. = arccos\frac{M/r - m\alpha/M}{\sqrt{2mE + m^2\alpha^2/M^2}} + C.$$

$$\Rightarrow p/r = 1 + e\ cos\varphi \quad , \quad p = \frac{M^2}{m\alpha}, e = \sqrt{1 + \frac{2EM^2}{m\alpha^2}}$$

[2] 结果讨论:

[2.1] $\alpha > 0\ and\ e < 1, E < 0$ **时, 轨道为椭圆** , 半长轴 a: , 半短轴 b: , 周期 T:

$$a = \frac{p}{1-e^2} = \frac{\alpha}{2|E|} \quad , \quad b = \frac{p}{\sqrt{1-e^2}} = \frac{M}{\sqrt{2m|E|}} \quad , \quad T = \frac{2mS_{ellipse}}{M} = \frac{2\pi m \frac{\alpha}{2|E|}\frac{M}{\sqrt{2m|E|}}}{M} = \pi\alpha\sqrt{\frac{m}{2|E|^3}}$$

[2.2] $\alpha > 0\ and\ e = 1, E = 0$ **时, 轨道为抛物线**

[2.3] $\alpha > 0\ and\ e > 1, E > 0$ **时, 轨道为双曲线**

[2.4] $\alpha < 0$ **斥力场时, 轨道为双曲线**

1.11 情景: 小振动

1.11.1 一维小振动

一维小振动:

设系统在势场 q_0 处平衡, 即 $F = -\frac{dU(q)}{dq}|_{q=q_0} = 0$, 当平衡处发生微小偏移至 $q(q \to q_0)$,Taylor 展开,

$$U(q) - U(q_0) = [U(q_0) - U(q_0)] + [\frac{dU(q)}{dq}|_{q=q_0}(q-q_0)] + [\frac{d^2U(q)}{dq^2}|_{q=q_0}\frac{(q-q_0)^2}{2}] + o((q-q_0)^2) \approx \frac{d^2U(q)}{dq^2}|_{q=q_0}\frac{(q-q_0)^2}{2}$$

等效势能:

$$U(x) = -\frac{kx^2}{2} \quad , \quad x = q - q_0 \quad , \quad k = \frac{d^2U(q)}{dq^2}|_{q=q_0}$$

[0]Lagrange 函数:

$$L = T - U = \frac{m\dot{x}^2}{2} - \frac{kx^2}{2}$$

[1] 运动方程: 系统在平衡位置附近作正弦振动.

$$\frac{d}{dt}\frac{\partial L}{\partial \dot{x}} = \frac{\partial L}{\partial x} = \frac{dm\dot{x}}{dt} = -kx \quad \Rightarrow m\ddot{x} = -kx \quad \Rightarrow x = Acos(\omega t + \alpha) \quad , \omega = \sqrt{k/m}$$

[2] 运动不变性——能量守恒:

$$E = \frac{\partial L}{\partial \dot{q}}\dot{q} - L = \frac{m\dot{x}^2}{2} + \frac{kx^2}{2} = \frac{1}{2}m\omega^2A^2$$

1.11.2 一维强迫小振动、共振

强迫振动: 外力下振动系统发生的振动. 对于微小偏移, 强迫力势场,Taylor 展开, 有
强迫力 $F(t)$:

$$U_e(x,t) \approx U_e(0,t) + \frac{\partial U_e}{x}|_{x=0}x = U_e(0,t) + xF(t)$$

[0]Lagrange 函数:

$$L = T - (U_0 + U_e) = \frac{m\dot{x}^2}{2} - \frac{kx^2}{2} + xF(t)$$

[1] 运动方程:

$$\ddot{x} + \omega^2 x = \frac{F(t)}{m}$$

[2] 结果讨论:
[2.1] 若强迫力是正弦函数 $F(t) = fcos(\gamma t + \beta)$

$$\Rightarrow x = A\ cos(\omega t + \alpha) + \frac{f}{m(\omega^2 - \gamma^2)} cos(\gamma t + \beta)$$

[2.2] 共振: 若强迫力是正弦函数, 且 $\gamma = \omega$. 振幅随时间线性增大, 直至不再是小量, 理论不再适用为止.

