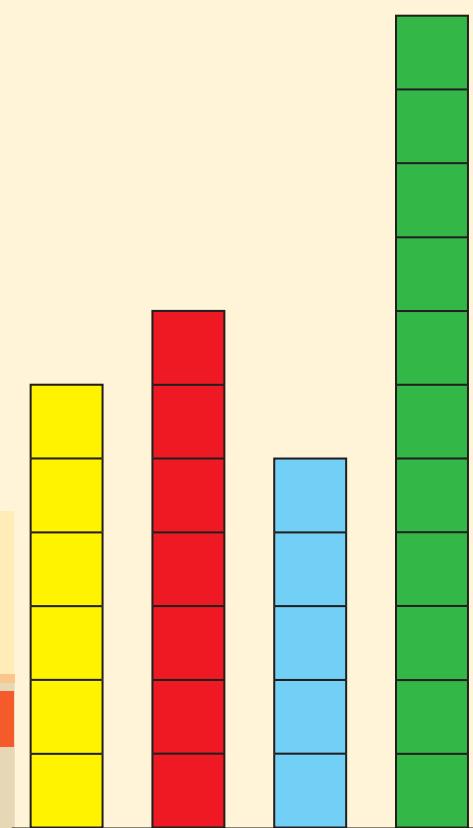


ریاضی

۸ ټولکۍ



ټولکۍ





ملي سرو د

دا عزت د هر افغان دی
هر بچی یې قهرمان دی
د بلوڅو د ازبکو
د ترکمنو د تاجکو
پامیریان، نورستانیان
هم ايماق، هم پشه يان
لکه لمړ پرشنه آسمان
لکه زره وي جاويдан
وايو الله اکبر وايو الله اکبر

دا وطن افغانستان دی
کور د سولې کور د توري
دا وطن د ټولو کور دی
د پښتون او هزاره وو
ورسره عرب، گوجردی
براھوي دی، ټزلباش دی
دا هېواد به تل څلپېي
په سينه کې د آسیا به
نوم د حق مودی رهبر

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

د ۸ ټولگی
ریاضی

۱۳۹۸

ھ.ش

د کتاب ځانګړتیاوې

مضمون: ریاضي

مؤلفین: د تعلیمي نصاب د ریاضي دیپارتمنت د درسي کتابونو مؤلفین

ادیت کوونکي: د پښتو زبې د ادیت دیپارتمنت غړي

تولگي: اتم

د متن ژبه: پښتو

انکشاف ورکوونکي: د تعلیمي نصاب د پراختیا او درسي کتابونو د تأليف لوی ریاست

خپروونکي: د پوهنې وزارت د اړیکو او عامه پوهاوی ریاست

د چاپ کال: ۱۳۹۸ هجري شمسی

د چاپ خای: کابل

چاپ خونه:

برېښنالیک پته: curriculum@moe.gov.af

د درسي کتابونو د چاپ، وېش او پلورلو حق د افغانستان اسلامي جمهوریت د پوهنې وزارت سره محفوظ دی. په بازار کې يې پلورل او پپرودل منع دي. له سرغوونکو سره قانوني چلنډکيرې.

د پوهنې ۵ وزیر پیغام

اقرأ باسم ربک

د لوی او بنونکي خدای ﷺ شکر په خای کوو، چې مور ته یې ژوند رابنسلی، او د لوست او لیک له نعمت خخه یې برخمن کړي یو، او د الله تعالی پر وروستي پیغمبر محمد مصطفی ﷺ چې الهي لومړنې پیغام ورته (لوستل) و، درود وايو.

خرنګه چې ټولو ته بنکاره ده ۱۳۹۷ هجري لمريز کال د پوهنې د کال په نامه نومول شو، له دې امله به د گران هېواد بنونيز نظام، د ژورو بدلونونو شاهد وي. بنونکي، زده کونکي، کتاب، بنونځي، اداره او د والدینو شوراګانې د هېواد د پوهنيز نظام شپږګونی بنسيز عناصر بلل کېږي، چې د هېواد د بنونې او روزنې په پراختيا او پرمختيا کې مهم رول لري. په داسې مهم وخت کې د افغانستان د پوهنې وزارت د مشرباته مقام، د هېواد په بنونيز نظام کې د دوډې او پراختيا په لور بنسيز بدلونونو ته ژمن دي.

له همدي امله د بنونيز نصاب اصلاح او پراختيا، د پوهنې وزارت له مهمو لمريز بونو خخه دي. همدارنګه په بنونځي، مدرسو او ټولو دولتي او خصوصي بنونيز تأسیساتو کې، د درسي کتابونو محتوا، کيفيت او توزيع ته پاملننه د پوهنې وزارت د چارو په سر کې خای لري. مور په دې باور یو، چې د باکيفيته درسي كتابونو له شتون پرته، د بنونې او روزنې اساسی اهدافو ته رسپدلي نشو.

پورتنيو موخو ته د رسپدو او د اغښناک بنونيز نظام د رامنځته کولو لپاره، د راتلونکي نسل د روزونکو په توګه، د هېواد له ټولو زړه سواندو بنونکو، استادانو او مسلکي مدیرانو خخه په درناوي هيله کوم، چې د هېواد بچيانو ته دې درسي كتابونو په تدریس، او د محتوا په لېردو لو کې، هیڅ دوډ ھڅه او هاند ونه سپموي، او د یوه فعال او په ديني، ملي او انتقادي تفکر سمبال نسل په روزنه کې، زيار او کوشښن وکړي. هره ورڅ د ژمنې په نوي کولو او د مسؤولیت په درک سره، په دې نیت لوست پیل کړي، چې د نن ورځ ګران زده کونکي به سبا د یوه پرمختللي افغانستان معمaran، او د ټولنې متمن او ګټور او سپدونکي وي.

همدا راز له خورو زده کونکو خخه، چې د هېواد ازبنتناکه پانګه ده، غونښته لرم، خو له هر فرصت خخه ګټه پورته کړي، او د زده کړي په پروسه کې د ھيرکو او فعلو ګډونو والو په توګه، او بنونکو ته په درناوي سره، له تدریس خخه بنه او اغښناکه استفاده وکړي.

په پاي کې د بنونې او روزنې له ټولو پوهانو او د بنونيز نصاب له مسلکي همکارانو خخه، چې د دې کتاب په لیکلو او چمتو کولو کې یې نه ستري کبدونکې هلې خلې کړي دي، مننه کوم، او د لوی خدای ﷺ له دربار خخه دوى ته په دې سپیخلې او انسان جوړونکي هڅي کې بريا غواړم.

د معاري او پرمختللي بنونيز نظام او د داسې ودان افغانستان په هيله چې وکړي یې خپلواک، پوه او سوکاله وي.

د پوهنې وزیر

دكتور محمد ميرويس بلخي

فهرست

مخونه	سر لیکونه
۱	لوړۍ فصل (حقیقی عددونه)
۳	د حقیقی عددونو مفهوم، د حقیقی عددونو خواص
۱۱	د تقریبی دویم جذر د پیداکولو عمومي طریقه، د اوسيط په طریقه د دویم جذر تقریبی قيمت، د اعشاریه لرونکو عددونو دویم جذر
۱۹	د جذری عددونو جمع، تفریق، ضرب او تقسیم
۲۳	د توان لرونکو عددونو قوانین
۲۹	کسری توانونه او قوانین یې
۳۷	دویم فصل (مالی محاسبې)
۳۹	نسبت، په متناسبو اجزاوو باندې ويشنل
۴۳	تناسب، د تناسب خواص، د تناسب دولونه، مرکب تناسب
۵۰	فيصد، احادیت یا واحد، تحفیف
۶۱	ساده او مرکبه ربح
۶۷	دریم فصل مشابهتونه
۶۹	ورته(مشابه) شکلونه، ورته(متشابه) مضلع گانې
۷۳	موازی خطونه، د تالس قضیه
۷۷	په مثلث کې د تالس قضیه، د مثلثونو د ورته والي حالتونه
۸۹	څلورم فصل تناظر
۹۱	د تناظر مفهوم، محوري تناظر، مرکزي تناظر
۹۹	پنځم فصل د مثلث قضیې
۱۰۱	د متساوي الساقین د مثلث قضیې، د فيثاغورث قضیه
۱۰۹	د فيثاغورث د قضیې معکوس (سرچې)
۱۱۱	د قایم الزاویه مثلث قضیې، په قایم الزاویه مثلث کې د 30° او 60° زاویو لپاره قضیې
۱۱۹	ناصف الزاویه، د مثلث د داخلی زاویو ناصفوونه، په یوه مثلث کې عمودي ناصف
۱۲۷	د مثلث ارتفاع گانې، د مثلث میانې

سرليکونه

مخونه

۱۳۵

۱۳۷

۱۴۱

۱۴۰

۱۴۹

۱۵۷

۱۰۹

۱۶۵

۱۷۱

۱۸۱

۱۸۳

۱۸۹

۱۹۹

۲۰۱

۲۰۹

۲۱۹

۲۲۱

۲۲۵

۲۲۷

۲۳۳

۲۴۱

۲۴۳

۲۴۵

۲۴۷

۲۵۱

شپرم فصل مساحت او حجمونه

د مکعب مستطيل مساحت او حجم

د منشور مساحت او حجم، د استوانې مساحت او حجم

د هرم مساحت او حجم

د مخروط مساحت او حجم، د کري مساحت او حجم

اووم فصل الجبری افادي

د متتحول مفهوم، الجبری افادي، د الجبری افادو ساده کول

د یوه حده افادو ضرب، د یوه حده افادو و بش، د الجبری افادو ضرب

مطابقتونه، د دوه حده افادو د جمعې او تفاضل مربع، د الجبری افادو تجزيه

اتم فصل معادلي

د معادلي مفهوم، په معادله کې د جمعې او تفرقه عملې، په معادله کې د ضرب او و بش عملې

لومړۍ درجه یو مجھوله عمومي معادله، معادلي معادلي، د معادلو تشکيلول (جوړښت)

نهم فصل رابطه او تابع

ټکي په مستوي کې، د یوه ټکي مختصات په مستوي کې، مجھول او متتحول

رابطه، خطي رابطه، د خطي رابطه جوړښت، تابع

لسن فصل احصائيه

د منفصلې ډيتا د کثرت جدول، د کثرت د جدول د اجزاء او خاصيتونه

ډله یېز (تجمعی) کثرت

نسبې کثرت، ميله یې گراف، د منکسرۍ کرسې گراف

د منفصلې ډيتا او سط، د جدول په مرسته د متصلې ډيتا او سط

يوو لسن فصل احتمال

نسبې کثرت او احتمال

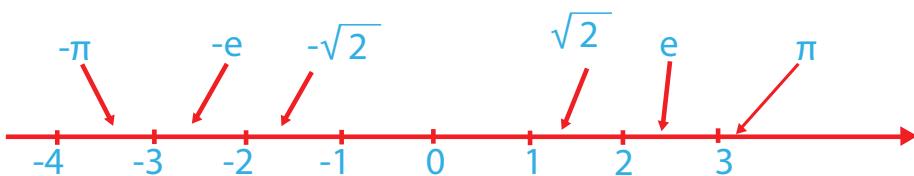
په نمونه ې په فضا کې برابر او نا برابر چانس

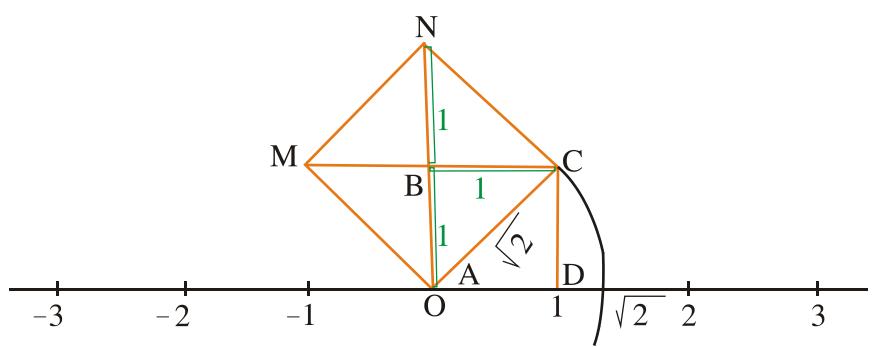
د یوې نمونه ېي فضا ناخاپې پښه، د احتمال قاعدي

ونه یېز (شجريي) دیاګرام، د مسیر لومړۍ قاعده (د ضرب حاصل)

لومړی فصل

حقيقي عددونه

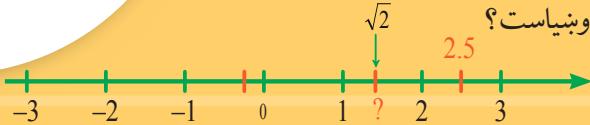




د حقيقی عددونو مفهوم

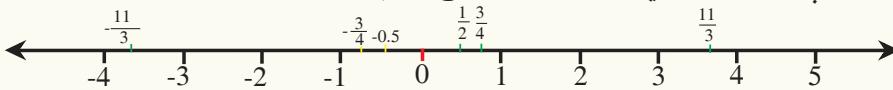


کولای شئ تول نسبتي عددونه د عددی محور پر مخ باندي و بنیاست، لکه په لاندي په شکل کې چې د عددی محور پر مخ يو شمپر نسبتي عددونه بنودل شوي دي. آيا کولای شئ چې د $\sqrt{2}$ په چول عدد هم د عددونو د محور پر مخ وبنیاست؟



آيا ناطق عددونه مو پیژندي دي؟

د اووم ټولگي او عددی محور په پام کې نیولو سره ويلاي شو چې هر ناطق (نسبتي) عدد د عددونو د محور پر مخ باندي یوازي د يوې نقطې په واسطه بنودل کېداي شي، لکه لاندي شکل چې يو شمپر نسبتي عددونه د هغه پر مخ باندي بنودل شوي دي.



داسي نور عددونه هم شته چې ترا اوسيه پوري د محور پر مخ باندي بنودل شوي نه دي يا په بل عبارت یوازي نسبتي عددونه نشي کولاي د عددونو د محور ټولي نقطې وبنېي يعني د عددی محور پر مخ باندي د نسبتي عددونو په منځ کې د اسې عددونو لپاره ډېر تشن څایونه شته چې هغه نسبتي يا ناطق عددونه، نه دي چې د همدي عددونو په واسطه د عددونو د محور ډکېري؟

فعاليت

• د لاندي عددونو دويم جذر پيدا کړئ:

عدد	25	16	2	100	4	$\frac{9}{4}$
دويم جذر					10	

• په پورته فعالیت کې د کوم عدد دويم جذر پيدا کول تاسو ته ستونزمنه ده؟

- ۰ آیا کولای شئ یو ناطق عدد پیدا کړئ چې په خپل څان کې ضرب او د ضرب حاصل یې
2 عدد شی.

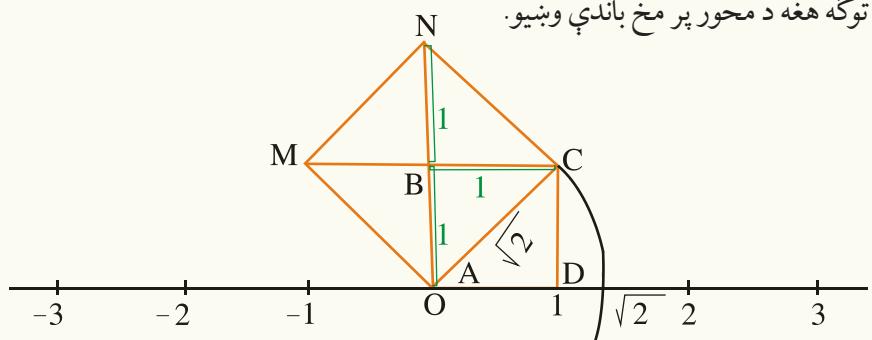
عدد	1	1.1	1.2	1.3	1.4	1.5
دعدد مربع	1					2.25

- #### • مخامن جدول ڈک کرئی۔

- د 2 عدد جذرالمریع د کومو دوو عددونو ترمنځ ده؟
 د 2 عدد جذرالمریع د پیداکولو نژدي قيمت ته د زيات پام لپاره لاندي جدول بشپړ
 کړي:

عدد	1.40	1.41	1.42	1.43
د عدد مربع		1.9881		

د پورته جدول په ليدو سره وواياست چې د 2 د عدد جذرالمربع د کومو دوو عددونو تر منځ پرته ده؟ د لومړي کربنې عددونه داسي عددونه دی چې د هغه په منځ کې د 2 د عدد جذرالمربع د شتون گومان پري کپدای شي. هر خومره چې د جدول د لومړي کربنې عددونه یو بل ته نژدي وتاکل شي بيا هم په دويمه کربنه کې د 2 عدد نه ليدل کېږي او د 2 جذرالمربع نه پیدا کېږي. يعني داسي ناطق عدد چې له $\sqrt{2}$ سره مساوي وي، پیدا کولای نشو، نو د عددونو یو نوی سټ شته چې د غیر ناطق (گونګ) عددونو له سټ خخه عبارت دی د غیر ناطق عددونو سټ په Q' سره بنیو، لکه: $\sqrt{7}, \sqrt{5}, \sqrt{3}, \sqrt{2}$ او داسي نور. سره له دې چې د $\sqrt{2}$ ناطق عدد نه دی کولای شو د هندسي بنوونې په کارولو سره په لاندې توګه هغه د محور پر مخ باندې وبنیو.

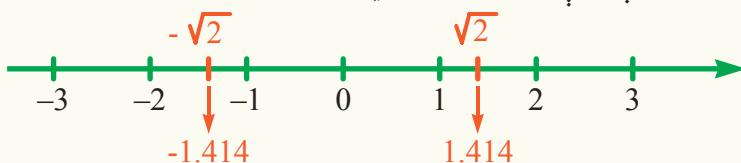


په شکل کې لیدل کېږي د ABCD کوچنۍ مربع چې د ضلعو اوږد والي یې یو واحد دي په دوو قایم الزاویه مثلثونو وېشل شوي چې د ټولې کوچنۍ مربع مساحت یې یو واحد مربع دي.

همدارنگه د $AMNC$ د لوپي مربع په شکل کې وينئ چې مساحت يې نسبت کوچنۍ مربع ته زيات او 2 واحد مربع ده. له دې امله د مربع د مساحت د فارمول له مخې پوهېړو چې د لوپي مربع د هرې ضلعې اوږدوالي له $\sqrt{2}$ واحد سره مساوي دي. که چېړي د O تکي مرکز ونيسو او د $\sqrt{2}$ په شعاع چې د يوپي مربع يوه ضلع ده، يو قوس رسم کړو، تر خود عددونو محور قطع کړي، د عددونو له محور سره د تقاطع نقطه د $\sqrt{2}$ خای د عددونو د محور پر مخ باندي ټاکي.

خرنګه چې ناطق عددونه، جمعې معکوس عددونه لري غير ناطق عددونه هم جمعې معکوس عددونه لري. د بېلګې په توګه د $\sqrt{2}$ جمعې معکوس $\sqrt{2}$ - دې چې د عددونو پر محور د صفر کينې خواهه بنوبل شوي دي.

نو ويلى شو چې د عددونو هره نقطه له يوه حقيقي عدد سره او بر عکس هر حقيقي عدد د عددونو د محور له يوپي نقطې سره مطابقت کوي.

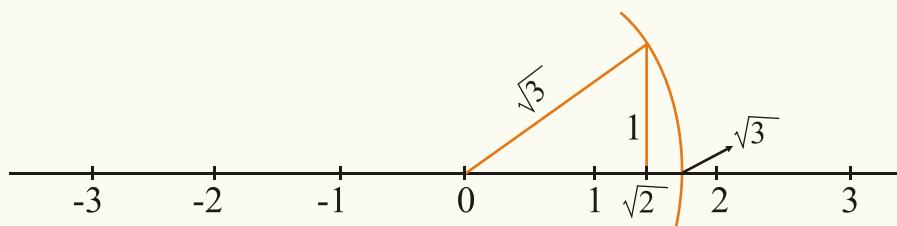


تعريف

د ناطق او غيرناطق عددونو یووالی (اتحاد) د حقيقي عددونو د ست په نامه یادېږي او د حقيقي عددونو ست په IR سره بنوبل کېږي.

مثال: $\sqrt{3}$ د عددونو پر محور وبنیاست.

حل: د $\sqrt{2}$ له نقطې خخه د یوه واحد په اندازه پورته یو تکي په نښه کوو او لاس ته راغلي تکي له O سره نښلوو د (O) نقطه مرکز نيسو. يو قوس رسموو چې د عددونو محور قطع کړي. لاس ته راغلي نقطه د عددونو پر محور باندي ډ $\sqrt{3}$ خای ټاکي.



تمرین

1- دلاندی عددونو خخه کوم یو یې غیر ناطق دی:

- a) $\sqrt{16}$, b) $-\sqrt{5}$, c) $\frac{2}{3}$, d) $\sqrt{37}$

2- درې ناطق عددونه او درې غیر ناطق عددونه ولیکي.

3- د $\sqrt{15}$ په اړه خه ډول فکر کوي ناطق دی؟ او که غیر ناطق؟

4- د عددونو پر محور باندې د $\sqrt{5}$ او $\sqrt{2} + 1$ حایونه وښیاست.

5- د $2\sqrt{2} + 8 + \sqrt{4} + 3$ په عددي افادو کې کومه یوه ناطقه او کومه یوه یې غیر ناطقه ده.

6- د $\sqrt{144}, \sqrt{5}, \sqrt{31}, \sqrt{36}$ او $\sqrt{144}$ په اړه خه فکر کوي ناطق دی او که غیر ناطق؟

آيا حقيقی عددونه د بدلون (تبديلی)، یووالی (اتحادی) او توزيعی خاصیتونه لري؟

د حقيقی عددونو خواص

$$\sqrt{2} + \sqrt{5} = \sqrt{5} + \sqrt{2}$$

$$\sqrt{2} \times (\sqrt{3} + \sqrt{5}) = (\sqrt{2} \times \sqrt{3}) + (\sqrt{2} \times \sqrt{5})$$

$$\sqrt{2} + (\sqrt{3} + \sqrt{5}) = (\sqrt{2} + \sqrt{3}) + \sqrt{5}$$



- آيا په حقيقی عددونو کې د تبديلي، اتحادي او توزيعي خاصيتونه شتون لري؟

فعاليت

د جدول له مخې لاندې قيمتونه پیدا کړئ.

$$\begin{array}{ll} \sqrt{2} + \sqrt{3} = ? & \sqrt{3} + \sqrt{2} = ? \\ \sqrt{2} + 2 = ? & 2 + \sqrt{2} = ? \\ \sqrt{3} + \sqrt{1} = ? & \sqrt{1} + \sqrt{3} = ? \\ \sqrt{3} + 1 = ? & 1 + \sqrt{3} = ? \end{array}$$

عدد	تقريبي قيمة
$\sqrt{2}$	1.41
$\sqrt{3}$	1.73
$\sqrt{5}$	2.23

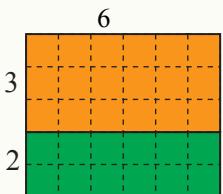
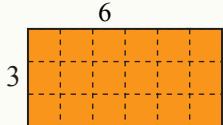
آيا د جمعي د عملې تبديلي خاصيت د حقيقی عددونو به سټ کې صدق کوي او کنه.

له پورتني فعالیت خخه داسې پایله په لاس رائحي چې د a او b هر حقيقی عدد لپاره

$$a + b = b + a \quad \text{لکلای شو:}$$

پونته: حقيقی عددونه د ضرب په عملیه کې د بدلون خاصیت لري؟
په خو مثالونو کې یې خرگند کړئ.

فعالیت



• د 6 واحد په اوبردوالی او 3 واحد په سوريو مستطيل رسم کړئ، د دې مستطيل مساحت خومره دی؟

• يو بل مستطيل رسم کړئ چې اوبردوالی یې 6 او سورې 2 واحده وي، د دې مستطيل مساحت خومره دی؟

• دا دوه مستطيلونه يو د بل خنګ ته کېږدي. له دواپو مستطيلونو

خخه د جوړ شوي لوی مستطيل په لاس راغلی مساحت خومره دی؟

• د لوی مستطيل مساحت د دوو کوچنيو مستطيلونو له مساحت سره
څه اړیکه لري؟

$$6(3+2)=(6 \cdot 3)+(6 \cdot 2)$$

له پورته فعالیت خخه داسي پایله په لاس راخی، د b, a او c اختياري حقیقی عددونو لپاره
لرو:

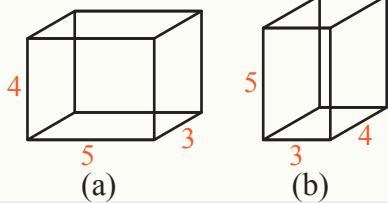
دا خاصیت په جمعې باندې د ضرب د توزيعي خاصیت په نامه یادېږي.

مثال: د $(\sqrt{2} + \sqrt{5}) \times \sqrt{3}$ افادي بنی خوا د حقیقی عددونو د خاصیت له معنې وليکړ:

حل:

$$\sqrt{3} \times (\sqrt{2} + \sqrt{5}) = (\sqrt{3} \times \sqrt{2}) + (\sqrt{3} \times \sqrt{5})$$

فعالیت



مخامنځ شکلونه په پام کې ونيسي:

• د (a) په شکل کې د مکعب مستطيل حجم خومره دي؟

• د (b) په شکل کې مکعب مستطيل حجم خومره دي؟

له پورته فعالیت خخه داسي پايله لاس ته راهي:

$$d \quad (a \times b) \times c = a \times (b \times c)$$

دا په ضرب کې د یووالی (اتحادي) خاصيت دي.

مثال: د حقيقي عددونو له خاصيت خخه په کار اخيستنې سره د $\sqrt{2} \times (\sqrt{3} \times \sqrt{5})$ افادې بنې خوا ولیکي:

$$\text{حل: } \sqrt{2} \times (\sqrt{3} \times \sqrt{5}) = (\sqrt{2} \times \sqrt{3}) \times \sqrt{5}$$

آيا د حقيقي عددونو په جمع کې د یووالی خاصيت شته؟ په خو مثالونو کې یې خرگند کړئ.

یادونه

1 - تاسو په یاد لري چې:

$$a + 0 = 0 + a = a$$

$$a \times 1 = 1 \times a = a$$

پورته رابطه يا اړیکه د a د هر حقيقي عدد لپاره صدق کوي.

2 - له دې وروسته د ضرب عملې د (\times) نښې په ئای د (.) نښه لیکو.

تمرين



لأندي هر يو مساوات په پام کې ونيسى، اپوند خاصيتونه يې مخې ته ولیکي.

a - $\sqrt{5}(2+3) = 2\sqrt{5} + 3\sqrt{5}$ له کوم خاصيت خخه پيروي کوي؟

b - $\sqrt{5} + \sqrt{3} = \sqrt{3} + \sqrt{5}$ له کوم خاصيت خخه پيروي کوي؟

c - $\sqrt{3} \times (\sqrt{2} \times \sqrt{3}) = (\sqrt{3} \times \sqrt{2}) \times \sqrt{3}$ له کوم خاصيت خخه پيروي کوي؟

d - $\sqrt{2} \times \sqrt{3} = \sqrt{3} \times \sqrt{2}$ له کوم خاصيت خخه پيروي کوي؟

e - $\sqrt{3} + (\sqrt{5} + \sqrt{2}) = (\sqrt{3} + \sqrt{5}) + \sqrt{2}$ له کوم خاصيت خخه پيروي کوي؟

د تقریبی دویم جذر د پیداکولو عمومي طريقة

$$\sqrt{125} = ?$$

$$\sqrt[3]{8} = ?$$

تاسو د عددونو د مربع جذر پیدا کول د
تجزیې په طريقة باندي پوهېږي.

آيا کولای شو د ټولو عددونو مربع جذر
د تجزیې په طريقة پیدا کړو؟

آيا د یوه عدد دريم جذر د تجزیې له
طريقي پرته په کومه بله طريقة پیدا کولاي
شي؟

- د عددونو مربع جذر (دویم جذر) پیداکول مو د تجزیې په طريقة په ياد ده، مثلاً $\sqrt{25}$ دویم
جذر خو دئ.

- د عددونو دريم جذر په کومې طريقي پیداکولاي شي، مثلاً $\sqrt[3]{27}$ خو دئ؟

- د تجزیې له طريقي پرته د دویم جذر د پیداکولو لپاره کومه بله طريقه شته؟

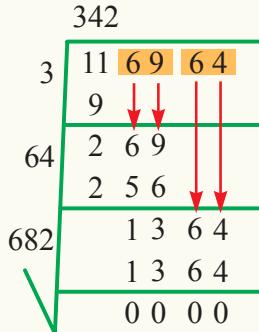
- تاسو په اووم ټولگي کې د عددونو د دویم جذر د نیولو عمومي شکل، د هر مثبت عدد لپاره
ولوستل د بيا يادونې لپاره لاندي مثالونه په پام کې نيسو:

لومړۍ مثال: د 625 عدد دویم جذر پیدا کوو.
حل: د 625 عدد د جذر تر نبني لاندي ليکو:

$$\begin{array}{r} \sqrt{625} \\ -25 \\ \hline 375 \\ -25 \\ \hline 125 \\ -125 \\ \hline 0 \end{array}$$

په پایله کې: $\sqrt{625} = 25$

دوييم مثال: د 116964 عدد دوييم جذر پيداکوو:
حل:



$$\sqrt{116964} = 342$$

په پایله کې: 342
پونتنه:

- 1- دوييم جذر د نیولو مرحلې تشریح کړئ.
- 2- د لاندې عددونو دوييم جذر پيدا کړئ.

a) 1024

b) 5329

c) 1127

- د ۱۱۶۹۶۴ په جز کې مو وليدل چې د ۱۱۲۷ عدد مکمل دوييم جذر نه لري.
آيا د عددونو تقریبی دوييم جذر په عمومي شکل سره حسابولای شي.

