

# Ball Sinking into a Viscous Fluid

Li Ruixiang

liruixiang@zju.edu.cn

## 1 Motion of a Ball Sinking into a Viscous Fluid

一个刚体在液体中的运动由下列的运动方程描述：

$$\begin{aligned}\rho_p V_c \dot{\mathbf{u}}_c &= \rho_f \oint_{\partial S} \boldsymbol{\tau} \cdot \mathbf{n} d\sigma + (\rho_p - \rho_f) V_c \mathbf{g}, \\ I_c \dot{\boldsymbol{\omega}}_c &= \rho_f \oint_{\partial S} \mathbf{r} \times (\boldsymbol{\tau} \cdot \mathbf{n}) d\sigma,\end{aligned}\tag{1}$$

其中  $\rho_p$  是刚体的密度,  $V_c$  是刚体的体积,  $\mathbf{u}_c$  是刚体的质心速度,  $\rho_f$  是流体的密度,  $\boldsymbol{\tau}$  是应力张量,  $\mathbf{n}$  是单位法向量,  $\mathbf{g}$  是重力加速度,  $I_c$  是刚体的转动惯量,  $\boldsymbol{\omega}_c$  是刚体的角速度,  $\mathbf{r}$  是刚体上的点到质心的矢量,  $S$  是刚体的表面. 对于不可压流体, 应力张量  $\boldsymbol{\tau}$  可以表示为

$$\boldsymbol{\tau} = -p\mathbf{I} + \nu(\nabla \mathbf{u} + (\nabla \mathbf{u})^T)$$

## 2 Coupling of the Solid and the Fluid

固液边界的耦合条件为无滑移边界条件, 即液体和固体之间的相对速度为 0. 固体的速度可以表示为平动和转动的合成:

$$\mathbf{u}(x) = \mathbf{u}_c + \boldsymbol{\omega}_c \times (x - x_c),\tag{2}$$