$$\Rightarrow \lim_{\gamma \to \omega} x = A' cos(\omega t + \alpha) + \frac{ft}{2m\omega} sin(\omega t + \beta)$$

[2.3] 共振附近: 若强迫力是正弦函数, 且 $\gamma = \omega + \epsilon$. 幅度以频率 ϵ 变化 (**拍频**) 的小振动.

$$\Rightarrow x = (A' + B' e^{i\epsilon t}) e^{i\omega t} \quad, A' = Ae^{i\alpha}, B' = Be^{i\beta}, |A' + B' e^{i\epsilon t}| \in \{|A - B|, A + B\}$$

[2.3] 任意强迫力

$$let\ \xi = \dot{x} + i\omega x\ \Rightarrow \dot{\xi} - i\omega\xi = \frac{F(t)}{m}\ \Rightarrow x = \frac{1}{\omega} Im\{\int_0^t \frac{F(t)}{m} e^{-i\omega t} dt + const.\}$$

1.11.3 多自由度小振动

1.12 力学之对象——刚体

刚体: 质点间距离保持不变的质点组成的系统.
角速度 $\vec{\omega}$:
惯性张量:

1.13 力学之对象——理想流体

理想流体: 不可压缩、不计粘性的流体.
· 给定 5 个量: 速度 (v_x, v_y, v_z), 压强 p, 密度 ρ, 可完全确定运动流体的状态. **[1] 运动不变性——质量守恒**区域体流出质量 = 区域封闭面流出质量

$$\Rightarrow \oint \rho\vec{v} \cdot d\vec{f} = -\frac{\partial}{\partial t}\int \rho dV \quad \Rightarrow \int \nabla \cdot (\rho\vec{v}) dV = -\frac{\partial}{\partial t}\int \rho dV \Rightarrow \int (\nabla \cdot (\rho\vec{v}) + \frac{\partial \rho}{\partial t}) dV = 0$$

连续性方程: 质量流流出速率 = 流体密度减少速率

$$\Rightarrow \nabla \cdot (\rho\vec{v}) + \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0$$

质量流密度:

$$\vec{j} = \rho\vec{v}$$

[2] **运动方程**合力:

$$-\oint p d\vec{f} = -\int \nabla p \ dV$$

$$\rho\frac{d\vec{v}}{t} = -\nabla p$$

Euler 方程:

$$\frac{\partial\vec{v}}{\partial t} + (\vec{v}\cdot\nabla)\vec{v} = -\frac{1}{\rho}\nabla p$$

2 Relativity Mechanics 相对论力学

2.1 相对性原理, 相互作用传播速度

相对性原理: 所有物理定律, 在所有惯性参考系中都相同.
· 实验表明, 相对性原理是有效的.
· 实验表明, 瞬时相互作用在自然界不存在, 相互作用的传播需要时间.
相互作用的传播速度, 在所有惯性参考系中都一样 (相对性原理可得). 电动力学中证明, 这个速度是光在真空中的速度.

$$c = 2.998\times 10^8 m/s$$

(取 $c\to\infty$, 即可过渡到经典力学.)

2.2 相对时间

· <1881 年 Michelson-Morley 干涉实验 > 表明, 光速与其传播方向无关. (而按经典力学, 光应在地球速度同方向 (v+c), 比反方向 (v-c) 更快一点.)
⇒Galilean 变换的绝对时间假设 (t=t') 错了. ⇒ 不同参考系, 时间流逝的速度不同.

事件: 由事件发生的位置 (x,y,z) 和时间 (t) 决定.
事件间隔:

$$S_{12} = [(ct_2 - ct_1)^2 - (x_2 - x_1)^2 - (y_2 - y_1)^2 - (z_2 - z_1)^2]^{1/2}$$

⇒ 两个事件的间隔在所有参考系中都一样. 这个不变性, 就是光速不变的数学表示.
固有时: 与物体一同运动的钟所指示的时间.
固有长度: 物体在相对静止参考系内的长度.

