

3-2 機率的性質

古典機率的定義

設一試驗的樣本空間 S 之元素為有限個。若 S 中每個元素出現的機會均等，則事件 A 發生

的機率 $P(A)$ 為「 A 的元素個數 $n(A)$ 與 S 的元素個數 $n(S)$ 之比」，即 $P(A) = \frac{n(A)}{n(S)}$ 。

例題 1-----

擲一粒公正的骰子（各點出現的機會均等），求下列各事件的機率：

(1)擲出 6 點的機率。

(2)擲出的點數是奇數的機率。 Ans：6,1/6,1/2

隨堂練習-----

一副撲克牌共有 52 張，已知每張被抽出的機會均等，從中抽取一張，求下列各事件發生的機率：

(1)抽到點數「6」的機率。

(2)抽到紅心的機率。

例題 2-----

在下列丟硬幣的試驗中，求下列各事件的機率：

(1)丟一個硬幣兩次，出現一正面一反面。

(2)丟一個硬幣三次，三次中恰出現兩次正面。 Ans：1/2,3/8

隨堂練習-----

甲、乙兩人以「剪刀、石頭、布」猜拳．求

(1)兩人平手的機率．

(2)甲贏的機率．

例題 3-----

袋中有 5 個大小相同的球，其中紅球 3 個，白球 2 個．

(1)從中任取一球，求取到紅球的機率．

(2)取一球後不放回，再取一球，求兩球都是紅 球的機率．

(3)從中同時取出兩球，求兩球都是紅球的機率． Ans：3/5,3/10,3/10

隨堂練習-----

袋中有 5 個大小相同的球，其中紅球 3 個，白球 2 個．

(1)取一球後不放回，再取一球，求兩球是 1 紅球 1 白球的機率．

(2)從袋中同時取出兩球，求兩球是 1 紅球 1 白球的機率．

例題 4-----

同時丟兩個硬幣，求出現一正面一反面的機率． Ans：1/2

隨堂練習-----

同時丟三個硬幣，求

- (1)三個都出現正面的機率．
 - (2)三個硬幣中恰有兩個反面的機率．
-

例題 5-----

同時擲兩粒骰子，觀察所出現的點數和，求

- (1)點數和是 9 的機率．
 - (2)點數和是 7 的機率．
-

隨堂練習-----

同時擲兩粒骰子，觀察所出現的點數，求

- (1)恰有一個出現 5 點的機率。
(2)點數差是 1 的機率。
-

機率的性質

設 S 為一試驗的樣本空間：

- (1) $P(\emptyset) = 0$, $P(S) = 1$.
(2) 對任意事件 A , $0 \leq P(A) \leq 1$.
(3) 若 A, B 為兩事件，則 $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$.

特別地，若 A, B 為互斥事件（即 $A \cap B = \emptyset$ ），則 $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$

隨堂練習-----

已知三事件 A, B 與 C 兩兩互斥，且 $P(A) = \frac{1}{2}$, $P(B) = \frac{3}{10}$, $P(C) = \frac{1}{30}$ ，求下列各值：

- (1) $P(A \cup B)$. (2) $P(A \cup B \cup C)$.
-

例題 6-----

已知在 10 件產品中，有 4 件是瑕疵品．今從中任取三件，求

(1)最多只取到一件瑕疵品的機率．

(2)三件中至少有一件瑕疵品的機率． Ans：2/3,5/6

隨堂練習-----

老師從 4 名男生 2 名女生中，隨機指派 3 人參加班際辯論賽．3 名辯士中有男生也有女生的機率是多少？

| |
|--|
| 若 A' 是事件 A 的餘事件，則 $P(A) = 1 - P(A')$ ． |
|--|

例題 7-----

甲、乙兩人各從 1 到 9 的整數中任選三個相異數，求兩人所選的數中至少有一數相同的機率．

Ans：16/21

隨堂練習-----

求任 4 人中至少有兩人在同一月份出生的機率．

例題 8-----

同時擲三粒骰子，求下列事件的機率：

(1)三粒骰子的點數均不相同的機率．

(2)恰有兩粒骰子點數相同的機率． Ans：5/9,5/12

隨堂練習-----

同時擲 4 粒骰子，求出現兩個 1 點和兩個 6 點的機率．

例題 9-----

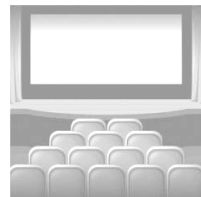
甲、乙、丙三所高中的一年級分別有 3、4、5 個班級．從這 12 個班級中隨機選取一班參加國文抽考，再從未被抽中的 11 個班級中隨機選取一班參加英文抽考．求下列各機率：

(1)參加抽考的兩個班級在同一所學校．

(2)參加抽考的兩個班級不在同一所學校． A：19/66,47/66

隨堂練習

遊樂場的 4D 動感影城的座位安排是：第一排 2 個，第二排 3 個，第三排 4 個，第四排 5 個，如右圖所示．今從中任選兩個座位，求這兩個座位不在同一排的機率．

**3-2 習題****一、基礎題**

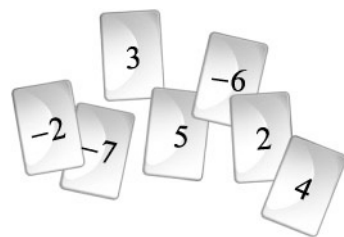
- 下列各事件發生的機率中，何者為 $\frac{1}{2}$?
 - 丟 1 個硬幣，出現正面的機率
 - 丟 1 個硬幣兩次，出現一正一反的機率
 - 同時丟 2 個硬幣，出現一正一反的機率
 - 丟 1 個硬幣四次，出現二正二反的機率
 - 同時丟 4 個硬幣，出現二正二反的機率．
- 擲一粒骰子兩次，求(1)兩次的點數相同的機率． (2)第一次點數大於第二次點數的機率．
- 同時擲三粒骰子，求(1)至少出現一粒 6 點的機率．(2)點數和為 9 的機率．
- 丟一個硬幣四次，求(1)恰出現三次正面的機率．(2)至少出現兩次正面的機率．
- 已知編號 1 到 10 的十盞路燈中，有三盞路燈是故障的，求編號 3 與編號 5 都是故障的機率．

6. 求任三人中所屬的星座（有 12 個星座）都不同的機率。

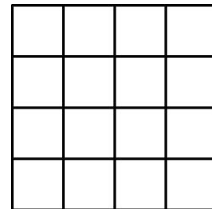
二、進階題

7. 甲、乙、丙三人同時猜拳「剪刀、石頭、布」時，三人平手的機率是多少？

8. 在 7 張卡片中，有 4 張正數和 3 張負數。從中任取 2 張作乘法練習，其乘積是正數的機率為多少？



9. 在右圖的棋盤方格中，隨機選取兩個格子，求選出的兩個格子不在同一行的機率。（有無同列無所謂）



10. 美美申辦提款卡時，依銀行規定須自訂四個阿拉伯數字排成一組密碼，某天美美欲提款時發現她忘了正確密碼，只記得是由 1, 3, 5, 7 四個數字排成的，

(1)她一次就猜對的機率是多少？

(2)提款機設定當輸入的密碼錯誤達三次時，會沒收該提款卡。美美嘗試輸入不同密碼，則她的提款卡會被沒收的機率是多少？

11. 袋中有 5 個白球和數個黑球。今從袋中一次取出兩球，已知此兩球同為白球的機率是 $\frac{2}{21}$ 。

試問袋中有幾個黑球？