

钟锡华 光学基础

现代光学基础(《钟锡华》)

第一章 费马原理与变折射率光学

§1.1 惠更斯原理

光扰动同时到达的空间曲面被称为波面或波前，波前上的每一点可以被看作一个新的扰动中心，称其为子波源，或次波源，次波源向四周激发次波；下一时刻的波前应当是这些大量次波面的公共切面，也称其为包络面；次波中心与其次波面上的那个切点的连线方向，给出了该处光传播的方向，亦即光射线方向。

§1.2 折射率

$$n_1 \sin i_1 = n_2 \sin i_2$$

介质折射率随波长增加而减小。

由 $n = \frac{c}{v}$ 得

$$\sin i \propto v \propto \frac{1}{n} (\propto \lambda)$$

同一谱线的光波在不同介质中虽然有不同的速度，但其频率不变，均等于真空中光频 $f=f_0$ 。

§1.3 光程

定义：光线路径的几何长度与所经过的介质折射率的乘积，称为光程。

由光程求相位差 $\psi(P) - \psi(Q) = -\frac{2\pi}{\lambda_0} L(QP)$ 负号代表 P 点相位落后于 Q

由光程求时差 $t_P - t_Q = \frac{1}{c} L(QP)$

§1.4 费马原理

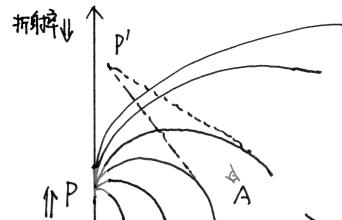
内容：光线沿光程为平稳值的路径而传播，即 $\int_{Q_0}^P n(\vec{r}) ds = \text{常数}$

数学表达式 $s L(c) = s \int_{Q_0}^P n(\vec{r}) ds = 0$

§1.5 自然变折射率(温度)

海市蜃楼

高度越高，温度上升，折射率变小。



§1.6 光线方程

$$\frac{dy}{dx} = \frac{1}{2n_0 \sin 30^\circ} \cdot \frac{d(n^2)}{dy} \quad (\text{可自推})$$

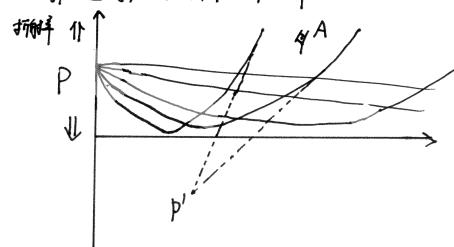
§1.7 可见光

波长范围:	380nm - 780nm.	160
红光:	780nm - 620nm.	160
橙光:	620nm - 600nm.	20
黄光:	600nm - 580nm	20
绿光:	580nm - 500nm.	80
蓝光:	500nm - 450nm.	50
紫光:	450nm - 380nm.	70



沙洲神泉

高度越高，温度下降，折射率变大



第二章. 波动光学引论

§2.1 光是一种电磁波

主要电磁性质:

$$(1) \begin{cases} \nabla^2 \vec{E} - \epsilon_0 \mu_0 \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = 0 \\ \nabla^2 \vec{H} - \epsilon_0 \mu_0 \frac{\partial^2 \vec{H}}{\partial t^2} = 0 \end{cases}$$

$$\text{传播速度 } v = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}} \text{ 得 } C = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}}. n = \frac{C}{v} = \sqrt{\epsilon \mu}$$

(2) 电磁波函数

$$\vec{E}(\vec{r}, t) = \vec{E}_0 \cos(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r} + \varphi_E)$$

$$\vec{H}(\vec{r}, t) = \vec{H}_0 \cos(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r} + \varphi_H)$$

其中 \vec{k} 称为波矢

(3) 光是横波

由于 $\nabla \cdot \vec{E} = 0, \nabla \cdot \vec{H} = 0$ 得 $\vec{E} \perp \vec{k}, \vec{H} \perp \vec{k}$

(5) 电场与磁场之间存在正交性和同步性.

$$\vec{H} \perp \vec{E}, \varphi_H = \varphi_E, \sqrt{\mu_0 \epsilon_0} H_0 = \sqrt{\epsilon_0} E_0$$

(6) 坡印亭矢量

电磁波能量密度矢量: $\vec{S}(\vec{r}, t) = \vec{E}(\vec{r}, t) \times \vec{H}(\vec{r}, t)$ 称坡印亭矢量

(7) 光强

$$\bar{S} = \frac{1}{T} \int_0^T |\vec{E} \times \vec{H}| dt = \frac{1}{T} \int_0^T EH dt = \frac{1}{2} E_0 H_0 = \frac{1}{2} \sqrt{\epsilon_0 \mu_0} E_0^2$$

$$\text{得 } I = \frac{1}{2} \sqrt{\epsilon_0 \mu_0} n E_0^2 \propto n E_0^2 \text{ 记 } I = n E_0^2$$

(8) 自然光的偏振结构

自然光是大量的、不同取向的、彼此无关的、无特殊优越取向的线偏振光的集合.

$$I_x = I_y = \frac{1}{2} I, \text{ 且两正交分量无确定相位差.}$$

§2.2 定态光波. 复振幅描述

定态光波: 频率单一, 振幅稳定.

定态光波的标量表示: $U(P, t) = A(P) \cos(\omega t - \varphi(P))$

$$\text{复数表示: } \tilde{U}(P, t) = A(P) e^{-i(\omega t - \varphi(P))}$$

以下为具体光波表示方法:

平面简谐波: $U(\vec{r}, t) = A \cos(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r} - \varphi_0)$

$$\tilde{U}(\vec{r}, t) = A e^{i\vec{k} \cdot \vec{r}} \cdot e^{-i\omega t} (\text{设 } \varphi_0 = 0)$$

球面简谐波: $U(\vec{r}, t) = \frac{a_1}{r} \cos(\omega t - kr - \varphi_0)$

$$\tilde{U}(\vec{r}, t) = \frac{a_1}{r} e^{ikr} \cdot e^{-i\omega t} (\text{设 } \varphi_0 = 0)$$

柱面简谐波: $U(r, t) = \frac{b_1}{\sqrt{r}} \cos(\omega t - kr - \varphi_0)$

$$\tilde{U}(r, t) = \frac{b_1}{\sqrt{r}} e^{ikr} \cdot e^{-i\omega t} (\text{设 } \varphi_0 = 0)$$

引入复振幅, 定义为: $\tilde{U}(P) = A(P) \cdot e^{i\varphi(P)}$ (去掉除 $e^{-i\omega t}$ 部分)

平面复振幅 $\tilde{U}(P) = A e^{i\vec{k} \cdot \vec{r}} = A \exp[i(k_x x + k_y y + k_z z)] = A \exp[ik(\cos \alpha \cdot x + \cos \beta \cdot y + \cos \gamma \cdot z)]$

特点: ①常数振幅 ②线性相因子系数 \Rightarrow 传播方向 $(k_x, k_y, k_z) \sqrt{k_x^2 + k_y^2 + k_z^2} = k = \frac{2\pi}{\lambda}$

球面波复振幅

(1) 发散球面波

$$\tilde{U}(P) = \frac{a_1}{r} e^{ikr} = \frac{a_1}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}} e^{ik\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}}$$

(2) 会聚球面波

$$\tilde{U}(P) = \frac{a_1}{r} e^{-ikr} = \frac{a_1}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}} e^{-ik\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}}$$

(3) 对于轴外点源

$$\tilde{U}(P) = \frac{a_1}{r} e^{i\vec{k} \cdot \vec{r}} \quad \text{其中 } r = \sqrt{(x-x_0)^2 + (y-y_0)^2 + (z-z_0)^2}, (x, y, z) \text{ 为场点, } (x_0, y_0, z_0) \text{ 为 } \vec{k} \text{ 的基点}$$

光强与振幅的关系: $I(P) = U(P)^* U(P) = A^2(P)$

§2.3 波前函数

波前与接收平面直接打交道的光场 $\tilde{U}(x, y)$, 也称为波前函数

平面波 $\vec{k} = (k \sin \theta, 0, k \cos \theta)$ 在 $z=0$ 平面上的波前函数

$$\tilde{U}_1(x, y) = A e^{ikx \sin \theta}$$

$$\text{关轭波前 } \tilde{U}_2(x, y) = \tilde{U}_1^*(x, y) = A e^{-ikx \sin \theta} = A e^{ik(x \cos \theta - y \sin \theta)}$$

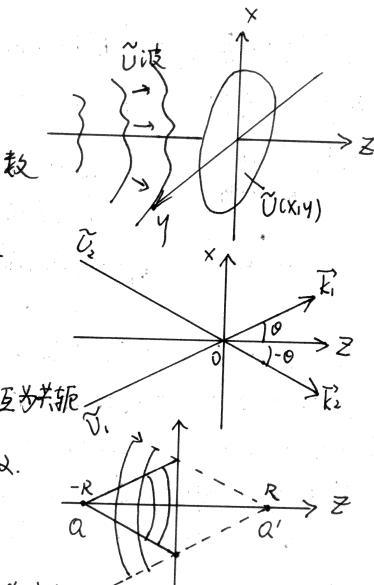
若无特殊说明, k_z 总为正. 一对波矢以 z 轴为对称的平面波互为关轭

球面波由 $Q = (0, 0, -R)$ 发出, 发散球面波, 在 $z=0$ 平面上的波前函数.

$$\tilde{U}_3(x, y) = \frac{a_1}{r} e^{ikr} \quad \text{其中 } r = \sqrt{x^2 + y^2 + R^2}$$

$$\text{关轭波前 } \tilde{U}_4(x, y) = \tilde{U}_3^*(x, y) = \frac{a_1}{r} e^{-ikr} \quad \text{其中 } r = \sqrt{x^2 + y^2 + R^2} \quad P'Q' = (0, 0, R)$$

由于 k_z 总为正, 因此凡以 xy 面为镜像对称的一对点源, 它们的波前函数关轭



§2.4 球面波向平面波的转化

① 僮束条件(振幅条件) — $Z^2 > P^2$

② 远场条件(相位条件) — $Z\lambda > P^2$

§2.5 光波干涉论

波叠加原理 $U(P,t) = U_1(P,t) + U_2(P,t)$

相干叠加 $I(P) = I_1(P) + I_2(P) + \Delta I(P)$

非相干叠加 $I(P) = I_1(P) + I_2(P)$

相干条件: (1) 振动方向一致或有指向一致的平行振动分量

(2) 频率相同

(3) 场点有稳定的相位差

双光束干涉强度公式: $\tilde{I} = \tilde{I}_1 + \tilde{I}_2$

则 $I(P) = \tilde{U}^*(P) \tilde{U}(P) = (\tilde{U}_1 + \tilde{U}_2)^* (\tilde{U}_1 + \tilde{U}_2) = \tilde{U}_1^* \tilde{U}_1 + \tilde{U}_1^* \tilde{U}_2 + \tilde{U}_2^* \tilde{U}_1 + \tilde{U}_2^* \tilde{U}_2$

$$= A_1^2 + A_2^2 + 2A_1 A_2 \cos \delta(P) = I_m + I_m + 2\sqrt{I_m I_m} \cos \delta(P)$$

干涉场的衬比度: $\gamma = \frac{I_m - I_m}{I_m + I_m}$ 其中 I_m, I_m 分别表示光强极大值和极小值

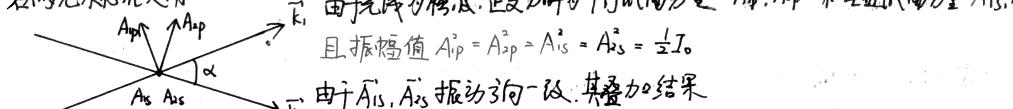
对于双光束干涉场: $I_m = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2}$, $I_m = I_1 + I_2 - 2\sqrt{I_1 I_2}$

$$\text{则 } \gamma = \frac{2\sqrt{I_1 I_2}}{I_1 + I_2} = \frac{\text{几何平均值}}{\text{算术平均值}} (I_1, I_2)$$

注: 对于有非相干部分的双光束, 要分别计算总光强, 不能只计算相干衬比度.

