

4-1 一維數據分析

一維數據是指只有一個變數的數據。例如：身高，體重，數學成績，產量等。

※算術平均數（ μ 來表示一群數據的算術平均數）

數據 x_1, x_2, \dots, x_n 的算術平均數是

$$\mu = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n}。$$

例題 1-----

經調查鎮西堡第二區神木群的 11 棵神木，其樹齡分別約為 1600，2000，

1800，2400，2500，2000，2000，2000，1500，1000，2100 年，求神木之平均樹齡是多少？

（資料來源：行政院 農業委員會 林務局）

解

隨堂練習-----

2012 年 7 月 10 日，臺北市氣溫創下有觀測紀錄以來第四高溫。下表為該日 12 個觀測時

間所測得的溫度，求這 12 個觀測時間的平均溫度？（取到小數點後第二位）

時間（時）	01	03	05	07	09	11	13	15	17	19	21	23
溫度（℃）	29.6	29	29	29.5	32.4	36.1	37.4	36.3	34.9	33.2	31.6	30.3

（資料來源：交通部 中央氣象局）

※加權平均數

當各數據所占比重不相同時，適合用加權平均數。

設有 k 個數值 x_1, x_2, \dots, x_k ，其對應的權數分別為 w_1, w_2, \dots, w_k ，則加權平均數為

$$W = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i \times w_i)}{w_i}。$$

數值	權數
x_1	w_1
x_2	w_2
x_3	w_3
\vdots	\vdots
x_k	w_k

例題 2-----

小芬參加某系的申請入學。她學測成績國文、英文、數學、社會、自然分別為 13、13、15、14、14 級分。已知小芬通過第一階段篩選，且筆試一 70 分、筆試二 80 分。試問小芬收到成績單上的分數為多少分？

××大學××系		學科能力測驗篩選方式			甄選總成績採計方式及占總成績比例				
		第一階段			第二階段				
		科目	檢定	篩選倍率	學測成績採計方式	占甄選總成績比例	指定項目	檢定	占甄選總成績比例
校系代碼	005566	國文	—	—	* 1.00	15 %	筆試一	—	45 %
招生名額	40	英文	均標	—	* 1.00		筆試二	—	40 %
性別要求	無	數學	前標	3	* 2.00				
預計甄試人數	120	社會	—	—	—				
原住民外加名額	1	自然	—	—	* 1.00				
離島外加名額	無	總級分	—	5	—				

解

()

隨堂練習

小璿參加跳水比賽，成績算法如上述。試問他得到幾分？

	裁判 1	裁判 2	裁判 3	裁判 4	裁判 5	裁判 6	裁判 7
分數	9	7	7.5	8.5	9	7	8

※幾何平均數

設有數據 x_1, x_2, \dots, x_n (且都是正數)，則幾何平均數 G 為

$$G = \sqrt[n]{x_1 x_2 \cdots x_n}。$$

幾何平均數可以計算怪獸的平均成長倍率，也就是 x_1, x_2, \dots, x_n 的幾何平均數。

例題 3

某都市房價在 2008 年年初每坪是 64000 元，至 2008 年底每坪增加至 80000 元、2009 年底每坪增加至 121000 元，試問：

- (1) 2008 年當年的房價成長率為何？
- (2) 2009 年當年的房價成長率為何？
- (3) 自 2008 年至 2009 年這兩年來，房價每年的平均成長率為何？

隨堂練習-----

承例題 3，若在 2010 年底每坪增加至 175616 元，則自 2008 至 2010 年這三年來，房價每年的平均成長率為何？

※中位數

(記為 Me) 也是一群數據代表值的常用指標。中位數就是將這群數據由小到大排序後，排在正中間位置的數。

設有一群由小到大排列的數據 x_1, x_2, \dots, x_n ，

(1) 若 n 是奇數，則中位數恰為位於正中間的數。即 $Me = x_{\frac{n+1}{2}}$ 。

(2) 若 n 是偶數，則中位數定義為位於中間兩個數的算術平均數。即 $Me = \frac{1}{2}(x_{\frac{n}{2}} + x_{\frac{n}{2}+1})$ 。