ديوه عدد د تقریبی دوييم جذر د پيداکولو لپاره د عمومي طریقې خخه هم کار اخلو د دې لپاره
چې وکولای شو تقریبی دوييم جذر په لاس را روپو لاندې فعالیت سره رسوو:

فعالیت

	1.2	2.03	0.3	1.23	1.360
د عدد مربع	1.44	4.1209			

- د پورتني جدول له مخې د عدد د اعشاري رقمونو د شمېر او د هغه د مربع د اعشاري
رقمونو د شمېر په منځ کې خه ډول اړیکه یا رابطه موجوده ده؟

• خرنگه کولای شو چې د یو مربع شوي عدد د اعشاري رقمونو د شمېر به درلودلو سره د نوموري عدد د اعشاري رقمونو شمېر پیدا کړو؟
خرنگه چې په پورته فعالیت کې د یو عدد د دويم جذر د اعشاري رقمونو شمېر د همه عدد د اعشاري رقمونو د شمېر د مربع نیمايې دی، له دي قاعدي خخه د تقریبی دويم جذر د نیولو لپاره کار اخلو.

لومړۍ مثال: غواړو چې د اعشاري تریو رقم پورې د 1438 عدد دويم جذر حساب کړو

37.9

3	14	38	.	00
9				
67	5	38		
	4	69		
749		69	00	
		67	41	
		1	59	

پاتې

په پایله کې: $\sqrt{1438} \approx 37.9$

پوښته: آیا 1438.00 = 1438 سره دي ولې، د 1438 عدد د دويم جذر د نیولو په وخت کې د 1438.00 په ډول لیکو.

دویم مثال: د اعشاري تر دویم رقم پورې د 2417 تقریبی دویم جذر پیدا کړئ.

49.16

4	24	17	.	00	00
16					
89	8	17			
	8	01			
981		16	00		
		9	81		
9826		6	19	00	
		5	89	56	
		0	29	44	

پاتې

په پایله کې: $\sqrt{2417} \approx 49.16$

په پورته مثالونو کې وينو چې د پاتې اعشاري رقمونو شمېر د اصلی عدد، د اعشاري رقمونو له شمېر سره مساوي دي چې غواړو د هغو دویم جذر پیدا کړو.

تمرین

1- تر یوه رقم اعشاري پوري د لاندې عددونو دویم جذر پیدا کړئ:

- a) 814
- b) 74
- c) 274

2- تر دوہ رقمي اعشاري پوري د لاندې عددونو دویم جذر حساب کړئ:

- a) 94752
- b) 5039
- c) 418

د اوسته په طریقه د دویم جذر تقریبی قیمت

$$\sqrt{81} = 9$$

$$\sqrt{\frac{25}{16}} = \frac{5}{4}$$

-ویلای شئ چې د $\sqrt{81}$ خو دی؟

-ویلای شئ چې د $\sqrt{\frac{25}{16}}$ خو دی؟

تاسو پوهېږي هر عدد چې په خپل ځان کې ضرب شي د ضرب لاس ته راغلی حاصل د لوړۍ عدد د مریع په نامه یادېږي، خو د تولو مثبتو عددونو دویم جذر د کسری یا نسبتی عدد په ډول بندلاي نشو، لکه: $\sqrt{30}, \sqrt{10}, \sqrt{5}$

له دي امله د ځینو عددونو د دویم جذر قیمت په تقریبی ډول بندول کېږي.
دلته غواړو د $\sqrt{5}$ تقریبی قیمت پیدا کړو.

پوښتنه: د 5 عدد، د ګومو دوو عددونو د مریع په منځ کې دی؟
 $\sqrt{5}$ د ګومو دوو عددونو په منځ کې دی؟

د دي په پام کې نیولو سره چې د 5 دویم جذر د 2 او 3 په منځ کې دی کولاي شو ووایو د 5 دویم جذر تقریباً 2 او 3 په منځ کې له یو قیمت سره مساوی دی، یعنې: $\frac{2+3}{2} = 2.5$
د $\sqrt{5}$ د بهه دقیق قیمت پیدا کولو لپاره لاندې جدول په پام کې نیسو:

عدد	مریع
2	4
2.5	6.25
3	9

د $\sqrt{5}$ عدد د 2 او 2.5 په منځ کې قرار لري

د دي په پام کې نیولو سره چې د 5 عدد د 4 او 6,25 په منځ کې قرار لري کولاي شو ووایو

عدد	مریع
2	4
2.5	
2.5	6.25

د $\sqrt{5}$ تقریبی قیمت د 2 او 2.5 په منځ کې له یو قیمت خخه

عبارت دی، یعنې: $\frac{2+2.5}{2} = \frac{4.5}{2} = 2.25$

د پورتني جدول له مخي ویلای شئ چې د $\sqrt{5}$ د ګومو دوو عددونو په منځ کې پروت دی؟ د

دې دوو لارو په کارولو سره ليدل کېږي چې د $\sqrt{5}$ تقریبی قیمت له 2.25 څخه عبارت دی

نوکولای شو ولیکو چې: $\sqrt{5} \approx 2.25$

که چېړې پورتنی لارې بیابیا وکاروو، د $\sqrt{5}$ اصلی قیمت ته لا ډېر زیات نژدې کېږو.



په پایله کې کولای شود عددونو تقریبی دویم جذر د پورتنی طریقې په کارولو سره پیدا کړو.

مثال: د $\sqrt{10}$ تقریبی دویم جذر پیدا کړئ.

حل: د پورتنی طریقې په کارولو سره کېږای شي د $\sqrt{10}$ لوړنې تقریبی قیمت د 4 او 3 عددونو په منځ کې وي $9 < 10 < 16$ ، $3 < \sqrt{10} < 4$ ، $\frac{3+4}{2} = 3.5$

د پورته عملې لنډیز په لاندې جدول کې کتلاي شو.

عدد	مربيع
3	9
3.5	12.25
4	16

$$\sqrt{10} \text{ د } 3 \text{ او } 3.5 \text{ په منځ کې}$$

له پورته جدول څخه داسې پایله لاس ته راخي چې: $\sqrt{10} \approx 3.5$

د دې په پام کې نیولو سره چې د 10 عدد د 9 او 12.25 په منځ کې دی، کولای شو ووايو چې د $\sqrt{10}$ تقریبی قیمت د 3 او 3.5 عددونو منځنې قیمت دی.

$$\frac{3+3.5}{2} = \frac{6.5}{2} = 3.25$$

د $\sqrt{10}$ د لا دقیق قیمت پیدا کولو لپاره لاندې جدول په پام کې نیسو:

عدد	مربيع
3	9
3.25	10.5625
3.5	12.25

په پایله کې: $\sqrt{10} \approx 3.25$

تمرین

1- د لاندې هرې یوې غیر تساوی سم والی وښیاست.

a) $3 < \sqrt{12} < 4$

b) $7.1 < \sqrt{15} < 7.2$

2- اوست طریقې په کارولو سره د لاندې عددونو تقریبی دویم جذر حساب کړئ.

a) 21

b) 12

c) 7

د اعشاري له رونکو عددونو دويم جذر

که چېري يو عدد مربع کړو، د مربع
کولو په صورت کې يې د اعشاري
رقمونو شمېر جفت دي.

د اعشاري له رونکو عددونو د دويم
جذر د پیداکولو لپاره چې د اعشاري
رقمونو شمېر يې تاق وي، خه باید
وکړو؟

	23.4
2	5 4 7 . 5 6
	4
43	1 4 7
	1 2 9
464	1 8 5 6
	1 8 5 6
	0 0 0 0

مثال: د 547.56 عدد د دويم جذر محاسبه کړئ.

حل: د 547.56 عدد د دويم جذر د پیداکولو لپاره د نوموري عدد صحيح برخه يې له بشي
لوري خخه کينې لوري ته او اعشاري برخه يې بر عکس له کين لوري خخه بشي لوري ته دوه،
دوه عددونه يا خانې راييلو او بيا د عمومي جذر نیولو د طریقې په کارولو سره د عدد دويم
جذر په لاس راوړو.

	23.4
2	5 4 7 . 5 6
	4
43	1 4 7
	1 2 9
464	1 8 5 6
	1 8 5 6
	0 0 0 0

$$\text{په پایله کې: } \sqrt{547.56} = 23.4$$

پونته: ولې د 547.56 عدد په دويم جذر کې د اعشاري
يوazi يورقم لرو؟

- د 381.291 عدد خو اعشاري رقمونه لري؟

- د دې عدد د دويم جذر پیداکولو لپاره په لومني ګام کې
خه باید وکړو؟

- د هغه د دويم جذر پیداکړئ:

- د دويم جذر له نیولو مخکې فکر وکړئ چې دې عدد د دويم جذر خو اعشاري رقمه لري؟

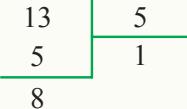
- د نیول شوي جذر پاتې باید خو اعشاري رقمونه ولري؟

په تیرو کې مورب د خلورګونو عملیو د پونتنو د سم حل لپاره، څواب از مایلی دی. له دې امله
د اعشاري جذر له رونکو عددونو د دويم جذر لپاره هم دا عملیه سرته رسوو.

فعاليت

$$a: \quad \begin{array}{r} 13 \\ \underline{-} 10 \\ \hline 3 \end{array}$$

$$5 \times 2 + 3 = 10 + 3 = 13 \quad \checkmark$$

b: 

$$5 \times 1 + 8 = 5 + 8 = 13 \quad \text{X}$$

د a او b د عملیو په پام کې نیولو سره د تقسیم د عملیې د سموالي شرایط تshireح کړي.

پوبنتنه: خرنګه کولای شو خان ډادمن کړو چې د دويم جذر د نیولو عملیه سمه ده؟

مثال: د 149 عدد دويم جذر پیدا او سه والی یې و ازماوئ.

حل:

ازموينه: $12 \times 12 + 5 = 144 + 5 = 149$

پوبنتنه: ولې 12 په 12 کې ضربوو.

آيا د دويم جذر د سموالي لپاره یوازي د دي عملیې سرته رسول بس دې؟

که چېږي زده کوونکي تېروتنه وکړي او د 149 د دويم جذر (12) پرخای 11 په 11 کې ضرب او پاتې یعنې 28 له هغه سره جمع کړي له اصلی عدد سره مساوی کېږي، یعنې: $(11 \times 11) + 28 = 149$

آيا کولای شو چې 11 د سم خواب په توګه ومنو؟

له پورته مثال خخه داسې پایله په لاس راخي چې د دويم جذر عملیې د سموالي لپاره یو بل شرط هم لازم دی، یعنې: د 149 عدد د دويم جذر دوه برابره (12×2)، جمع 1 له پاتې 5 خخه لوی دی. يا $1 + 2 \times 12 < 2 \times 2$

پوبنتنه: د پورته فعالیت په پام کې نیولو سره ونبیاست چې ولې د 11 خواب سه نه دی؟ د دويم جذر د آزمایلو لپاره باید لاندې شرطونه په پام کې ونبول شي:

1- د دويم جذر عدد په خپل خان کې ضرب، د ضرب حاصل جمع پاتې باید مساوی له اصلی عدد سره وي.

2- دیو عدد د دويم جذر دوه برابره، جمع یو (1) له پاتې خخه باید زیات وي.

تمرین

د لاندې عددونو د دويم جذر پیدا او وازموی.

1) $780.81 = ?$ 2) $6721 = ?$ 3) $973 = ?$ 4) $692.916 = ?$

د جذری عددونو جمع او تفریق

$$2\sqrt{3} + 4\sqrt{2} - \sqrt{3} = ?$$

$$x\sqrt{a} \pm y\sqrt{a} = ?$$

تاسو پوهېږي چې د نسبتي عددونو په سیټ کې کولای شو د هر a لپاره ولیکو:

$$3a + 2a = (3 + 2)a = 5a$$

$$3a - 2a = (3 - 2)a = a$$

آيا کولای شي، چې جذر لرونکي عددونه يو له بل سره جمع او تفریق کړئ؟

لاندې مساواتونه په پام کې ونيسي.

$$2\sqrt{3} + 4\sqrt{3} = (2 + 4)\sqrt{3} = 6\sqrt{3}$$

$$2 \times \sqrt{13} + 3 \times \sqrt{13} = (2 + 3) \times \sqrt{13} = 5 \times \sqrt{13}$$

د آسانтиما لپاره $5 \times \sqrt{13}$ په خای $5\sqrt{13}$ لیکو.

د جمعې د حاصل د پیداکولو لپاره د حقیقي عددونو له خاصیت خخه کار اخلو.

پونته: د حقیقي عددونو د تفریق لپاره د جمعې له طریقې خخه کار اخیستلاي شو؟

فعالیت

په دوم مساواتو کې د 5 پر خای (2-7) ولیکو، پورته طریقې ته ورته محاسبه سرته ورسوئ.

د جذری عددونو جمع او تفریق په داسې حال کې کېدای شي چې تر جذر لاندې عدد او د جذر درجه يو ډول وي. د ورته (مشابه) حدونو ضربونه يو له بل سره جمع او یا یې يو له بله تفریقوو.

په عمومي توګه: $x\sqrt{a} \pm y\sqrt{a} = (x \pm y)\sqrt{a}$

پونته: ويلاي شي چې ورته يا مشابه جذرونه کوم دي؟ آيا $\sqrt{10}$ او $\sqrt{5}$ سره مشابه دي؟

لومړۍ مثال: $2\sqrt{3} + 5\sqrt{3} = ?$

حل: خرنګه چې تر جذر لاندې عددونه او د جذرونو درجې يو له بل سره مساوي دي.

$2\sqrt{3} + 5\sqrt{3} = (2 + 5)\sqrt{3} = 7\sqrt{3}$ له دي امله:

دوييم مثال:

$$18\sqrt{12} - 16\sqrt{12} = ?$$

$$18\sqrt{12} - 16\sqrt{12} = (18 - 16)\sqrt{12} = 2\sqrt{12}$$

حل:

دريم مثال:

$$8\sqrt{48} - 10\sqrt{48} - 3\sqrt{48} = ?$$

$$= (8 - 10)\sqrt{48} - 3\sqrt{48}$$

$$= -2\sqrt{48} - 3\sqrt{48}$$

$$= (-2 - 3)\sqrt{48} = -5\sqrt{48}$$

حل: لومړي د دوه حدونو نتيجه پیدا کړو او بیا له دريم
حد سره عملیه سرته رسوو.

فعاليت

۰ د $\sqrt{9+16}$ او $\sqrt{9} + \sqrt{16}$ قيمتونه په لاس راوري، دا قيمتونه يو له بل سره پرته کړئ.

۰ د $\sqrt{100-36}$ او $\sqrt{100} - \sqrt{36}$ قيمتونه په لاس راوري، دا دوه قيمتونه يو له بل سره

پرته کړئ؟

له پورته فعالیت خخه نتيجه اخیستل کېږي چې:

$$\sqrt{a+b} \neq \sqrt{a} + \sqrt{b}$$

$$\sqrt{a-b} \neq \sqrt{a} - \sqrt{b}$$

تمرین

۱- کوم جذری عددونه يو له بل سره جمع او یا يو له بله تفريقولای شو؟

a) $4\sqrt[3]{2} + 3\sqrt{2}$

b) $5\sqrt{4} + 3\sqrt{4}$

c) $5\sqrt[3]{6} - 2\sqrt[3]{6}$

d) $7\sqrt[3]{6} + 2\sqrt[3]{6}$

۲- په لاندې پوبنتنوكې د جمعي او تفريقي حاصل په لاس راوري.

a) $4\sqrt[3]{2} + 3\sqrt{2}$

b) $5\sqrt{4} + 3\sqrt{4}$

c) $\sqrt{5} \times \sqrt{36} + \sqrt{5} \times \sqrt{36}$

d) $\sqrt{27} + 3\sqrt{3}$

د جذری عددونو ضرب او تقسیم

آيا کولای شو چې جذر لرونکي
عددونه ضرب او تقسيم کړو؟

$$\sqrt{\frac{36 \times 9}{16}} = \frac{\sqrt{36} \times \sqrt{9}}{\sqrt{16}} = \frac{6 \times 3}{4} = \frac{9}{2}$$

فعاليت

لاندي څوابونه په لاس راوري.

$$\sqrt{4 \times 25} = \sqrt{100} = \dots\dots\dots$$

$$\sqrt{36 \times 9} = \sqrt{\quad} = \dots\dots\dots$$

$$\sqrt{4} \times \sqrt{25} = \dots\dots \times \dots\dots\dots =$$

$$\sqrt{36} \times \sqrt{9} = \dots\dots \times \dots\dots\dots =$$

$$\sqrt{4 \times 9} = \sqrt{\quad} = \dots\dots\dots$$

$$\sqrt{25 \times 36} = \sqrt{\quad} = \dots\dots\dots$$

$$\sqrt{4} \times \sqrt{9} = \dots\dots \times \dots\dots\dots =$$

$$\sqrt{25} \times \sqrt{36} = \dots\dots \times \dots\dots\dots =$$

د پورته فعالیت خخه لاندې پایله په لاس رائخي:

د صفر خخه لوی د هر a او b حقيقی عددونو لپاره لرو:

لومړۍ مثال:

حل:

$$\sqrt{2} \times \sqrt{32} = \sqrt{2 \times 32} = \sqrt{64} = 8$$

$$\sqrt{20} \times \sqrt{5} = \sqrt{20 \times 5} = \sqrt{100} = 10$$

$$\sqrt{0.5} \times \sqrt{0.5} = \sqrt{0.5 \times 0.5} = \sqrt{0.25} = 0.5$$

په جذرونو باندې د عملیو په سرته رسولو سره، کوبنښ کوو، چې یوه ساده افاده په لاس راورو، دې ډول عملیې ته د جذرونو ساده کول وابې.

دویم مثال:

حل:

دریم مثال: دا افاده ساده کړئ:

حل:

$$\sqrt{64a^2} = ?$$

$$\sqrt{64a^2} = \sqrt{64} \times \sqrt{a^2}$$

$$= \sqrt{8^2} \times \sqrt{a^2} = 8a$$

غواړو لاندې جذری افادي یو له بله سره ضرب کړو.

$$(2\sqrt{6})(5 - \sqrt{3}) = ?$$

$$= (2\sqrt{6} \times 5) - (2\sqrt{6} \times \sqrt{3})$$

$$= 10\sqrt{6} - 2\sqrt{18} = 10\sqrt{6} - 2\sqrt{9 \times 2}$$

$$= 10\sqrt{6} - 2\sqrt{9} \times \sqrt{2} = 10\sqrt{6} - 6\sqrt{2}$$

آيا کولای شئ د جذری عددونو د ضرب قاعدي ته ورته، د پشن لپاره هم قاعده پیدا کړي.

لاندې مثال په پام کې ونیسي:

$$\sqrt{\frac{16}{100}} = \sqrt{16 \times 0.01} = \sqrt{16} \times \sqrt{0.01} = 4 \times 0.1 = 0.4 = \frac{4}{10} = \frac{\sqrt{16}}{\sqrt{100}}$$

که چېري د 16 عدد پرخای a او د 100 عدد پرخای b ولیکو، نو لرو چې:

$$\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}}, b \neq 0$$

$$\sqrt{\frac{36}{49}} = ?$$

$$\sqrt{\frac{36}{49}} = \sqrt{\frac{9 \times 4}{49}} = \frac{\sqrt{9} \times \sqrt{4}}{\sqrt{49}} = \frac{3 \times 2}{7} = \frac{6}{7}$$

تمرین

1- لاندې افادي ساده کړئ:

$$a) \sqrt{144a^2} \quad b) \sqrt{169a^2} \quad c) \sqrt{0.09} \quad d) \sqrt{6} \times \sqrt{27}$$

$$a) \frac{\sqrt{18}}{\sqrt{6}} = ?$$

$$b) \frac{\sqrt{25}}{\sqrt{5}} = ?$$

$$c) \sqrt{\frac{81a^4}{c^2}} = ?$$

2- لاندې افادي ساده کړئ:

د توان لرونکو عددونو قوانین د توان لرونکو عددونو ضرب:



په لابراتوار کې د جسم د لوی بشودلو لپاره له مایکروسکوب خخه کار اخلي. هر مایکروسکوب دوه عدسی چې یوه یې سترګې ته نزدي او بله یې شي یا جسم ته نزدي وي. هغه عدسیه چې جسم ته نزدي ده د جسم اندازه D^2 برابره او هغه عدسیه چې سترګې ته نزدي ده تصویر یا خبره د 2^3 برابره غتوي. ويلای شی، چې د جسم تصویر خو برابره لوپري؟

په تير ټولګي کې مو د توان اپوند قوانین د طبیعی عددونو لپاره ولوستل په دې برخه کې غواړو چې د حقيقی عددونو لپاره نوموري قوانین ولولو.

فعاليت

تش خایونه په مناسبو عددونو سره ډک کړئ:

$$5^6 = 5^2 \times 5^4 = 5^3 \times \dots = 5^4 \times \dots = \dots \times 5^1$$

$$\dots = \left(\frac{2}{5}\right)^2 \times \left(\frac{2}{5}\right)^8 = \left(\frac{2}{5}\right)^3 \times \dots = \left(\frac{2}{5}\right)^9 \times \dots$$

$$a^5 = a^4 \times \dots = \dots \times a^2 = \dots \times a^3$$

له پورته فعالیت خخه داسې پایله لاسته راورو چې که چېږي m او n تام عددونه او a يو حقیقي عدد وي نو لیکلای شو چې:

که چېږي د توان لرونکو عددونو ضرب په حالت کې قاعدي سره مساوي او توانونه مختلف وي په دې صورت د مساوي قاعدو خخه یوه قاعده ټاکو او توانونه سره جمع کړو.
 $2^3 \times 2^4 = ?$

$$2^3 \times 2^4 = 2^{3+4} = 2^7$$

مثال:
حل:
پوبنته:

ديو عددي مثال په واسطه خرگنده کړئ چې $-a^n = (-a)^n$ تل سم نه دي.

فعايلت

$$(14^9)^4 = (14^9) \times (14^9) \times (14^9) \times (14^9) = (14)^{9+9+9+9} = 14^{9 \times 4}$$

لاندي تساوي په پام کې ونيسي:

$$(2^3)^4 = 2^3 \times \dots \times \dots \times \dots = 2^{3+3+3+3} = 2^{3 \times 4}$$

$$(a^n)^4 = a^n \times \dots \times \dots \times \dots = a^{n+n+\dots+n} = a^{4n}$$

له پورته فعالیت خخه داسې پايله لاس ته رائي چې: که چېږي m او n دو هنام عددونه او

$$(a^n)^m = a^{m \cdot n}$$

مثال: $(2^{-2})^3 = (2^{-2})(2^{-2})(2^{-2}) = (2)^{-2-2-2} = 2^{-2 \times 3} = (2)^{-6}$

لاندي تساوي گانو ته پاملرنه وکړئ.

$$3^2 \times 4^2 = (3 \times 3)(4 \times 4) = (3 \times 4)(3 \times 4) = (3 \times 4)^2 = (12)^2$$

$$6^3 \times 5^3 = (6 \times 6 \times 6)(5 \times 5 \times 5) = (6 \times 5)(6 \times 5)(6 \times 5) = (6 \times 5)^3 = (30)^3$$

په عمومي توګه که چېږي a او b دو هنام عددونه او n يو هنام عدد وي نو پورته تساوي په

$$a^n \times b^n = (a \times b)^n$$

که چېږي د توان لرونکو عددونو په ضرب کې قاعدي مختلفي او توانونه مساوي وي،
نو قاعدي سره ضرب کوو او د مساوي توانونو خخه يو توان ليکو.

مثال:

حل:

$$4^3 \times 5^3 = ?$$

$$4^3 \times 5^3 = (4 \times 5)^3 = 20^3$$

تمرین

د توان لرونکو عددونو د ضرب قانون خخه په ګټې لاندي هرمه يوه افاده ديو توان په ډول ولیکړئ:

$$1) 6^2 \times 6^3 = ? \quad 2) (0.2)^2 \times (0.2)^2 = ? \quad 3) \left(\frac{1}{2}\right)^4 \times \left(\frac{1}{2}\right)^3 = ? \quad 4) \left(\frac{1}{4}\right)^{-7} \times \left(\frac{1}{4}\right)^{-5} = ?$$

$$5) 5^4 \times 5 = ? \quad 6) 27 \times 5^3 = ? \quad 7) (4^{-2})^7 = ? \quad 8) a^5 \times b^5 \times c^5 = ?$$

$$9) 2^3 \times 5^3 = ? \quad 10) 81 \times a^2 = ? \quad 11) 2^{-1} \times 3^{-1} = ? \quad 12) (10^2)^3 = ?$$

د توان لرونکو عددونو تقسیم



آيا تر اوسه پوري مو خپل عکس د
 $\frac{1}{2}$
 په اندازه کوچني کړي دي؟ د دي کار
 لپاره دریاضي له کومې عملیې خخه کار
 اخلو؟

د توان لرونکو عددونو د ضرب لپاره مو وکولای شول چې د توان او قاعدي په منځ کې اړیکه پیدا
 کړو. آيا کولی شي ضرب ته ورته د دوو توان لرونکو عددونو د وېش اړیکه پیدا کړئ.

فعاليت

$$3^5 \div 3^4 = \frac{3^5}{3^4} = \frac{3^{\square} \times 3^4}{3^4} = 3^1 = 3^{\square - \square}$$

تش خایونه ډک کړئ.

د مقسوم، مقسوم عليه او د وېش د حاصل د توانونو تر منځ خه ډول اړیکه موجوده ده؟
 آياد تولو توان لرونکو عددونو د وېش لپاره چې قاعدي یې مساوي وي دا اړیکه تطبیق کېدای شي؟

په عمومي توګه که چېږي a يو حققي عدد، n او m تام عددونه وي په دي صورت کې لرو چې:

$$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$$

د دوو توان لرونکو عددونو په وېش کې چې قاعدي یې سره مساوي وي له مساوي قاعده
 خخه یوه قاعده پاکو بیا د مقسوم له توان خخه د مقسوم عليه توان تفریق او د تفریق حاصل یې
 د تاکلې قاعدي د توان په توګه لیکو.

مثال: لاندې د وېش عملیې سرته ورسوئ.

$$a) 5^3 \div 5^3 \quad b) 5^{-7} \div 5^{-1}$$

حل:

$$a) \frac{5^3}{5^3} = 5^{3-3} = 5^0$$

$$b) 5^{-7} \div 5^{-1} = 5^{-7-(-1)} = 5^{-7+1} = 5^{-6}$$

فعالیت

تش خایونه په مناسبو عددونو سره ڈک کړئ.

$$12^3 \div 4^3 = \frac{12^3}{4^3} = \frac{\boxed{} \times 12}{4 \times \boxed{} \times 4} = \left(\frac{12}{4}\right) \times \left(\frac{12}{\boxed{}}\right) \times \left(\frac{12}{4}\right) = \left(\frac{12}{4}\right)^3 = 3^3$$

له پورته فعالیت خخه داسې پایله لاسته راخي: په عمومي توګه د هر a او b اختياري عددونو لپاره په

$$\frac{a^n}{b^n} = \left(\frac{a}{b}\right)^n \quad \text{يو تام عدد وي ليکلائي شو چې:}$$

د توان لرونکو عددونو په وېش کې که چېږي قاعدي مختلفي او توانونه مساوي وي د مقسوم
قاعده د مقسوم عليه په قاعدي باندې وېشو او له مساوي توانونو خخه یوې د وېش د حاصل
د توان په توګه ليکو.

مثال: a) $25^4 \div 5^4 = ?$ b) $3^2 \div 10^2 = ?$

حل: د توان لرونکو عددونو د وېش له قاعدي خخه ليکلائي شو:

a) $25^4 \div 5^4 = (25 \div 5)^4 = ?$

b) $3^2 \div 10^2 = (3 \div 10)^2 = (0.3)^3$

که چېږي په وېش کې د مقسوم او مقسوم عليه قاعدي او توانونه یو له بله سره توپیر ولري د
وېش د حاصل د پیداکولو لپاره باید هر توان لرونکي عدد په خپل توان ساده کړل شي او
وروسته د تقسيم عملیه سرته ورسول شي.

يادونه: پورتني قوانين په داسې حال کې چې m او n حقيقي عددونه وي هم سم دي.

تمرین

1- د وېش د قانون په کارولو سره لاندې پوبنتنې حل کړئ.