双光束干涉强度公式: $I(P) = I_0 (1 + r \cos \delta(P))$ 其中 $I_0 = I_1 + I_2$. 为双光束光强非相干叠加.

若两光束存在夹角 α .



由光成为横波, 正交分解为平行振动分量 $\vec{A}_{1p}, \vec{A}_{2p}$ 和垂直振动分量 $\vec{A}_{1s}, \vec{A}_{2s}$
且振幅值 $A_{1p}^2 = A_{2p}^2 = A_{1s}^2 = A_{2s}^2 = \frac{1}{2} I_0$.

由 $\vec{A}_{1s}, \vec{A}_{2s}$ 振动方向一致, 共叠加结果

$$I_{ms} = \frac{1}{2} I_0 + \frac{1}{2} I_0 + 2\sqrt{\frac{1}{2} I_0 \times \frac{1}{2} I_0} \cos \alpha = 2 I_0$$

对于 $\vec{A}_{1p}, \vec{A}_{2p}$ 方向不一致, 将 \vec{A}_{1p} 沿 \vec{A}_{1p} 方向分解. $A_{1p}'' = A_{1p} \cdot \cos \alpha$, $A_{1p}' = A_{1p} \cdot \sin \alpha$

$$\text{得 } I_{mp} = \frac{1}{2} I_0 + \frac{1}{2} I_0 \cdot \cos^2 \alpha + 2\sqrt{\frac{1}{2} I_0 \times \frac{1}{2} I_0 \cos^2 \alpha} = \frac{1}{2} I_0 (1 + \cos \alpha)^2$$

$$I_{mp} = \frac{1}{2} I_0 + \frac{1}{2} I_0 \cos^2 \alpha - 2\sqrt{\frac{1}{2} I_0 \times \frac{1}{2} I_0 \cos^2 \alpha} = \frac{1}{2} I_0 (1 - \cos \alpha)^2$$

$$\text{最后, } A_{1p}^2 \text{ 构成均匀背景光 } \bar{I} = \bar{I}_0 + \frac{1}{2} I_0 \sin^2 \alpha + 2\sqrt{(\bar{I}_0 + \frac{1}{2} I_0 \sin^2 \alpha) \times \frac{1}{2} I_0 \sin^2 \alpha} = \frac{1}{2} I_0 \sin^2 \alpha$$

$$I_m = I_{ms} + I_{mp} + \bar{I} = \frac{1}{2} I_0 (6 + 2 \cos \alpha)$$

$$I_m = I_{ms} + I_{mp} + \bar{I} = \frac{1}{2} I_0 (2 - 2 \cos \alpha)$$

$$\text{得 } \gamma = \frac{1}{2} (1 + \cos \alpha) \text{ 随 } \alpha \text{ 增大而减小.}$$

因此, 相干叠加的两个补充条件:

(1) 参与相干叠加的两束光的振幅尽可能接近

(2) 参与相干叠加的两束光传播方向之夹角不要太大

光学线性系统:

(1) 非相干线性系统: 输出面上的光强分布等于输入面上各点原贡献的光强直接相加.

$$\text{即 } I(P) = \sum I_i(P)$$

(2) 相干线性系统: 输出面上的光强分布等于输入面上各点原贡献的光强的直接相加.

$$\text{即 } \tilde{I}(P) = \sum \tilde{I}_i(P)$$

§2.6 两个点源的干涉场. 杨氏实验.

杨氏双孔干涉实验

$$\psi_{10}(P) = \psi_0 - \frac{2\pi}{\lambda} n(R_1 + r_1)$$

$$\psi_{20}(P) = \psi_0 - \frac{2\pi}{\lambda} n(R_2 + r_2)$$

$$\delta(P) = \psi_{10}(P) - \psi_{20}(P) = \frac{2\pi}{\lambda} n(R_2 - R_1) + \frac{2\pi}{\lambda} n(r_2 - r_1)$$

由于 $d, P \ll D$, 满足傍轴条件 得 $\delta \approx |$

$$r_1 \approx D + \frac{(x - \frac{d}{2})^2 + y^2}{2D} \quad r_2 \approx D + \frac{(x + \frac{d}{2})^2 + y^2}{2D}$$

$$\text{则 } r_2 - r_1 \approx \frac{xd}{D} \quad O \text{ 位于轴线上 } R_2 = R_1$$

$$\text{则 } \delta(x, y) = \frac{2\pi n}{\lambda} \times \frac{xd}{D} = k \frac{dx}{D} \quad \text{其中 } k = \frac{2\pi n}{\lambda}$$

$$\text{则 } I(x, y) = I_0 (1 + r \cos \delta(x, y)) = I_0 (1 + \cos k \frac{dx}{D}) \quad \text{与 } y \text{ 无关, 因此条纹平行于 } y \text{ 轴.}$$

$$\text{干涉条纹间距: } k \frac{d}{D} \Delta x = 2\pi \quad \text{得 } \Delta x = 2\pi \frac{D}{k d} = \frac{D \lambda}{2n}$$

说明: O 移至轴外, P 引起条纹移动, 不改变间距, 因 $(R_2 - R_1)$ 为常数, Δ 条纹下贡献为零.

§2.7 两束平行光的干涉场

波前函数分别为 $\tilde{U}_1 = A_1 e^{i(k s_1 \cos \theta_1 - x - \varphi_1)}$, $\tilde{U}_2 = A_2 e^{i(k s_2 \cos \theta_2 - x - \varphi_2)}$

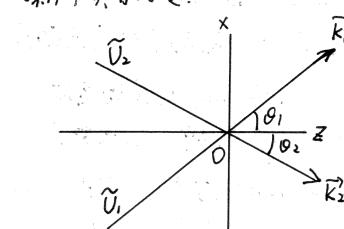
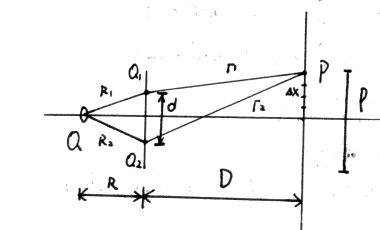
$$\text{则交叠场中干涉强度分布 } I = I_0 (1 + r \cos \delta(x, y))$$

$$\delta(x, y) = k (\sin \theta_1 + \sin \theta_2) x - (\varphi_1 - \varphi_2) \quad \text{令其改变 } 2\pi$$

$$\text{即条纹间距 } k (\sin \theta_1 + \sin \theta_2) \cdot \Delta x = 2\pi$$

$$\text{得 } \Delta x = \frac{\lambda}{\sin \theta_1 + \sin \theta_2} \quad \text{因此夹角 } \theta_1, \theta_2 \text{ 越大, } \Delta x \text{ 越小.}$$

$$\text{空间频率: } f = \frac{1}{\Delta x} \quad \text{因此夹角 } \theta_1, \theta_2 \text{ 越大, } f \text{ 越大}$$



§2.8 光波衍射引论

光的衍射：光波遇到障碍物，将或多或少地偏离几何光学直线传播而绕行

特点：(1) 反限制性：光束在衍射屏上的某一方位受到限制，则远处屏幕上的衍射光强沿该方向扩展开来

(2) 光孔线度 P 与光波长 λ 之比是一个敏感因素，它直接决定着衍射效应的强弱程度

分类：(1) 菲涅耳衍射：光源—衍射屏—衍射屏—接收屏之间距离均尚有限远，或其中一一是有限远场合

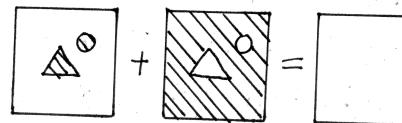
(2) 夫琅禾费衍射：衍射屏与光源和接收屏的距离均为无限远的场合。

2. 巴比涅原理

设衍射屏 Σ_a 造成的衍射场为 $\tilde{U}_a(P)$ ，其互补屏造成的衍射场为 $\tilde{U}_b(P)$ ，而光波通行无阻时全波前 Σ_0 。

对应的自由光场为 $\tilde{U}_0(P)$ 。

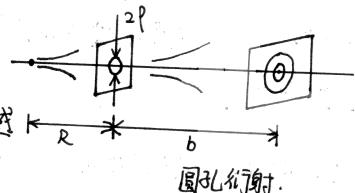
因为 $\Sigma_a + \Sigma_b = \Sigma_0$ ，有 $\tilde{U}_a(P) + \tilde{U}_b(P) = \tilde{U}_0(P)$



注意：给出的是复振幅的关系而不是光强。

§2.9 圆孔和圆屏菲涅耳衍射

1. 衍射图样及特征



图样：均为同心环

特征：圆孔：
① 扩大时， $I(P)$ 做周期性变化，反应该点 b 的起伏。
② b 扩大时，反应较迟钝。
③ b 很大时不再起伏。

圆屏：中心总有亮斑 — 沿松说。

2. 半波带剖法

如图，以点源 S 为中心，以 R 为半径作闭合球面作为波前。

点源与场点 P_0 的连线通过该波前 M_0P_0 点， $M_0P_0 = b$

尔后，以 P_0 为中心，分别以 $b, b+\frac{\lambda}{2}, b+2\frac{\lambda}{2}, b+3\frac{\lambda}{2}, \dots$ 为半径割波前。

形成一系列环带。由于相邻环带至场点，波程差均为半波长，故称它们为半波带。

设半波带面积为 $\Delta\Sigma_1, \Delta\Sigma_2, \dots, \Delta\Sigma_k, \dots$ 对场点 P_0 的贡献依次为 $\Delta\tilde{U}_1, \Delta\tilde{U}_2, \dots, \Delta\tilde{U}_k, \dots$ ，则总扰动为 $\tilde{U}(P_0) = \sum \Delta\tilde{U}_k$

再分析各半波带振幅、相位关系。

3. 相位关系

各半波带至 P_0 点的波程差递增 $\frac{\lambda}{2}$ ，它们贡献的次级扰动的相位依次递增 π

设 $\Delta\tilde{U}_1 = A_1$ ，则 $\Delta\tilde{U}_2 = -A_2, \Delta\tilde{U}_3 = A_3, \dots, \Delta\tilde{U}_k = (-1)^{k+1} A_k$ ； $\tilde{U}(P_0) = A_1 - A_2 + A_3 - \dots + (-1)^{k+1} A_k + \dots$

4. 振幅关系

由菲涅耳衍射原理， $A_k \propto f(\theta_k) \cdot \frac{\Delta\Sigma_k}{r_k} \approx (1 + \cos\theta_k) \frac{\pi R \lambda}{R + b} \rightarrow \text{与 } k \text{ 无关部分}$

结论： A_k 随序数 k 增加，按 $(1 + \cos\theta_k)$ 函数极其缓慢下降。

未有圆孔屏障时，波前是完整的

由矢量图可得自由光场振幅 $A_0 = \sqrt{2} A_1$

选取自由光场 $I_0 = A_0^2$ 作为参考值以度量衍射强弱。

3. 圆孔衍射现象说明

(1) 中心暗说明
设圆孔露出 k 个半波带。若 k 为偶数，则

$$\tilde{U}(P_0) = A_1 - A_2 + A_3 - A_4 + \dots - A_k \approx 0 \quad I(P_0) \approx 0$$

即光轴上的衍射光强为零，中心为暗斑。

若 k 为奇数，则 $\tilde{U}(P_0) = A_1 - A_2 + A_3 - A_4 + \dots + A_k \propto A_k \propto A_1 = 2A_0 \quad I(P_0) \approx 4A_0^2 = 4I_0$

即光轴上衍射光强 4 倍于自由光强，中心为亮斑。

(2) 半波带半径 r_k 公式

$$r_k = R \sin \alpha_k = R \sqrt{1 - \cos \alpha_k} \quad \cos \alpha_k = \frac{R^2 + (R+b)^2 - (b+k\frac{\lambda}{2})^2}{2R(R+b)}$$