2.3 参考系间变换

Lorentz 变换: 参考系间变换

$$x = \frac{x' + Vt'}{\sqrt{1-\frac{V^2}{c^2}}}, \quad y = y', \quad z = z', \quad t = \frac{t' + \frac{V}{c^2}x'}{\sqrt{1-\frac{V^2}{c^2}}}$$

$$\Rightarrow dx = \frac{dx' + Vdt'}{\sqrt{1-\frac{V^2}{c^2}}}, \quad dy = dy', \quad dz = dz', \quad dt = \frac{dt' + \frac{V}{c^2}dx'}{\sqrt{1-\frac{V^2}{c^2}}}$$

速度变换: $\vec{v}=\frac{d\vec{r}}{dt}, \quad v'=\frac{d\vec{r}'}{dt}$

$$\Rightarrow v_x=\frac{v'_x+V}{1+v'_x\frac{V}{c^2}}, \quad v_y=\frac{v'_y\sqrt{1-\frac{V^2}{c^2}}}{1+v'_x\frac{V}{c^2}}, \quad v_z=\frac{v'_z\sqrt{1-\frac{V^2}{c^2}}}{1+v'_x\frac{V}{c^2}}$$

· 例 1: **钟慢**:

· 例 2: **尺缩**:

2.4 力学量

Lagrange 函数:

$$L=-mc^2\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}$$

动量 $\vec{P}$:

$$\vec{P}=\frac{\partial L}{\partial \vec{v}}=(\frac{\partial}{\partial v_x}\hat{v_x},\frac{\partial}{\partial v_y}\hat{v_y},\frac{\partial}{\partial v_z}\hat{v_z})(-mc^2\sqrt{1-\frac{v_x^2+v_y^2+v_z^2}{c^2}})=\frac{m\vec{v}}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$$

力 $\vec{F}$:

$$\vec{F}=\frac{d\vec{P}}{dt}\rightarrow\frac{m}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}\frac{d\vec{v}}{dt}(\vec{F}\perp\vec{v}) \quad or \quad \frac{m}{(1-\frac{v^2}{c^2})^{3/2}}\frac{d\vec{v}}{dt}(\vec{F}\parallel\vec{v})$$

能量 E:

$$E=\sum\dot{q}_i\frac{\partial L}{\partial\dot{q}_i}-L=\vec{P}\cdot\vec{v}-L=\frac{mv^2}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}+mc^2\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}=\frac{mc^2}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$$

静能: $E(v=0)=mc^2$

3 Electromagnetics 电磁学

3.1 电磁场方程

· 事实表明, 粒子同电磁场相互作用的性质, 由粒子电荷 q 所决定.

四维势 A_i**:** **标势** φ**:** **矢势** $\vec{A}$**:**

$$A^i=(\varphi,\vec{A})$$

运动方程:

$$\frac{d\vec{P}}{dt}=-\frac{e}{c}\frac{\partial\vec{A}}{\partial t}-e\nabla\varphi+\frac{e}{c}\vec{v}\times\nabla\times\vec{A}$$

电场强度 $\vec{E}$**:** **磁场强度** $\vec{H}$**:**

$$\begin{cases}\vec{E}=-\frac{1}{c}\frac{\partial\vec{A}}{\partial t}-\nabla\varphi\\ \vec{H}=\nabla\times\vec{A}\end{cases}$$

$$\Rightarrow\frac{d\vec{P}}{dt}=e\vec{E}+\frac{e}{c}\vec{v}\times\vec{H}$$

对 $\vec{E}, \vec{H}$ 取旋散度, 有

Maxwell's 方程组:

$$\begin{cases} \nabla \cdot \vec{E} = 4\pi\rho \\ \nabla \cdot \vec{H} = 0 \\ \nabla \times \vec{E} = -\frac{1}{c}\frac{\partial \vec{H}}{\partial t} \\ \nabla \times \vec{H} = -\frac{1}{c}\frac{\partial \vec{E}}{\partial t} + \frac{4\pi}{c}\vec{j} \end{cases}$$

3.2 特解: 静电场

3.3 特解: 恒磁场

3.4 特解: 真空电磁波

4 Gravitational Field 引力场

5 Quantum Mechanics 量子力学

6 Statistical Mechanics 统计力学