1) $\left(\frac{1}{2}\right)^4 \div \left(\frac{1}{2}\right)^3 = ?$ 2) $13^7 \div 13^8 = ?$ 3) $\frac{12^6}{12^5} = ?$

4) $\frac{7^5}{7^3} = ?$ 5) $\frac{8^5}{8^3} = ?$ 6) $6^3 \div 2^3 = ?$

$a^m - a^n \neq a^{m-n}$

$(a-b)^n \neq a^n - b^n$

2- په مثال کې وبنیاست چې:

د صفر او منفي توان

$$2^3 = ?$$

$$2^0 = ?$$

$$2^{-1} = ?$$

حساب کړئ.

آيا کولی شو⁰ حساب کړو؟

آيا عددونه د صفر په توان لیکلای
شو؟

آيا عددونه د منفي عدد په توان سره
هم لیکلای شو؟

فعاليت

لاندي جدول بشپړ کړئ.

توان لرونکي عدد	$2^4 \div 2$	$2^3 \div 2$	$2^2 \div 2$	$2^1 \div 2$
حاصل بې	8			

- د جدول په لوړې لیکه کې د توانونو تر منځ خه اړیکه شتون لري؟
- د جدول د دویمې لیکې د عددونو تر منځ خه ډول اړیکه پیداکولای شي.
- د جدول لوړې لیکې ته ادامه ورکړئ د وروستی توان لرونکي عدد (2^0) لپاره په دویمې لیکې کې د عددونو تر منځ د اړیکې له مخې کوم عدد لیکلای شي؟
- پورته جدول د 3 عدد لپاره بشپړ کړئ.
- لاندي جدول د $a^0 \neq 0$ عدد لپاره بشپړ کړئ.

توان لرونکي عدد	$a^4 \div a$	$a^3 \div a$	$a^2 \div a$	$a^1 \div a$
حاصل بې	a^3			

- د جدول لوړې لیکې ته ادامه ورکړئ، د وروستی توان لرونکي عدد (a^0) لپاره په دویمې لیکې کې د عددونو تر منځ د اړیکې له مخې خه ډول عدد لیکلای شي؟

له پورتنۍ فعالیت خخه داسې پایله لاسته راخي چې پرته له صفر ($a \neq 0$) د بل هر عدد لپاره $a^0 = 1$ دی.

فعالیت

لاندې جدول په پام کې ونيسي:

توان لرونکي عدد	3^3	3^2	3^1	3^0	3^{-1}
حاصل پې	27	9	3	1	

- د جدول د لوړۍ او د دویمې ليکي ععددونو تر منځ خه ډول اړیکه پیدا کولای شي؟
- د جدول لوړۍ ليکي ته ادامه ورکړئ وروستي تو ان لرونکي ععدد یعنې 3^{-2} ولیکي.
- او س د دویمې ليکي ععددونو تر منځ د اړیکې له مخې 3^{-1} او 3^{-2} لپاره کوم ععددونه پیدا کولای شي.
- د $a \neq 0$ عدد لپاره پورتنی جدول د a تو انونو لپاره ولیکي. د a^{-1} او a^{-2} لپاره د کومو ععددونو ګومان ګولای شي.

له پورتنی جدول خخه داسې پایله لاسته راخي چې د هر a حقيقی ععدد ($a \neq 0$) او n تام عدد لپاره ليکلاني شو:

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$$

مثال: د $(1.3)^{-3}$ او $(-15)^{-21}$ افادي د مثبت تو ان په ډول ولیکي.

$$(1.3)^{-3} = \frac{1}{(1.3)^3}, \quad (-15)^{-21} = \frac{1}{(-15)^{21}}$$

حل:

تمرین

1- لاندې افادي د مثبت تو ان په ډول ولیکي.

a) 5^{-2} b) $(\sqrt{7})^{-5}$ c) $(\frac{1}{3})^{-3}$ d) $(2\pi)^{-3}$

2- لاندې افادي د منفي تو ان په ډول ولیکي.

a) 0.0001 b) $\frac{1}{b^2}$ c) $\frac{1}{6^4}$ d) $\frac{1}{3^{11}}$

کسری توانونه او قوانین یې

$$\frac{a^3}{a^2} = a^{3-2} = a = a$$

$$\sqrt[n]{a} = a^{\frac{1}{n}}$$

تاسو مخ کې تام توانونه ولوستل، آيا
کولای شى همغە قوانين په کسرى
توانونو باندې هم تطبيق کړئ.

فعالیت

- آياد $\sqrt{16}$ او $\sqrt{-16}$ بوله بل سره مساوي دي؟
 - $\sqrt[3]{-8}$ او $\sqrt[3]{8}$ له خو سره مساوي کېږي؟
 - آيا \sqrt{a} د توان په شکل لیکلی شو؟ $\sqrt[n]{a}$ د توان په شکل ولیکي.
- کولای شو پورته فعالیت داسې بیان کړو:

د حقيقی عددونو په سیت کې منفي عددونه دویم جذر نه لري، خو هر عدد که مثبت يا منفي
وي جذر مکعب يا دریم جذر لري.

په عمومي توګه يو جذر لرونکی عدد داسې لیکل کېږي:

$$\sqrt[n]{a^n} = a \quad (n \text{ ام جذر}).$$

ديوه عدد n ام جذر له هغه عدد خخه عبارت دی چې که چېږي هم هغه عدد (تر جذر
لاندې عدد) n په توان لور شي تر جذر لاندې عدد په لاس راشي. تر جذر لاندې عدد توان
 $\sqrt[n]{a^n} = a^{\frac{n}{n}} = a^1 = a$

په ياد ولري: که چېږي د يوه عدد توان او د جذر درجه يو له بل سره مساوي، وي داسې
پايله لاسته راخي:

$$\sqrt[n]{a^n} = a^{\frac{n}{n}} = a^1 = a$$

فعالیت

لاندی تشن خایونه چک کړئ

$$a^{\frac{1}{3}} + 2a^{\frac{1}{3}} = (1+)a^{\frac{1}{3}} = 3\sqrt[3]{a} \quad , 3a^{\frac{1}{5}} - a^{\frac{1}{5}} = (-1)a^{\frac{1}{5}} = 2 \cdot \sqrt[5]{a}$$

کولای شو له پورته فعالیت خخه لاندی پایله په لاس راپرو:

I- که چېږي قاعدي او کسری توانونه سره مساوي وي د هريوې $a \in \mathbb{R}$ لپاره داسي چې $0 \neq a$

$$ma^{\frac{1}{n}} \pm ba^{\frac{1}{n}} = (m \pm b)a^{\frac{1}{n}} = (m \pm b)\sqrt[n]{a}$$

مثال:

$$2(15)^{\frac{1}{3}} + 3(15)^{\frac{1}{3}} - 15^{\frac{1}{3}} = (2+3-1)(15)^{\frac{1}{3}} = 4\sqrt[3]{15}$$

II- که چېږي د وېش په عملیه کې قاعدي مساوي او کسری توانونه مختلف وي، د هريوې

$$\frac{a^{\frac{1}{m}}}{a^{\frac{1}{n}}} = a^{\frac{1}{m-n}} = a^{\frac{n-m}{m-n}} = \sqrt[m-n]{a^{n-m}}$$

لپاره داسي چې $0 \neq a$ وي لرو:

مثال:

$$\frac{5^{\frac{3}{4}}}{5^{\frac{2}{3}}} = 5^{\frac{3-2}{4-3}} = 5^{\frac{1}{12}} = \sqrt[12]{5}$$

III- که چېږي د ضرب په عملیه کې قاعدي مختلفي او کسری توانونه مساوي وي، په داسي

حال کې چې a, b, c او c حقيقی عددونه او د صفر خلاف وي، نو لیکلای شو.

$$a^{\frac{1}{n}} \cdot b^{\frac{1}{n}} \cdot c^{\frac{1}{n}} = (a \cdot b \cdot c)^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{abc}$$

مثال:

$$(7)^{\frac{-5}{8}} \cdot (6)^{\frac{-5}{8}} \cdot (4)^{\frac{-5}{8}} = (7 \cdot 6 \cdot 4)^{\frac{-5}{8}} = \sqrt[8]{(7 \cdot 6 \cdot 4)^{-5}} = \frac{1}{\sqrt[8]{(7 \cdot 6 \cdot 4)^5}}$$

IV

$$(a^{\frac{1}{n}})^{\frac{1}{m}} = a^{\frac{1}{n-m}} = a^{\frac{1}{m-n}} = \sqrt[m-n]{a}$$

مثال:

$$(a^{\frac{1}{4}})^{\frac{1}{2}} = ?$$

حل:

$$(a^{\frac{1}{4}})^{\frac{1}{2}} = (a)^{\frac{1}{4} \cdot \frac{1}{2}} = (a)^{\frac{1}{8}} = \sqrt[8]{a}$$

د کسرونو ناطق يا گويا کول

$$\frac{1}{\sqrt{2}} \approx ?$$

خنگه کولای شو چې د $\frac{1}{\sqrt{2}}$ کسر
مخرج له جذری شکل خخه وياسو.

په عمومي توګه په هغه کسرونو باندي چې مخرج يې جذر و نه لري کارکول آسان دي. که
چيرې د کسر په مخرج کې جذری عدد وي، نو دا ډول کسري عددونه باید له جذر خخه
وياسو، داسې چې د کسر په مخرج کې جذری عدد نه وي، خو دا کار په خه ډول باید سرته

فعاليت

$$\sqrt{3} \times \boxed{} = \sqrt{6}$$

ورسوو؟

$$\sqrt{2} \times \boxed{} = 2$$

تش ځایونه په مناسبو عددونو سره ډک کړئ:

$$\frac{15}{\sqrt{5}} = \frac{15 \times \boxed{}}{\sqrt{5} \times \boxed{}} = \frac{15 \boxed{}}{5} = 3\sqrt{5}$$

د پورتني فعالیت له مخې ديو کسر د مخرج دويم جذر د له منځه ورلو لپاره کولای شود کسر
صورت او مخرج د هغه په مخرج کې ضرب کړو.

مثال: آيا کولي شو چې د $\frac{1}{\sqrt{2}}$ په عدد کې د مخرج دويم جذر له منځه يوسو؟

حل: ددي لپاره صورت او مخرج په $\sqrt{2}$ کې ضرب کوو:

$$\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2^2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

فعاليت

تش خلایونه پک کړئ:

$$\sqrt[3]{8} = \sqrt[3]{2 \boxed{}} = \boxed{}$$

$$\sqrt[3]{27} = \sqrt[3]{\boxed{}^3} = \boxed{}$$

$$\sqrt[3]{2} \times \sqrt[3]{\boxed{}^{}} = 2$$

$$\sqrt[3]{9} \times \sqrt[3]{\boxed{}} = \sqrt[3]{\boxed{}^3} = \boxed{}$$

$$\frac{6}{\sqrt[3]{4}} = \frac{6 \times \boxed{}}{\sqrt[3]{2^2} \times \sqrt[3]{2}} = \frac{6 \sqrt[3]{\boxed{}}}{\sqrt[3]{2^3}} = \frac{\boxed{} \sqrt[3]{2}}{2} = 3 \sqrt[3]{2}$$

له پورته فعالیت خخه داسې پایله لاس ته راخېي چې د مخرج د دريم جذر د له منځه ورپل پاره باید صورت او مخرج د داسې عدد په دريم جذر کې ضرب کړو، تر خو تر جذر لاندې عدد د 3 توان ته لوړ شي.

مثال: لاندې کسرونه ګویا (ناطق) کړئ:

a) $\frac{2}{\sqrt[3]{4}}$ b) $\frac{5}{\sqrt[3]{5}}$

a) $\frac{2}{\sqrt[3]{4}} = \frac{2}{\sqrt[3]{2^2}} = \frac{2 \times \sqrt[3]{2}}{\sqrt[3]{2^2} \times \sqrt[3]{2}} = \frac{2 \sqrt[3]{2}}{\sqrt[3]{2^3}} = \frac{2 \sqrt[3]{2}}{2} = \sqrt[3]{2}$ حل:

b) $\frac{5}{\sqrt[3]{5}} = \frac{5 \times \sqrt[3]{5^2}}{\sqrt[3]{5} \times \sqrt[3]{5^2}} = \frac{5 \sqrt[3]{5^2}}{\sqrt[3]{5^3}} = \frac{5 \sqrt[3]{5^2}}{5} = \sqrt[3]{5^2} = \sqrt[3]{25}$

تمرین

1- لاندې کسرونه ګویا (ناطق) کړئ:

1) $\frac{1}{\sqrt{5}}$

2) $\frac{1}{\sqrt{7}}$

3) $\frac{1}{\sqrt[3]{2}}$

4) $\frac{6}{\sqrt[3]{9}}$

5) $\frac{\sqrt{6}}{3\sqrt{3}}$

6) $\frac{2}{\sqrt[3]{4}}$

د لوړې فصل مهم تکي

• حقيقی عددونو

- د ناطق او غیر ناطق عددونو د ست یووالی د حقيقی عددونو د سیت په نامه یادېږي.
- د عددونو د محور هر ټکي یو حقيقی عدد او بر عکس هر حقيقی عدد د عددونو د محور له یوه ټکي سره مطابقت کوي.

• د حقيقی عددونو خواص

- د جمع او ضرب د عملیو د بدلون خاصیت
- د جمع او ضرب د عملیو د یووالی خاصیت
- د جمعی پر عملیې باندې د ضرب توزيعی خاصیت

• د عددونو تقریبی دویم جذر

- 1 - په عمومي طریقې سره د تامو او اعشاري عددونو د دویم جذر پیدا کول.
- 2 - د اوسته په طریقه د دویم جذر تقریبی قيمت

• د جذرونو ضرب او وپش

- 1- د جذرونو ضرب $\sqrt{a} \times \sqrt{b} = \sqrt{ab}$
- 2- د جذرونو وپش $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}}$

- په جذري عددونو کې یوازې ورته جذرونو یعنې چې د جذرونو درجې او تر جذر لاندې عددونه یوشی وي، یو له بله سره جمع او یا تفربی کولای شو.

توان لرونکې عددونه او قوانین یې:

$$a^0 = 1 \quad -1 \quad \text{حقیقی عدد دی.}$$

$$a^{-1} = \frac{1}{a} \quad -2 \quad \text{حقیقی عدد دی.}$$

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n} \quad -3 \quad \text{حقیقی عدد دی.}$$

$$a^n \times b^n = (a \times b)^n \quad , \quad a^m \times a^n = a^{m+n} \quad , \quad (a^m)^n = a^{m \times n} \quad -4 \quad \text{د توان لرونکو عددونو ضرب}$$

$$a \neq 0, \quad \frac{a^m}{a^n} = a^{m-n} \quad , \quad b \neq 0, \quad \frac{a^n}{b^n} = \left(\frac{a}{b}\right)^n \quad -5 \quad \text{توان لرونکو عددونو وپش}$$

- د کسرونو ناطق یا گویا کول: د کسرونو د گویا کولو لپاره د کسر مخرج له جذر باسو.

د لوړې فصل پوښتنې

I. لاندې مساواتونه او عبارتونه په پوره پاملرنې سره ولولئ، تشن خایونه یې په مناسبو عددونو او کلمو ډک کړئ.

$$\left(\frac{1}{2}\right)^2 \times \left(\frac{1}{2}\right)^5 = -1$$

$$a^{-8} \div a^{-1} = -2$$

$$5^9 \times = (5 \times 7)^9 -3$$

$$-4 \quad \pi \text{ عدد یو عدد دی.}$$

II. لاندې پوښتنې په خیر ولولئ که چېرې سمې وي (ص) توری او که چېرې ناسمې وي (غ) توری یې مخې ته ولیکي.

-1) د نسبتي عددونو او تامو عددونو یووالی د حقيقي عددونو د سټ په نامه یادوي.

-2) په حقيقي عددونو کې د ضرب توزيعي خاصيت د جمعې په عملې باندې سم دی.

$$\sqrt{3} \text{ غير ناطق عدد دی.} -3$$

$$a^n = \frac{1}{a^{-n}} -4$$

III. د لاندې پوښتنو لپاره خلور څوابونه درکړل شوي دي، سم څواب یې پیدا او ګربنه ترې تاو کړئ.

$$\frac{4^7}{4^5} = ? -1$$

a) 4^0

b) 4^2

c) 4^{-1}

d) 4^1

$$(6y^3z^2)^2 = ? -2$$

a) $36y^6z^4$ b) $36y^3z^4$ c) $36y^6z^2$ d) هیڅ یو

$$\sqrt{81 \times 9} = ? -3$$

a) 27

b) $\frac{1}{27}$

c) 24

d) 25

$$\sqrt{\frac{49a^4}{144b^4}} = ? -4$$

a) $\frac{8a^2}{12b^2}$

b) $\frac{7a^2}{12}$

c) $\frac{7a}{12b^2}$

d) $\frac{7a^2}{12b^2}$

- کوم دوه جذر لرونکي عددونه سره ورته دي؟

a) $2\sqrt{3}$, $3\sqrt{2}$

b) $5\sqrt{2}$, $3\sqrt{2}$

c) $5\sqrt{3}$, $2\sqrt{5}$

d) $6\sqrt{3}$, $\sqrt[3]{3}$

لاندي پونتنې حل کړئ: IV

$$6\sqrt{125a^2} + \sqrt{5a^2} = ? -1$$

- د تقربي قيمت حساب کړئ.

- لاندي افادي ساده کړئ:

a) $(-25a^2b^2)^6 = ?$ b) $(-4a \times 2a)^2 = ?$ c) $(-2^{-4}x)^3$

- د 2475 دويم جذر پيدا او بيا پې واژموئ.

- لاندي افادي ساده کړئ.

$(625a^2b^2)^6$, $(-10^3)^5$, $(-4q^2p^3)^4$

- لاندي افادي د مثبت توان په ډول ولیکۍ.

$(27)^{-7}$, $(9x^2)^{-4}$, $(6ab)^{-6}$

- لاندي افادي د منفي توان په ډول ولیکۍ.

$\frac{1}{(36)^2}$, $\frac{26}{(16)^6}$, $\frac{-ab}{(cd)^4}$

8- لاندې افادې ساده کړئ:

$$\left(\frac{1}{2}\right)^{-1} \times \left(\frac{1}{6}\right)^{-1}, \quad \left(\frac{1}{3}\right)^{-4} \times \left(\frac{1}{5}\right)^{-4}, \quad \sqrt{144} \times \sqrt{169}$$
$$(-6)^3 \cdot (-6)^{-5}, \quad (13a^2)^6, \quad \left\{\left(\frac{1}{4}xy\right)^2\right\}^6$$

9- لاندې افادې یو په بل کې ضرب کړئ:

a) $(3\sqrt{8} + 2)(\sqrt{2} - 3\sqrt{7})$
b) $(\sqrt{2} + 1)(\sqrt{5} - \sqrt{3})$

10- په دوو عددی مثالونو کې وبنیاست چې:

11- په دوو عددی مثالونو کې وبنیاست چې:

12- په دوو عددی مثالونو کې وبنیاست چې:

13- په دوو عددی مثالونو کې وبنیاست چې:

14- لاندې افادې ساده او د جذر په ډول یې ولیکۍ.

a) $5(25)^{\frac{1}{7}} + 7(25)^{\frac{1}{7}} + 4(25)^{\frac{1}{7}} = ?$ b) $36(15)^{\frac{6}{7}} - 17(15)^{\frac{6}{7}} = ?$

c) $\frac{(7)^{\frac{3}{5}}}{(7)^{\frac{3}{5}}} = ?$ d) $\frac{(17)^{\frac{2}{9}}}{(17)^{\frac{2}{3}}} = ?$ e) $(17^{\frac{3}{8}})^{\frac{1}{2}} = ?$ f) $(19^{\frac{5}{7}})^{\frac{2}{3}} = ?$



دویم فصل

مالی محاسبی





د اویو په هر مالیکول کې د هایدروجن او اکسیجن کیمیاوی فرمول ولیکي؟
د هایدروجن او اکسیجن نسبت اتمونو
نسبت خو دي؟

فعالیت

يو مالیکول اویه له دوو برخو هایدروجن او یوې برخې اکسیجن خخه ترکیب شوي دي. په لاندې جدول کې د هایدروجن او اکسیجن نسبت ولیکي.

د اویو مالیکولونه	1	2	3	4	5
د هایدروجن او، اوکسیجن نسبت	$\frac{2}{1} = 2$				$\frac{10}{5} = 2$

آيا د اویو د بېلابېلو مالیکولونو لپاره د هایدروجن نسبت پر اکسیجن باندې ثابت دي؟

مثال: که چېرې د یوې کوتې سور 3 متړ او اوردوالي 5 متړه وي د سور او اوردوالي نسبت یې خو دي؟

حل: $\frac{3}{5} \text{ متړ} \div 3 = \frac{3}{5}$ یا $3 \div 5 = \frac{3}{5}$

فعالیت

• د 6cm په اوردوالي او 3cm په سور یو مستطيل رسم کړئ. محیط او مساحت یې پیدا کړئ.

• د 4cm په اوردوالي او 2cm په سور داسې یو بل مستطيل رسم کړئ چې د لومړي مستطيل د اوردوالي نسبت د دویم مستطيل په اوردوالي باندې او د لومړي مستطيل سور د دویم مستطيل پر سور باندې پیدا کړئ.

- د دويم مستطيل محيط او مساحت پيدا کړئ.
- د لوړېي مستطيل د محيط نسبت د دويم مستطيل پر محيط باندي خو دی؟
- د لوړېي مستطيل د مساحت نسبت د دويم مستطيل پر مساحت باندي خو دی؟
- د دي نسبتونو تر منځ خه ډول اپیکه پیدا کولای شي.

تعريف

د دوو همجنسو (يوشان) کميتونو يا مقدارونو تر منځ نسبت له هغه عدد خخه عبارت دی چې وبنيې لوړې کميٽ د دويم کميٽ خو برابره دي يا لوړې کميٽ د دويم کميٽ خومه برخه ده او يا دويم کميٽ خو خلپي په لوړې کميٽ کې شامل دي.

د دوو عددونو نسبت عموما د کسری کربنې (—) يا (:) او (÷) نښو په واسطه بشني.

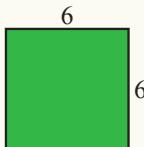
مثال: کولای شو د 5 پر 3 نسبت د $\frac{5}{3}$ يا 5:3 په ډول وښو.

تمرين

1- د يوې دائري 4 پر 7 برخې نسبت د يوې دائري د 16 پر 28 برخې له نسبت سره پر تله کړئ.

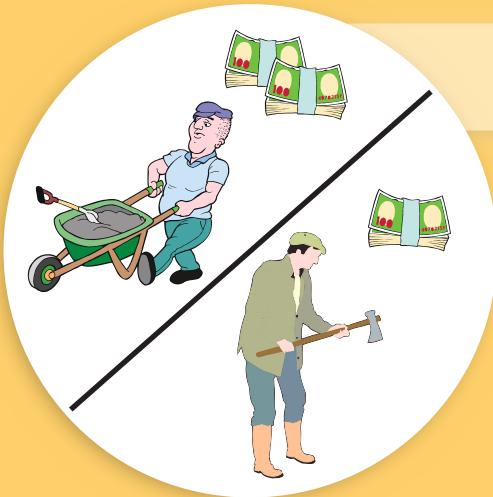
2- که چېږي د يوه تولګي د لوړې گروپ د زده کوونکو شمېر 25 تنه او د دويم گروپ شمېر 40 تنه وي، د دويم گروپ د زده کوونکو شمېر پر لوړې گروپ باندي پيدا کړئ.

3- يوه مربع داسي رسم کړئ چې د يوې ضلعې نسبت یې د لاندې رسم شوې مربعې د يوې ضلعې سره $\frac{1}{2}$ وي.



د دويمې مربع د محيط نسبت د لوړې مربع په محيط باندي او د دويمې مربع د مساحت نسبت د لوړې مربع په مساحت باندي پيدا کړئ.

په متناسبو اجزاوو باندي ويشل Proportional division



دوه ورونه په گلهه يوه ودانی جوروي. که چېرې يوې له بل خخه زيات کارکړي وي، آيا فکر کوي چې دواړو ته باید په يوه اندازه اجوره ورکړل شي؟ خرنګه پیداکولای شو چې هريوه ته باید خومره پېسې ورکړل شي؟

فعاليت

يوه ورڅ ديوه ټولګي زده کونکو پربکړه وکړه چې ميله وکړي. يوه زده کونکي ووبل زه درې داني هګي او خلور داني منې راړم. ټولو ووبل موږ هم همدا شيان راړو. ینې پربکړه يې وکړه چې له هرو درېو هګيو سره خلور داني منې راړي.

- لاندي جدول بشپړ کړي.

هګي	3	6	9
منې	4		
د هګيو او منو مجتمعه	7		

- د هګيو د شمېر نسبت د هګيو او منو د مججموعې پر شمېر باندي په پورته هريوه حالت کې پیداکړي.
- د نسبتونو په منځ کې يې خه ډول اړیکه موجوده، ده؟

له پورته فعالیت خخه پایله په لاس راخې چې: دوه مقداره هغه وخت سره متناسب دي. چې د هر مقدار نسبت په مججموعه د هم هغه دوو مقدارو باندي تل یو ثابت عدد وي. له دې پایلې خخه کولای شو د پوښتو په حل کې کار واخلو.

فعالیت

	نسبتی مقدار	واقعی مقدار
اوږدوالي	4	
سور	3	
محیط		280
مساحت		

د یوې مستطیل دولپی ځمکې د اوږدوالي او سور نسبت 4 پر 3 دی. که چېري ددي ځمکې محیط 280 متره وي
مساحت پې خو متنه مریع دي؟
ددې پوښتنې څواب لپاره مخامنځ جدول بشپړ کړئ:

ددې لپاره چې یو عدد په راکړ شوو نسبتونو باندې وویشو،
لومړۍ د راکړل شوو نسبتونو د جمعې حاصل په لاس راپرو، وروسته له هغه مفروض عدد د جمعې
په حاصل باندې وویشو او د وبش حاصل پې د نسبتونو په هر یوه عدد کې ضربیو. کوم عددونه چې
لاس ته راخي، د راکړ شوو نسبتونو اړوند عددونه دي.

مثال: غواړو چې 27000 افغانۍ د احمد او مسعود ترمنځ د 2 پر 3 په نسبت وویشو.
لومړۍ لاندې جدول بشپړ کړئ.

احمد	مسعود	مجموعه
2	3	5
x	y	27000

$$د احمد برخه: x = \frac{27000}{5} \times 2 = 5400 \times 2 = 10800$$

$$د مسعود برخه: y = \frac{27000}{5} \times 3 = 5400 \times 3 = 16200$$

تمرین

- که چېري د دوو عددونو نسبت $\frac{3}{5}$ او دويم عدد پې 25 وي، لومړۍ عدد پې معلوم کړئ.
- دوہ ته په ګله کار کوي چې د هغه د پیسو مجموعه 280 افغانۍ او نسبت پې $\frac{3}{4}$ دی. آیا پیدا کولای شي چې لومړۍ تن او دويم تن هر یوه خو افغانۍ اخیستي دي.
- \overline{AB} د ټوټه خط اوږدوالي 32cm دی M تکی داسې وتاکئ چې نوموري ټوټه خط د $\frac{\overline{AM}}{\overline{BM}} = \frac{3}{5}$ په نسبت وویشي د \overline{AM} او \overline{BM} اوږدوالي پیدا کړئ.
- 321.3 منه غنم په دریو تنو بزرگانو باندې د 7،9 او 5 په نسبت وویشي.

تناسب Proportion

$$\frac{2}{3} \leftrightarrow \frac{6}{9}$$

- د $\frac{3}{5}$ په نسبت کې خو عددونه ويني؟
- د $\frac{2}{9}$ او $\frac{3}{?}$ نسبتونو ترمنځ خه ډول اوپکه شته؟ آيا کولي شئ یو بل نسبت ولیکي چې له پورتنيو نسبتونو سره مساوي وي.

فعاليت

د پنسل پاکونو او قلمونو د شمېر نسبت 3 پر 4 دي.

1- د پنسل پاکونو د شمېر او قلمونو د شمېر د نسبت په پام کې نیولو سره لاندي جدول بشپړ کړي:

د پنسل پاکونو شمېر	3	6
د قلمونو شمېر	4	
نسبت		

• د پنسل پاکونو د شمېر نسبت پر قلمونو باندي په هر یوه درکړل شوي نسبت کې یو له بله سره پرتله کړي.

• د نسبتونو په پورته مساوات کې يعني $3 : 4 = 6 : 8$ د کومو جورو عددونو د ضرب حاصل یو له بل سره مساوي دي؟ ولې؟

هغه وخت خلور مقداره یو تناسب جوړوي چې د لوړۍ او د دويم مقدار نسبت د دريم او خلور مقدار له نسبت سره مساوي وي.

مثال: په لاندي نسبتونو کې مساوي نسبتونه وبنیاست:

$$\frac{5}{8}, \frac{9}{6}, \frac{3}{6}, \frac{3}{2}, \frac{1}{2}$$

حل: که چېږي د $\frac{3}{6}$ صورت او مخرج اختصار کړو، یعنې د هغه صورت او مخرج په 3 وویشو $\frac{1}{2}$ لاس ته رائي. نو ويلاي شو چې دواړه نسبتونه یو له بله سره مساوي دي.

$$\frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{9}{6} = \frac{3}{2}$$

په راکړل شوو نسبتونو کې د اسې یو نسبت پیدا کولای نشو چې له $\frac{5}{8}$ سره مساوی وي، یعنې: د ځینو نسبتونو تر منځ د مساواتو رابطه منځ ته راتللي نشي.