由于 $k\lambda < b, R \ll R \cdot b$

$$\cos \alpha_k = \frac{R^2 + 2Rb + b^2 - k^2\lambda^2 - (\frac{\lambda}{2})^2}{2R(R+b)} \approx \frac{2R^2 + 2Rb - k\lambda}{2R(R+b)} = \frac{2R(R+b) - k\lambda}{2R(R+b)} \quad \cos^2 \alpha_k = \frac{4R^2(R+b)^2 - 4R(R+b)k\lambda}{4R^2(R+b)^2} = \frac{R(R+b) - k\lambda}{R(R+b)}$$

$$r_k = R \sqrt{1 - \cos \alpha_k} = R \sqrt{1 - (1 - \frac{k\lambda}{R(R+b)})} = R \sqrt{\frac{k\lambda}{R(R+b)}} = R \sqrt{\frac{Rb\lambda}{R+2b}} = \sqrt{k} p_1, \quad p_1 = \sqrt{\frac{Rb\lambda}{R+2b}} \text{ 适用于 } k \text{ 为任意整数，非整数}$$

则当圆孔半径 P 给定时，所含半波带数 k 为

$$k = \frac{(R+b)p^2}{Rb\lambda} = \left(\frac{1}{R} + \frac{1}{b}\right) \cdot \frac{p^2}{\lambda} \quad \text{或} \quad \frac{1}{R} + \frac{1}{b} = \frac{k\lambda}{p^2}$$

4. 螺旋式曲线

若圆孔包含半波带数 k 为非整数时，往往采用螺旋式曲线。

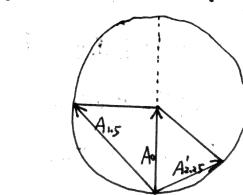
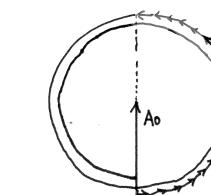
将每个半波带再细分为 N 个环带，每个环带上的次波源对场点 P_0 贡献的小扰动，可用一个矢量表示

这 N 个小矢量长度相等，取向渐变以反映彼此相位差，故尾衔接接成半个正多边形，极限进发为半圆。

因此，波前上全部次波原在轴上场点 P_0 贡献的扰动小矢量，形成一个半径缓慢收缩的螺旋式曲线。

因此可求得非整数 k 时衍射强度 $I(P_0)$ ，由图(b) 和 $A_{15} = \sqrt{2} A_0$ ，故 $I(P_0) = 2I_0$ ； $A_{2,25} = 2A_0 \sin \frac{\pi}{8}$ ，故 $I(P_0) = 4A_0^2 \sin^2 \frac{\pi}{8}$

由螺旋式矢量图，也可求相位差 δ ，比如光场 $\tilde{U}_{1,5}$ 与自由光场 \tilde{U}_0 之间， $\delta = \frac{\pi}{4}$ ； $\tilde{U}_{2,15}$ 与 \tilde{U}_0 之间， $\delta = -\frac{3\pi}{8}$



5. 对圆屏衍射泊松斑的说明

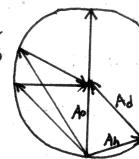
由巴比涅原理，圆屏衍射场 \tilde{U}_d 与其互补的圆孔衍射场 \tilde{U}_h 之和等于自由光场 \tilde{U}_0

$$\text{即 } \tilde{U}_d + \tilde{U}_h = \tilde{U}_0$$

$$\text{矢量图为 } \vec{A}_d + \vec{A}_h = \vec{A}_0$$

由图可看出不管 \vec{A}_h 多大， \vec{A}_d 的大小始终为 $|A_0|$

结论：随圆屏半径 P 增加，轴上振动矢量 \vec{A}_0 长度及其缓慢收缩。当 P 不太大时， $A_d \approx A_0$ ，轴上衍射光强 $I(P_0) \approx I_0$ 。自由光强生成泊松斑。



§2.10 波带片

波带片具有强大的聚光功能

若一张波带片包含 100 件波带，轴上相应点的衍射振幅和光强为

$$A(P_0) = A_1 + A_3 + A_5 + \dots + A_{99} \approx 50 A_0 \approx 100 A_0$$

$$I(P_0) \propto (100 A_0)^2 \approx 10^4 I_0$$

即其衍射光强是自由光强的 1 万倍

菲涅尔波带片的衍射场——若干实焦点和若干虚焦点

用平行光照射菲涅尔波带片时，发现其轴上有若干实焦点 F_1, F_2, F_3, \dots

还可确定若干虚焦点 F'_1, F'_2, F'_3, \dots

且 $f'_1 = -f_1, f'_2 = -f_2, f'_3 = -f_3$ 即虚焦点位置以波带片为镜面对称

$$\text{令 } R \rightarrow \infty \text{ 代入 } \frac{1}{R} + \frac{1}{b} = \frac{k\lambda}{P^2}, \text{ 得 } b = \frac{P^2}{k\lambda}$$

$$\text{令 } k=1, \text{ 第一焦距 } f_1 = \frac{P^2}{\lambda} \text{ 此时波带片中央圆孔成为第一个半波带}$$

令 $k=3$ ，第二焦距 $f_2 = \frac{P^2}{3\lambda} = \frac{1}{3} f_1$ ，此时原来序号为第 1、第 3、第 5 半波带，现在对轴距 b 的观察来说

变成序号为 (1, 2, 3), (7, 8, 9), (13, 14, 15) 这 9 个半波带，其中 (2, 3), (8, 9), (14, 15) 对场点的角位移彼此相消剩下来是 (1, 7, 13) 半波带，彼此对场点光程差为 $6(\frac{\lambda}{2})$ ，相位差为 6π 且第二焦点光强接近年焦点光强

$$I_2 \approx I_1$$

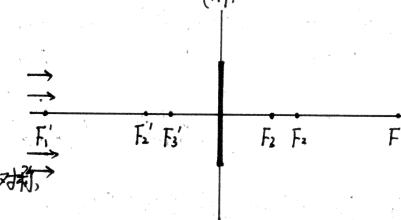
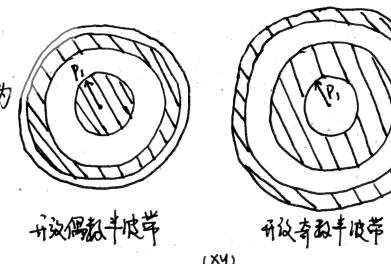
现代新型波带片：(1)全透明浮雕型波带片：通过增加微小厚度 d ，满足相位值附加项

$$\text{即附加光程差 } (n-1)d = (2k+1)\frac{\lambda}{2} \quad k=0, 1, 2, \dots$$

焦点光强是同尺寸经典菲涅耳波带片的四倍。

(2)余弦式环形波带片：使透光率函数呈正弦式或余弦式

平行光照射时，只出现一个实焦点 F 和一个虚焦点 F'



§2.11 单缝夫琅禾费衍射

1. 矢量图解法——衍射强度 $I(\theta)$

θ 为衍射角，且物空间中的一个方向对应像空间后焦面上一个点

即从单缝出发衍射角为 θ 的一束平行次波线才能会聚于 P 点。

发生相干叠加而决定衍射强度。

将单缝 AB 从 A 开始划分为一系列细缝，每个细缝作为次波源，对场点 P 贡献一个小扰动，用小矢量表示。

这一系列小矢量长度相等，但取向依次变化，形成一段圆弧。

2. 取决于 A 边与 B 边贡献的两个小扰动之间的相位差 SAB 。

$$SAB = \frac{2\pi}{\lambda} (L_{AP} - L_{AP}) = \frac{2\pi}{\lambda} \cdot n \cdot a \cdot \sin\theta = \frac{2\pi a \sin\theta}{\lambda}$$

$$\text{由图中矢量关系: } A(\theta) = 2R \sin \frac{\theta}{2} \quad A_0 = \overline{AB} = RS$$

$$\text{则 } A(\theta) = 2 \frac{\overline{AB}}{8} \sin \frac{\theta}{2} = A_0 \frac{\sin \frac{\theta}{2}}{\frac{\theta}{2}} \quad \text{引入宗量 } \alpha = \frac{\theta}{2} = \frac{\pi a \sin\theta}{\lambda}$$

$$\text{得振幅分布与强度分布为 } A(\theta) = A_0 \frac{\sin \alpha}{\alpha} \quad I(\theta) = I_0 \left(\frac{\sin \alpha}{\alpha} \right)^2$$

这里 $I_0 = A_0^2$ 为等光程方向的次波束相干叠加的衍射振幅，作为参考值（并非发生衍射之前的光强）

2. 衍射图样的主要特征

$$\text{记 } \text{Si}(x) = \frac{\sin x}{x}$$

特征：(1) 最大值：当 $x=0$ 时 $\text{Si}(x) = \frac{\sin x}{x} = 1$ 为最大值

在单缝衍射中表现为 $\theta=0$ 时，衍射强度 $I(\theta) = I_0$ 为最大值

称其为零级衍射峰

(2) 零点位置： $\text{Si}(x)$ 存在一系零点

$$\text{当 } x = k\pi, k = \pm 1, \pm 2, \dots \text{ Si}(x) = 0.$$

在单缝衍射表现为 $\alpha \sin \theta = k\pi$, $k = \pm 1, \pm 2, \dots$

衍射强度出现暗点，上式称为单缝衍射零点条件。

(3) 次极点 $\text{Si}(x)$ 在相邻两个零点之间有一个极大值，其位置和数值求得为零得出，再由作图法定解

3. 半角宽度 $\Delta\theta_0$

零级衍射峰与其邻近暗点之间的角位移之差称为零级衍射的半角宽度， $\Delta\theta_0 = \theta_0 - \theta_1$ 。

平行光正射条件下 $\theta_0 = 0, \theta_1 \approx \sin \theta_1 = \frac{1}{a}$ 则 $\Delta\theta_0 = \frac{1}{a}$ 或 $a \cdot \Delta\theta_0$ 公人（与量子力学不确定性相关）

3. 影响因素

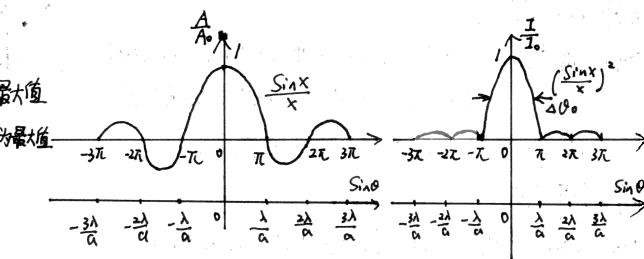
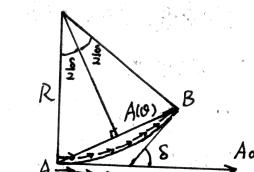
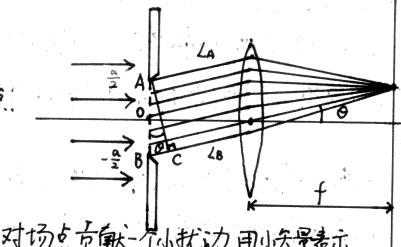
(1) 单缝宽度

影响半角宽度；影响零级衍射峰值。

比如 a 扩大为 $2a$ ， $\Delta\theta_0$ 减小为 $\frac{1}{2}$ ， I_0 增强为 4 倍。

(2) 波长

影响半角宽度： $\lambda \uparrow, P_0 \downarrow, \frac{P_0}{P_2} \uparrow, \Delta\theta_0 \uparrow$ 面积 $A_0 \times \frac{1}{\lambda} \downarrow$ 影响衍射峰值。



I(θ)

6

§2.12 成像仪器分辨率本领

瑞利判据：最小分辨率角 $\Delta\theta \approx \frac{\lambda}{D}$ 其中 D 为孔直径

§2.13 偏振光引论

1. 光的宏观偏振态

(1) 线偏振光：光矢量 $E(t)$ 方向始终不变

(2) 自然光：由大量的、不同取向的、无特殊优选取向的、彼此无关的线偏振光的集合。

例：各种普通光源发光

(3) 部分偏振光：与自然光区别仅在一点，——不具有轴对称性，它存在一优越方向

例：自然光经界面反射或折射后，一般变为部分偏振光。自然光经散射一般也将变为部分偏振光

本章和第二章也是部分偏振光。

(4) 圆偏振光：光矢量 $E(t)$ 随时间仅改变方向而不改变振幅，即光矢量端点的轨迹是一圆周

$E(t) = E_x(t)\hat{i} + E_y(t)\hat{j}$ 其中 $E_x = A \cos \omega t$, $E_y = A \cos(\omega t \pm \frac{\pi}{2})$ 当相位差 $\delta = \frac{\pi}{2}$ 合成为右旋圆偏振光，反之为左旋圆偏振光