※眾數

眾數定義為一群數據中，出現次數最多的數值。

例題 4-----

有一旅遊團成員年齡如下：7，50，5，60，6，6，7，5，7 歲。求年齡之算術平均數及中位數。何者較能代表這群數據？

解

隨堂練習-----

已知某排球隊的六位成員身高分別為 180, 182, 172, 190, 188, 180 公分，試求中位數。

一群數據分散的程度

※變異數、標準差

設一組數據 x_1, x_2, \dots, x_n 之算術平均數為 μ ，則：

定義 x_i 的離均差為 $x_i - \mu$ 。

離均差平方的平均值稱為變異數（記為 σ^2 ）

$$\text{變異數 } \sigma^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \mu)^2 = \frac{1}{n} ((x_1 - \mu)^2 + (x_2 - \mu)^2 + \dots + (x_n - \mu)^2)$$

$$\text{標準差 } \sigma = \sqrt{\sum_{i=1}^n \frac{1}{n} (x_i - \mu)^2} = \sqrt{\frac{1}{n} ((x_1 - \mu)^2 + (x_2 - \mu)^2 + \dots + (x_n - \mu)^2)}$$

例題 4-----

試求 6, 1, 3, 10 這四個數的變異數與標準差。

解

隨堂練習-----

試求 1, 3, 8 這三個數的變異數與標準差。

例題 6

班上組成甲、乙兩讀書小組，成員的成績資料如下：

甲：80, 75, 90, 65, 95, 85, 70 分；

乙：80, 69, 78, 81, 79, 91, 82 分。

試就標準差比較兩組資料分散情形。

隨堂練習

甲、乙兩讀書小組成員的體重資料如下：

甲：49, 53, 52, 50, 47, 51, 48 公斤；

乙：54, 46, 52, 56, 48, 44, 50 公斤。

試問兩組的體重何者較分散？

※變異數、標準差

$$\text{變異數 } \sigma^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i^2 - \mu^2,$$

$$\text{標準差 } \sigma = \sqrt{\sum_{i=1}^n \frac{1}{n} x_i^2 - \mu^2}.$$

例題 7-----

試求數據 1, 2, 3, ..., 49 的變異數。

解

$$\sum_{i=1}^{49} \left(\quad \right)$$

$$\sum_{i=1}^{49} \left(\quad \right)$$

隨堂練習-----

試求數據 1, 2, 3, ..., 10 的變異數。

※平移與伸縮對 σ 與 μ 的影響

設原始資料 x_1, x_2, \dots, x_n 。令 $y_i = ax_i + b, i = 1, 2, \dots, n$, 則：

$$(1) \mu_y = a\mu_x + b,$$

$$(2) \sigma_y = |a|\sigma_x.$$

例題 8-----

國外某一女子排球隊來訪，陣容整齊，九位隊員身高登記分別為

1.73, 1.76, 1.74, 1.71, 1.75, 1.78, 1.76, 1.77, 1.75,

試求平均身高及標準差（以米為單位）。

解

隨堂練習

某年七月分臺北地區的平均氣溫是攝氏 30 度，標準差是攝氏 5 度。若以華氏溫度表示，則平均氣溫與標準差應是多少？

$$\left(\text{華氏 } (^{\circ}\text{F}) = \frac{9}{5} \text{ 攝氏 } (^{\circ}\text{C}) + 32 \right)$$

數據的標準化

已知數據 x_1, x_2, \dots, x_n ，則將此數據先減去算術平均數 μ ，再除以標準差為 σ (設 $\sigma > 0$)，得到

$$z_1, z_2, \dots, z_n, \quad \left(\text{其中 } z_i = \frac{x_i - \mu}{\sigma} \right)$$