تعريف

د دوو نسبتونو مساواتو ته تناسب وايي، مثلاً $\frac{5}{8} = \frac{10}{16}$ یو تناسب دی چې د $\frac{5}{8}$ او $\frac{10}{16}$ نسبتونو خخه لاس ته راغلی دی.

پورتنی تناسب په لاندې شکل هم ليکلاني شو:

$$5 : 8 = 10 : 16$$

دلته د لوړۍ نسبت صورت او د دویم نسبت مخرج د طرفين په نامه یادوي همدارنګه د لوړۍ نسبت مخرج او دویم نسبت صورت د وسطين په نامه یادوي.

$$5 : 8 = 10 : 16$$

تمرين

1- په لاندې نسبتونو کې کومه جوړه نسبتونه یو له بله سره یو تناسب جوړوي؟

a) $\frac{3}{8}, \frac{12}{30}$

c) $\frac{7}{3}, \frac{35}{15}$

b) $\frac{2}{5}, \frac{40}{100}$

d) $\frac{49}{35}, \frac{7}{5}$

2- د یوه تناسب درې حله درکړل شوي دي، نامعلوم حد یې پیدا کړئ.

a) $\frac{2}{6} = \frac{5}{\boxed{}}$

b) $\frac{14}{8} = \frac{7}{\boxed{}}$

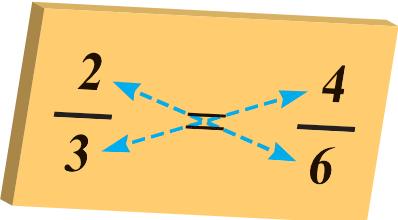
c) $\frac{1}{3} = \frac{2}{\boxed{}}$

d) $\frac{\boxed{}}{9} = \frac{3}{27}$

e) $\frac{\boxed{}}{8} = \frac{6}{12}$

f) $\frac{\boxed{}}{14} = \frac{21}{7}$

د تناسب خواص Properties of proportion



- خلور عددونه داسې وړاکې چې یو تناسب جوړ کړي.
- په جوړ شوي تناسب کې د عددونو تر منځ خه ډول اړیکه پیداکولای شي؟

فعاليت

د درکړشوو قيمتونو په پام کې نيلو سره لاندي جدول بشپړ کړئ.

a	b	c	d	$\frac{a}{b}$	$\frac{c}{d}$	a . d	b . c
4	12	2	6	$\frac{4}{12}$			
5	20		8		$\frac{2}{8}$	40	

- د $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ په تناسب کې (a , d) او همدارنګه (c , b) په خه نامه يادېږي؟
- د جدول د ټولو قيمتونو لپاره په $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = a \cdot d / b \cdot c$ او $a \cdot d$ د ضرب حاصل له یو بل سره پرتله کړئ.
په عمومي توګه ويلاي شو:

لومړۍ خاصیت: په دوه مساوی نسبتونو کې چې یو تناسب جوړوي د طرفینو او وسطینو د ضرب حاصل يو له بله سره مساوی دي.

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow a \cdot d = b \cdot c$$

مثال: د طرفینو او وسطینو تر منځ د خاصیت په کارولو سره په لاندي تناسب کې نامعلوم جز پیدا کړئ:
حل:

$$\frac{2}{5} = \frac{\square}{12}$$

$$2 \times 12 = 5 \times \square$$

$$\square = 24 \div 5 = 4.8$$

فعاليت

د درکر شوو قيمتونو په پام کې نيلو سره لاندي جدول بشپړ کړي.

a	b	c	d	$\frac{a}{b}$	$\frac{c}{d}$	$\frac{a}{c}$	$\frac{b}{d}$	$\frac{d}{b}$	$\frac{c}{a}$
3	4	6	8	$\frac{3}{4}$					
9	12	21	28			$\frac{9}{21} = \frac{3}{7}$			

• د جدول د ټولو قيمتونو لپاره وګوري چې هره جوره ($\frac{a}{b}, \frac{c}{d}$) او ($\frac{a}{c}, \frac{b}{d}$) نسبتونه،

تناسب جوروی او که نه؟

په عمومي توګه ويلاي شو:

دويم خاصيت: که چېږي په يوه تناسب کې د وسطينو خایونه بدل شي یو نوي تناسب لاس ته راخې.

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Leftrightarrow \frac{a}{c} = \frac{b}{d}$$

دويم خاصيت: که چېږي په يوه تناسب کې د طرفينو خایونه سره بدل کړو، یو نوي تناسب جورېږي.

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow \frac{d}{b} = \frac{c}{a}$$

مثال: د يوه مستطيل د اوږدوالي او سور نسبت $\frac{4}{3}$ دی. دې مستطيل اوږدوالي او سور دوه برابره کړو، د نوي مستطيل د اوږدوالي او د سور نسبت خومره دی؟ آیا د دواړو مستطيلونو د اوږدوالي او سور نسبتونه یو تناسب جوروی؟

حل: د نوي مستطيل د اوږدوالي او سور نسبت $\frac{8}{6}$ دی.

د دې لپاره چې پوه شو د $\frac{4}{3}$ او $\frac{8}{6}$ نسبتونه یو تناسب جوروی او کنه؟
باید د طرفينو او وسطينو د ضرب حاصل سره مساوي وي.

$$\frac{4}{3} = \frac{8}{6} \Rightarrow 4 \times 6 = 8 \times 3$$

فعاليت

د درکر شوو قيمتونو له مخې لاندي جدول بشپړ کړي.

a	b	c	d	$\frac{a}{b}$	$\frac{c}{d}$	$\frac{b}{a}$	$\frac{d}{c}$
2	3	8	12	$\frac{2}{3}$		$\frac{3}{2}$	
6	9	10	15			$\frac{10}{15} = \frac{2}{3}$	

• د $(\frac{d}{c}, \frac{b}{a})$ او $(\frac{c}{d}, \frac{a}{b})$ نسبتونه د جدول د ټولو عددونو لپاره وګوري چې تناسب جوروی او که نه؟

په عمومي توګه ويلاقې شو:

څلورم خاصيت: که چېړي دوه نسبتونه یو تناسب جوړ کړي، د هغو سرچېه (معکوس) هم یو تناسب جوړ وي.

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow \frac{b}{a} = \frac{d}{c}$$

فعالیت

د درکړل شوو قيمتونو له مخي لاندې جدول بشپړ کړئ.

a	b	c	d	$\frac{a}{b}$	$\frac{c}{d}$	$\frac{a+b}{b}$	$\frac{c+d}{d}$	$\frac{a-b}{b}$	$\frac{c-d}{d}$
6	9	12	18	$\frac{6}{9}$		$\frac{6+9}{9}$			
12	18	24	36			$\frac{24}{36}$			

• د جدول د ټولو قيمتونو لپاره وګوري چې هره جوړه $(\frac{a}{b}, \frac{c}{d})$ او $(\frac{a+b}{b}, \frac{c+d}{d})$ نسبتونه، تناسب جوروی او که نه؟

پنځم خاصيت: که چېړي دوه نسبتونه یو تناسب جوړ کړي او د هر نسبت مخرج له صورت سره جمع او حاصل یې پر لوړنۍ مخرج ولیکو بیا هم یو تناسب لاس ته رائې.

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow \frac{a+b}{b} = \frac{c+d}{d}$$

شپږم خاصيت: که چېړي په یو تناسب کې د هر نسبت مخرج له صورت خخه تفريق او حاصل یې پر لوړنۍ مخرج ولیکو یو نوي تناسب لاس ته رائې.

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow \frac{a-b}{b} = \frac{c-d}{d}$$

فعالیت

د درکړل شوو قیمتونو له مخې لاندې جدول بشپړ کړئ.

a	b	c	d	$\frac{a}{b}$	$\frac{c}{d}$	$\frac{a+c}{b+d}$
1	2	7	14		$\frac{7}{14}$	
3	4	6	8			$\frac{3+6}{4+8}$

- د جدول د ټولو قیمتونو لپاره وګوري چې هره جوړه $(\frac{a}{b}, \frac{c}{d})$ او $(\frac{a+c}{b+d})$ هرچوو، نسبته، تابعه، جوړوي او که نه؟

اوم خاصیت: که چېږي په یوه تابعه کې صورتونه یو له بله سره جمع او په صورت کې او مخرجه یو له بل سره جمع او په مخرج کې ولیکل شي، نو نوی نسبت منځ ته راخې چې له هر راکړل شوی نسبت سره مساوی دی او نوی تابعه جوړوي.

مثلا:

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow \frac{a}{b} = \frac{a+c}{b+d}, \frac{c}{d} = \frac{a+c}{b+d}$$

$$\frac{3}{4} = \frac{6}{8} \Rightarrow \frac{3+6}{4+8} = \frac{9}{12}$$

$$\frac{3}{4} = \frac{9}{12} \Rightarrow 3 \times 12 = 4 \times 9$$

$$\frac{6}{8} = \frac{9}{12} \Rightarrow 6 \times 12 = 9 \times 8$$

تمرین

- لاندې مساواتونه د درکړل شوو عددونو په نظر کې نیولو سره په عددی شکل سره ولیکي:

$$\frac{b}{a-b} = \frac{d}{c-d} \quad \text{وې: } d = 15 \text{ ، } c = 30 \text{ ، } b = 5 \text{ ، } a = 10$$

$$\frac{b}{a+b} = \frac{d}{c+d} \quad \text{وې: } d = 36 \text{ ، } c = 32 \text{ ، } b = 9 \text{ ، } a = 8$$

$$\frac{a+b}{a-b} = \frac{c+d}{c-d} \quad \text{وې خرنګه کولی شود تابعه د خاصیت په کارولو سره د 2- که چېږي}$$

تناسب په لاس راوړو؟

د تناسب ډولونه

1- مستقیم تناسب



د ټولکې خارونکي د لاسي کارونو
د جوړولو لپاره هر زده کوونکي ته 2
بستي رنګه کاغذ ورکوي. که چېږي اتم
ټولکې 20 زده کوونکي ولري خوبستو
رنګه کاغذ ته اړتیا ده تر خو ټولو زده
کوونکو ته یې ورکړي؟

فعاليت

ديو کيلو گرام او 10 کيلو گرامه بوري د یې په پام کې نیولو سره لاندې جدولونه بشپړ کړئ

اندازه (مقدار)	1 کيلو گرامه	2 کيلو گرامه	3 کيلو گرامه	4 کيلو گرامه	5 کيلو گرامه
بيه	50 افغاني				

اندازه (مقدار)	6 کيلو گرامه	7 کيلو گرامه	8 کيلو گرامه	9 کيلو گرامه	10 کيلو گرامه
بيه	500 افغاني				

- د بوري د اندازې په زیاتېدو سره د هغې بيه خه ډول بدلون مومي؟
- د بوري د اندازې په کمیدو سره د هغې بيه خه ډول بدلون کوي؟
- د بوري د اندازې او یې تر منځ خه ډول اړیکه وجود لري؟

له پورته فعالیت خخه ویلی شو چې:

د بوري اندازه د هغې له یې سره مستقیمه اړیکه لري یعنې، په هره اندازه چې بوره زیاته شي بيه یې
هم زیاتېږي او په هر اندازه چې بوره کمه شي بيه یې هم کمېږي.

تعريف

که چېري په یوه تناسب کې د لوړي مقدار په زیاتیدو، دویم مقدار هم زیات شي او یا د لوړي مقدار په کمیدو، دویم مقدار هم کم شي دغه ډول تناسب ته مستقیم تناسب وایي، یعنې نوموري مقدارونه یو له بل سره مستقیماً متناسب دي.

مثال: که چېري د 8 قطيو اورلګيت بيه 4 افغاني وي د 62 قطيو بيه به خو افغانۍ وي؟
حل: که چېري د 62 قطيو اورلګيت بيه m افغانۍ وي. خرنګه چې د اورلګيت د قطيو شمېر ده ګوله بېي سره مستقیماً متناسب دي، نو دا یو مستقیم تناسب دي.

اورلګيت	بېي
8	4
62	m

$$\frac{8}{62} = \frac{4}{m}$$

$$m = \frac{4 \times 62}{8} = 31$$

تمرین

- 1- د 12 ټنو کارکوونکو اجوره 480 افغانۍ ده د 10 ټنو اجوره پیدا کړئ. (د تولو کارکوونکو اجوره برابره 5)
اجوره برابره 5
- 2- که چېري یو تن کارکوونکی په 5 ورڅو کې 1500 افغانۍ اجوره واخلي، د هغه د 18 ورڅو اجوره خو افغانۍ کېږي؟
- 3- که چېري د 3 مترو ټوکر د رايولو لپاره 330 افغانيو ته اړتیا وي. د 15 مترو ټوکر رايولو ته به خو افغانۍ په کار وي؟

2- معکوس تناسب Indirect proportion



د ټولګي خارونکي د ټولګي له پاکولو
څخه وروسته غواپي چې ټولګي منظم
کړي. که چېږي یورده کوونکي ټولګي
په 60 دقیقو کې پاک کړي. 6 زده
کوونکي یې په خو دقیقو کې پاکولی
شي؟

فعالیت

که چېږي یو رنګمال یوه کوتې په څلورو ورڅو کې رنګ کړي، نو که په یوې یا د دوو ورڅو کې مو په
کار وي خو رنګمالانو ته اړتیا ده؟
د پوښتې د خواب لپاره لاندې جدول د درکړل شوو قیمتونو په پام کې نیولو سره بشپړ کړئ:

دکار کوونکو شمېر	1	1 ورڅ	2 ورڅې	4 ورڅې	په ورڅو کې سرته رسیدلې کار
------------------	---	-------	--------	--------	----------------------------

- د ورڅو په لېيدو سره د کار کوونکو شمېر زیاتېږي او که کمېږي؟
- د کار په سرته رسیدو کې د ورڅو د او کار کوونکو د شمېر تر منځ خه ډول اړیکه وجود لري؟

تعريف

که چېږي په یو تناسب کې د یوه کمیت مقدار زیات او بالمقابل د بل کمیت مقدار کم شي او
یا د یوه کمیت مقدار کم او د بل کمیت مقدار زیات شي، دا ډول تناسب د معکوس تناسب په
نامه یادېږي، یعنې د لوړې کمیت او دویم کمیت تر منځ معکوسه اړیکه یا رابطه وجود لري.

مثال: 20 تنه يو جومات په 15 ورخو کې جورپوي که چېږي وغواړو چې دا جومات په 10 ورخو کې جورپوي، نو خو تنوکارکوونکو ته اړتیا ڈه؟

حل: دا تناسب معکوس دي، خکه چې د لبرو ورخو لپاره زیاتو کارکوونکو ته اړتیا شته.

تنه	$\frac{1}{\text{ورخ}}$
20	$\frac{1}{15}$
m	$\frac{1}{10}$

$$\frac{20}{m} = \frac{\frac{1}{15}}{\frac{1}{10}} = \frac{10}{15}, \quad \frac{20}{m} = \frac{10}{15}, \quad m = \frac{20 \times 15}{10} = 30$$

تمرین

1- د اویو خلور نله يو حوض په 8 ساعتو کې ډکوي، 5 نله به نومورپی حوض په خو ساعتونو کې ډک کړي؟ (د نلونو قطرونه يو له بله سره مساوی دي)

2- يو موټر په يو ساعت کې د 50 کيلومترو په چټکتیا سره لاره وهی او د دوو بنارونو تر منځ واتېن په 3 ساعتونو کې وهی که چېږي د يو بل موټر چټکتیا په يوه ساعت کې 75 کيلو متراه وي، نو د نومورپو بنارونو تر منځ واتېن به په خو ساعتونو کې وهی؟

موکب تناسب compound proportion

$$\frac{5}{3} = \frac{25}{15} = \frac{30}{18}$$

تناسب په خو ډوله دي؟
کېدای شي یو تناسب یوازي مستقيم او
يا معکوس وي؟
آيا داسي یو تناسب پېرنئ چې په عين
وخت کې هم مستقيم او هم معکوس
وي؟

فعاليت



د چاي دوه کاچوغې شربت د اویو په یو گیلاس کې له
مخامنځ شکل سره سم حل شوي دي، د هر گیلاس د
اویو او شربت نسبت 1 پر 2 دي. د مخامنځ شکل جک
د 2 گیلاسونو اویو څای لري. د شکل سره سم د چاي
خورپلو 4 کاچوغې شربت په هغه کې حل شوي دي، آيا
د گیلاس او جک د اویو خوردوالی به په یوه اندازه وي؟
لاندي جدول بشپړ کړي:

د گیلاسونو شمېر	1	2	3	4
د کاچوغو شمېر	2		6	

- د اویو د گیلاسونو د شمېر او د شربت د کاچوغو د شمېر نسبت ولیکي.
- د دې نسبتونو ترمنځ خه ډول رابطه شته؟
له پورته فعالیت خخه ولی شو:

په هر اندازه چې د اویو د گیلاسونو شمېر زیات یا لږ شي، د شربت د کاچوغو شمېر متناسباً بدلون
کوي، تر خود $\frac{1}{2}$ نسبت ثابت پاتې شي. له دې امله پورتنۍ جدول د تناسب یو جدول دي.

یادوونه: د تير جهت پورته خوا ته د مستقيم او بنکته خوا ته د معکوس تناسب په معنا په کار وړل
شوی دي.

لومړۍ مثال: 5 تنه کارکوونکي د 4 ورڅو کار لپاره 80000 افغانی مزدوري اخلي. 8 تنه

به د 6 ورڅو کار لپاره خو افغانی مزدوري واخلي؟

حل: خرنګه چې د نسبتونو تر منځ رابطه مستقيمه ده نو لاندي جدول جوړوو.

مزدوري	ورڅي	د توشمبر
80000	4	5
x	6	8

$$\frac{80000}{x} = \frac{4 \times 5}{6 \times 8}, \quad \frac{80000}{x} = \frac{5}{12}$$

$$x = 192000$$

دویم مثال: که چېږي 10 تنه یو کانال چې اوږدوالي یې 12 متنه دی، په 8 ورڅو کې وکني

نو 5 تنه هغه ته ورته کانال چې اوږدوالي یې 15 متنه دی، په خو ورڅو کې کنلای شي.

حل: خرنګه چې متحول یعنې د ورڅو شمېر د توله شمېر سره معکوس تناسب او د کانالونو له اوږدوالي سره مستقيم تناسب لري، نو په لاندي جول یې حلولو:

ورڅي	اوږدوالي	د توشمبر
8	12	10
x	15	5

$$\frac{8}{x} = \frac{12 \times 5}{15 \times 10}, \quad x = \frac{8 \times 15 \times 10}{12 \times 5}$$

$$x = 20$$

تعريف

له دوو خخه د زیاتو نسبتونو مساوی والي ته مرکب تناسب ويل کېږي، په مرکب تناسب کې د لومړۍ نسبت صورت او د نورو نسبتونو مخرجونه طرفین، د لومړۍ نسبت مخرج او د نورو نسبتونو صورتونو ته د تناسب وسطین ويل کېږي.

لکه:

$$\frac{2}{3} = \frac{6}{9} = \frac{18}{27} \rightarrow \begin{matrix} \text{وسطین} \\ \text{طرفین} \end{matrix}$$

تمرین

1 - که چېږي 24 تنه بزگران د ورڅي 8 ساعته کار وکړي، یوه څمکه چې 2000 متر مربع پراخواли لري په 20 ورڅو کې په بېلونو واروو. که چېږي 40 تنه بزگران د ورڅي 12 ساعته کار وکړي یوه بله ټوته څمکه چې 3000 متر مربع پراخواли لري په خو ورڅو کې به یې په بېل واروو؟

2 - که چېږي د 4200 کيلوګرامو غنمو د وړلو لپاره د 810 کيلو مترو په واپن 500 افغانیو ته اړتیا وي د 6000 کيلوګرام غنمو وړلو لپاره د 630 کيلو متر په واپن خو افغانیو ته اړتیا ده؟

$$\frac{15}{11} = \frac{100}{x}$$

د یو بشونځي د والیال تیم 15 لوپې سر
ته رسولی خو 11 لوپې یې ګټلي دي، خو
د بل بشونځي د والیال تیم 12 لوپې سر
ته رسولی او 10 لوپې یې ګټلي دي. ستاسو
په نظر کوم تیم زیاتې لوپې ګټلي دي؟

فعاليت

تيل	اوېه
80	20
100	x

که چېري په 80 لیترو تیلوکې 20 لیتره اوېه ګډي وي نو په 100 لیترو
کې خولیتره اوېه ګډي دي؟

• د پورته قيمتونو په پام کې نیولو سره تناسب جوړ کړي.

• د طرفين او وسطين د خاصيت په کارولو سره D قيمت پیداکړئ چې په 100 لیترو کې خو
فيصده اوېه شته؟

لومړۍ مثال: یوه سړی په بانک کې 45000 افغانۍ کېښودلې. له خه وخت وروسته یې 900
افغانۍ ګټه وکړه. نوموري سړي له خپلې اصلې سرمایې خخه خو فيصده ګټه اخیستې ده
 حل:

سرمایه	ګټه
45000	900
100	x

$$\frac{45000}{100} = \frac{900}{x}$$

$$x = \frac{900 \times 100}{45000} = \frac{90000}{45000} = \frac{90}{45} = 2\%$$

د مثال له حل خخه پوهېږو چې نوموري سړي په هر 100 افغانیو کې 2 افغانی یا 2% ګټه کړي
.5

دويم مثال: د پوهنتون دکانکور په آزمونه کې د حبیبی د لیسې له 320 تنو فارغانو خخه 256 تنه بریالی او د غازی د لیسې له 400 تنو فارغانو خخه 300 تنه بریالی شوي دي. ویلای شئ چې له نومورو بشونځيو خخه په آزمونه کې کوم يوه بشونځي زیات بریالی ورکړي دي؟ د بریالیو زده کوونکو سلنه (فیصدی) خو ۵؟

حل:

فارغان	بریالی
320	256
100	x

$$\frac{256}{x} = \frac{320}{100}, \quad x = \frac{256 \times 100}{320} = \frac{2560}{32} = 80\% \quad \left. \begin{array}{l} \text{د حبیبی د لیسې} \\ \text{بریالیو فارغانو فیصدی} \end{array} \right\}$$

فارغان	بریالی
400	300
100	x

$$\frac{300}{x} = \frac{400}{100}, \quad x = \frac{300 \times 100}{400} = \frac{300}{4} = 75\% \quad \left. \begin{array}{l} \text{د غازی د لیسې د بریالیو} \\ \text{فارغانو فیصدی} \end{array} \right\}$$

نو ویلای شو چې د کانکور په آزمونه کې د حبیبی لیسې نسبت د غازی لیسې ته زیات بریالی ورکړي دي.

تعريف

فیصدی د داسې کسر بنودنه ده چې په مخرج کې یې 100 وي. د فیصدی د بنودلو لپاره د % نښې خخه کار اخیستل کېږي.

تمرین

1- یو هتيوال په یوه میاشت کې دوه واري مالونه راوري دي. لوړۍ واري د 25000 افغانیو په پانګې، 800 افغانی گټه کړي ده او دويم واري یې 10000 افغانیو په پانګې، 330 افغانی گټه کړي ده. نوموري هتيوال کوم واري نظر سرمایې ته زیاته گټه کړي ده؟

2- عبدالرحيم د رياضي په مضمون کې له 75 نمره خخه 60 نمره لاس ته راوري، د رياضي په مضمون کې د عبدالرحيم د نمره فیصدی په لاس راوري؟

3- په لانډې مساواتونو کې کوم یو یې سم دي؟ هغه چې سم نه دي صحیح نسبت یې ولیکي.

$$50\% = \frac{1}{2}, \quad \frac{111}{1000} = 11\%, \quad \frac{21}{100} = 21\%, \quad 4\% = \frac{4}{100}, \quad 30\% = \frac{30}{50}$$

احدیت یا واحد Unitary



که چېړې په عمومي توګه د یوه جنس د خو شيانو یا دانو قيمت درکړ شوي وي.
خرنګه کولای شي د هغې یوې دانې قيمت پیدا کړئ؟

- که چېړې د یوه قلم قيمت درکړل شوي وي آيا د هغه د خو دانو قيمت پیدا کولاي شي؟

فعالیت

د کمپیسونو او د ورڅو د شمېر نسبت چې بونګنډونکي یې ګنډي، $\frac{28}{4}$ دی، یعنې دا ګنډونکي 28 کمپیسونه په 4 ورڅو کې ګنډي په یوه ورڅ کې به خو کمپیسونه وګنډي؟
د پورته وينا له مخې لاندې جدول بشپړ کړئ:

د کمپیسونو شمېر	28	X
ورڅې	4	1
نسبت		

- د پورته جدول له مخې تناسب جوړ کړئ.
- د طرفین او وسطین له خاصیت خخه په کار اخیستنې د X قيمت پیدا کړئ.
په پایله کې ویلاي شو که چېړې د خو شيانو قيمت راکړل شوي وي کولاي شو د یوه دانې قيمت پیدا کړو.

لومړۍ مثال: د تيلو د یوه بيرل (200 لیترو) بيه 40000 افغانۍ ده. د هغه د یوه لیتر بيه پیدا کړئ.

تيل	افغانۍ	$\frac{200}{1} = \frac{40000}{x}$
200	40000	$200x = 40000$
1	x	$x = \frac{40000}{200}$

$$x = 200$$

دوييم مثال: د پنسل يو درجن (12 داني) قلمونه په 60 افغانۍ را نیول شوي دی د هغه د 7 دانو
قيمت خو افغانۍ کېري؟
لومړي د ډیوه قلم قيمت پیدا کړو.

افغانۍ	د پنسل د قلمونو شمېر
60	12
x	1

$$\frac{12}{1} = \frac{60}{x}$$

$$12x = 60$$

$$x = \frac{60}{12}, \quad x = 5 \text{ افغانۍ}$$

نود 7 دانو قيمت عبارت دی له:

$$5 \cdot 7 = 35$$

د سوداګرۍ په ډېرو راکړو ورکړو کې د جنسونو او شيانو پلورل او پېرودل د درجن او د ست په توګه کېږي کله ناكله او تيا پیداکېږي چې د هغو ډیوه یا خو دانو قيمت پیداکړو. ددې عمل د سرهه رسولو لپاره له داسې طریقې خخه کار اخیستل کېږي چې احادیث بلل کېږي او داسې یې تعریفوو:

تعريف

احادیت د مستقیم تناسب د محاسبې یوه داسې طریقه ده چې لومړي د اړوند نسبت خخه د هغه د یوه واحد قيمت پیدا کړو او بیا یې په راکړشوي مقدار کې ضربوو.

تمرین

1- 2 متراه توکر 300 افغانۍ بیه لري. لومړي د هغه د ډیوه متراه بیه پیداکړئ او بیا ووایاست چې د 17 متراه بیه خو افغانۍ کېږي؟

2- د ډیوه جنس د 60 کيلوګرام د ورلو لګښت 2400 افغانۍ کېږي لومړي د هغه د ډیوه کيلوګرام د ورلو لګښت پیدا او بیا ووایاست چې د 35 کيلوګرام د ورلو یې خو افغانۍ کېږي؟



خینې وختونه به پلورنځی ته تللي یاست او دا اعلانونه به مو لیدلي يا اوريدلي وي:

د پسلنيو جامو په بيه کې 10% تخفیف.

د سيم کارت په بيه کې 50% تخفیف.
په اجنسو کې 15% تخفیف.

فعالیت

يو زده کونونکي د کيسو د کتاب د اخيستلو لپاره د کتابونو پلورنځي ته حې د کتاب یه 60 افغانۍ ده نوموري زده کونونکي 55 افغانۍ لري. کتاب پلورنځي نوموري کتاب په زده کونونکي باندي په 55 افغانۍ پلوري.

- زده کونونکي د کتاب له اصلی بي په خخه خو افغانۍ ارزانه اخيستي دي؟
- د کتاب له اصلی بي په خخه په فیصد لري پسپی ورکړي دي؟
- که چېري دا فیصدی د کتاب په اصلی یه کې ضرب شي کوم عدد را سبې؟
ولی شو چې: په همغه اندازه چې زده کونونکي کتاب له اصلی بي په خخه ارزان اخيستي دي د کتاب تخفیف بلل کېږي.

لومړۍ مثال: د مېډي د اوږو ایستلو ماشین 4000 افغانۍ یه لري او د 8% په تخفیف پلورل
کېږي د پلورلو یه په پیداکړئ.
حل:

بیه	تخفیف
100	8
4000	x

$$(x) \text{ افغانۍ} = 4000 \times \frac{8}{100} = 40 \times 8 = 320 \text{ تخفیف}$$

$$4000 - 320 = 3680 \text{ افغانۍ} = \text{د پلورلو یه}$$

دويم مثال: يو تن يو جنس چې اصلی بیه یې 3000 افغانۍ ده له تخفيف وروسته یې په 2895 افغانیو واخیست، معلوم کړئ چې نومورې اخیستونکی خو فیصله تخفيف اخیستی دی؟

حل: لوړې ټول تخفيف په لانډې ډول په لاس راولو:

$$3000 - 2895 = 105$$

ټول تخفيف 105 افغانۍ دی اوس د تناسب په مرسته د 100 تخفيف پیداکوو.