(5) 不同圆偏振光与圆偏振光区别在于两个正交分量的振幅不相等

$$E(t) = E_x \cos \omega t \quad E_y(t) = E_y \cos(\omega t + \delta)$$

当 $\delta = \pm \frac{\pi}{2}$ 时，为正椭圆偏振光；当 $\delta = 0, \pi$ 时，为斜椭圆偏振光； $\delta = 0, \pi$ 时，为线偏振光

2. 线偏振光通过偏振片——马吕斯定律

任何一种偏振态的光束，经偏振片后，皆变为线偏振光。

产生线偏振光的器件被称为起偏器

偏振方向为 A_0 的线偏振光入射于一偏振片中，其中与透振方向一致的平行分量 A_{\parallel} 能通过 P

而垂直方向分量 A_{\perp} 被 P 吸收，故透射光强 $I_p = A_{\parallel}^2 = I_0 \cos^2 \alpha$ 称为马吕斯定律

3. 自然光通过偏振片

由对称性，透射光强 $I_p > \frac{1}{2} I_0$ 对任意方向成立。

4. 部分偏振光通过偏振片

由于部分偏振光不具有轴对称性，当 P 旋转一周时，透射光强依次出现极大 I_m ，极小 I_m ，极大 I_m ，极小 I_m ，彼此相隔 $\frac{\pi}{2}$ ， $I_m \neq 0$ 无消光现象。

以出现 I_m, I_m 时透振方向建立正坐标系 (x_1)，将大量不同取向的部分偏振光集合，分解为两个正交振动

$$I_x = I_m, \quad I_y = I_m, \quad \text{入射光总强度 } I_0 = I_x + I_y = I_m + I_m, \quad \text{两个正交振动之间完全相干}$$

于是，其它方向透射光强 $I_p(\alpha)$ 等于按马吕斯定律在 α 方向贡献之和

$$\text{即 } I_p(\alpha) = I_m \cos^2 \alpha + I_m \sin^2 \alpha = I_m + (I_m - I_m) \cos^2 \beta.$$

于是部分偏振光也可以认为是光强为 $2I_m$ 的自然光与一方向沿 I_m 出现的方向的线偏振光其光强为 $I_m - I_m$ 。

5. 棱镜偏振光通过偏振片

将 $E_x(t), E_y(t)$ 向透振方向投影，获得两个同方向，同频率的振动力

振幅分别为 $A_x \cos \alpha, A_y \sin \alpha$ ，两振动力之间有确定的相位差 δ 满足相干条件

$$\text{即透射光强 } I_p(\alpha) = A_x^2 \cos^2 \alpha + A_y^2 \sin^2 \alpha + 2A_x \cos \alpha A_y \sin \alpha \cos \delta = \frac{1}{2}(I_x + I_y) + \frac{1}{2}(I_x - I_y) \cos 2\alpha + \sqrt{I_x I_y} \cos \delta \cdot \sin 2\alpha$$

$$\text{或写为 } I_p(\alpha) = \frac{1}{2} I_0 + \frac{1}{2} \sqrt{I_x^2 + I_y^2 + 2I_x I_y \cos 2\delta} \cdot \cos(2\alpha - \delta_0) \text{ 其中 } I_0 = I_x + I_y \text{ 为射光强度, } \delta_0 = \arctan \frac{2\sqrt{I_x I_y} \cos \delta}{I_x - I_y}$$

结论： $\alpha_M = \frac{\delta_0}{2}, \frac{\delta_0}{2} + \pi$ 出现透射光强极大， $I_M = \frac{1}{2} I_0 + \frac{1}{2} \sqrt{I_x^2 + I_y^2 + 2I_x I_y \cos 2\delta}$

$$\alpha_m = \frac{\delta_0}{2} \pm \frac{\pi}{2} \quad \text{出现透射光强极小, } I_m = \frac{1}{2} I_0 - \frac{1}{2} \sqrt{I_x^2 + I_y^2 + 2I_x I_y \cos 2\delta}$$

$$\text{且 } I_M + I_m = I_0.$$

特例：(1) 正椭圆偏振光： $S = \pm \frac{\pi}{2}$ $I_p(\alpha) = I_x + (I_y - I_x) \sin^2 \alpha$.

得 $\alpha = 0, \pi$ 时，光强 $I = I_x$ 。 $\alpha = \pm \frac{\pi}{2}$ 时，光强 $I = I_y$

(2) 圆偏振光： $S = \pm \frac{\pi}{2}$, $I_x = I_y$, $I_p(\alpha) = \frac{1}{2} I_0$.

与自然光变化特点相同。

6. 偏振度

$$P = \frac{I_M - I_m}{I_M + I_m} \quad \begin{cases} P=1 & \text{入射光为线偏振光} \\ 0 < P < 1 & \text{入射光为部分偏振光或椭圆偏振光} \\ P=0 & \text{入射光为自然光或圆偏振光.} \end{cases}$$

§2.14 部分偏振光的部分相干性

例题：偏振光干涉实验。

在杨氏双孔干涉实验中，在比波长 λ 小的情况下，在不同位置插入偏振片 $P_0, (P_1, P_2), P'$

就以下情况，讨论屏幕上干涉场的变化。

(1) 仅有 P_0

(2) 仅有 (P_1, P_2) 且 $P_1 \parallel P_2$

(3) 仅有 (P_1, P_2) 且 $P_1 \perp P_2$

(4) 有 (P_1, P_2) 和 P' 且 $P_1 \perp P_2$

(5) 有 $P_0, (P_1, P_2)$ 和 P' 且 $P_1 \perp P_2$

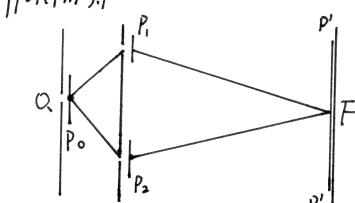
(6) 只有 P_0 相当于保留了一个方向的相干叠加，故 I_m 但亮度减弱一半

(7) 干涉效果与 (6) 相同。

(8) 由正振幅非相干叠加，屏幕亮度均匀 $I = 0$ 干涉条纹消失

(9) 虽然同轴，同方向条件满足，但由于光原为自然光，积分相位差难以满足故非相干叠加，亮度减弱

(10) 当 $P_0, P_1 \perp P_2, P'$ 三方向配得当时，出现干涉条纹



第三章 介质界面光学与近场显微镜

1. 当反射光线与透射光线垂直时，反射光只乘 S 光（垂直界面方向）为浅偏振光，这时的入射角
称为布儒斯特角

2. (1) 正入射 $n_1 < n_2$ 界面反射相位突变 π ，有半波损； $n_1 > n_2$ 界面反射无相位突变，没有半波损。
(2) 斜入射时， $n_1 < n_2$ 或 $n_1 > n_2$ ，界面反射均有半波损。

3. 隐失波：发生全反射时的透射波，其能流来自左侧无穷远传至右侧无穷远

第四章 干涉装置与光场时空相干性

§4.1 分波前干涉装置

使一列波先分解后交叠的方法有两种：(1)分波前法：点光源产生的波前在横向分为两部分，使其通过两个光学系统，经衍射、反射、折射或散射而实现交叠。例如：杨氏双缝干涉

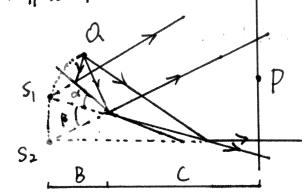
(2)分振幅法：让一束光投射到迷宫板制成的分束器，光能流一部分反射，一部分透射，再通过反射镜等一类光学元件，让两束光发生交叠。例如：薄膜干涉、迈克耳孙干涉仪

2. 几种分波前干涉装置

交叠区中的干涉场，可以等效看作由相干点源 S_1, S_2 产生
一旦分波前干涉装置可以归结为双像系统

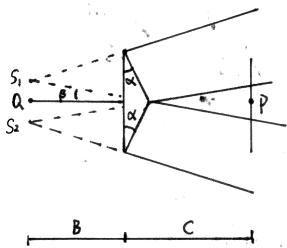
其条纹可直接借助 $\Delta x = \frac{D\lambda}{dn}$ 等杨氏双孔干涉结果获得

(1) 菲涅耳双面镜



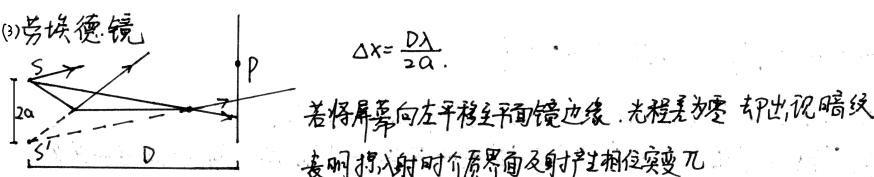
$$\Delta x = \frac{(B+C)\lambda}{\beta B} = \frac{(B+C)\lambda}{2\alpha B}$$

(2) 菲涅耳双透镜



$$\Delta x = \frac{(B+C)\lambda}{2\beta B} = \frac{n \sin \alpha - \sin(\alpha - \beta)}{2\alpha B} \frac{(B+C)\lambda}{2(n-1)XB}$$

(3) 劳埃德镜

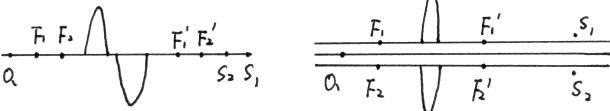


$$\Delta x = \frac{D\lambda}{2\alpha}$$

若将屏幕向左平移至平面镜边缘，光程差为零，却出现暗纹。
表明掠入射时介质界面反射产生相位突变 π

(4) 对称透镜

将一块完整透镜对切两块
尔后将它们或沿纵向稍拉开
或沿横向隔开少许



便可产生相干光源。

说明：(1)狭缝光源，为增加亮度，往往采用狭缝光源，其中线光源的方向要平行于点源产生直条纹的方向。
(2)衍射效应，亮纹的不等亮度是由衍射因子调制所致。
(3)对于复杂干涉，要写出每个光源的波前函数再叠加处理。

3. 干涉条纹的变动

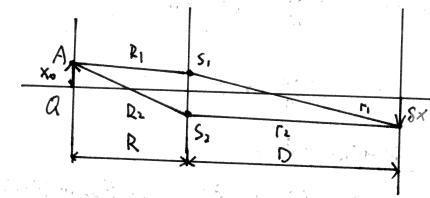
若观察点P的光程差 $\Delta L(P)$ 发生变化 $\delta(\Delta L)$ ，当 $\delta(\Delta L) = N\lambda$ 时该处干涉强度 $I(P)$ 变化N次，有N个条纹被激励

4. 点源位移导致条纹移动

由等光程方程导出： $R_2 - R_1 = r_1 - r_2$

即 $\delta x = \frac{D}{R} x_0$

$$\text{稳定条纹数} \quad N = \frac{\delta x}{\Delta x} = \frac{Dx_0}{\frac{D\lambda}{d}} = \frac{dx_0}{R\lambda}$$



§4.2 光源宽度对于干涉场衬比度的影响

由于实际光源不是理想的点源，总有一定宽度的扩展光源，因此研究几种典型形状的扩展光源，考量对衬比度的影响。

1. 两个分离点源照明时的部分相干场

如上图，Q, A 在xy面上干涉强度分别为

$$I_Q(x,y) = I_0(1 + \cos(\frac{2\pi}{\lambda}fx)) \quad f_Q = 1. \quad I_A(x,y) = I_0(1 + \cos(\frac{2\pi}{\lambda}fx + \phi_A)) \quad f_A = 1. \quad \text{其中 } \Delta x = \frac{D}{2}, \gamma_S \text{ 表示条纹位移}$$

$$\gamma_S = \frac{2\pi}{\lambda} \Delta x = \frac{2\pi}{\lambda} \cdot \frac{Dx_0}{R} = 2\pi f_Q x_0. \quad f_Q = \frac{d}{R\lambda} \quad \text{且 } f = \frac{1}{\Delta x}$$

$$\text{非相干叠加结果 } I(x,y) = I_Q + I_A = I_0(1 + \cos(2\pi fx) + I_0(1 + \cos(2\pi fx + \phi_A))) = 2I_0 \left(1 + \cos \frac{\phi_A}{2} \cdot \cos(2\pi fx + \frac{\phi_A}{2})\right)$$