此稱為原數據的標準化數據。

例題 9

假設有一組數據的平均數與標準差分別是 $\mu=8$ ， $\sigma=4$ 。將其中的幾個數據 2，12，10，8，6，4，14 標準化後的新數據為何？

隨堂練習-----

已知一組數據的算術平均數 $\mu=10$ 與標準差 $\sigma=5$ 。若其中一個數據為 20，則該數據經過標準化後的新數據為何？

※標準化數據的性質

1.標準化數據的算術平均數為 0，標準差為 1。

2.“ $\frac{x_i - \mu}{\sigma}$ ”字面上的解釋可以說是“ x_i 與算術平均數相距了幾個標準差”。亦即標準化後，可以看出 x_i 在整組數據資料中的相對位置。

3.透過數據標準化，可以比較兩個數值分別在兩組數據間的排序。

例題 10 -----

甲、乙兩校有一樣多人。某次模擬考的成績，甲校平均為 60 分、標準差為 5 分；乙校平均 66 分、標準差為 4 分。小璿在甲校就讀，考了 65 分；小芬在乙校就讀，考了 69 分。試問此次模擬考試誰在學校的排名較前面？

隨堂練習 -----

小璿接到某次期中考的成績單，其中班上數學的算術平均數為 76 分、標準差為 4 分；英文的算術平均數為 65 分、標準差為 5 分。又小璿的數學考 78 分，英文考 70 分。試問此次期中考小璿哪一科的成績排名較佳？

習 題 4-1

1. 試求 1, 4, 5, 7, 8, 9, 10, 12 這 8 個數的算術平均數、中位數、變異數與標準差。
2. 小芬在菜市場裡分別向甲、乙、丙三家攤販購買櫻桃，每家進貨的地點不同，開價也不一樣，甲家每台斤賣 100 元，乙家每台斤賣 150 元，丙家每台斤賣 120 元，小芬分別在甲、乙、丙三家購買 9 台斤、3 台斤、6 台斤。請問她所購買的櫻桃平均價格是每台斤多少錢？

3. 某公司規定新進人員服務滿一年後調薪 21 %，滿第二年後再調薪 44 %。試問這兩年的平均調薪率為何？
4. 已知 7 個數據 476, 485, 479, 482, 494, 488, 491 的算術平均數為 485。試求標準化後的數據。
5. 小璿班上期中考試的算術平均數 75 分、標準差 7 分；期末考試的算術平均數 60 分、標準差 5 分。又小璿期中考試成績是 61 分，期末考試成績是 55 分。試問哪一次考試的班級排名較佳？

二、進階題

6. 有一群數據包含一個 1，兩個 2，三個 3，四個 4，…，十個 10。試求：
(1) 算術平均數。(2) 中位數。(3) 眾數。(4) 標準差。
7. 已知兩組數據如下：
甲：73, 76, 76, 78, 79, 80, 80, 79, 84, 86, 89；
乙：72, 73, 75, 77, 79, 80, 81, 82, 85, 87, 89。
試求這兩組數據的算術平均數及變異數，並比較兩組數據的分散情形？
8. 某公司 9 名員工薪水如下：
17530, 20890, 18010, 18490, 19930, 18490, 18970, 19450, 18970 (元)，將以上數據減去 17050 後再除 480，得數據如下：1, 8, 2, 3, 6, 3, 4, 5, 4，
則：(1) 新數據的算術平均數及標準差為何？
(2) 公司員工薪水的算術平均數及標準差為何？
9. 將高一某班分成甲、乙兩組。某次測驗，甲組 20 位同學之平均成績為 60 分，標準差為 5 分，乙組 25 位同學之平均成績為 78 分，標準差為 4 分，試問：
(1) 全班 45 位同學此次測驗之平均成績為多少？
(2) 全班 45 位同學此次測驗之標準差為多少？