بیه	تخفيف
3000	105
100	x

$$100 \times \frac{105}{3000} = \frac{10500}{3000} = 3.5\% \quad \text{تحفيف (x)}$$

$$(x) = 3.5\%$$

تعريف

هغه پېښې چې سوداګران یې د سیالی او د خپلو مشتریانو د جذب لپاره له اصلی بیه خخه کموي. تخفيف بلل کېږي. د دې تخفيف فیصلې نسبت اصلی قیمت ته د تخفيف د فیصلې په نامه یادېږي.

تمرین

- 1- د یوه بایسکل اصلی بیه 5000 افغانۍ ده که چېږې پلورونکی خپل اخیستونکی ته 2% تخفيف ورکړي، د بایسکيل بیه پیدا کړئ.
- 2- که چېږې د یوې گازې بخاری اصلی بیه 8000 افغانۍ وي، هتيوال د خپلې اړتیا لپاره هغه په 7600 افغانۍ وپلوري، تخفيف اندازه او د تخفيف فیصلې پیدا کړئ.
- 3- د یوې برقي جارو بیه 5730 افغانۍ ده او هغه د 3% په تخفيف پلورل کېږي. د پلورلو بیه بې پیدا کړئ.

ساده او مرکبه ربح Simple and compound Intrest



يو هتيوال په يو بانک کې 1000 افغانی زېرمه کړي له يوه کاله وروسته يې خپلې پېسې بيرته واخيسټلي چې د اخيسټل شوو پېسو اندازه يې 1100 افغانی شوي وه د بانک له متصدي خڅه يې وپوشتل چې دا 100 زیاتې شوې افغانی د خه شي دي؟

تعريف

هغه ګټه چې د يوې تاکلې فيصدى له مخې له يوې سرمایې خڅه په يوه تاکلې وخت او تاکلې نرخ سره لاس ته راخي، د ساده ربحي يا Simple Interst په نامه یادېږي. خرنګه چې ساده ربح له سرمایې او تاکلې نرخ سره مستقيماً متناسب ده. يعني:

$$p = A \cdot R \cdot T \quad \text{ربح}$$

دلته A سرمایه، R نرخ د فيصدى له مخې او T وخت په کال سره بنې.

لومړۍ مثال: له يوه کال خڅه وروسته د 8% نرخ له مخې د 5600 افغانیو ربح(ګټه) خو افغانی کېږي؟ حل:

$$(R) = 8\% = \frac{8}{100} \quad \text{نرخ} \quad P = A \cdot R \cdot T = 5600 \times 1 \times \frac{8}{100} = 448 \text{ افغانی}$$

$$(A) = 5600 \quad \text{سرمایه} \quad (T) = \text{وخت}$$

دویم مثال: له 7 میاشتو خڅه وروسته د 13% نرخ له مخې د 156000 افغانیو ساده ربح حساب کړئ. حل:

$$(R) = 13\% = \frac{13}{100} \quad \text{نرخ} \quad P = A \cdot R \cdot T = 156000 \times \frac{13}{100} \times \frac{7}{12} = 11830$$

$$(T) = \frac{7}{12} \quad \text{کال} = 7 \text{ میاشتی} = \text{وخت}$$

فعالیت

لاندې جدول په پام کې ونسیئ:

د اصلی پیسو اندازه	د پیسو اندازه وروسته له 1 کال	د پیسو اندازه وروسته له 2 کاله	د پیسو اندازه وروسته له 3 کاله	د پیسو اندازه وروسته له 4 کاله
1000	1100	1210	1331	1464.1

- د هر کال د ګټې توپیر نسبت مخکنې کال ته په یو جدول کې وښیاست.
- لاس ته راغلي توپیرونه ثابته اندازه لري او که نه؟
- د هر کال د ګټې نسبت نظر مخکنې کال ته په یوه جدول کې وښیاست.
- آيا دا نسبتونه ثابت دي او که نه؟

تعريف

که چېږي د یوې سرمایې ګټه د اصلی سرمایې له اندازې سره یو څای شي او بیا په ګټه وړکړل شي، هغه ګټه چې له دې سرمایې خڅه لاں ته راځي د مرکبې ریحي په نامه یادېږي چې له لاندې رابطې خڅه په لاں راځي.

$$P = A(1+r)^n$$

دلته P سرمایه له ګټې سره، A لوړۍ سرمایه، r نرخ د فیصلې له مخې او n وخت په کال سره بشې.

مثال: د 2000000 افغانیو سرمایه د کال په 10% مرکبې ریحي سره په بانک کې اینښودل کېږي
د 5 کالو وروسته نومورې سرمایه خو افغانی کېږي؟

حل: قیمتونه په فارمول کې ایېردو:

$$\left. \begin{array}{l} A = 2000000 \\ r = 10\% \\ n = 5 \\ P = ? \end{array} \right\} \begin{array}{l} P = 2000000 \left(1 + \frac{1}{10}\right)^5 = 2000000 (1.1)^5 \\ P = 2000000 \times 1.61051 = 3221020 \\ P = 3221020 \end{array}$$

تمرین

- احمد 4000 1000 افغانی د 8 نرخ له مخې د مرکبې ریحي په توګه په څېل حساب کې سپماکړي ده. د کال په پای کې به ورته بانک خومره ګټه ورکړي؟
- د 1500 1500 افغانیو پانګې ګټه د 10% نرخ له مخې د 3 کلونو وخت لپاره خو افغانی کېږي؟

د دویم فصل مهم ټکي

• نسبت

د دوو همجنسو ڪميٽونو يا مقدارونو تر منځ نسبت له هغه عدد څخه عبارت دی چې وښي په لومړي ڪميٽ د دویم ڪميٽ خو برابره دي یا یو ڪميٽ د بل ڪميٽ خومه برخه ده او یا دویم ڪميٽ خو څلپي په لومړي ڪميٽ کې شامل دي.

• په متناسبو اجزاو ويشل

ديوه عدد د ويسلو لپاره په راکړ شوو نسبتونو، لومړي د راکړ شوو نسبتونو د جمعي حاصل په لاس راپرو له هغه وروسته مفروض عدد د نسبتونو په مجموعي باندي ويشه او د پيش حاصل یې په راکړ شوي هريوه نسبت کې ضربوو لاس ته راغلي عددهنه په راکړ شوي نسبتونو باندي د نوموري عدد ويشل دي.

• تناسب

د دوو نسبتونو مساواتونو ته تناسب وايي.

• د تناسب خواص

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow a \cdot d = b \cdot c \quad -1$$

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow \frac{a}{c} = \frac{b}{d} \quad -2$$

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow \frac{d}{b} = \frac{c}{a} \quad -3$$

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow \frac{b}{a} = \frac{d}{c} \quad -4$$

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow \frac{a+b}{b} = \frac{c+d}{d} \quad -5$$

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow \frac{a-b}{b} = \frac{c-d}{d} \quad -6$$

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow \frac{a}{b} = \frac{a+c}{b+d}, \frac{c}{d} = \frac{a+c}{b+d} \quad -7$$

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow \frac{a+b}{a-b} = \frac{c+d}{c-d} \quad -8$$

۰ د تناسب ډولونه

۱- **مستقیم تناسب:** که چېرې په یوه تناسب کې لومړۍ مقدار زیات او د دویم مقدار بې هم ورسره زیات شي او یا که چېرې لومړۍ مقدار کم او د دویم مقدار بې هم کم شي، دغه ډول تناسب ته مستقیم تناسب والي.

۲- **معکوس تناسب:** که چېرې په یوه تناسب کې د یوه کمیت مقدار زیات او بالمقابل د بل کمیت مقدار کم شي او یا د یوه کمیت مقدار کم او د بل کمیت مقدار زیات شي، دا تناسب د معکوس تناسب په نامه یادېږي.

۰ مرکب تناسب:

له دوو خخه د زیاتو نسبتونو مساوي والي ته مرکب تناسب ويل کېږي.

۰ فيصد

فيصد د داسې یوه کسر بنودونکي دی چې مخرج بې 100 وي.

۰ احديت:

احديت د مستقیم تناسب د محاسبې یوه داسې طریقه ده چې لومړۍ د اروند نسبت خخه د هغه د یوه واحد قيمت پیداکوو او یا په راکړ شوې مقدار کې بې ضربوو.

۰ تخفييف:

هغه پېسې چې سوداګران بې د سیالی او د خپلو مشتریانو د جذب لپاره له اصلی بې خخه کموي تخفييف بلل کېږي. ددې تخفييف فيصلي نسبت اصلی قيمت ته د تخفييف د فيصلي په نامه یادېږي.

۰ ربح

- **ساده ربح:** هغه گته چې د یوې تاکلې فيصلي له مخې له یوې سرمایې خخه په یوه تاکلې وخت او تاکلې نرخ سره لاس ته راخې د ساده ربحي يا Simple Interest په نامه یادېږي.

$$P = A \cdot R \cdot T$$

- **مرکبه ربح:** که چېرې د یوې سرمایې گته د اصلی سرمایې له اندازې سره یو خای شي او بیا گېټه کېښودل شي، هغه گته چې له دې نوي سرمایې خخه لاس ته راخې د مرکبې ربحي په نامه

$$P = A(1+r)^n$$

عمو می پونتنې

يادپري.

د هري پونتنې لپاره خلور خوابونه درکړ شوي دي د سم څوab څخه يې کربنه تاو کړئ:

1- د دوو ګميتوونو نسبت داسي یو عدد دي:

a) منفي b) مثبت c) له واحد څخه پرته d) هیڅ یو

2- د فيصد نښه عبارت ده، له:

%d +c ÷b ×a

تش خایونه په مناسبو کلمو سره ډک کړئ.

1- په تناسب کې د لوړۍ نسبت صورت او دويم نسبت مخرج د په نامه او

د لوړۍ نسبت مخرج د دويم نسبت صورت د په نامه يادپري.

2- په مستقيم تناسب کې دواړه ګميتوونه په عين وخت کې يا
کيري.

3- هغه ګچه چې له یوې تاکلې سرمایې څخه په یوې تاکلې او په یوې تاکلې
د یوې فيصدی له مخې لاس ته رائي د ساده په

نامه يادپري.

4- هغه کسر چې مخرج يې وي د په نامه
يادپري.

لاندي یو شمبر جملې درکړ شوي دي، د سمې جملې مخې ته د (ص) توري او د ناسمې جملې
مخې ته د (غ) توري وليکي:

1- () په یوې تناسب کې د لوړۍ نسبت صورت او دويم نسبت مخرج د طرفين په نامه او د
لوړۍ نسبت مخرج د دويم نسبت صورت د وسطين په نامه يادپري.

2- () که چېړي د یوې پانګې ګټه له اصلې پانګې سره یو ځاي او بیاګټې ته کینبودل شي نوي
پانګه چې په لاس رائي د ساده ریجې په نامه يادپري.

3- () فيصد داسي کسر دی چې مخرج يې 100 وي.

4- () تحفيف مستقيم تناسب دي چې لوړۍ له اړوند نسبت څخه د یو واحد قيمت پيدا او
بيا په راکړ شوي مقدار کې يې ضربوو.

5- () د دوو تناسبونو مساواتونه نسبت وابي.

لاندی پونسٹنی حل کریں۔

- 1- د دوو بنونخيو د زده کونکو شمېر په ترتیب 720 او 810 تنه دي. د نومورو بنونخيو د زده کونکو ترمنځ نسبت په لاس راوړئ.

2- په یوه بن کې 45 ونې د منو، 30 ونې د ناکو او 75 ونې د انارو دي. د دوه دوه ډولونو ترمنځ نسبت پیداکړئ.

3- د 3 مترو ټوکر دراينولو لپاره 450 افغانيو ته اړتیا ده. نو د 15 مترو ټوکر راينولو ته به خو افغانۍ په کاروی؟

4- 27 تنه يو رستورانت په 20 ورڅو کې جوړ وي، که چېږي وغواړو چې دا رستورانت په 15 ورڅو کې جوړ شي، د هغه لپاره خو تنه په کار دي؟

5- د ملالی د عاليٽ لپسي په یوه تولګي کې د 50 تنو په شمېر نجونې شاملې دي، د هغو بنونکي غواړي په داسې دوو ګروپونوی په ووشي چې د هغه ترمنځ نسبت $\frac{2}{3}$ وي. د هر ګروپ شمېر معلوم کړئ؟

6- 1200m² 1200m² 1500m² 1500m² د همکه 14 کسه په دې شرط چې 3 ساعته د ورڅې کاروکړي په 8 ورڅو کې بېل وهي، د همکه 10 کسه چې د ورڅې 6 ساعته کار وکړي په خو ورڅو کې بېل وهلې شي؟

7- د بنونخۍ اداره له یوه کتاب پلورونکي خڅه د 2560 افغانۍ کتابونه را نیولي دي، د دې لپاره چې کتاب پلورونکي نوموري اخیستونکي خپل پېرويدونکي (مشتری) وګرڅوي د اصلې قيمت خڅه 5 فيصده لې افغانۍ اخلي معلوم کړئ چې د بنونخۍ اداره خومره افغانۍ کتاب پلورونکي ته ورکړي دي؟

8- دوه سوداګر د 2540000 افغانۍ په ګلپې پانګې سوادګري کوي، د هغو د پانګې نسبت $\frac{3}{5}$ دی. د هر یوه پانګه پیداکړئ؟

9- 12000 افغانۍ پانګه د کال 6 فيصده د مرکېږي رېحې په ډول په بانک کې اینښو دل کېږي د کلونو د تيريلو وروسته نوموري پانګه خو افغانې کېږي؟

10- که چېږي یو کال مخکې د یوه کلې نفوس 600 تنه شمېرل شوي وي او د کلې نفوس د کال 3 فيصده زيات شوي وي د کلې او سنې نفوس خو تنه دي؟

11- په یوه کال کې د 4800 افغانۍ گټه د 9 فيصده نرڅ له مخې خو افغانۍ کېږي؟

دریم فصل

مشابهتونه





ورته (مشابه) شکلونه

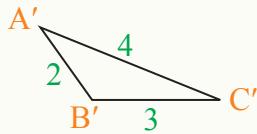
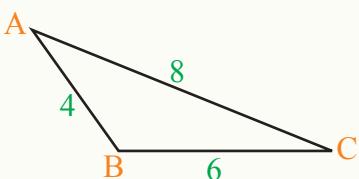


آيا هم چو له شکلونه مو په بېلو اندازو
لیدلي دي؟

زمور په شاوخوا کې داسې شکلونه
شته چې اندازه يې يو له بله سره مساوي
نه وي، خو هم چو له (هم شکله) وي،
مثلا: د پغمان د تاق ظفر تصویرونه چې
يوې لوي او بل يې کوچنې دي، خود
شکل له نظره يوبل ته ورته دي.

فعالیت

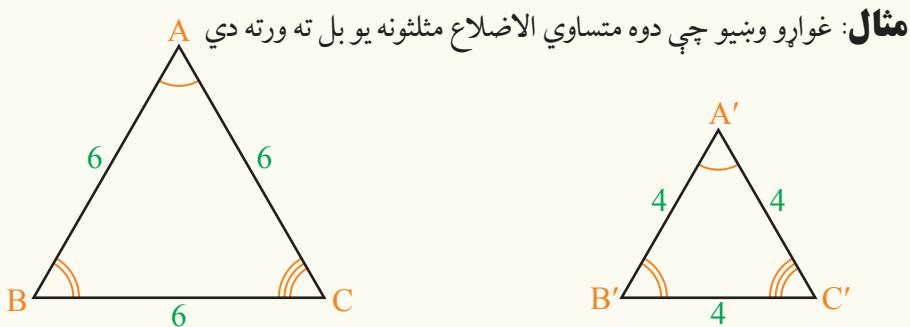
لاندې دوه مثلثونه په پام کې ونيسي:



- آيا فکر کوي چې پورته مثلثونه يو بل ته ورته دي؟
- په پورته مثلثونو کې متناسبې ضلعې او مساوي زاوې په نښه کړئ.
- هم چو له زاوې د نقالې په واسطه اندازه او پرتله يې کړئ.
- د متناسبې ضلعو نسبتونه حساب کړئ.

پورتنې فعالیت موږ ته رابنېي چې:

په ورته شکلونو کې د متناسبې اضلاعو پر وړاندې زاوې يو له بله سره يو په يو انطباق منونکي
دي او د متناسبې ضلعو نسبتونه ديو ثابت مقدار دې چې دې ثابت مقدار ته د ورته والي نسبت
وایې که چېرې دوه شکلونه داسې اړیکې ولري ، دا شکلونه، سره ورته شکلونه دي ، دوه ورته
شکلونه د (\sim) نښې په واسطه بشني.



$$\hat{A} \cong \hat{A}', \hat{B} \cong \hat{B}', \hat{C} \cong \hat{C}'$$

$$\frac{\overline{AB}}{\overline{A'B'}} = \frac{\overline{AC}}{\overline{A'C'}} = \frac{\overline{BC}}{\overline{B'C'}} = \frac{6}{4} = \frac{3}{2}$$

$$\triangle ABC \sim \triangle A'B'C'$$

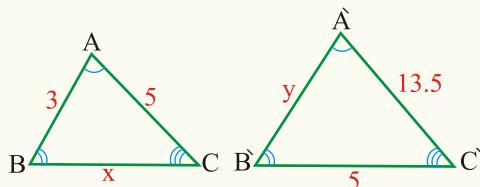
حل: د دواپو مثلثونو تولې زاوېي يو له

بل سره انطباق منونكىي دي.
د ضلعو ترمنئخ تناسب وجود لرى.

نو:

تمرین

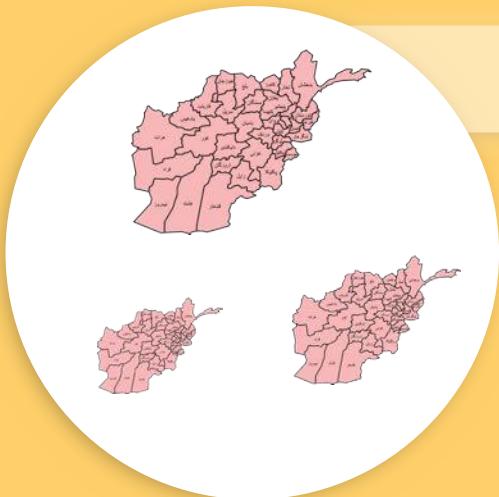
- 1- لاندى كومه يوه جمله تل سمه ده؟ دهري يوې لپاره مثال ووايast.
 - دوه مربع گانې تل يو بل ته ورتە دي.
 - دوه مثلثونه تل يو بل ته ورتە دي.
 - دوه مستطيلونه تل يو بل ته ورتە دي.
 - دوه متساوي الساقين مثلثونه تل يو بل ته ورتە دي.
 - دوي لوزى گانې تل يو بل ته ورتە دي.
- 2- د $\triangle A'B'C'$ او $\triangle ABC$ مثلثونه يو بل ته ورتە دي. د هغۇ زاوېي تاڭلى شوي دي. د مخامىخ ضلعو تر منع يې نسبت ولېكى او وروستە د x او y او بىدوالى پىدا كېئ.



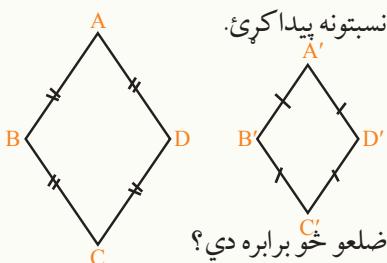
- 3- دوه مشابه پىنځە ضلعي گانې رسم كرى.

ورته (متشابه) مصلع گانی

آیا د پورته نقشی لاندی دوه نقشی په
یوه اندازه سره کوچنی شوي دي؟



فعالیت

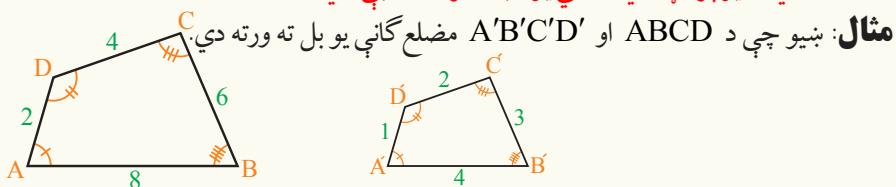


د شکل په پام کې نیولوسره د خط کش په واسطه لاندی نسبتونه پیدا کړئ.

$$\begin{array}{lcl} \overline{AB} = \square & \overline{BC} = \square \\ \overline{A'B'} = \square & \overline{B'C'} = \square \\ \overline{CD} = \square & \overline{AD} = \square \\ \overline{C'D'} = \square & \overline{A'D'} = \square \end{array}$$

- د ABCD د لوزي ضلعي د A'B'C'D' د لوزي د ضلعو خو برابره دي؟
 - د ABCD او A'B'C'D' او زاويي اندازه کړئ خه اړیکه د زاویو ترمنځ شتون لري؟
- په پورته فعالیت کې لیدل کېږي چې د دواړو شکلونو د متناسبو ضلعو نسبت تل ثابت او یو له بله سره مساوی دي. همدا رنګه د متناسبو ضلعو پر وړاندی زاوې په یو له بل سره مساوی دي، نو دوه شکلونه یوبل ته ورته دي، په پایله کې ویلاتې شو: خو ضلعي شکلونه مشابه بلل کېږي چې لاندې خواصونه ولري:

- 1- د راسونو شمېرې پې مساوی وي.
- 2- په ورته مصلع گانو کې باید ټولې زاوې په یو له یو بل سره انطباق منونکي وي.
- 3- د مساوی زاویو پر وړاندی ضلعي یوبله سره متناسبې وي.



حل: د نقالی په کارولو سره په شکلونو کې ليدل کېږي، چې:

$$\frac{\hat{A}}{\overline{AB}} = \frac{\hat{A}'}{\overline{A'B'}} = \frac{\hat{B}}{\overline{BC}} = \frac{\hat{B}'}{\overline{B'C'}} = \frac{\hat{C}}{\overline{CD}} = \frac{\hat{C}'}{\overline{C'D'}} = \frac{\hat{D}}{\overline{DA}} = \frac{\hat{D}'}{\overline{D'A'}} = 2$$

$$\frac{8}{4} = \frac{6}{3} = \frac{4}{2} = \frac{2}{1} = 2$$

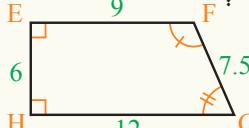
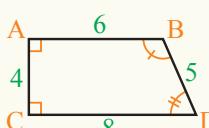
نو دا دواړه شکلونه یو بل ته ورته دي.

په پورته مثال کې د ورته والي نسبت 2 دی، یعنې د $ABCD$ د مصلع ضلعې د $A'B'C'D'$ د
مصلع د ضلعو دوو برابره دي، نو $ABCD \sim A'B'C'D'$ دی.

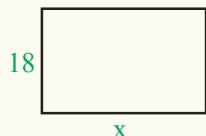
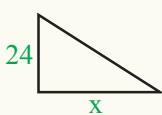
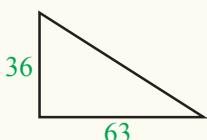
پوښته: د $A'B'C'D'$ د مصلعې ضلعې د $ABCD$ د مصلعو خو برابره دي؟

تمرین

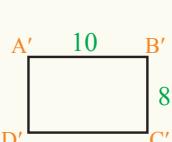
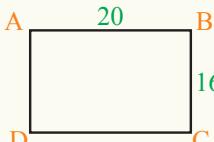
1- په لاندې شکلونو کې وبنیاست چې یو بل ته ورته دي.



2- لاندې هره جوړه شکلونه چې د یو بل خنګ ته رسم شوي دي ورته (مشابه) شکلونه دي. نامعلوم اوږد دوالی چې په X سره بنودل شوي دي، حساب کړئ.

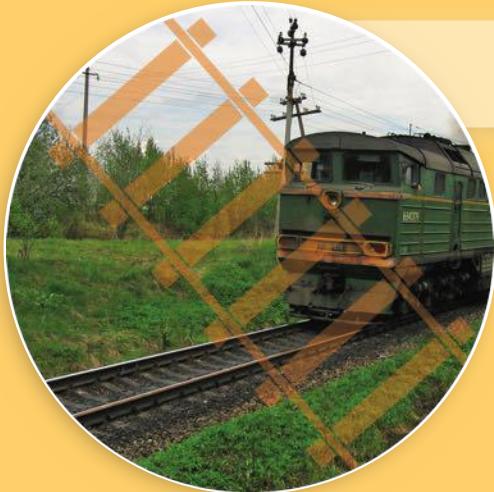


3- په لاندې شکلونو کې وبنیاست چې په دوو ورته مستطيلونو کې د یوه د اوږد والي او سور نسبت د بل د اوږدوالي او سور له نسبت سره مساوي دي.



4- آيا ټول انطباق منونکي شکلونه یو بل ته ورته دي؟ په دې صورت کې د ورته والي ضرب خو دی؟ د یوه مثال په واسطه یې وبنیاست.

موازي خطونه



د اورگادي د خطونو ترمنځ فاصله یو له بله سره خه اړیکه لري.

فعاليت

- مخامنځ خلور موازي خطونه په پام کې ونيسي.
- په دې خلور خطونو باندي یو عمود خط رسم کړئ.
- هغه قطعه خطونه چې د قاطع په واسطه د موازي خطونو ترمنځ جوړ شوي، اندازه کړئ.
- یو بل خط داسې رسم کړئ چې دا خلور موازي خطونه قطع کړي.
- هغه توپه خطونه چې دې قاطع او موازي خطونو په واسطه لاس ته راخي اندازه او ووايast چې یوله بله سره خه ډول رابطه لري؟
- یو بل کيفي قاطع رسم کړي او پورته فعالیت سرته ورسوی.

له پورته فعالیت خخه لاندې تعريف ترلاسه کولای شو:

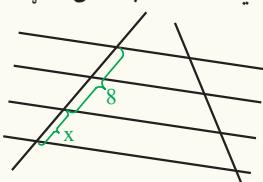
تعريف

که چېري خو موازي خطونه، چې یو له بل خخه په مساوي فاصلو سره پراته وي، د یوه قاطع په واسطه قطع شي، موازي خطونه د قاطع خط په مخ باندې مساوي توپه خطونه جلاکوي.

مثال: په لاندې شکل کې موازي خطونه په مساوي فاصلو سره درکړشوي دي د X فاصله په لاس راوري.

حل: خرنګه چې د جلا شوي دوو توپه خطونو مجموعه چې د موازي خطونو ترمنځ ده، له 8 واحده سره مساوي دي.

نو هر توپه خط خلور واحده کېږي او X دې هر یوه واحد سره برابر ده، نو $x=4$ دې.



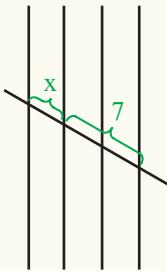
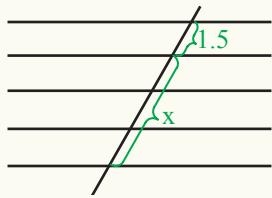
فعالیت

- 1- د \overline{AB} کيافي توبه خط رسم کړئ.
- 2- د A له تکي خخه د \overline{AX} يو کيافي مستقيم خط دا سې رسم کړئ چې د AB خط سره حاده زاویه جوړه کړئ.
- 3- د \overline{AX} پر مخ باندې د A له تکي خخه پیل او ۵ واحده پر له پسې جلا کړئ. دې تکو ته په ترتیب سره C او Q, P, N, M ووايast.
- 4- د C تکي له B سره ونبليوئ.
- 5- اوس د P, N, M او Q له تکو خخه له \overline{BC} سره موازي خطونه رسم کړئ.
- 6- پنځه پیدا شوي توبه خطونه له یو بل سره خه ډول رابطه لري؟

که چېږي وغوارو یو توبه خط په مساوی برخو وویشو، کولای شو په مساوی فاصلو سره د موازي خطونو له خاصیت خخه کار واخلو.

تمرین

- 1- په لاندې هر یوه شکل کې موازي خطونه په مساوی فاصلو سره درکړشوي دي. د X قيمت پیدا کړئ.



- 2- دوہ توبه خطونه رسم کړئ، وروسته یو له هغه خخه په درې مساوی برخو او بل په خلورو مساوی برخو وویشئ.
- 3- یو توبه خط د 12cm په اوږدوالي سره رسم او په 8 مساوی برخو په وویشئ.

د تالس قضييه

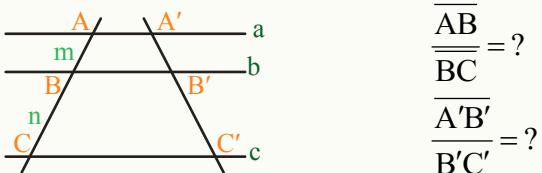
(Thales)



دا مخامنځ ودانۍ خو پوره لري؟
آيا د پورونو فاصلې یې يو له بله سره
مساوي دي؟

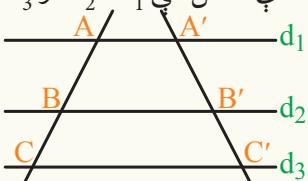
فعاليت

- د a ، b او c درې موازي خطونه رسم کړئ چې يوله بله سره مساوي فاصلې و نه لري.
- دوه قاطع خطونه چې يو بل قطع نه کړي داسې رسم کړئ چې درې موازي خطونه یې په ترتیب سره A ، B ، C او A' ، B' ، C' په ټکو کې قطع کړي وي.
- لاندي نسبتونه پیدا کړئ.