空间频率仍为f，但衬比度 $\gamma = |\cos \frac{\phi_A}{2}| \leq 1$

$$\text{若 } x_0 = \frac{R\lambda}{2d} \quad \text{即 } \Delta x = \frac{\lambda}{2}, N = \frac{1}{2} \text{ 超过半个条纹, } \gamma_S = \pi f, \gamma = 0.$$

$$\text{若 } x_0 = \frac{R\lambda}{d} \quad \text{即 } \Delta x = \lambda. \quad N = 1 \text{ 超过1个条纹, } \gamma_S = 2\pi, \gamma = 1$$

2. 线光源照明时的部分相干场

如图宽度为b的非相干线光源，照明双孔，在xy面上生成干涉场 $I(x,y)$

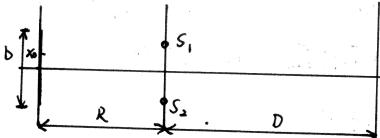
取线元 $x_0 - x_0 + dx$ ，其产生的干涉强度分布为 $dI(x,y) \propto (1 + \cos(2\pi fx + 2\pi f_0 x_0)) dx_0$

$$\text{设光源发光均匀，引入比例常数 } B. \quad dI(x,y) = B(1 + \cos(2\pi fx + 2\pi f_0 x_0)) dx_0$$

$$\text{于是线光源照明时的干涉场强度分布为 } I(x,y) = \int_{-\frac{b}{2}}^{\frac{b}{2}} dI = \int_{-\frac{b}{2}}^{\frac{b}{2}} B(1 + \cos(2\pi fx + 2\pi f_0 x_0)) dx_0$$

$$\text{得 } I(x,y) = I_0 \left(1 + \frac{\sin \pi f_0 b}{\pi f_0 b} \cos 2\pi fx\right)$$

$$\text{衬比度 } \gamma = \left| \sin c(\pi f_0 b) \right| = \left| \frac{\sin u}{u} \right| \quad \text{其中 } u = \pi f_0 b = \pi \frac{d}{R\lambda} b$$



衬比度第一次降为零时的成光束宽度 b_0 称为光源的极限宽度 $b_0 = \frac{R\lambda}{d}$

选取光源实际宽度 $b = \frac{R\lambda}{d}$ 较合适，此时衬比度 $\delta = 0.64$

在光源实际宽度确定条件下，双孔 S_1, S_2 间隔也有极限值 $d_0 = \frac{R\lambda}{b}$ 与 D 无关

当光源宽度为极限宽度 b_0 时，其上下边缘两点 A 和 B 造成的两条条纹恰巧错开 1 个条纹，即 $N = \frac{db_0}{R\lambda} = 1$

由于其间大量密排点光源的贡献，致使衬比度 $\delta = 0$ 。

这一差别示意如下：

$$b_0/A \rightarrow \delta = 0 \quad \frac{b_0}{2A} \rightarrow \delta = 0.64$$

$$b/A \rightarrow \delta = 1 \quad \frac{b}{2A} \rightarrow \delta = 0$$

3. 面光源照明时的干涉场

位于 (x_0, y_0) 的发光面造成的干涉条纹仅有纵向位移 $x_c = -\frac{D}{R}x_0$ 而无横向位移

因此可化为线光源照明时干涉场。

(1) 双孔光源 (纵向宽度为 b , 横向宽度为 a)

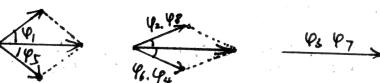
$$\text{由上知 } f = \left| \frac{\sin \pi f ab}{\pi f ab} \right|$$

(2) 八联珠 (半径为 r)

则以坐标 $x_{ij} = r \cos \varphi_i$ 对场贡献 $I_{ij} = I_0 (1 + \cos(2\pi f x + 2\pi f_0 x_{ij}))$

$$\text{总干涉场 } I(x, y) = \sum_{i=1}^8 I_{ij} = I_0 \left(1 + \frac{1}{8} \sum_{i=1}^8 \cos(2\pi f x + \varphi_i) \right) \quad \varphi_i = 2\pi f_0 r \cos \varphi_i, \quad I_0 = 8I_0$$

$$\varphi_1 = \pi f_0 b, \quad \varphi_2 = 0.71\varphi_1, \quad \varphi_3 = 0, \quad \varphi_4 = -0.71\varphi_1,$$



$$\varphi_5 = -\varphi_1, \quad \varphi_6 = -0.71\varphi_1, \quad \varphi_7 = 0, \quad \varphi_8 = 0.71\varphi_1,$$

$$\text{由图解得 } \frac{1}{8} \sum_{i=1}^8 \cos(2\pi f x + \varphi_i) = \frac{1}{8} T \cos 2\pi f x \quad \text{其中 } T = 2 \cos \varphi_1 + 2 \cos \varphi_2 + 2 \cos \varphi_3 + 2 \cos \varphi_4$$

$$\text{故衬比度 } \delta = \frac{1}{8} |T| = \frac{1}{4} \left| \sum_{i=1}^4 \cos \varphi_i \right|$$

$$\text{得极限直径 } b_0 = 0.78 \frac{R\lambda}{d}$$

4. 结论

三种典型情况下光源极限宽度公式： $b_0 = k \frac{R\lambda}{d}$

$k = 0.78$, 环状光源; $k = 1$, 线光源; $k = 1.2$, 圆盘光源。 k 称为形状因子

$k < 1$ 亮度分布内弱外强; $k = 1$ 亮度均匀分布; $k > 1$ 亮度分布内强外弱

§4.3 光场的空间相关性

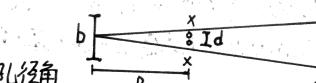
1. 光场空间相干性：在非相干扩展光源照明显空间中，横向两点光扰动之间一般是部分相干的。部分相干程度由观侧平面上干涉场的衬比度 δ 值予以反映。

2. 空间相干性及比公式 —— 相干孔径角和相干面积

当光源宽度 b 给定时，双孔的极限间隔 $d_0 = \frac{R\lambda}{b}$ 即 $b \cdot d_0 = \lambda$

其中 $\Delta\theta_0 = \frac{d_0}{R}$ 是双孔对光源中心所张开的孔径角

有 $b \cdot \Delta\theta_0 \approx \lambda$ 称为空间相干性及比公式，称 $\Delta\theta_0$ 为相干孔径角



$\Delta\theta_0$ 物理意义：当实际张角 $\Delta\theta \approx \Delta\theta_0$ 时衬比度 $\delta \approx 0$; 两点几乎非相干; 若 $\Delta\theta < \Delta\theta_0$, 则 $\delta > 0$ 说明两点属部分相干。若比值 $\frac{\Delta\theta}{\Delta\theta_0}$ 越小，则 δ 值越接近 1，说明相干程度越高。

注意到 $\delta = \left| \frac{\sin u}{u} \right|$ 其中 $u = \pi \frac{d}{R\lambda} = \pi \cdot \frac{\Delta\theta}{\Delta\theta_0}$

$$\text{得到衬比度 } \delta(\frac{\Delta\theta}{\Delta\theta_0}) = \left| \frac{\sin \pi \frac{\Delta\theta}{\Delta\theta_0}}{\pi \frac{\Delta\theta}{\Delta\theta_0}} \right|$$

所有与光场相干性有关的公式，包括光源极限宽度和双孔极限间隔公式中，均不出现 D 。

说明空间相干性是与光源相联系的光场的性质。

§4.4 薄膜干涉

1. 概述

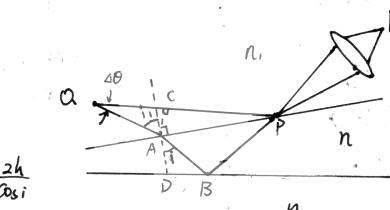
通常关注两处干涉场：(1) 薄膜表面或表面附近的干涉场。(2) 膜层厚度均匀时远离的干涉场。

因此分为等厚条纹与等倾条纹

2. 薄膜表面条纹的等厚性 —— 等厚条纹 (薄膜附近干涉)

(1) 原理： $\overline{AC} \approx \overline{AA}$ $\overline{CP} \approx \overline{AP} \sin i$

在 $\triangle ADB$ 中 $\angle ADB \approx 90^\circ$ $\overline{AP} \approx 2\overline{DB} \approx 2ht \tan i$ $\overline{AB} + \overline{BP} \approx 2\overline{AB} \approx \frac{2h}{\cos i}$



则光程差 $\Delta L_0(p) = \angle(OABP) - \angle(OAP) \approx \angle(ABP) - \angle(CP) \approx \frac{2h}{\cos i} - n_1 \cdot 2ht \tan i \sin i$

$$= \frac{2h}{\cos i} - 2ht \tan i \sin i = \frac{2h}{\cos i} (1 - \sin^2 i) = \frac{2h \cos i}{\cos i} \text{ 全为“薄膜特征量”}$$

实际光程 $\Delta L(p)$ 与 $\Delta L_0(p)$ 之间可能有 $\pm 180^\circ$ 的区别，取决于折射率 n_1, n, n_2 大小关系。

为了突出厚度 h 因素，可采取以下措施：(1) 平行光近乎垂直照明显薄膜。(2) 使而波长较小的单色光照明显薄膜。

因此 $\cos i \approx 1$ $\Delta L_0(p) \approx 2h$ 具有等厚性，称为等厚干涉

(2) 特点：① 条纹形状与等厚线一致

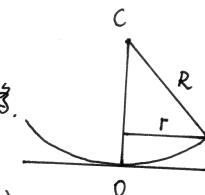
② $2nh = k\lambda_0$ 处出现亮纹（暗纹）， $2nh = (k + \frac{1}{2})\lambda_0$ 处出现暗纹（亮纹），括号中对应有半波损情形。

③ 相邻条纹之间膜厚差 $\frac{\lambda}{2}$

(3) 应用引射

① 楔形薄膜（劈角为 α ）

条纹间距 $\Delta x = \frac{\lambda}{2n}$ 膜厚度变小时，条纹总向交棱及顶向平移。



② 牛顿环

设中心点膜厚为 h_0 ，若密接，即 $h_0=0$ ，则中心点为零级暗纹（有半波损）

第 k 级暗环半径为 r_k ，对应膜厚为 h_k

满足

$$\begin{cases} 2nh_k = k\lambda_0 \\ r_k^2 = (2R - h_k)h_k \approx 2Rh_k \end{cases} \text{(几何关系)}$$

得 $r_k^2 \sqrt{2R \frac{\lambda_0}{2n}} = \sqrt{kR\lambda_0} = \sqrt{k} r_1 \quad r_1 = \sqrt{R\lambda_0}$

可见牛顿环半径由里向外依次为 $r_1, \sqrt{2}r_1, \sqrt{3}r_1, \dots$ 其相邻环距变得越来越小，即条纹越来越密。

若 $h_0 \neq 0$ ，则 $r_k^2 = 2R(h_k - h_0)$ $r_{k+m}^2 = 2R(h_{k+m} - h_0)$

$$\Rightarrow r_{k+m}^2 - r_k^2 = 2R(h_{k+m} - h_k) = 2R \left(\frac{(k+m)\lambda_0}{2n} - \frac{k\lambda_0}{2n} \right) = \frac{m\lambda_0 R}{n} = m_R \lambda$$

得 $R = \frac{r_{k+m}^2 - r_k^2}{m_R \lambda} = \frac{d_{k+m}^2 - d_k^2}{4m_R \lambda}$

