

2-3 組合

※組 合 (組合是挑出來就好, 不用排列)

用 C_k^n 表示從 n 個不同的物品中挑出 k 個不同物品的組合數

($0 \leq k \leq n$), 則

$$C_k^n = \frac{n!}{k! (n-k)!}。$$

※ C_k^n 的性質

(1) $C_0^n = 1$, $C_n^n = 1$ 。

(2) $C_k^n = C_{n-k}^n$ ($0 \leq k \leq n$)。

隨堂練習-----

在 1, 2, 3, 4 之中挑出兩個數的組合有幾種方法? 並寫出所有方法。

隨堂練習-----

試計算以下的組合數：

(1) C_3^7 。

(2) C_2^9 。

(3) C_1^{42} 。

(4) C_6^9 。

例題 1-----

某地舉行議員選舉, 甲、乙、丙、丁、戊 5 人要選出 3 人。問當選人的組合有幾種可能?

隨堂練習-----

承例題 1，(1) 寫出這 10 種組合。(2) 落選人的組合有幾種可能？並寫出所有可能的組合。

例題 2-----

(1) 正 7 邊形有多少條對角線？

(2) 正 n 邊形有多少條對角線？

隨堂練習-----

(1) 平面上有 6 條相異直線，最多會有幾個交點？試畫畫看！

(2) 平面上有 n 條相異直線，最多會有幾個交點？

例題 3-----

將 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 1, 1 排成一行有幾種方法？

隨堂練習-----

在□□□□□□□□之中選出 3 個位置寫 a ，剩下位置再選出 3 個位置寫 b ，最後將剩下的位置寫 c ，有幾種方法？

例題 4-----

某籃球隊共 10 名選手，每場比賽都要挑選其中的 5 名擔任先發球員。但是控球後衛只有甲或乙可勝任，而且這兩人不能同時上場。試問共有多少種先發陣容？

隨堂練習-----

某班排球隊有 12 人，今欲上場比賽。兩名“舉球手”甲、乙需恰有 1 人在場上，3 名“主力攻擊手”丙、丁、戊也需要恰有 2 人在場上，剩下的 3 個位置則由其餘的 7 名球員上場。試問可以有多少種陣容？

例題 5-----

將 $\{a, b, c, d, e, f, g\}$ 分成 2 個非空集合，有多少種方法？

隨堂練習-----

將 $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ 分成兩個集合，但是容許有空集合，有多少種方法？

※重複組合

從 n 種物品中取出 k 個（每種物品都至少有 k 個），物品可以重複出現的組合有 C_k^{n+k-1} 種方法。

例題 6-----

超級市場蘋果、橘子、梨子、芭樂皆堆積如山。小芬一共要買 9 個，則共有多少種買法？

隨堂練習-----

甲、乙、丙三人的手掌中各有若干個一元硬幣（“若干個”可能是“零個”），一共加起來是 10 元。問硬幣的分配有幾種不同的方法？

例題 7-----

試求 $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 9$ 的非負整數解（即 $x_1, x_2, x_3, x_4 \geq 0$ 且皆為整數）共有多少組？

隨堂練習-----

試求 $x_1 + x_2 + x_3 = 10$ 的非負整數解共有多少組？

例題 8-----

試求 $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 9$ 的正整數解共有多少組？

隨堂練習-----

小璿要買 10 杯飲料，店裡有紅茶，綠茶，冬瓜茶和奶茶可選。若每一種飲料至少要買 1 杯，則共有多少種買法？

習作 2-3

1. (1) 寫出集合 $\{1, 2, 3, 4, 5\}$ 中所有含三個元素的部分集合。
(2) 在 1, 2, 3 中選三個數，數字可以重複選，且不需要排列。試列出所有的方法。

2. 平面上任三點不共線的 10 個點，任兩點連線，共可畫出幾條直線？

3. 從 8 位學生中選出 4 位掃地，剩下的再選出 2 位拖地，最後剩下的人倒垃圾，有幾種方法？

4. 將五條相同的蘿蔔塞入 A, B, C, D, E, F, G 這七個坑裡，而且每個坑最多只能有一條蘿蔔，有幾種方法？

5. 超級市場雪碧、可樂、蘋果西打堆積如山，試問：

(1) 若要購買 10 罐，則有多少種買法？

(2) 若要購買 10 罐，且可樂至少 2 罐，雪碧與蘋果西打至少各 1 罐，則 有多少種買法？

6. “客氣推廣委員會”的聚會中，每兩位與會者皆互相握手一次。已知會場上總共互相握手了 1128 次。試問有多少人參加這次聚會？

7. 求不等式 $x+y+z+u \leq 9$ 之正整數解共有幾組？

8. 在正八邊形的八個頂點中任取三點圍成一個三角形。試問總共有多少個直角三角形？

9. 由 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 各一個所形成的九位數中，

(1) 若 1 一定要出現在 2 之前，有幾個這樣的九位數？

(2) 若 1 一定要出現在 2 之前，且 3 一定要出現在 4 之前，有幾個這樣的 九位數？

三、挑戰題

10. 如右圖，在一個 5×8 的方格紙上，試問：

(1) 共有大大小小多少個矩形？

(2) 同時包含 A , B 兩點的矩形共有多少個？