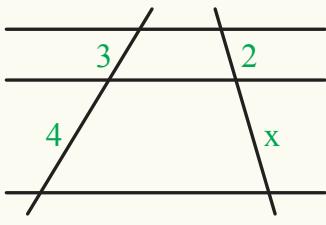
- يو بل کيفي قاطع رسم کړئ او د پیدا شوو ټوټه خطونو نسبت پیدا کړئ.
- تالس یوناني ریاضي پوه (548 - 624 له ميلاد د مخ) د پورته فعالیت نتيجه په لاندي ډول ويلي ووه.

د تالس قضييه: که چېږي دوه یا خو موازي ټوټه خطونه د دوه خطونو په واسطه قطع شي، د هغۇ په مخ باندي متناسب ټوټه خطونه جلا کوي، لکه: په لاندي شکل کې d_1 ، d_2 او d_3 درې موازي خطونه دي.



$$\frac{\overline{AB}}{\overline{BC}} = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{B'C'}}$$

نو:



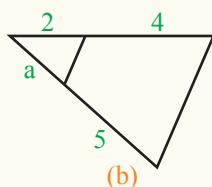
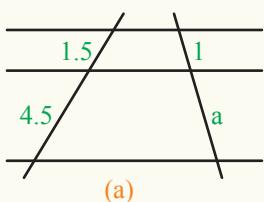
مثال: په مخامنځ شکل کې د x قيمت حساب کړئ
حل:

$$\frac{\overline{AB}}{\overline{BC}} = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{B'C'}} \Rightarrow \frac{3}{4} = \frac{2}{x}$$

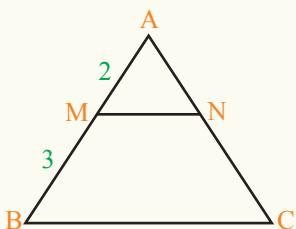
$$x = \frac{2 \cdot 4}{3} = \frac{8}{3} \Rightarrow x = \frac{8}{3} = 2\frac{2}{3}$$

تمرین

1- په لاندې هر یوه شکل کې د a قيمت پیدا کړئ.



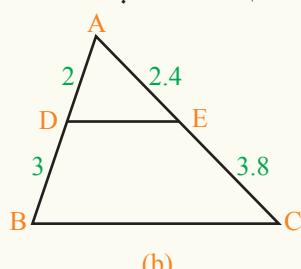
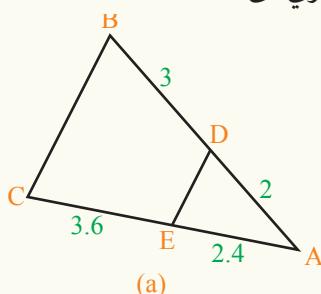
2- مخامنځ شکل په پام کې ونيسيء او لاندې نسبتونه بشپړ کړئ.



$$\frac{\overline{AM}}{\overline{MB}} = ? \quad \frac{\overline{AN}}{\overline{NC}} = ?$$

$$\frac{\overline{AN}}{\overline{NC}} = ? \quad \frac{\overline{MB}}{\overline{AB}} = ?$$

3- په لاندې کوم یوه شکل کې \overline{BC} له \overline{DE} سره موازي دي؟



په مثلث کې د تالس قضیه

آيا کولای شئ په مثلث کې مو azi
خطونه وونئ؟

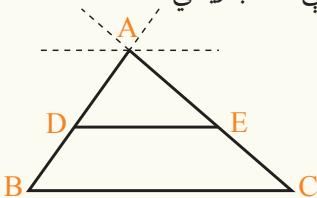


فعاليت

- يو کيفي مثلث رسم کړئ او د هغه په يوې ضلعي با ندي یو تکي په پام کې ونيسي.
- له دي تکي خخه د مثلث له يوې ضلعي سره مو azi خط رسم کړئ، تر خود مثلث بله ضلع قطع کړي. رسم شوي مثلث د تورو په واسطه و بنيا ست.
- درسم شوي مثلث د هري ضلعي نسبت د لومړۍ مثلث له متناسبو ضلعي سره ولیکړ دا نسبتونه یو له بله سره خه ډول اړیکه لري؟

د پورته فعالیت په سرته رسولو سره لاندې قضیه بیانولای شو:

لومړۍ قضیه: که چېږي د مثلث د يوې ضلعي له یوه تکي خخه یو داسي خط رسم شي چې د مثلث له يوې ضلعي سره مو azi وي نو د مثلث دوه نورې ضلعي متناسبا وشي.



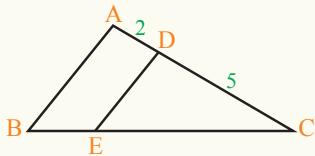
$$\overline{DE} \parallel \overline{BC} \Rightarrow \frac{\overline{AD}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{AE}}{\overline{AC}}$$

دويمه قضیه: که چېږي په پورته ABC مثلث کې د \overline{AB} په ضلعي باندې او د \overline{DE} تکي د \overline{AC} په ضلعي باندې داسي پروت وي چې $\frac{\overline{AD}}{\overline{DB}} = \frac{\overline{AE}}{\overline{EC}}$ شتون ولري نو په پايله کې $\overline{DE} \parallel \overline{BC}$ دی.

دا رابطه د تالس د قضیې د معکوسی قضیې په توګه پېژنو.

يعني که یو خط د مثلث دوھ ضلعي متناسباً تقسيم کړي، له درېمې ضلعي سره مو azi دی.

لومړۍ مثال: په لانې شکل کې $\frac{\overline{CE}}{\overline{EB}} = \frac{5}{2}$ دی د نسبت له خوسره مساوی دی؟



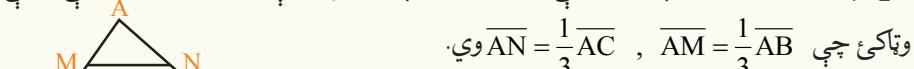
حل: څرنګه چې $\overline{DE} \parallel \overline{AB}$ دی.

او د ضلعو تر منځ تناسب شنه یعنې:

$$\frac{\overline{CE}}{\overline{EB}} = \frac{\overline{CD}}{\overline{DA}}$$

$$\frac{\overline{CE}}{\overline{EB}} = \frac{5}{2} \quad \text{نو:} \quad \frac{\overline{CE}}{\overline{EB}} = \frac{\overline{CD}}{\overline{DA}} = \frac{5}{2}$$

د دویم مثال: د $\triangle ABC$ په مثلث کې د \overline{AC} او \overline{AB} په ضلعو باندي د M او N دوو ټکي داسې



وېکۍ چې $\overline{MN} \parallel \overline{BC}$ وي.

آيا \overline{MN} او \overline{BC} سره موازي کېدای شي؟

حل: له پورته رابطو خخه ليکلای شو:

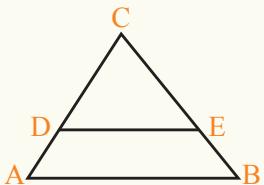
$$\frac{\overline{AN}}{\overline{AC}} = \frac{1}{3}, \quad \frac{\overline{AM}}{\overline{AB}} = \frac{1}{3}$$

$$\frac{\overline{AN}}{\overline{AC}} = \frac{\overline{AM}}{\overline{AB}}$$

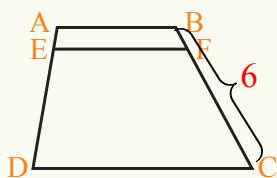
څرنګه چې د ضلعو په منځ تناسب کې تالس معکوسی قضيې په اساس ليکلای شو:

$$\overline{MN} \parallel \overline{BC}$$

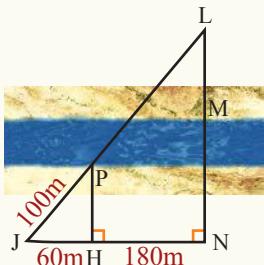
تمرین



1- په مخامنځ شکل کې $\overline{AC} = 12\text{cm}$ ، $\overline{DE} \parallel \overline{AB}$ دی $\overline{AD} = 5\text{cm}$ او $\overline{DC} = 15\text{cm}$ او پردوالي پیدا کړئ.

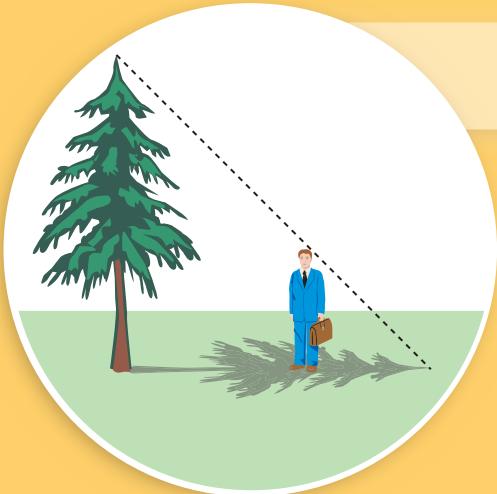


2- د $ABCD$ ، په ذوزونقه کې $\overline{EF} \parallel \overline{CD}$ او $\overline{FC} = 6\text{cm}$ دی پیدا کړئ.



3- د L کلی د رود یوې خواته او د برپښنا دلپردو لو پاڼي د رود بلې خواته دی. په شکل کې د درکړشوي فاصلې له مخې د اړتیا د سیم او پردوالي چې کلی ته برپښنا ورسوی پیدا کړئ یعنې JL محاسبه کړئ.

د مثلثونو د ورته والي حالتونه لومړۍ حالت



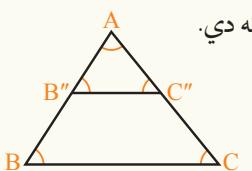
آياکولای شیء د احمد او د ونې د سیورې
له مخې د ونې ارتقاع پیدا کړئ؟

فعالیت

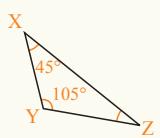
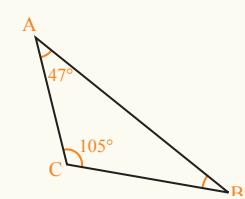
- د $\triangle ABC$ او $\triangle A'B'C'$ مثليونه داسي رسم کړئ که چېږي $\hat{A} = \hat{A}'$ او $\hat{B} = \hat{B}'$ وي.
- د \overline{AB} په ضلعي باندي $\overline{B''}$ تکي داسي وټاكني چې $\overline{AB'} = \overline{AB''}$
- د یو خط په رسم کولو سره $\overline{B''}$ په تکي کې یوه زاویه جوړه کړئ چې له B' سره مساوي وي او \overline{AC} ضلعي $\overline{C''}$ په تکي کې قطع کړئ. آيا \overline{DB} د $\overline{B''C''}$ له خط سره موازي دي، ولې؟
- د $\triangle AB''C''$ او $\triangle A'B'C'$ مثليونه یوله بل سره خه ډول اړیکې لري؟
- د $\triangle ABC$ په مثلث کې $\overline{BC} \parallel \overline{B''C''}$ دی، د تالس رابطه ولیکي.
- آيا پايله اخيستلي شی چې $\triangle AB''C'' \sim \triangle ABC$ نو؟

په پورته فعالیت کې مو ولیدل $\triangle ABC$ او $\triangle AB''C''$ د $\triangle A'B'C'$ نو بل ته ورته دی خرنګه چې $\triangle ABC \sim \triangle A'B'C'$ نو: $AB''C'' \cong A'B'C'$

قضیه: که چېږي دوه مثليونه دوی مساوی زاوې ولري مثليونه یو بل ته ورته دی.



$$\left. \begin{array}{l} \hat{A} = \hat{A}' \\ \hat{B} = \hat{B}' \end{array} \right\} \Rightarrow \triangle ABC \sim \triangle A'B'C' \quad \text{نو:}$$



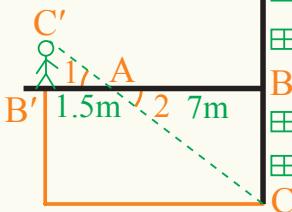
مثال: آيا لاندي مثليونه یو بل ته ورته دی؟

حل: له شکل خخه ليدل کېږي چې

$$\hat{A} = 47^\circ, \hat{X} = 45^\circ, \hat{C} = \hat{Y} = 105^\circ, \hat{B} = 28^\circ$$

او $\hat{Z} = 30^\circ$ ليدل كېري چې د دواړو مثلثونو زاويې يو په يو، له يو بل سره مساوی نه دي، له دي امله د $\triangle XYZ$ مثلثونه يو له بل سره ورته مثلثونه، نه دي.

مثال: د يوه روغتون دوو مختلفي برخې د يوه هوایي پله په واسطه نښلول شوي دي.
بریالی د دي پله د جګوالی د پیداکولو لپاره، لکه: په شکل کې د پله په پای کې درېږي او د خېل ليدلو شعاع یې د زاويې به راس باندې د ليدلو د خط او ودانې ترمنځ په پام کې ونيوله.



ولې د $\triangle ABC$ او $\triangle AB'C'$ دوو مثلثونه يوبل ته ورته دي؟
په شکل کې د تاکلو اندازو په پام کې نیولو سره که چېږي د
بریالی د تنې او بدداوالي $1,8m$ وي د پله جګوالی یعنې \overline{BC} په
لاس راوړئ.

حل: په شکل کې ليدل كېري چې: $\hat{B} = \hat{B}' = 90^\circ$
 $\hat{A}_1 = \hat{A}_2 \dots$

نو: $\hat{C} = \hat{C}'$

د مثلثونو د ورته والي له لوړې حالت خخه لیکلی شو:
څرنګه چې مثلثونه يوبل ته ورته دي، نو د هغو د ضلعو په منځ کې تناسب موجود دي.

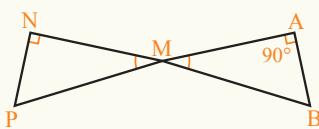
$$\frac{\overline{BC}}{\overline{B'C'}} = \frac{\overline{AB}}{\overline{AB'}}$$

$$\frac{\overline{BC}}{1.8m} = \frac{7m}{1.5m}, \quad \overline{BC} = \frac{7m \cdot 1.8m}{1.5m} = \frac{7 \cdot 18m^2}{15m}$$

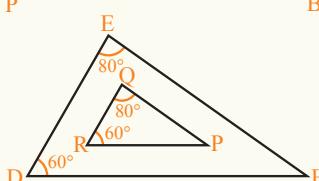
$$\overline{BC} = \frac{42}{5} m$$

$$\overline{BC} = 8.4m$$

تمرین

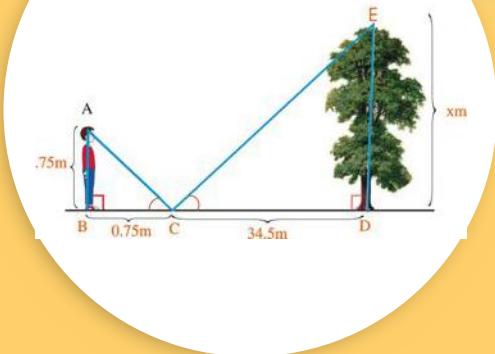


1- په مخامنځ شکل کې ثبوت کړئ چې: $\triangle NMP \sim \triangle MAB$



2- په مخامنځ شکل کې ثبوت کړئ چې: $\triangle RQP \sim \triangle DEF$

خرنگه کولای شو چې د ونې جګوالى
محاسبه کړو؟

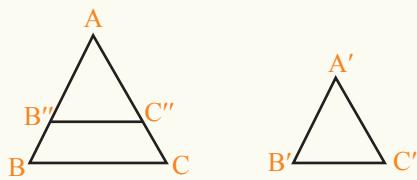


فعالیت

- د $\hat{A} = \hat{A}'$ او $A'B'C'$ په دوو مثلثونو کې او $\frac{\overline{AB}}{\overline{A'B'}} = \frac{\overline{AC}}{\overline{A'C'}}$ په پام کې ونيسي.
- د B'' تکی د \overline{AB} په ضلع باندې داسې وټاکئ

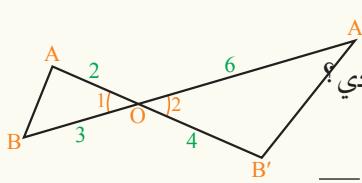
- چې $\overline{AB''} = \overline{A'B'}$ شي.
- د B'' له نقطې خخه \overline{BC} ده ضلعي سره داسې یو موازي خط رسم کړئ چې د \overline{AC} ضلع قطع کړي او د تقاطع تکی یې په C'' سره وښیاست.

- د \overline{ABC} په مثلث کې د تالس قضیه ولیکي.
- د $\frac{\overline{AB}}{\overline{A'B'}} = \frac{\overline{AC}}{\overline{A'C'}}$ په تناسب کې د $\overline{A'C'}$ او $\overline{A'B'}$ پر خای د هغه مساوي قيمتونه ولیکي.
- د $\frac{\overline{AB}}{\overline{AB''}} = \frac{\overline{AC}}{\overline{AC''}}$ او $\frac{\overline{AB}}{\overline{AC''}} = \frac{\overline{AC}}{\overline{A'B'}}$ له تناسبو خخه خه ډول اړیکه په لاس راورلاي شي؟
- آیا د $A'B'C''$ او $AB''C''$ دوو مثلثونه یوله بل سره انطباق منونکي دي؟ ولې؟
- د \overline{ABC} او $\overline{A''B''C''}$ دوو مثلثونه یو له بل سره خه اړیکه لري؟ ولې؟
- آیا کولای شي له \overline{ABC} او $\overline{A'B'C'}$ خخه د ورته والې نتيجه په لاس راوري؟ په پورته فعالیت کې موولیدل چې $\overline{A'B'C'} \cong \overline{AB''C''}$ او $\overline{AB''C''} \sim \overline{ABC}$ دی. نو کولای شو دې پایلې ته ورسپرو چې $\overline{ABC} \sim \overline{A'B'C'}$ دی.



قضیه: که چېرې د یوه مثلث دوھ ضلعي د بل مثلث له دوو ضلعلو سره متناسبې او په دواپرو مثلثونو کې، د دي دوو ضلعلو په منځ کې زاوې انطباقي منونکې وي، مثلثونه يو بل ته ورته دي.
که چېرې $\frac{AB}{A'B'} = \frac{AC}{A'C'}$ او $\hat{A} = \hat{A}'$ وي.

$$\Delta ABC \sim \Delta A'B'C'$$

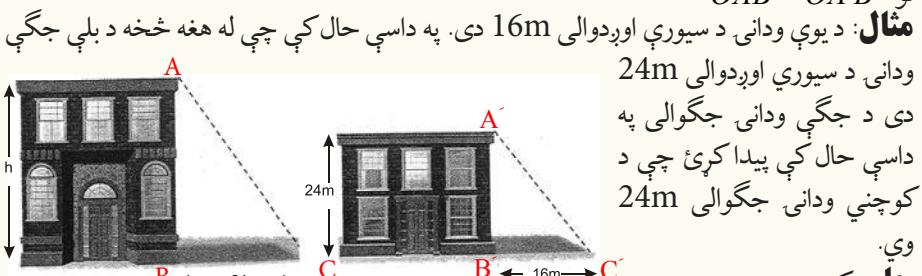


$$\hat{O}_1 = \hat{O}_2$$

مثال: آياد $O \overset{\Delta}{A} B$ او $O \overset{\Delta}{A}' B'$ مثلثونه يو بل ته ورته دي
حل: خرنګه چې
متقابل بالراس: نو:

$$\frac{\overline{OA}}{\overline{OB'}} = \frac{\overline{OB}}{\overline{OA'}} = \frac{1}{2}$$

خرنګه چې د مثلثونو دوھ ضلعي يوله بل سره متناسبې او د ضلعلو په منځ کې زاوې مساوي دي.
نو: $\Delta OAB \sim \Delta OA'B'$



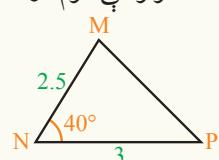
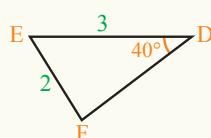
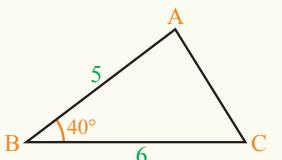
مثال: د یوې ودانۍ د سیورې او برداوالي 16m دی. په داسې حال کې چې له هغه خخه د بلې جګې
ودانۍ د سیورې او برداوالي 24m
دی د جګې ودانۍ جګوالې په
داسې حال کې پیدا کړئ چې د
کوچني ودانۍ جګوالې 24m
وې.

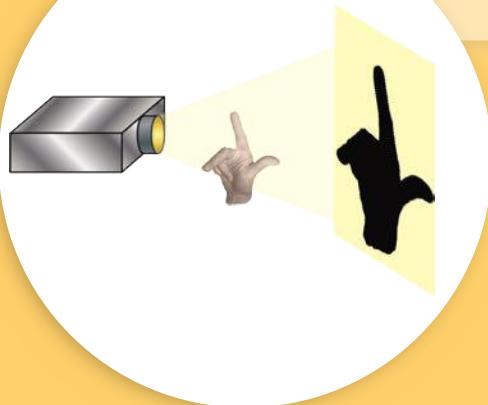
حل: که چېرې د سیورې په
پای کې درېبرو او د جګوالې وروستي تکې ته وکورو نو دوھ ورته مثلثونه جورېږي. د ΔABC او $\Delta A'B'C'$ د ورته مثلثونو ضلعلو د تناسب خخه لیکلې شو چې:

$$\frac{h}{24m} = \frac{24m}{16m} \Rightarrow h = \frac{24m \cdot 24m}{16m} = 36m$$

تمرین

1- په لاندې شکلونو کې کوم دوھ مثلثونه يو بل ته ورته دي؟





که چېرې د گوټې اوږدوالي 5cm وي د
گوټې تصویر خومره اوږدوالي لري؟

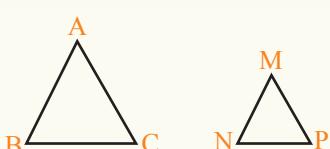
فعاليت

- د مثلث $A B C$ مثلث داسې رسم کړئ چې $\overline{AB} = 6$, $\overline{AC} = 9$, $\overline{BC} = 12$ وي وروسته له هغه
يې زاوې اندازه کړئ.
- د مثلث $M N P$ مثلث داسې رسم کړئ چې $\overline{MN} = 2$, $\overline{MP} = 3$, $\overline{NP} = 4$ وي د نوموري مثلث
د زاويو اندازه پیدا کړئ.
- د پورته قيمتونو په پام کې نيلو سره لاندي جدول بشپړ کړئ:

مثلث	ضلعې	زاوې	په
$\triangle ABC$	$\overline{AB} = 6$, $\overline{AC} = 9$, $\overline{BC} = 12$	$\hat{A} = ?$, $\hat{B} = ?$, $\hat{C} = ?$	
$\triangle MNP$	$\overline{MN} = 2$, $\overline{MP} = 3$, $\overline{NP} = 4$	$\hat{M} = ?$, $\hat{N} = ?$, $\hat{P} = ?$	
د ضلعو تر منځ نسبت	$\frac{\overline{AB}}{\overline{MN}} = ?$, $\frac{\overline{BC}}{\overline{NP}} = ?$, $\frac{\overline{AC}}{\overline{MP}} = ?$		

پورته فعالیت کې مو وليدل چې د مثلثونو د ضلعو په منځ کې نسبت شته او همدارنګه د دواړو
مثلثونو زاوې يو له بل سره مساوی دي.

نو له دې امله $\triangle ABC \sim \triangle MNP$ **قضیه:** که چېرې د یوه مثلث درې ضلعې د بل مثلث له درې
ضلعو سره متناسبې وي دا دوہ مثلثونه ورته مثلثونه دي.

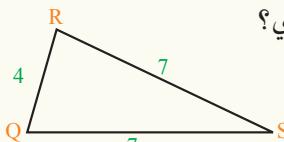


مثال: آيا لاندي دوو مثلشونه يو بل ته ورته دي؟
حل:

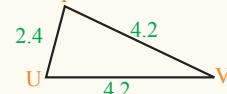
$$\frac{\overline{QR}}{\overline{UT}} = \frac{4}{2.4} = \frac{5}{3}$$

$$\frac{\overline{RS}}{\overline{TV}} = \frac{7}{4.2} = \frac{5}{3}$$

$$\frac{\overline{QS}}{\overline{UV}} = \frac{7}{4.2} = \frac{5}{3}$$



؟



نو: د $\triangle RQS \sim \triangle TUV$ دی.

مثال: د برج جگوالي (\overline{AB}) د هغه د سیورې (\overline{AC}) له مخي وپاکي.

حل: د دي کار لپاره يوه ستن (میله) د خمکي په سطحې باندي به عمودي توګه داسي دروو چې پورته

سرې په یعنې د N ټکي د C او B له ټکو سره په یوه مستقيمه خط باندي راشي.
خونګه چې: $\triangle ABC \sim \triangle CMN$ دی، نو:

په پورته رابطه کې د \overline{AB} او \overline{AC} او \overline{MC} او \overline{MN} اوردوالي معلوم دي. کولای شو د پورته رابطې په مرسته د

اوردوالی چې د برج جگوالي دی په لاندي توګه پیداکرو. د $\triangle CMN$ او $\triangle CAB$ په ورته مثلشونوکې لرو:

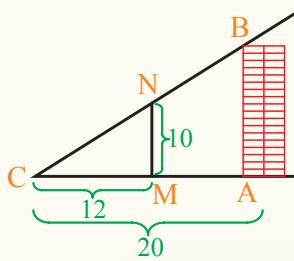
$$\frac{\overline{AB}}{\overline{MN}} = \frac{\overline{AC}}{\overline{MC}}$$

$$\frac{\overline{AB}}{\overline{10}} = \frac{\overline{20}}{\overline{12}}$$

$$12\overline{AB} = 20 \cdot 10$$

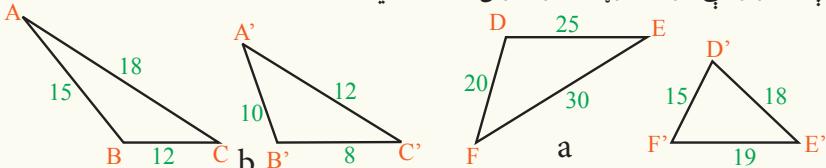
$$\overline{AB} = \frac{200}{12}$$

$$\overline{AB} = 16.6$$

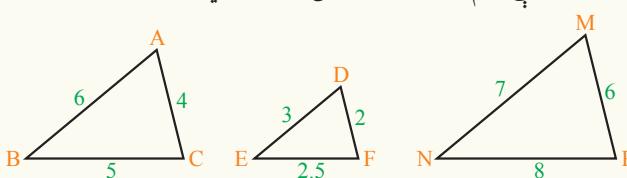


تمرین

- 1- په لاندي مثلشونوکې کومه جوړه مثلشونه يو بل ته ورته دي؟



- 2- په لاندي شکلونوکې وښیاست چې کوم دوو مثلشونه يو بل ته ورته دي؟



ددریم فصل مهم تکی:

- 1- ورته شکلونه له هغه شکلونو خخه عبارت دي چې هم شکله وي، خو ضرور نه ده چې اندازې یې یو له سره مساوي وي.
- 2- مضلع گانې هغه وخت یو بل ته ورته وي چې لاندې خواص ولري:
- a) په ورته مضلع گانو کې ټولې زاوې په باید یو په یو سره انطباقي منونکي وي.
 - b) د مضلع گانو د زاویومخامنځ اړوندې ضلعي یوله بل سره متناسبې وي.
- 3- که چېږې په مساوي فاصلو سره موازې خطونه یو قاطع، پري کړي د هغو پر مخ باندې په مساوي اندازو سره توپه خطونه جلاکوي.
- 4- په مساوي فاصلو سره د موازې خطونو په کارولو سره کولاۍ شو یو توپه خط پر مساوي توپه خطونو باندې وویشو.
- 5- که چېږې موازې خطونه دوه قاطع، پري کړي او د یوه قاطع پر مخ باندې مساوي توپې جلاکړي. د بل پر مخ باندې هم مساوي توپې جلاکوي.
- 6- د تالس قضیه په مثلث کې: که چېږې یو خط د مثلث د یوې ضلعي له یوه ټکي خخه یو موازې خط د مثلث له بلې ضلعي سره رسم شي، دا دوه متقطع ضلعي متناسبا و بشي.
- 7- د تالس دقیقې عکس: که چېږې یو خط د مثلث دوه ضلعي متناسبا قطع کړي یعنې یو تناسب جوړ کړي، نو دا خط له درېږي ضلعي سره موازې دي.
- 8- دوو مثلثونه ته هغه وخت ورته مثلثونه وايو چې ټولې زاوې په یو په یو انطباقي منونکي او یا ضلعي یې یوله بل سره متناسبې وي یعنې که چېږې له دې دوو خاصیتو نوشخه یوې په مثلثونو کې سم وي مثلثونه یو بل ته ورته دي.
- 9- مثلثونه په درېو حالتونو کې یو بل ته ورته دي:
- a) **لومړۍ حالت:** که چېږې د یوه مثلث دوه زاوې د بل مثلث له دوو زاویو سره مساوي وي، مثلثونه ورته دي.
 - b) **دویم حالت:** که چېږې د یوه مثلث دوه ضلعي د بل مثلث له دوو ضلعلو سره متناسب او د ضلعلو په منځ کې زاوې یې مساوي وي مثلثونه یو بل ته ورته دي
 - c) **درېم حالت:** که چېږې د یوه مثلث درې ضلعي د بل مثلث له درېو ضلعلو سره متناسبې وي، نو دا دوه مثلثونه یو بل ته ورته دي.