动态变化遵循上一条。

④ 薄膜表面条纹偏离等厚线情形

考察同一条纹上两点 P, P'，有 $2nh_p \cos i_p = 2nh_{p'} \cos i_{p'}$

由于 $i_p > i_{p'}$, $n_p \cos i_p < n_{p'} \cos i_{p'}$, 得 $h_p > h_{p'}$

即与 P 点相比，P' 点以膜厚的增加来补偿因光线大倾角带来的光程差减少。

由 $2nh \cos i = \text{const}$ 全微分

$$\Rightarrow d(2nh \cos i) = 0$$

$$\Rightarrow -2nh \sin i di + 2n \cos i dh = 0$$

即 $\frac{dh}{di} = h \tan i$

$\frac{dh}{di}$ 几何意义：同一条纹上膜厚随光线倾角的变化率，称为偏高度（表面条纹偏离等厚线）

因此为使偏高度较小：有 ① $i \approx 0$ ② $h \approx 0$ 强调“薄膜”的一种意义

(5) 扩展光源照明将降低表面干涉对比度

各点源生成一李普表面条纹，彼此有错位

对于表面同一场点 P，来自不同点光源的那两条光线的光程差不相等

$$A \rightarrow \Delta L_0(P) = 2nh_p \cos i_A$$

$$B \rightarrow \Delta L'_0(P) = 2nh_p \cos i_B \quad \text{虽然 } i_A \neq i_B$$

$$S(\Delta L) = S(2nh \cos i) = -2nh \sin i \delta i$$

若 $S(\Delta L) \approx 1$ 。则该区域对比度为 0，极限宽度 Δi 。

$$-2h \sin i \Delta i \approx \lambda$$

得 $\Delta i \approx \frac{\lambda}{2h \sin i} \propto \frac{1}{h}$

注：(1) 膜越薄 h 越小，所允许光源角度或线宽度越大。强调“薄膜”的另一重含义。

(2) 光源 λ 与接收光瞳线度有关，图中 A, B 在光屏有限度以外，未进入接收光瞳，不影响对比度。

例：眼睛看得清晰的表面条纹，相机拍摄不清晰；相机在较远距离拍摄表面条纹清晰度好于近距离。

(6) 增透膜和增反膜

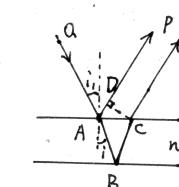
	增透膜	增反膜
用途	$n_1 < n_2 < n_g$	$n_1 < n_2 > n_g$
光学厚度	$n_2 h = \frac{\lambda}{4}$	$n_2 h = \frac{3\lambda}{4}$
半波损	无	有
光程差	$\Delta L = \Delta L_0 + \frac{\lambda}{4}$	$\Delta L = \Delta L_0 + \frac{3\lambda}{4} = \lambda$
效果	相干消光、消反射、透射	相干消长、增强反射

说明：若要完全消反射，要求 $n = \sqrt{n_1 n_g}$

3. 等倾条纹（无限远处干涉场）

(1) 原理：光程差公式 $\Delta L_0(P) = 2nh \cos i$ 与等厚干涉相同

由于膜厚 h 均匀，因此光程差唯一取决于倾角 i 。



(2) 扩展光源不会降低干涉场对比度

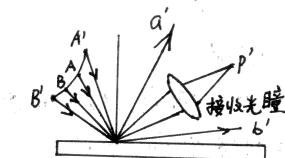
膜倾角相同的入射光线产生的光程差相等，因而干涉强度相等

不降低对比度且亮度增加，有利于观测。

4. 薄膜干涉的定域概念

在光源宽度逐渐增加的过程中，空间不同区域对比度下降程度不同。

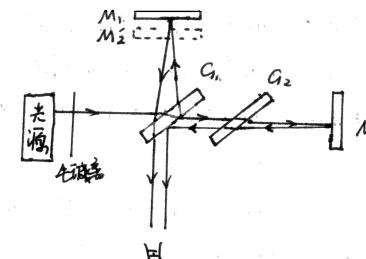
存在特定区域，对比度下降最慢或不下降，产生这种干涉场的干涉称为定域干涉，其特定区域称为定域中心。



§4.5 马克耳干涉仪

(1) 结构、性能

M_1, M_2 是一对精密抛光的平面镜，背面有可用螺丝以调节倾角。
 M_1 由丝杆控制可前后移动。



G_1, G_2 是厚度和折射率相同的玻璃平板。

G_1 背面镀银膜使入射光成为强度几乎相等的两部分。

毛玻璃作用为获得扩展光源。

G_2 亦称补偿板，经过 G_1 反射的光束先后两次通过 G_2 ，而透射光束仅有一次通过 G_2 ，若有 G_2 透明板将依次通过它两次，合起来也是二次通过玻璃介质。

(2) 观察薄膜干涉条纹及其变动

干涉仪中接收的干涉场，等于前于 M_1 镜面与 M_1' 镜面形成的空气层，反射所产生的干涉场。

M_1' 是在 M_1 镜面 M_2 对 G_1 镀银面反射而生成的像，即 M_1' 与 M_2 互为镜像对称，故前于 M_2 的光程

等于上下往返于 M_1' 的光程。

若使 $M_1 M_1'$ 形成厚度均匀的空气层，从而产生等倾条纹干涉，眼睛聚焦到无穷远或在透镜后焦面上接收时，得到一同心干涉圆环。通过丝杆推动，可以连续改变空气层厚度，得到干涉环吞吐现象。

空气层变薄，干涉环变疏变粗。当 $M_1 M_1'$ 重合时，空气层厚度为零，条纹消失，但其为暗场。

由于一条光路在 G_1 内侧反射一次；另一条光路在 G_1 背面外侧反射一次，故有半波损，相位差为 π 。

若 M_1 不平行于 M_1' ，使 $M_1 M_1'$ 成一楔形空气层，使空气层先变薄再变厚，可观察到：

视场几何中心观察到弯曲条纹，且条纹先变平直后反向弯曲，最后视场模糊而条纹消失。

(3) 应用于精密测长

若改变动臂长为 L ，则 $S(\Delta L) = 2nL$

导致干涉强度变化了 N 次，即 $S(\Delta L) = 2nL = N\lambda$ 。

求得待测长度 $L = N \cdot \frac{\lambda}{2}$

§4.6 光场的时间相干性

$L_0 \cdot \frac{\Delta t}{\lambda} \approx 1$ 其中 L_0 为相干长度， Δt 为非单色性

或 $T_0 \cdot \Delta v \approx 1$ 其中 T_0 为相干时间， Δv 为光频宽度表示非单色性。

$$\text{相关度公式 } \rho(\Delta L) = \left| \frac{\sin \frac{\pi \Delta L}{L_0}}{\pi \frac{\Delta L}{L_0}} \right|$$

第五章 多元多维结构衍射与分形光学

§5.1 位移—相移原理

N 个全同单元的分布状况：(1) 规则有序结构 (2) 规则无序结构 (3) 无规则有序结构 (4) 无规则无序结构

位移—相移定理：在一个夫琅禾费衍射系统中，当一个图像位移时，其夫琅禾费衍射场将响应一个相移，两者的定量关系为

$$\text{位移 } (x_0, y_0) \iff \text{相移 } (\delta_1, \delta_2)$$

这里 $\delta_1 = -kx_0 \sin \theta$ ，其中衍射角 (θ_1, θ_2) 标定了夫琅禾费衍射场点的位置

$$\delta_2 = -ky_0 \sin \theta_2$$

§5.2 一维光栅的衍射

1. 有序结构的夫琅禾费场

一维衍射屏含 N 个全同单元，取向有序但不一定规则排列。

设其中心产生的场场为 $\tilde{U}_0(\theta_1, \theta_2)$ ，其各单元位移矢量为 $\vec{r}_j(x_j, y_j)$

相应场场相移量分别为 $(\delta_{1j}, \delta_{2j}) = -k(x_j \sin \theta, y_j \sin \theta_2)$

即，有序结构所产生的场场的组成式

$$\tilde{U}_0(\theta_1, \theta_2)$$

$$\tilde{U}_1(\theta_1, \theta_2) = \tilde{U}_0 \cdot \exp[i(\delta_{11} + \delta_{21})]$$

$$\tilde{U}_2(\theta_1, \theta_2) = \tilde{U}_0 \exp[i(\delta_{12} + \delta_{22})]$$

$$\tilde{U}_3(\theta_1, \theta_2) = \tilde{U}_0 \exp[i(\delta_{13} + \delta_{23})]$$

$$\dots$$

$$\tilde{U}(\theta_1, \theta_2) = \sum_{j=0}^{N-1} \tilde{U}_j = \tilde{U}_0 \left(\sum_{j=0}^{N-1} e^{i(\delta_{1j} + \delta_{2j})} \right) = \tilde{U}_0(\theta_1, \theta_2) \tilde{S}(\theta_1, \theta_2)$$

其中 \tilde{U}_0 为单元衍射因子，其具体由取决定于单元形状，称为单元因子

\tilde{S} 为单元之间干涉因子，取决于单元位置的空间分布，称为结构因子。

2. 一维光栅

凡含众多全同单元，且排列规则、取向有序的周期性结构

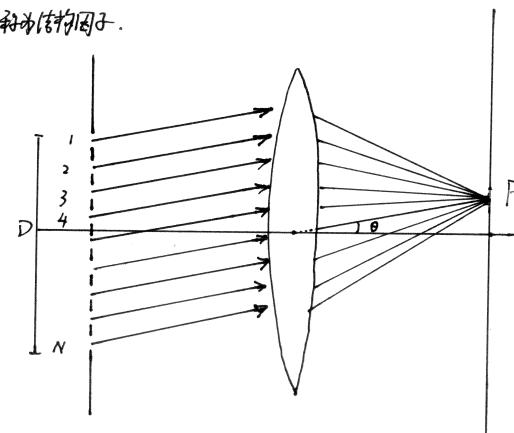
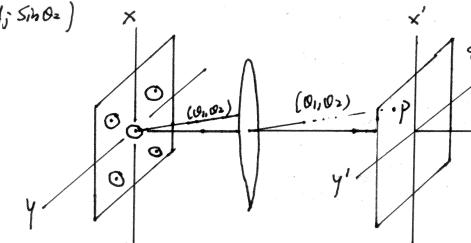
统称为光栅。

透光的缝隙宽为 a ，挡光的缝宽为 b ，则一维光栅的

空间周期 $d = a+b$ ，称为光栅常数

单元密度为 $\frac{1}{d}$ ，光栅有效宽度为 D 。

含单元总数为 $N = D \cdot \frac{1}{d}$



② 维光栅的结构因子

自上而下将 N 个单元编号依次设为 $1, 2, 3, \dots, N$

对于一维光栅，单元位移沿 x 方向恒为 d 。 $\delta = kd \sin \theta$

$$\text{则结构因子 } \tilde{S}(\theta) = \sum_{j=1}^N e^{i\delta j} = 1 + e^{i\delta} + e^{2i\delta} + \dots + e^{(N-1)i\delta}$$

$$\text{为等比公数 } \tilde{S}(\theta) = \frac{1 - e^{iN\delta}}{1 - e^{i\delta}}$$

$$\text{利用 } 1 - e^{i\delta} = 1 - (\cos \delta - i \sin \delta) = 1 - (1 - 2 \sin^2 \frac{\delta}{2}) + i(2 \sin \frac{\delta}{2} \cos \frac{\delta}{2}) = 2 \sin^2 \frac{\delta}{2} + 2i \sin \frac{\delta}{2} \cos \frac{\delta}{2}$$

$$\text{即 } 1 - e^{i\delta} = -2i \sin \frac{\delta}{2} e^{i\frac{\delta}{2}}$$

$$\text{由此上式可写为 } \tilde{S}(\theta) = \frac{-2i \sin \frac{N\delta}{2} e^{i\frac{N\delta}{2}}}{-2i \sin \frac{\delta}{2} e^{i\frac{\delta}{2}}} = e^{i(N-1)\beta} \cdot \left(\frac{\sin N\beta}{\sin \beta} \right) \text{ 其中 } \beta = \frac{\delta}{2} = \frac{\pi d \sin \theta}{\lambda}$$

也可通过矢量图解法完成。

N 个小矢量长度均为 1，方向依次转动 δ 角度，恰巧构成正多边形

其合矢量 $\tilde{S}(\theta)$ 正是 $\tilde{S}(\theta)$ ，其大小及方向角即 β

$$O(\theta) = \tilde{U}_0(\theta) \cdot \tilde{S}(\theta) = \tilde{C} \left(\frac{\sin \alpha}{\alpha} \right) \cdot \left(\frac{\sin N\beta}{\sin \beta} \right) e^{i(N-1)\beta}$$

$$\alpha = \frac{\pi d \sin \theta}{\lambda} \quad \beta = \frac{\pi d \sin \theta}{\lambda}$$

$$I(\theta) = |\tilde{U}_0|^2 \cdot |\tilde{S}|^2 = \tilde{C}^2 \left(\frac{\sin \alpha}{\alpha} \right)^2 \left(\frac{\sin N\beta}{\sin \beta} \right)^2$$

这里 $\left(\frac{\sin \alpha}{\alpha} \right)^2$ 称作强度单元因子。 $\left(\frac{\sin N\beta}{\sin \beta} \right)^2$ 称为强度结构因子。 \tilde{C} 是单个衍射零级中心衍射光强。

③ 强度结构因子主要特征

随 N 增加，出现若干强度主峰，衍射向右偏移

高段显著增加，宽度显著减小

而主峰间出现若干次峰，个数随 N 增加而增加。

① 主峰（主极强）位置

$$\text{当 } \beta = k\pi \text{ 即 } d \sin \theta_k = k\lambda, k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \quad \sin \beta > 0.$$

$$\text{时有极限值 } \left(\frac{\sin N\beta}{\sin \beta} \right)^2 = N^2.$$

$$\text{此时 } I(\theta_k) = N^2 \cdot i(\theta_k) \text{ 正比于 } N^2.$$

② 主峰的半角宽度

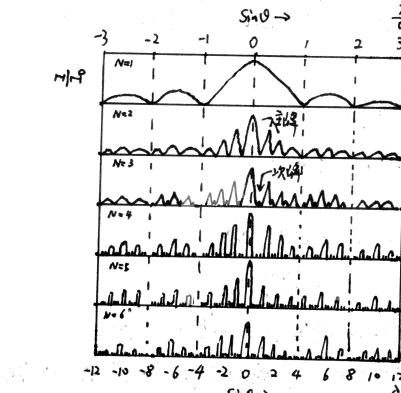
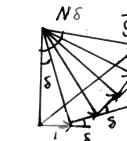
第 k 个主峰，其左右各一个零点即暗点位置 $(\theta_k \pm \Delta\theta)$

满足 $N\beta = m\pi$ 且 $\beta \neq n\pi$ $m, n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$

$$\text{即 } \beta = k\pi \pm \frac{\pi}{N}$$

$$\text{得 } d \sin(\theta_k \pm \Delta\theta) = (k \pm \frac{1}{N})\lambda \Rightarrow d \sin \theta_k \pm d \cos \theta_k \cdot \Delta\theta = k\lambda \pm \frac{\lambda}{N} \text{ 得 } d \cos \theta_k \cdot \Delta\theta = \frac{\lambda}{N}$$

因为 k 的主峰半角 $\Delta\theta_k = \frac{\lambda}{Nd \cos \theta_k}$ 或 $\Delta\theta_k = \frac{\lambda}{D \cos \theta_k}$ ，光栅尺寸越大，主峰半角宽度越小，呈反比关系。



$$\text{衍射强度分布 } \frac{1}{N}$$

③两个主峰之间

两个主峰之间有 $(N-1)$ 个零点值，即出现 $(N-1)$ 个暗纹

有 (N^2) 个次极大值，即出现 (N^2) 个次亮点或次亮纹

但随 N 的增加，次极强的高度下降。 N 极大时，次峰强度为零。

④单元因子作用

主峰强度被单元因子所调节，因子 $(\frac{\sin \alpha}{\alpha})^2$ 决定入射光功率在各主峰之间的分配。某些位置甚至产生缺级。

多缝 K 级主峰位置： $d \sin \theta_k = k\lambda \quad k=0, \pm 1, \pm 2, \dots$

单缝 K 级零点位置： $\alpha \sin \theta_k = k\lambda \quad k=\pm 1, \pm 2, \dots$

当 $\theta_k = \theta_{k'}$ 时，第 k 级主峰位置恰巧落在第 k' 级零点位置，于是 $I(\theta_k) = 0$ 。

第 k 级主峰消失，由此得 $\frac{d}{\alpha} = \frac{k}{k'}$ 。

§5.3 光栅光谱仪、闪耀光栅

1. 光栅光谱仪性能指标

(1) 角色数本领： $D_0 = \frac{s_0}{s_1}$

由 $d \sin \theta_k = k\lambda$ 得 $D_0 = \frac{k}{d \cos \theta_k}$ 与 N 无关

(2) 线色数本领： $D_1 = \frac{s_1}{s_2}$

$D_1 = f D_0 = f \frac{k}{d \cos \theta_k}$ 与 N 无关

(3) 色分辨率本领： $R = \frac{\lambda}{s\lambda} = kN$

与 N 无关。三棱镜分解： $R = t \frac{dn}{dx}$, t 为底宽， n 为折射率

2. 闪耀光栅

(1) 结构：两个特征向：

光栅宏观平面法线指向 \vec{N}

单元槽面的法线指向 \vec{n}

二者夹角为 θ_b ，被称为闪耀角

(2) 两种限制式和闪耀波长

① 入射光束垂直光栅平面，即沿 \vec{N} 射向光栅

反射定律给出的走向为单缝衍射零级走向，与入射方向夹角 $2\theta_b$ 。

相邻槽差程差 $\Delta L = d \cdot \sin 2\theta_b$ 。

于是满足 $d \sin 2\theta_b = \lambda_{1b}$, $d \sin 2\theta_b = 2\lambda_{2b}$ 的在 $2\theta_b$ 方向出现衍射峰，即 $\lambda_{1b}/\lambda_{2b}$ 为 $1/2$ 位闪耀波长

② 入射光束垂直单元槽面，即沿 \vec{n} 射向光栅。

与上面分析类似，此时 $\Delta L = 2d \sin \theta_b$

$1/2$ 位闪耀波长为 $\lambda'_{1b} = 2d \sin \theta_b$, $2\lambda_{2b} = 2d \sin \theta_b$

(3) 仅有单光谱 由于 $a \gg d$ ，使 $1/2$ 位闪耀波长共轭性缺级，仅保留一单光谱

§5.4 二维周期结构衍射

1. 排内元相干涉

$$\tilde{S}_x(\theta_1) = e^{i(N_1-1)\beta_1} \left(\frac{\sin N_1 \beta_1}{\sin \beta_1} \right) \quad \beta_1 = \frac{\pi d \sin \alpha}{\lambda}$$

2. 面内排间干涉

$$\tilde{S}_y(\theta_2) = e^{i(N_2-1)\beta_2} \left(\frac{\sin N_2 \beta_2}{\sin \beta_2} \right) \quad \beta_2 = \frac{\pi d_2 \sin \alpha}{\lambda}$$

$$3. \text{总结构因子 } \tilde{S}(\theta_1, \theta_2) = \tilde{S}_x \cdot \tilde{S}_y$$

$$I(\theta_1, \theta_2) = |\tilde{S}(\theta_1, \theta_2)|^2 = \left(\frac{\sin N_1 \beta_1}{\sin \beta_1} \right)^2 \cdot \left(\frac{\sin N_2 \beta_2}{\sin \beta_2} \right)^2$$

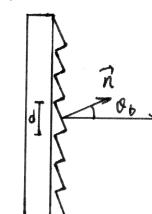
若二维周期属的单元为矩孔 $(a \times b)$

$$\text{单元强度因子为 } |U_0(\theta_1, \theta_2)|^2 = I_0 \left(\frac{\sin N_1 \alpha_1}{\alpha_1} \right)^2 \left(\frac{\sin N_2 \alpha_2}{\alpha_2} \right)^2 \quad \alpha_1 = \frac{\pi a \sin \theta_1}{\lambda}, \quad \alpha_2 = \frac{\pi b \sin \theta_2}{\lambda}$$

光强弦径角 (θ_1, θ_2) ：

$$\begin{cases} d_1 \sin \theta_1 = k_1 \lambda & k_1 = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \\ d_2 \sin \theta_2 = k_2 \lambda & k_2 = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \end{cases}$$

$$\begin{cases} \Delta \theta_1 = \frac{\lambda}{N_1 d \cos \theta_1} \\ \Delta \theta_2 = \frac{\lambda}{N_2 d \cos \theta_2} \end{cases}$$



第七章 偏振

§8.1 圆偏振光、椭圆偏振光的产生与检验

1. 两种常用波晶片

(1) 四分之一波晶片($\frac{1}{4}$)
提供有效相位差 $\delta_{oe}' = \pm \frac{\pi}{2}$. 厚度条件: $d = (2k+1) \frac{\lambda}{4n}$. $d_m = \frac{\lambda}{4n}$. (3) 全波晶片.

(2) 二分之一波晶片($\frac{1}{2}$): 对线偏振光有转动偏振面作用
提供有效相位差 $\delta_{oe}' = \pm \pi$ 厚度条件: $d = (2k+1) \frac{\lambda}{2n}$. $d_{min} = \frac{\lambda}{2n}$
 $d = \frac{k\lambda}{2n}$ 有效 $\delta_{oe}' = 0$.

2. 圆偏振光、椭圆偏振光产生.

(1) 线偏振光入射半片, 出射光一般为正椭圆偏振光.

(2) 当入射光的线偏振面与半片光轴夹角为零时, 出射光为圆偏振光

(3) 当入射光的线偏振面平行或垂直波晶片光轴时, 出射光仍为线偏振光且方向不变.

(4) 圆偏振器: 将偏振片P与半片组装成一个器件, 用以从自然光产生圆偏振光.

3. 反圆偏振光与自然光

先插入半片, 后放入偏振片P.

圆偏振光经半片后为线偏振光再通过偏振片P变成线偏振光(旋转即出现消光)

自然光经半片后为大量椭圆偏振光, 经过偏振片P后不消光, 光强不变.

4. 区分椭圆偏振光与部分偏振光.

先插入半片, 后放入偏振片P

使椭圆偏振光长轴方向与波晶片(\vec{o}, \vec{e})平行由一致 通过半片后为线偏振光. 后面原理同上(消光)

部分偏振光原理同上(不消光)

5. 光从一个介质向另一个介质入射时, 若以布儒斯特定角入射, 则反射光为完全偏振光(S光)

若以非布儒斯特定角入射, 则反射光为不完全偏振光.

P光: 振动方向平行于入射面(parallel)

S光: 振动方向垂直于入射面(senkrecht)

补充: 晶体简介

1. 分类: 3类; 7种晶系; 14种晶格; 32种点群.

(1) 单轴晶体: 三角晶系、四角晶系、六角晶系. 例: 方解石、红宝石、石英、冰.

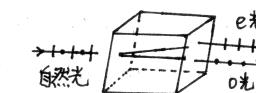
(2) 双轴晶体: 单斜晶系、三斜晶系、正交晶系. 例: 蓝宝石、云母、硬石膏.

(3) 立方晶体: 例: NaCl 氯化钠. 是各向同性介质.

2. 双折射现象

(1) 自然光入射于晶体中, 通常被分解为两束光传播于晶体中. 这一现象称为双折射.

其中满足各向同性介质中折射定律的光称为寻常光(O光)
不满足通常折射率的光称为非常光(E光)



(2) O光、E光均为线偏振光.

(3) 晶体中存在一特殊的方向, 光沿这个方向传播时不发生双折射, 或者说, 沿此方向传播时, O光、E光的区别失去意义. 这个特殊的方向称之为晶体的光轴.

光轴指的不是一条线, 而是晶体中的一个特定方向.

(4) 晶体的主要面: 晶体表面的法线 \vec{n}_s 和晶体内部的光轴 \vec{n}_e 组成的平面 (Σ_s, Σ_e)

入射面: 入射光线的法向 \vec{n}_i 和晶体表面法线 \vec{n}_s 组成的平面 (Σ_s, \vec{n}_i)

若入射面和主截面重合一致时, E光偏折依然在入射面内; 入射面与主截面不一致时, E光可能不在入射面内.