عمومي پونتني

• لاندي پونتني په خير سره ولولي د هري پونتني لپاره خلور خوابونه درکر شوي دي. سم خواب

بي وتيکي او کربنه تري تاوه کړئ.

1- یو متساوي الاصلاء مثلث ورته دي:

(a) مختلف الاصلاء مثلث ته (b) متساوي الاصلاء مثلث ته

(c) متساوي الساقين مثلث ته (d) یوه ته هم نه دي

2- ټولې متساوي الزاوي خلور ضلعي ګانې یو بل ته:

(a) ورته دي (b) انطابق منونکي دي (c) متوازي الاصلاء دي (d) یو بې هم نه دي

3- د DEF او ABC مثلثونه یو بل ته ورته دي. که چېږي $A = D, B = E$ او،

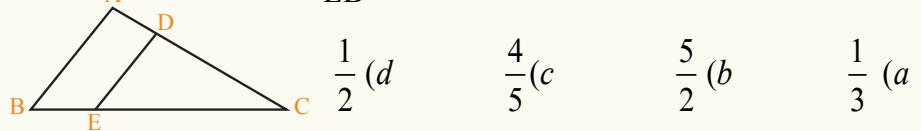
د $\overline{DE} = 3\text{cm}$ او $\overline{AB} = 9\text{cm}$ ، $\overline{DF} = 12\text{cm}$ او $\overline{AC} = 6\text{cm}$

دي له:

4cm (b) 3cm (a)

$\frac{7}{5}$ cm (d) 6 cm (c)

4- په لاندي شکل کې نسبت عبارت دي له:



5- د ABC مثلث د ضلعلو اندازه 8، 12 او 16 سانتي متره دي. دا مثلث لاندي کوم یوه مثلث ته ورته دي؟ د ضلعلو اندازې یې په لاندي توګه درکر شوي دي.

(a) هغه مثلث چې ضلعي یې 6، 9 او 12 سانتي متره وي.

(b) هغه مثلث چې ضلعي یې 12، 8 او 6 سانتي متره وي.

(c) هغه مثلث چې ضلعي یې 8، 9 او 12 سانتي متره وي.

(d) هغه مثلث چې ضلعي یې 16، 10 او 12 سانتي متره وي.

• لاندي جملې په پام سره ولولي، سمې پونتني ته د (ص) توري او ناسمې پونتني ته د (غ) توري ولیکۍ.

1- () دوھ قایم الزاویه مثلثونه په هغه صورت کې یو بل ته ورته دي چې د وترونو اورد والې یې سره مساوی وي.

2- () ټول مستطيلونه یو بل ته ورته دي.

- (3) که چېرې د یوه مثلث دوہ ضلعي او د منځ زاویه یې د بل مثلث له دوو ضلعلو او د منځ له زاوې سره انطباق منونکي وي نوموري مثلشونه یو بل ته ورته دي.
- (4) که چېرې د یوه مثلث درې ضلعي د بل مثلث له دریو ضلعلو سره متناسب وي نوموري مثلشونه یو بل ته ورته دي.
- (5) ټول ورته مثلشونه انطباق منونکي دي.
- (6) ټول قایم الزاویه مثلشونه یو بل ته ورته دي.
- (7) که چېرې یو خط د مثلث له یوې ضلعي سره موازي وي، نو له دوو نورو ضلعلو سره مساوي دي.

• لاندې جملې په پوره پام سره ولولې او تشن خاينونه په مناسبو کلمو سره ډک کړئ:

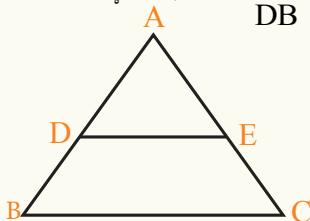
- 1- که چېرې یو خط د مثلث دوہ ضلعي متناسباً وو بشی نو دا خط مثلث له درېمې ضلعي سره دئ.
- 2- که چېرې په مساوي فاصلو سره موازي خطونه خو ټویه خطونه قطع کړي، د هغه په مخ باندې جلاکوي.

3- دوہ مثلشونه هغه وخت یوبل ته ورته دي چې د یوه مثلث د بل انطباق منونکي وي.

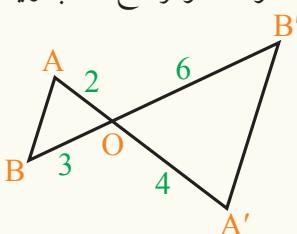
4- ورته مضلعات ضلعلو لرونکي او زاوېي وي.

• لاندې پوښتنې حل کړئ:

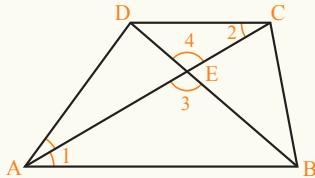
- 1- په لاندې شکل کې $\frac{\overline{AD}}{\overline{DB}} = \frac{\overline{AE}}{\overline{EC}}$ منځني تکي دي د نسبت پیدا کړئ.



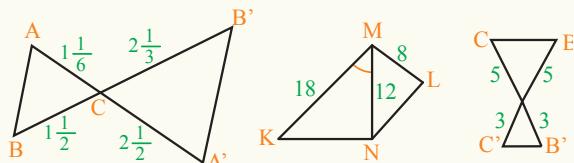
2- د $O'A'B'$ ، OAB دوہ مثلشونه ولی یو بل ته ورته دي؟ د هغه د ضلعلو تر منځ تناسب ولیکي او مساوي زاوېي یې وټاکي.



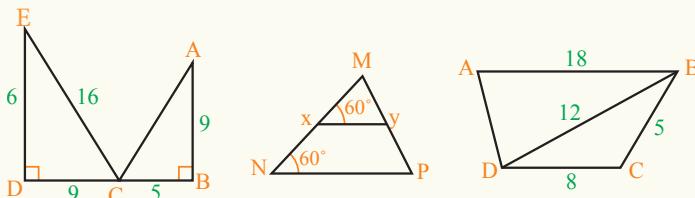
3- په لاندې ذونقه کې ثبوت کړئ چې د $\triangle ECD$ او $\triangle ABE$ مثلثونه یو بل ته ورته دي.



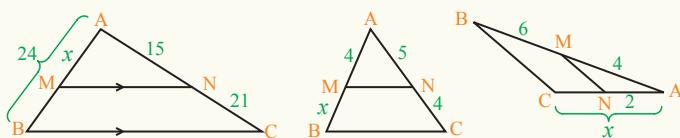
4- په لاندې مثلثونو کې د دوومثلثونو کومه جوړه یو بل ته ورته دي.



5- په هر شکل کې په مثلثونو باندې غور وکړئ وې تاکی چې کومه جوړه مثلثونه د ورته والي په کوم حالت کې یو بل ته ورته دي.



6- په لاندې ورته شکلونو کې $\overline{MN} // \overline{BC}$ دی د تالس د قضیې په کارولو سره x پیدا کړئ.



خُلُورِم فصل تَاظْر





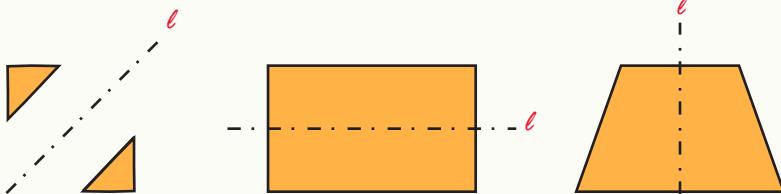
د تناظر مفهوم



آيا تر اوسه مو فکر کړي دی چې
څومره متناظر شکلونه زموږ په
چاپېریال او طبیعت کې شته دي؟

فعاليت

لاندې شکلونو ته پاملننه وکړئ:

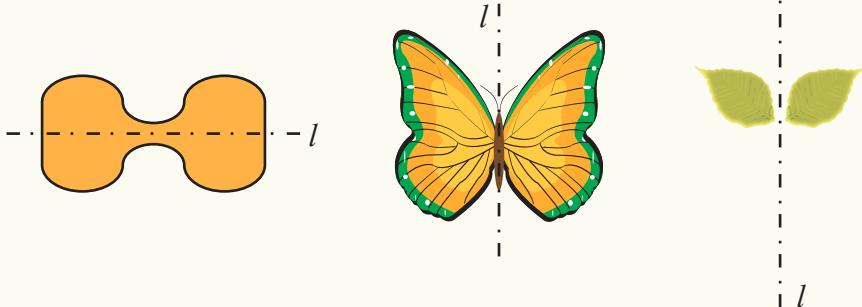


- که چېرې پورتني شکلونه د / د خط په امتداد سره قات کرو خه شئ لیدل کېږي؟
- آيا ويلاي شو چې د شکل دوه برخې چې / د خط دواړه خواونه دی انطاق منونکي دي؟
- آيا کولای شو د پورتنيو شکلونو پر مخ باندې بل خط رسم کرو؟ که چېرې شکل د رسم شوي خط په امتداد قات کرو، د شکل دوې برخې یو په بل باندې منطبق شي؟

له پورتني فعالیت خخه لیدل کېږي چې څینې شکلونه دا خاصیت لري که چېرې هغه د یو خط په امتداد سره قات کرو، نو د شکل دواړه برخې یو پر بل باندې منطبق کېږي.
دلته وايو چې شکل نسبت خط ته متناظر دي.

که چېرې یو شکل د خط په امتداد سره قات شي او دواړه برخې یې یو پر بل باندې منطبق شي، دي ډول شکلونو ته متناظر شکلونه نسبت مستقيم خط ته وايې او هغه خط چې شکل په هغه باندې قات شوي دی د تناظر محور بلل کېږي.

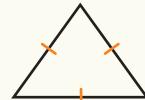
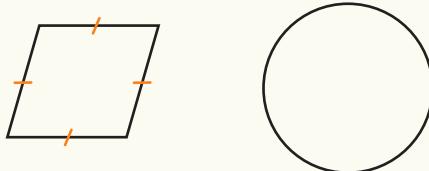
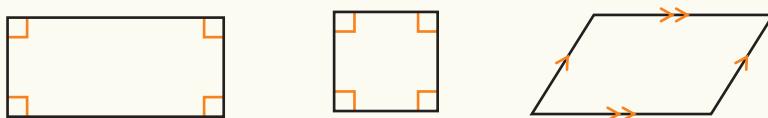
مثال: لاندې شکلونه نسبت د I خط (د تناظر محور) ته متناظر دي:



تمرين

په لاندې هريوه شکل کې د تناظر محور د شتوالي په صورت کې رسم کړئ او ووایاست چې هريوه
شکل د تناظر خو محوره لري او همدارنګه لاندې جدول بشپړ کړئ.

شكل	مستطيل	مربع	متوازي الاضلاع	لوزي	دایره	متساوي الاضلاع مثلثونه
د تناظر د محوروونو شمېر						



محوري تناظر

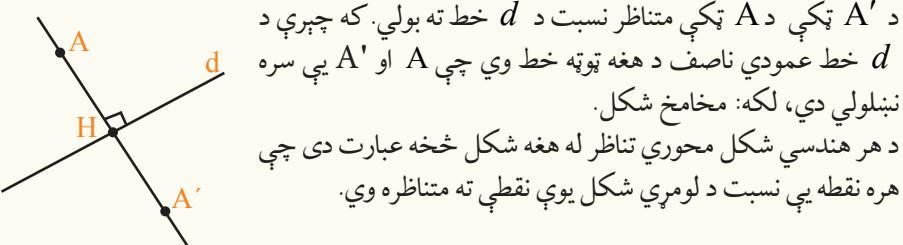


د طبیعت دېر موجودات متناظر حالت لري.
آيا کولای شئ په طبیعت کې د متناظرو
شکلونو نومونه وانخلي؟

فعالیت

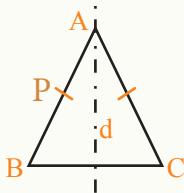
-
- د خط او د هغه خخه د باندي د A یو تکي په پا م کې ونيسي:
 - د A له تکي خخه د d پر خط باندي عمودي خط رسم کړئ.
 - د هغو د تقاطع تکي ته H ووايast.
 - AH په خپله اندازې اوبرد کړئ چې د A' تکي لاس ته راشي.
 - آيا $AH = A'H$ دی. ولې؟
 - آيا $A'H \perp d$ دی. ولې؟
 - آيا دې پايلې ته رسپرو چې d د $\overline{AA'}$ عمودي ناصف دی؟

تعريف



د A' تکي د A تکي متناظر نسبت د d خط ته بولي. که چېري د d خط عمودي ناصف د هغه ټوټه خط وي چې A او A' يې سره نبلولي دي، لکه: مخامنځ شکل.
د هر هندسي شکل محوري تناظر له هغه شکل خخه عبارت دی چې هر نقطه يې نسبت د لوړۍ شکل یوې نقطې ته متناظره وي.

فعالیت



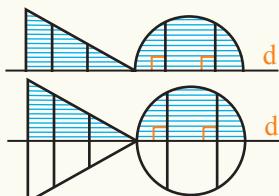
- د $\triangle ABC$ په متساوي الساقين مثلث کې د d خط د \overline{BC} د قاعدي عمودي ناصلن دی.
- که چېرې نوموري مثلث د d پر خط بانديقات کرو. آيا د مثلث دواوه برخې یو پر بل باندي منطبق کېري؟
- د \overline{AB} پر ضلعې باندي P یو تکي وتاکي.
- د P له تکي خخه پر d باندي عمود رسم کړئ او د تقاطع تکي ته H وو باست. امتداد ورکړئ تر خو \overline{AC} په P' کې قطع کړي.
- آيا کولای شیع نتیجه واخلي چې $\overline{PH} = \overline{P'H}$ دی؟ ولی؟
- آيا کولای شیع نتیجه واخلي چې د d خط د $\overline{PP'}$ د توته خط عمودي ناصلن دی؟ ولی؟
- د Q یو بل تکي د \overline{AC} د ضلعې په مخ باندي وتاکي او پورتنی مرحلې تکرار کړئ.

له پورته فعالیت خخه لیدل کېري چې د \overline{AB} د ضلعې د هر تکي تناظر نسبت د d تناظري محور ته د \overline{AC} په ضلعې باندي دی.

که چېرې یو شکل نسبت یوه خط ته متناظر وي د هغه شکل تناظري محور د هفو توته خطونو عمودي ناصلن دی چې د شکل مخامنځ تکي یو له بل سره نسلوي.

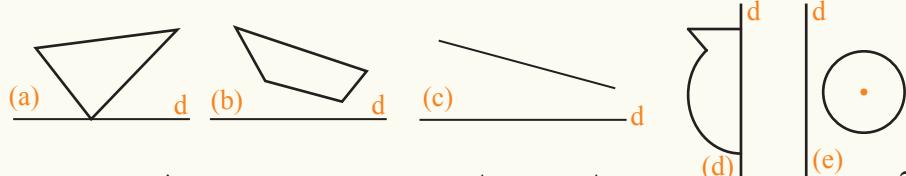
مثال: د درکړ شوي شکل متناظر نسبت د d خط ته په لاس راوړئ.

حل: دې په پام کې نیولو سره چې د متناظر محور د مخامنځ تکو د نسلو لو توته خطونو عمودي ناصلن دی. نو دله د شکل له هر تکي خخه د d په خط باندي عمود رسموو او په خپلې اندازې یې او بدورو د لاس ته راغلو تکو له نسلو لو خخه د شکل تناظريه لاس رائخي.



تمرین

1- د هر شکل متناظر نسبت د d خط ته رسم کړئ.



2- وسنيا ستر چې د یوې زاوېي تناظر نسبت تناظري محور ته داسي زاوې ده چې د لومړي زاوېي سره مساوی او مختلف الجھت ده.

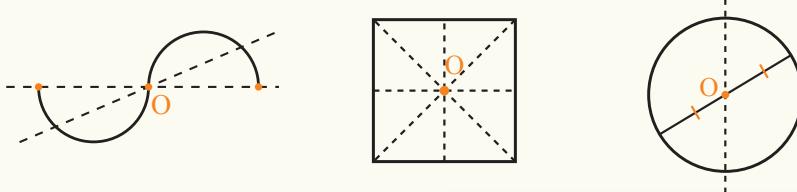
آیا په خرخ کې تناظر لیدلای شی؟



د A' تکي د A د تکي متناظر نسبت د O تکي ته بولي که چېري O د AA' د توبه خط منځني تکي وي. په دي حالت کې O ته مرکزي تناظر وايي او وايو A' او A نسبت د O تکي ته متناظر دي.

همدا رنګه که چېري S د تکويو سټ او O يو تکي وي او هم د S د هر تکي متناظر نسبت O ته د S پر مخ باندي وي، نو وايو S نسبت O ته متناظر دي. په دي حالت کې O د S مرکزي تناظر دي او S مرکزي تناظر لري.

مثال: لاندي شکلونه نسبت د O تکي ته متناظر دي:



فعالیت

- د AB ټوبه خط او د O تکي په پام کې ونيسي.
- د A تکي له O سره ونبلوئ او په خپل یعنې د OA په اندازه سره يې او بودکړئ او پاڼي ته يې A' ووايا سست.
- آياد A' تکي د A د تکي متناظر نسبت د O تکي ته دي؟
- د B تکي له O سره ونبلوئ او د OB په اندازه سره يې او بودکړئ

او پای ته يې B' وواياست.

• آيا B' د B د تکي متناظر نسبت O ته دی؟

• د خط کش په واسطه A' او B' تکي له يوبل سره ونبلوئ.

• په خپله خوبنه د P تکي د AB د تويه خط پر مخ وقاکي.

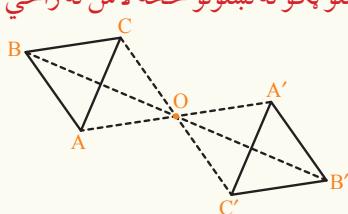
• د P تکي له O سره ونبلوئ او په خپله اندازه يې او برد کړئ پای ته يې P' وواياست.

• آيا P' د $A'B'$ پر مخ باندي راخي.

• آيا د B' تويه خط د AB ټويه خط متناظر نسبت O ته دی؟

د يوه شکل د تناظر پیدا کولو پاره نسبت O يوه تکي ته باید د شکل هر تکي له O سره ونبلوو او په خپل اندازه سره امتداد ورکرو. هغه شکل چې د لاس ته راغلو تکو له نببلوو خخه لاس ته راخي د اصل یا لوړني شکل متناظر O تکي ته دی.

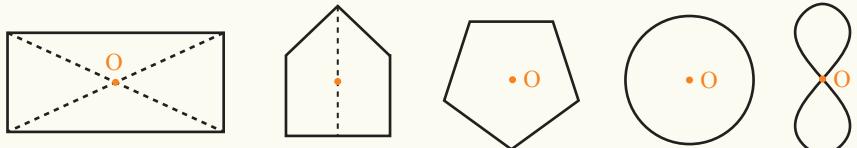
مثال: په مخامنځ شکل کې د $A'B'C'$ مثلث د ABC د مثلث متناظر نسبت د O تکي ته دی.



پوښته: د ABC زاوېي متناظره زاوېي نسبت د O تکي ته په لاس راوري؟

تمرین

1- په لاندې کوم يوه شکل کې د O تکي د تناظر مرکز دی؟



2- د لاندې شکلونو متناظر نسبت د O تکي ته رسم کړي:



د خلورم فصل مهم ټکي

۰ د تناظر او تنااظري محور مفهوم

که چېږي د یو خط په امتداد سره یو شکل داسې قات کړو چې د شکل دوه برخچي یو پر بل باندي منطبقې شي، دي شکل ته متناظر شکل نسبت خط ته وايې او هغه خط چې شکل یې پر مخ باندي قاتيرې د شکل تنااظري محور بلل کېږي.

۰ محوري تنااظر

د A' ټکي د A د ټکي متناظر نسبت د d خط ته وايو که چېږي د d خط د A او A' تر منځ د ټوپه خط عمودي نا صاف وي.

• که چېږي د A ټکي د d د خط پر مخ باندي وي، متنااظر یې نسبت د d خط ته په خپله همغه ټکي دي.

• که چېږي یو شکل نسبت یوه خط ته متناظر وي د شکل تنااظري محور د هغه ټوپه خطونو عمودي نا صاف دي چې د شکل پر مخ د متنااظر نښلوونکو ټکو په منځ کې دي.

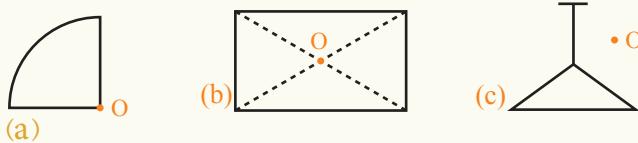
۰ مرکзи تنااظر

که چېږي S د ټکو یو سیت او (O) یو ټکي وي. د S د هر ټکي متنااظر نسبت (O) ته په خپله S پر مخ باندي دي نو وايو S نسبت د (O) ټکي ته متنااظر دي. په دي صورت کي (O) د S تنااظري مرکز دي او S مرکзи تنااظر لري.

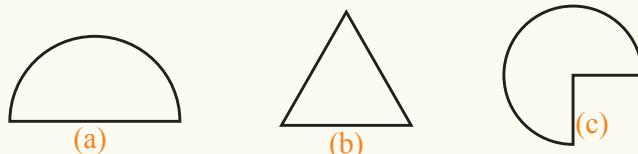
عوموي پوښتني:

لاندې پوښتنې حل کړئ:

1- د لاندې هر شکل متناظر نسبت د O ټکي ته رسم کړئ.



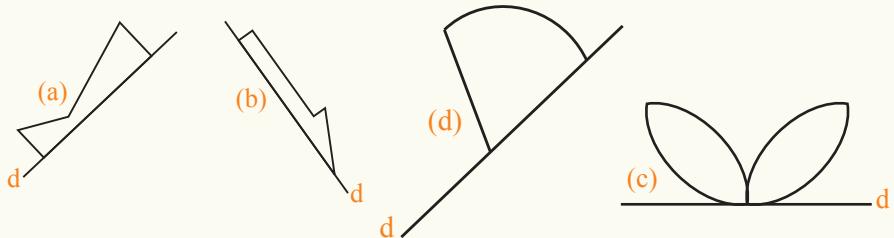
2- د هر شکل تاظري محور رسم کړئ:



3- هغه شکلونه وتاکۍ چې مرکزي تاظر لري او بيا د هر شکل پر مخ باندې مرکزي تاظر وښیاست:



4- د هر شکل متناظر نسبت د d خط ته پیدا کړئ:

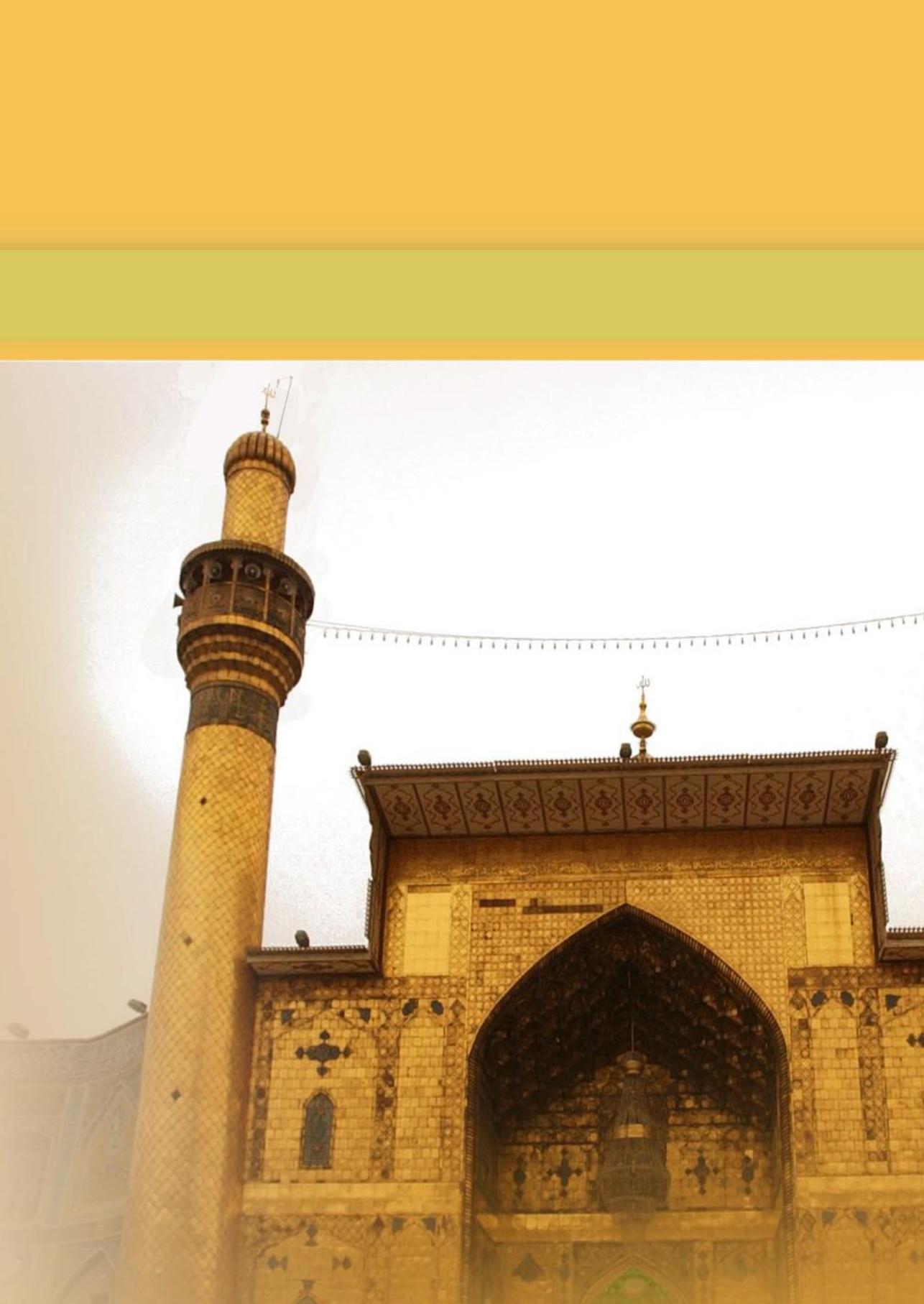


5- په دووشکلونو کې وښیاست که چېږي یو شکل د تاظر دوہ محوره ولري د هغو د تقاطع ټکي د شکل مرکزي تاظر دی.

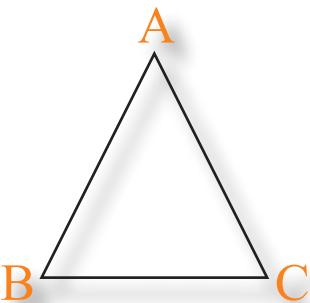


پنجم فصل

د مثلث قضیې



د متساوي الساقين د مثلث قضي



د مثلث ABC د متساوي ضلعي اندازه کړئ.
دا مثلث خه چوں مثلث بلل کېږي؟
ددې مثلث د زاویو ترمنځ خه چوں اړیکې
شته؟

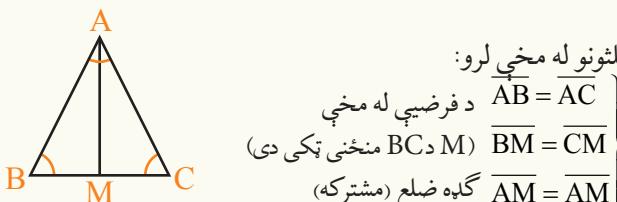
فعاليت

- د مثلث داسې رسم کړئ چې د هغه $\overline{AB} = \overline{AC}$ وي.
- د ABC په مثلث کې متساوي ضلعي په خه نامه یادېږي؟
د متساوي ضلعلو مخامنځ زاوې د نقلې په مرسته اندازه کړئ. ددې دوو زاویو ترمنځ خه چوں اړیکې لیدلای شي؟
- د ABC مثلث د خه په نوم یادېږي.
- یو بل متساوي الساقين مثلث رسم کړئ، پورتنی عملیه ورباندې تکرار کړئ او وواياست خه چوں پایله لاس ته راخي؟

له پورتنی فعالیت خخه ليدل کېږي چې په متساوي الساقين مثلث کې د متساوي اضلاعو مخامنځ زاوې یو له بل سره متساوي دي چې دا مفهوم د لاندې قضي په توګه لولو.

قضي: که چېړي د یوه مثلث دوہ ضلعي یو له بل سره متساوي وي د هغنو دوو ضلعلو مخامنځ زاوې ہم یو له بل سره متساوي دي.

ثبت: فرض کړئ چې $\overline{AB} = \overline{AC}$ دی. د \overline{BC} د ضلعي منځني تکې ته M وايو. د ميانه رسموو.