入射的主要平面: 入射光线 \vec{n}_i 和晶体光轴 \vec{n}_e 组成的平面 (\vec{n}_i, Σ_e)

(5) O光振动光矢 $\vec{E}_o(t) \perp$ 主平面, E光振动光矢 $\vec{E}_e(t) \parallel$ 主平面

O光传播具有各向同性, E光传播具有各向异性. 其传播速度 $v_e(\theta)$ 与方向角有关.

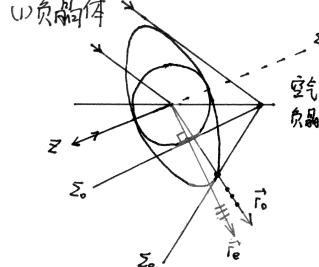
$$v_e(\theta) = \begin{cases} v_o, & \theta = 0 \\ v_e, & \theta = \frac{\pi}{2} \end{cases}$$

若 $v_o \leq v_e(\theta) \leq v_e$, 即 $n_e \leq n_e(\theta) \leq n_o$, 称为负晶体. E光为快光. O光为慢光.

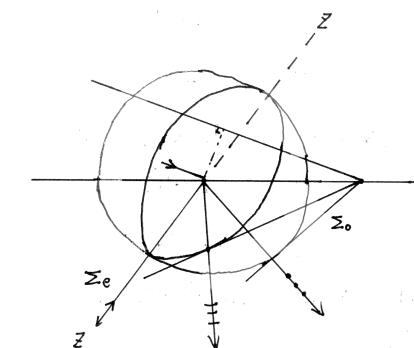
若 $v_e \leq v_e(\theta) \leq v_o$, 即 $n_o < n_e(\theta) \leq n_e$, 称为正晶体. O光为快光. E光为慢光.

3. 晶体中的惠更斯作图法(设主截面与入射面重合)

(1) 负晶体



(2) 正晶体



结论：

(1) O光满足折射定律，e光不满足折射定律。

只有当光轴垂直于入射面时，有 O光、e光均满足对应折射定律。

$$n_i \sin i_o = n_s \sin i_o \quad n_i \sin i_e = n_e \sin e$$

n_o 、 n_e 为两个主折射率。

(2) O光射出后正交于波面 Σ ，而 e光射出后不一定正交于波面 Σ 。

一般情况下，e光射出光线与波面法线方向并不一致，此为各向异性介质一个显著特点。

(3) 薄片厚度均匀，光轴平行表面且光束正入射时， \vec{r}_o 与 \vec{r}_e 空间同向一致，表面上无双折射。

但两者在晶体中传播速度不同，或折射率不同。 $n_o \neq n_e$ ，两者光程不同。

使正弦光振动 E_{1t} 、 E_{2t} 之间加一相位差， $\Delta\phi_e = \frac{2\pi}{\lambda_0} (n_o - n_e)$

此性质用于制造波晶片。

(4) 厚片厚度均匀，光轴径取向且光束正入射，e光波面 Σ_e 依然平行于晶体表面， \vec{N}_e 为 Σ_e 法线。

但 \vec{r}_e 倾斜，二者分离角为 $\alpha = \theta - \varphi$ 。 θ 为 \vec{r}_e 与 \vec{z} 夹角。 φ 为 \vec{N}_e 与 \vec{z} 夹角。

(5) 有 $\tan \theta = \frac{n_e^2}{n_o^2} \tan \varphi$

最大分离角 α_M 时 $\tan \theta_0 = \frac{n_e}{n_o}$ ， $\tan \varphi_0 = \frac{n_o}{n_e}$ 。

$$\tan \alpha_M = \frac{n_o^2 - n_e^2}{2n_o n_e}$$

$$V_N = V_r \cos \alpha, \alpha = \theta - \varphi$$

(6) 对于厚晶体 $\frac{n_o}{n_e} > \sqrt{2}$ ，透镜面出现凹陷。

$$\frac{n_o}{n_e} = \sqrt{2}$$
 保持平坦。

$$\frac{n_o}{n_e} < \sqrt{2}$$
 出现凸头。

对于正晶体 $\frac{n_e}{n_o} > \sqrt{2}$ ，透镜面出现凹陷。

$$\frac{n_e}{n_o} = \sqrt{2}$$
 保持平坦。

$$\frac{n_e}{n_o} < \sqrt{2}$$
 出现凸头。

天然晶体透镜面光凸陷故为卯形。

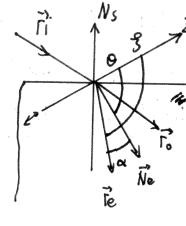
4. 旋光性。

某些晶体或液体具有旋光性。

规律：(1) 旋光角 α 正比于旋光体长度 d 。

$$(2) 旋光系数 $\alpha = A + \frac{B}{\lambda^2}$$$

(3) 自然旋光性与传播方向无关。



补充: 几何光学部分

§1.5 费马原理与成像

从物点到像点的各光线的光程彼此相等

实际情况:

$$\angle(AM_1N_1\alpha') = \angle(AM_2N_2\alpha') = \dots = \angle(AM_iN_i\alpha')$$

虚像情况:

$$\angle(AM_1N_1) - \angle(N_1\alpha') = \angle(AM_2N_2) - \angle(N_2\alpha') = \dots = \angle(AM_iN_i) - \angle(N_i\alpha')$$

虚光程应取负值且光程计算中折光率取你方折射率 n' , 即 $L(N_i\alpha') = n' \cdot \overline{N_iQ}$

2. 球面折射成像轴线

等光程要求 $L(AM\alpha') = L(AO\alpha')$

$$L(AM\alpha') = n \overline{AM} + n' \overline{M\alpha'} = n \sqrt{(s+a)^2 + h^2} + n' \sqrt{(s'-a)^2 + h^2}$$

$$L(AO\alpha') = ns + n's'$$

像轴小倾角有 $\Delta \ll s, r, s'$.

$$\text{有 } (r-\Delta)^2 + h^2 = r^2 \Rightarrow r^2 - 2r\Delta + h^2 = r^2 \Rightarrow h^2 = 2r\Delta$$

$$\sqrt{(s+a)^2 + h^2} = \sqrt{s^2 + 2sa + 2r\Delta} = S \left[1 + 2(s+r) \frac{\Delta}{S^2} \right]^{\frac{1}{2}} = S \left[1 + \frac{1}{2} \times 2 \times \frac{(s+r)\Delta}{S^2} \right] = S + \frac{s+r}{S} \Delta$$

$$\sqrt{(s'-a)^2 + h^2} = \sqrt{s'^2 - 2s'a + 2r\Delta} = S' \left[1 + 2(r-s') \frac{\Delta}{S'^2} \right]^{\frac{1}{2}} = S' \left[1 + \frac{1}{2} \times 2 \times \frac{(r-s')\Delta}{S'^2} \right] = S' + \frac{r-s'}{S'} \Delta$$

$$\text{代入} \Rightarrow ns + n's' = ns + n \frac{s+r}{S} \Delta + n's' + n' \frac{r-s'}{S'} \Delta$$

$$n \frac{s+r}{S} = -n' \frac{r-s'}{S'} \quad \text{得物像距公式} \quad \frac{n}{S} + \frac{n'}{S'} = \frac{n'-n}{r}$$

令物距 $S \rightarrow +\infty$ 得 $f' = \frac{n'}{n'-n}$ 称为焦距.

令像距 $S' \rightarrow +\infty$ 得 $f = \frac{n}{n'-n}$ 称为物距.

前后焦距比值 $\frac{f'}{f} = \frac{n'}{n}$.

注: 每个几何量均含正负号.

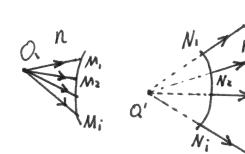
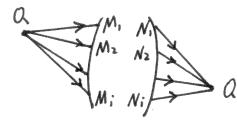
约定:

(1) 实物: 物在左方时 $s > 0$; 虚物: 物在右方时 $s < 0$

(2) 实像: 像在左方时 $s' > 0$; 虚像: 像在右方时 $s' < 0$

(3) 折射球面球心在左方 $r > 0$; 折射球面球心在右方 $r < 0$.

总结: 光路主体方向自左向右.



3. 斜切点 (单球面折射)

存在一对特殊共轭点 (O_0, O'_0) 可以用宽光束严格成像

有 $S_0 \cdot S'_0 = -r^2$.

包含正负号:

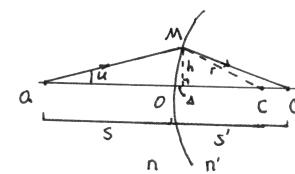
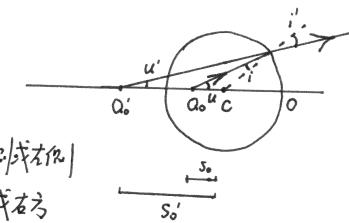
约定:

球面半径 $r > 0$ 或 $r < 0$ 对应球心 C 在原点 O 左侧或右侧

物距 $S_0 > 0$ 或 $S_0 < 0$ 对应物点 A_0 在球心 C 左侧或右侧

像距 $S'_0 > 0$ 或 $S'_0 < 0$ 对应像点 A'_0 在球心 C 左侧或右侧

对于图中, $r < 0$, $S_0 > 0$, $S'_0 < 0$.



① 横向放大率为 1 的一对共轭面称为主面, 两主面与光轴的交点称为焦点.

② 光轴上角放大率为 1 的一对共轭点称为节点.

③ 基本公式:

$$1. \text{ 阿贝公式: } \frac{n'}{l'} - \frac{n}{l} = \frac{n-l}{r}$$

$$2. \text{ 球面反射定律 (令 } n' = n \text{): } \frac{1}{l'} + \frac{1}{l} = \frac{2}{r}$$

$$3. \text{ 牛顿公式 和 高斯公式: } xx' = ff' \quad \frac{f}{l'} + \frac{f}{l} = 1$$

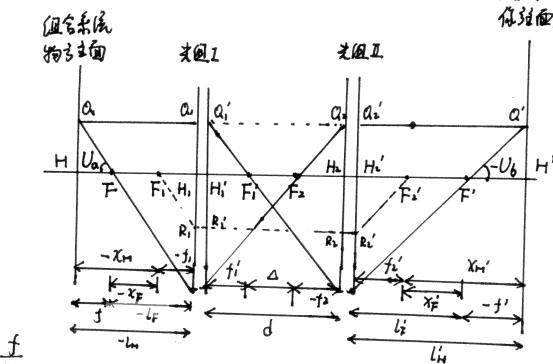
$$4. \text{ 焦距关系: } \frac{f}{l} = \frac{n'}{n}$$

$$5. \text{ 拉-亥不变量: } J = ny \tan U = n'y' \tan U'$$

$$6. \text{ 垂轴放大率: } B = \frac{y'}{y} = \frac{n'l'}{n'l} = -\frac{f'l'}{f'l} = -\frac{x'}{x} = -\frac{f}{l}$$

$$\text{角放大率: } \beta = \frac{U'}{U} = \frac{\tan U'}{\tan U} = \frac{l}{l'} = \frac{n}{n'} \cdot \frac{1}{B}$$

$$\text{横向放大率: } \alpha = \frac{dV}{dl} = \frac{n'l'^2}{n'l^2} = \frac{n'}{n} \beta^2, \quad \alpha B = \beta$$



7. 主面间隔 d 与光轴间隔 Δ

$$\Delta_i = d_i - f_{i-1}' + f_i$$

8. 组合物像方焦距位置、组合焦距.

$$8. \text{ 组合焦距: } l_f' = f'(1 - \frac{d}{f_1}) \quad l_f = f(1 + \frac{d}{f_2})$$

$$9. \text{ 组合主点: } l_h' = f' \frac{d}{f_1} \quad l_h = f \frac{d}{f_2}$$

$$10. \text{ 组合光焦度: } \varphi = \varphi_1 + \varphi_2 - d \varphi_1 \varphi_2 \quad (\varphi = \frac{1}{f})$$

组合光焦度