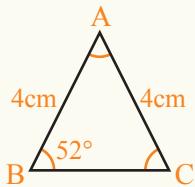
د ABM او ACM د دوو مثلشونو له مخې لرو:

$$\left. \begin{array}{l} \overline{AB} = \overline{AC} \\ \overline{BM} = \overline{CM} \\ \overline{AM} = \overline{AM} \end{array} \right\} \Rightarrow \triangle ABM = \triangle AMC$$

د فرضې له مخې
BC مانځني تکې دي
گایه ضلع (مشترک)
 $\overline{AM} = \overline{AM}$

د درې متساوي ضلعلو له مخې داسې پایله لاس ته راوړو چې د ABM او ACM مثلشونه انطباق منونکې دي. له دې امله د هغنو قولې زاوې ہم یو په یو سره متساوي دي.

په پایله کې:

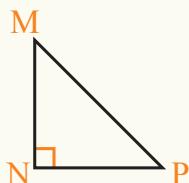


لومړۍ مثال: که چېږي د $\triangle ABC$ په مثلث کې $\triangle ABC$ په مثلث کې $\triangle ABC$ د $\triangle C$ خو درجې ده؟
حل: خرنګه چې $\triangle ABC \cong \triangle ACB$ ده، په نتیجه کې نو: $\angle C = 52^\circ$.

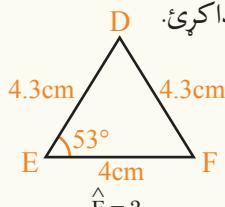
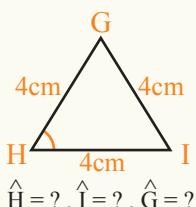
دوييم مثال: په قایم الزاویه متساواي الساقین مثلث کې د هغه دوو ضلعو مخامنځ زاویې خو درجې دی؟

حل: د $\triangle MNP$ په مثلث کې د N زاویه قایمه د.

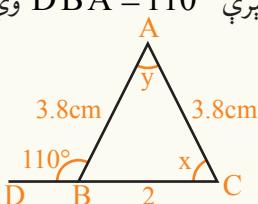
خرنګه چې $\overline{MN} = \overline{NP}$ ده. د پورتنی قضیې په پام کې نیولو سره د نومورې مثلث دوو مخامنځ زاویې يوله بل سره مساوی دي یعنې $M = P$.
پوهېرو چې د مثلث د داخلی زاویو مجموعه 180° دی او $N = 90^\circ$.
$$\left. \begin{array}{l} \hat{M} + \hat{P} = 90^\circ \\ \hat{M} = \hat{P} \end{array} \right\} \Rightarrow \hat{M} = \hat{P} = 90^\circ \div 2 = 45^\circ$$
 په نتیجه کې:



تمرین



1- په لاندې شکلونو کې نامعلومې زاویې پیداکړئ.
2- په لاندې شکل کې د $\triangle ABC$ مثلث متساواي الساقین دی که چېږي $\hat{D}BA = 110^\circ$ وي د x او y زاویې پیداکړئ.



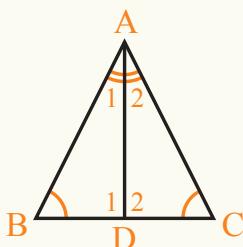
فعاليت

- د مثلث ABC مثلث داسي رسم کړئ چې په هغه کې $\hat{B} = \hat{C}$ وي.
- د خط کش په کارولو سره ABC د مثلث د ضلعو اوږدوالي اندازه کړئ.
- ددي مثلث د ضلعو د اوږدوالي تر منځ خه ډول اړیکې لیدل کېږي؟
- یو بل مثلث چې دوه زاوېي بې سره مساوي وي، رسم کړئ او پورتنی عمل ورباندي تکرار کړئ

له پورته فعالیت خخه لیدل کېږي، هغه مثلث چې دوه مساوي زاوېي ولري د مساوي زاوېو مخامنځ ضلعي بې هم یو له بل سره مساوي دي. دا مطلب د قضيې په توګه په لاندې ډول بیانوو:

قضيې: که چېږي د یو مثلث دوه زاوېي یو له بل سره مساوي وي د نومورو زاوېو مخامنځ ضلعي هم یو له بله سره مساوي دي.

ثبت: د مثلث په پام کې نیسو داسي چې \hat{A} زاوېي ناصف الزاويه رسموو او هغه ته \overline{DA} وايو.



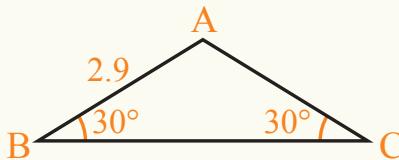
$$\left. \begin{array}{l} \hat{A}_1 = \hat{A}_2 \\ \hat{B} = \hat{C} \end{array} \right\} \Rightarrow \hat{D}_1 = \hat{D}_2 = 90^\circ \quad (\text{ولې}) ?$$

او س د ACD او ABD په دوو مثلثونو کې لرو:

$$\left. \begin{array}{l} \hat{A}_1 = \hat{A}_2, \text{ } AD \text{ ناصف الزاويه دي} \\ \hat{D}_1 = \hat{D}_2, \text{ } \overline{AD} = \overline{AD}, \text{ } \text{قایمه دي} \\ \text{گلې ضلع ده} \end{array} \right\} \Rightarrow \overset{\Delta}{ABD} \cong \overset{\Delta}{ACD}$$

د مثلث د دوو زاوېو او د هغوي ترمنځ د ضلعو د مساوي والي په پام کې نیولو سره ABD او ACD مثلثونه انطباق منونکي دي. له دي امله د هغوي متناسبې ضلعي یو له بله سره مساوي دي.
يعني: $\overline{AB} = \overline{AC}$

مثال: په لاندې شکل کې $\hat{B} = \hat{C} = 30^\circ$ دی د $\overline{AC} = 2.9\text{cm}$ ، $\overline{AB} = \overline{AC}$ ضلع معلومه کړي.



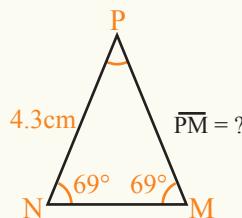
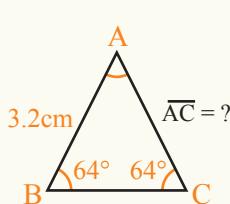
حل: خرنګه چې: $\hat{B} = \hat{C}$ ده، نو نومورې مثلث متساوي الساقین دی.

د مخکنۍ قضیې له مخې چې د یوه مثلث د مساوي زاویو مخامخ ضلعی سره مساوی دی، نو:

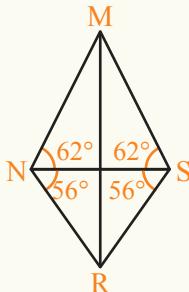
$$\overline{AB} = \overline{AC} = 2.9\text{cm}$$

تمرین

1- په لاندې شکلونو کې نامعلومې ضلعې پیدا کړي.



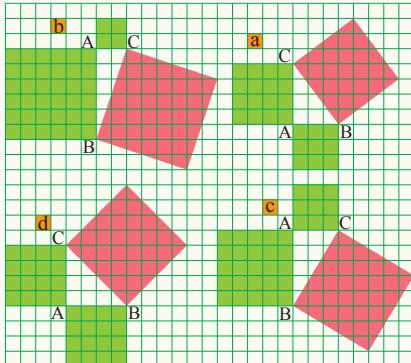
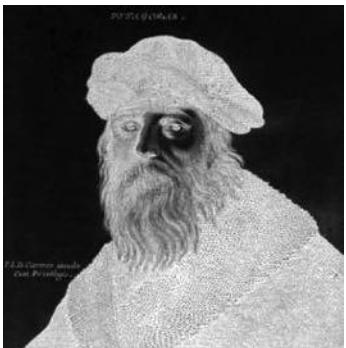
2- د زاویو د اندازې له مخې په لاندې شکل کې وبنایاست چې د MNR او MNR دوو انبات متونکي مشلونه دی.



د فيثاغورث قضيي

Pythagorean theorem

فيثاغورث يو نامتو ریاضي پوه او د پخوانی یونان فیلسوف و چې له ميلاد څخه 530 کاله مخکې یې ژوند کاوه.



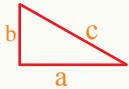
په پورته شکلونو کې ليدل کېږي چې د $\triangle ABC$ مثلث د A په راس کې قایم الزاویه دی. د هغۇ مریع گانو مساحت چې د $\triangle ABC$ د مثلث د ضلعو په واسطه جوړې شوي دي. د کوچنیو مریع گانو د شمېر په شمېرلو سره د هغۇ مساحت تخمين کړئ، لکه: په لاندې جدول کې لیکل شوي دي. د a او b د جزوونه بشپړ کړئ:

د هغۇ مریع گانو شمېر چې				
د \overline{BC} په وتر باندې دي	د \overline{AC} په وتر باندې دي	د \overline{AB} په وتر باندې دي	د \overline{AC} په ضلعې باندې دي	
25	25	16	9	a
40				b
34				c
32				d

په جدول کې د لیکل شوو عددونو له معنې د قایم الزاویه مثلشونو د ضلعو په واسطه د جوړو شوو مریع گانو د مساحت په منځ کې خه ډول رابطه لیدلاي شي؟

فعالیت

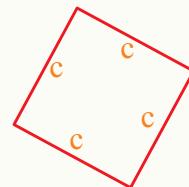
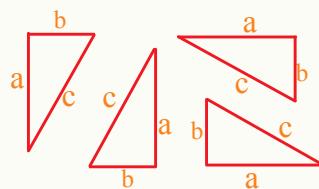
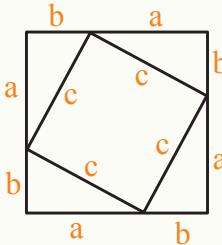
۱۰ د b, a او c ضلعو په اوردوالي قايم الزاويه مثلث رسم کړئ او هغه بیاتي کړئ.



۱۱ دې مثلث باندې درې نور انطباقي منونکي مثلثونه له کاغذ خخه جوړ کړئ.

۱۲ د وتر په اوردوالي سره یوه مربع له کاغذ خخه جوړه کړئ.

۱۳ له لاندې شکل سره سم خلور جوړ شوي مثلثونه او مربع ګانې د یو بل ترڅنګ داسې کېږدي چې یوه مربع د $a + b$ ضلعې په اوردوالي سره جوړه شي.

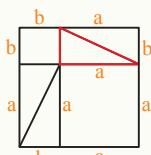


۱۴ د شکل له مخې آيا لاندې مساوات سم دي؟

د هغې مربع مساحت چې ضلعې پې c وي + د ۴ انطباقي منونکي قايم الزاويه مثلثونو مساحت = د مربع مساحت د $(a+b)$ په ضلعې سره

۱۵ بیا د b, a په اوردوالي خلور انطباقي منونکي قايم الزاويه مثلثونه او دوه مربع ګانې چې د ضلعو اوړدوالي بېي د مثلث د قایمو ضلعو سره مساوی یعنې a او b وي، جوړ کړئ.

۱۶ دا خلور مثلثونه او دوه مربع ګانې لکه مخامنځ شکل یو د بل ترڅنګ داسې کېږدي چې یوه بله لویه مربع $(a+b)$ د ضلعې په اوردوالي سره جوړه شي.



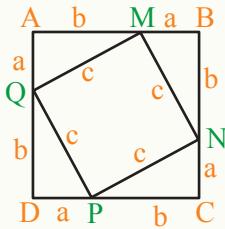
۱۷ د پورته شکل له مخې آيا لاندې مساوات سم دي؟

د مربع مساحت د b په ضلعې سره + د مربع مساحت د a په ضلعې سره + ۴ انطباقي منونکي قايم الزاويه مثلثونو مساحت = د مربع مساحت د $(a+b)$ په ضلعې سره

۱۸ د پورته مساوات له مخې د پورتنيو شکلونو د هغو مربع ګانو مساحت، چې د ضلعو اوړدوالي بې $a+b$ دې، که چېږې له پورته دوو شکلونو خخه ۴ انطباقي منونکي ورکړ شوي مثلثونه لري کړو، د هغو پاتې مساحت هم باید یو له بل سره مساوی وي. له دې امله ويلاي شو: $c^2 = a^2 + b^2$ دا رابطه په لومړي خل د فیثاغورث په واسطه ثابته شوي ده.

قضیه: په هر قايم الزاويه مثلث کې د هغې مربع مساحت چې د وتر په اوردوالي جوړپېږي د هغو دوو مربع ګانو د مساحتونو له مجموعې سره برابره ده چې د مثلث د قایمې زاوې د اضلاعو په اوردوالي جوړپېږي.

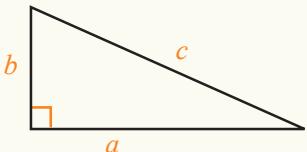
فعاليت



- په مخامنځ شکل کې د $a + b$ په ضلعې یوه مربع لرو:
- آياد $MNPQ$ خلور ضلعې یوه مربع ده؟ خرگنده بې کړئ.
- د $ABCD$ د مربع مساحت یو خل په مستقيمه توګه د $a + b$ د ضلعې د اوږدوالي په کارولو سره محاسبه کړئ.
- د $ABCD$ د مربع مساحت د خلورو $\triangle DPQ$ ، $\triangle NCP$ ، $\triangle AMQ$ انبطاک منونکو مثلثونو او $MNPQ$ د مربع د مساحتونو د مجموع په کارولو سره محاسبه کړئ.

په دوو پړاوونو کې د لاس ته راغلو رابطو له پرتله کولو خڅه خه نتيجه اخلى.

پورتني فعالیت د فيثاغورث د قضیې په نامه شهرت لري.



د فيثاغورث قضیه

په هر قایم الزاویه مثلث کې د وتر مربع د هغه مثلث د قایمو ضلعلو د مربعاټو له مجموعی سره مساوی ده، یعنې:

$$a^2 + b^2 = c^2$$

$$S_{(ABCD)} = (a+b)(a+b)$$

$$= a(a+b) + b(a+b)$$

$$= a^2 + ab + ba + b^2$$

$$= a^2 + 2ab + b^2 \dots \dots \dots \text{I}$$

$$S_{(ABCD)} = 4S_{(\triangle AMQ)} + S_{(MNPQ)}$$

$$= 4\left(\frac{1}{2}ab\right) + c^2 \dots \dots \dots \text{II}$$

ثبت: د پورته شکل له مخي ليکلائي شو:

له بلې خوا، خرنګه چې:

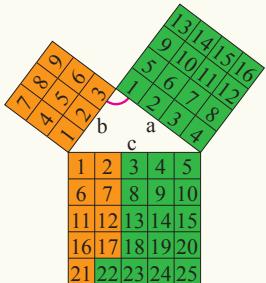
$$a^2 + b^2 + 2ab = 4\left(\frac{1}{2}ab\right) + c^2$$

$$\Rightarrow a^2 + b^2 + 2ab = 2ab + c^2$$

$$\Rightarrow a^2 + b^2 = c^2$$

لومړۍ مثال: د یوه مثلث د ضلعلو اوږدوالي په لاندې دول دي.

$$a = 4 \text{ cm}, b = 3 \text{ cm}, c = 5 \text{ cm}$$



حل: په شکل کې ليدل کېږي چې د (a) پر ضلعې باندې 16 مربع گانې چې هره ضلعې 1cm دی، شته.

د (b) په قایمې ضلعې باندې 9 مربع گانې چې هره ضلع 1cm اوړد ده، شته او د C په قایمې ضلع باندې 25 مربع گانې چې هرې ضلع اوړدوالۍ یې 1cm دی شته دی

$$25\text{cm}^2 = 16\text{cm}^2 + 9\text{cm}^2$$

$$c^2 = a^2 + b^2$$

په نتیجه کې:

دومین مثال: د $\triangle ABC$ په قایم الزاویه مثلث کې د AC د ضلعې اندازه حساب کړئ.
حل:

$$\overline{AB}^2 = \overline{AC}^2 + \overline{BC}^2$$

$$(25)^2 = \overline{AC}^2 + (15)^2$$

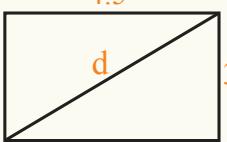
$$625 = \overline{AC}^2 + 225$$

$$\overline{AC}^2 = 625 - 225$$

$$\overline{AC}^2 = 400, \quad \overline{AC} = 20\text{cm}$$

درېم مثال: د مستطيل ضلعې په ترتیب سره 3.5cm او 4.5cm دی د قطر اوړدوالۍ حساب کړئ.

حل: د فيثاغورث له قضيې سره سم که چېړې د قطر اوړدوالۍ ته d ووایو:



$$d^2 = (4.5\text{cm})^2 + (3.5\text{cm})^2$$

$$d^2 = 20.25\text{cm}^2 + 12.25\text{cm}^2$$

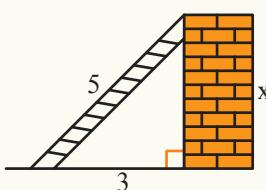
$$d^2 = 32.50\text{cm}^2 \Rightarrow d = \sqrt{32.50\text{cm}^2} \Rightarrow d \approx 5.7\text{cm}$$

تمرین

1- د خپل ټولګۍ اوړدوالۍ او سور په متر اندازه کړئ. د دوو مخامنځ کونځونو ترمنځ فاصله لومړي د فيثاغورث د قضيې په کارولو او بیا د متر په واسطه حساب کړئ. نتیجې یې پرتله کړئ.

2- که چېړې د مربع د یوې ضلعې اوړدوالۍ 4 واحده وي د قطر اوړدوالۍ یې پیدا کړئ.

3- د ABC په قایم الزاویه مثلث کې 6 $AB = 8$ ، $BC = 6$ دی د وتر اوړدوالۍ پیدا کړئ؟

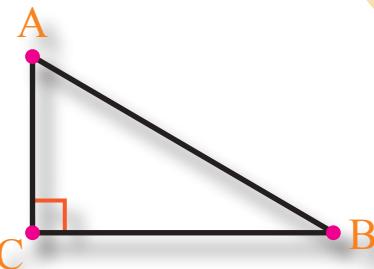


4- په مخامنځ شکل کې زینې له څمکې او دیوال سره یو قایم الزاویه مثلث جوړ کړي دی. که چېړې د زینې اوړدوالۍ 5m او د یوې قایمې ضلعې اوړدوالۍ 3m وي د هېډ بلې ضلعې یعنې x قيمت پیدا کړئ.

د فيثاغورث د قضيې معکوس (سرچه)

Pythagorean

درې اختياری ټوټه خطونه په کوم
حالت کې قایمه الزاویه مثلث
جورولای شي؟



فعاليت

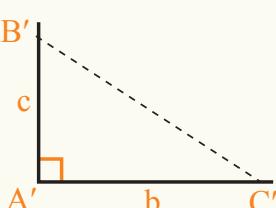
- یو مثلث چې د ضلعو اوردوالي یې 4, 3 او 5 سانتي متروي، رسم کړئ.
 - ددې مثلث د زاویو اندازه حساب کړئ.
 - لاس ته راغلی مثلث خه ډول مثلث دي؟
 - ددې مثلث د ضلعو د اوردوالي تر منځ خه ډول رابطه ليدل کېږي؟
 - پورتنۍ فعالیت د دasicي مثلث لپاره سرته ورسوئ چې د ضلعو اوردوالي یې په ترتیب سره 10, 8 او 6 وي.
- پورتنۍ فعالیت د فيثاغورث د قضيې د معکوس (سرچه) قضيې په توګه په لاندې ډول بیانولی شو:

د فيثاغورث د قضيې معکوس (سرچه):

که چېږي په یوه مثلث کې د دوو ضلعو د مربعاتو مجموعه د هغه د درېمې ضلعې له مربع سره مساوي وي، نو مثلث قایم الزاویه دي.

ثبت: فرض کړئ چې د ABC مثلث د a , b او c ضلعو اوردوالي لرو:

د مثلث $A'B'C'$ د b او c ضلعو په اوردوالي سره دasicي رسموو چې د A' راس ېې قایم وي. ددې کار لپاره لومړي د A' قایمه زاویه رسموو او د هغې زاوې د ضلعو په منځ باندې د b او c په اوردوالي ټوټه خطونه جلاکوو او هغو ټکو ته B' او C' وايو.



د فيثاغورث له قضيې سره سم د $A'B'C'$ په قایم الزاویه مثلث کې لرو:

$$\overline{B'C'}^2 = b^2 + c^2$$

له بلې خوا پوهېړو چې:

$$\overline{B'C'}^2 = a^2$$

په نتیجه کې:

$$\overline{B'C'} = a$$

نود ABC او $A'B'C'$ دو همثلونه چې درې واړه ضلعې يې سره مساوی دي، اتطباق منونکي دي.
په نتیجه کې د هغۇ زاوې ھم يو په يو مساوی دي، نود \hat{A} زاویه يې قایمه ده، یعنې د ABC مثلث،
قایم الزاویه مثلث دي.

مثال: یو مثلث چې د ضلعو اوردوالي يې په ترتیب $\overline{BC} = \sqrt{5}$ ، $\overline{AC} = \sqrt{2}$ او $\overline{AB} = \sqrt{3}$ ده
وی، ووایاست چې دا مثلث خه ډول مثلث دي؟

حل: د مثلث د ضلعو د اندازو له مخې لرو چې:

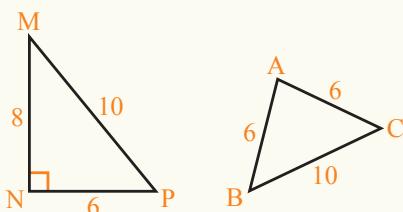
$$(\sqrt{3})^2 + (\sqrt{2})^2 = (\sqrt{5})^2$$

$$\overline{AB}^2 + \overline{AC}^2 = \overline{BC}^2$$

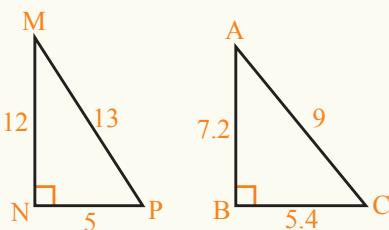
نود فيثاغورث د قضيې له عکس سره سم ويلاي شو چې ABC مثلث د A په راس کې قایم دي.

تمرین

1- د MNP او ABC دو همثلونه درکړل شوي دي وبنیاست چې کوم یو بې قایم الزاویه مثلث
دي؟

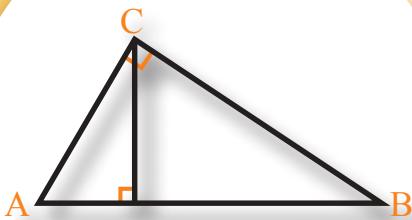


2- په لاندې قایم الزاویه مثلثونو کې د فيثاغورث د قضيې د سموالي خېړنه وکړئ.



د قایم الزاویه مثلث قضیې

په مخامنځ شکل کې څو قایم الزاویه مثلثونه
وینئ؟ آیا د مثلثونه یو بل ته ورته دي؟



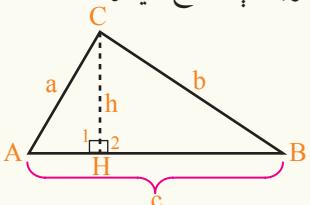
فعالیت

- د $\triangle ABC$ قایم الزاویه مثلث داسې رسم کړئ چې د C زاویه یې قایمه وي.
- د C له راس خخه د هغه په وتر باندې یوه ارتفاع رسم کړئ او هغه ته \overline{CH} ووايast؟
- د $\triangle ACH$ او $\triangle BCH$ مثلثونه خه ډول مثلثونه دي؟
- آیا د $\triangle ACH$ او $\triangle ABC$ مثلثونه یو بل ته ورته (مشابه) دي؟ ولې؟
- آیا د $\triangle BCH$ او $\triangle ABC$ مثلثونه یو بل ته ورته (مشابه) دي؟ ولې؟
- آیا د $\triangle BCH$ او $\triangle ACH$ مثلثونه یو بل ته ورته (مشابه) دي؟ ولې؟

له پورتني فعالیت خخه لیدل کېږي چې که د قایم الزاویه مثلث په وتر باندې ارتفاع رسم شي،
نوموري مثلث په دوو ورته مثلثونو باندې ويши. دې مطلب په کارولو سره کولای شود لاندې قضیې
په ثبوت کې تربی ګټه واخلو:

لومړۍ قضیې: په هر قایم الزاویه مثلث کې، د قایممو ضلعو د ضرب حاصل د وتر او په وتر باندې د
رسم شوي ارتفاع د ضرب له حاصل سره مساوی وي.

ثبت: فرض کړئ چې د $\triangle ABC$ قایم الزاویه مثلث پر وتر باندې ارتفاع وي نو د $\triangle ACH$ او $\triangle ABC$
په دوو مثلثونو کې لرو چې:



$$\left. \begin{array}{l} \hat{C} = \hat{H}_1 = 90^\circ \\ \hat{A} = \hat{A} \text{ زاویه} \end{array} \right\} \Rightarrow \triangle ABC \sim \triangle ACH \quad \text{نتیجه:} \\ \text{گاهه زاویه} \quad \quad \quad$$

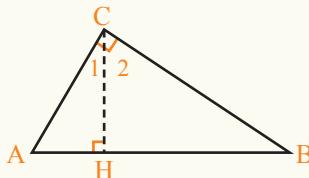
له دوو، ورته میثونو خخه داسې پایله لاس ته راخي چې د دوو میثونو د مساوي زاویو مخامنځ ضلعي سره متناسيي دي، یعنې:

$$\frac{\overline{AC}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{CH}}{\overline{CB}} \Rightarrow \overline{AC} \cdot \overline{CB} = \overline{CH} \cdot \overline{AB}$$

دو یمه قضیه: په هر قایم الزاویه مثلث کې د وتر اپوند د ارتفاع مربع د هغۇ دوو ټوچه خطونو د ضرب له حاصل سره مساوی ده چې نومورى ارتفاع يې پر وتر باندې بېلوي.

ثبوت: فرض کری چی $\triangle ABC$ قائم الزاویہ مثلث پر اپوند وتر باندی ارتفاع وی۔

$$\text{همدارنگه د ACH په قایم الزاویه مثلث کې لرو چې: } \hat{A} + \hat{C}_1 = 90^\circ \dots \text{ II}$$



د I او II رابطوله پرته کولو خخه نتیجه لاس ته راخی چي:

په همدي چول بنو دلای شو چې: $\hat{A} = \hat{C}_2$ ده. ولې؟

د ACH او CBH په دوو قايم الزاويه مثلثونو کې لرو:

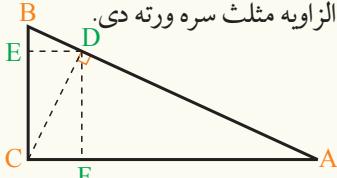
$$\left. \begin{array}{l} \hat{A} = \hat{C}_2 \\ \hat{C}_1 = \hat{B} \\ \hat{H}_1 = \hat{H}_2 = 90^\circ \end{array} \right\} \Rightarrow A\overset{\Delta}{CH} \sim C\overset{\Delta}{BH}$$

نون کی لرو:

د پورته دوو مثاثونو له ورته والي خخه ويلاي شو چې ددي دوو مثاثونو د مساوي زاويو مخامنځ ضلعي سره مناسبې دي، يعني:

$$\frac{\overline{CH}}{\overline{HB}} = \frac{\overline{AH}}{\overline{CH}} \Rightarrow \overline{CH^2} = \overline{AH} \cdot \overline{HB}$$

لوړۍ مثال: په لاندې شکل کې \overline{AB} پر \overline{CD} باندې عمود دی او د $DECF$ خلور ضلعې یو مستطيل دی، وښیاست چې ABC مثلث له BED قایم الزاویه مثلث سره ورته دی.



حل: د $\triangle BED$ او $\triangle ACB$ په مثلثونو کې وينو چې:
 $\hat{B} = \hat{B}$ مشترکه زاویه ده
 $C = BED = 90^\circ$

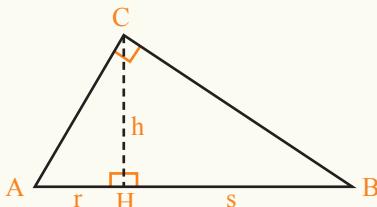
خرنګه چې \overline{BC} دی او $\overline{DE} // \overline{AC}$ د هغه قاطع ده، نو د قاطع یوې خوا ته زاویې سره مساوی دی، يعني:

د دوړو مثلثونو دوه زاویې یو له بله سره مساوی دی، نو له دې امله د ضلعو په منځ کې یې تناسب شته.
په پایله کې د مثلثونو د ورته والي (مشابه) په پام کې نیولو سره ویلای شو.

$$\triangle BDE \sim \triangle ACB$$

نوت: په شکل کې د ورته (مشابه) مثلثونو شمېر حساب کړئ.

دویم مثال: په لاندې شکل کې ABC د CH قایم الزاویه مثلث پر اړوند وتر باندې ارتفاع ده.
که چېږي $r = 4\text{cm}$ ، $s = 9\text{cm}$ وي h پیدا کړئ.



$$CH^2 = AH \cdot BH$$

$$CH^2 = 4 \cdot 9$$

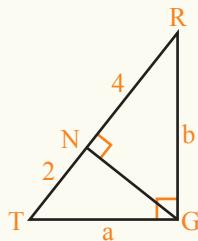
$$CH^2 = 36$$

$$\sqrt{CH^2} = \sqrt{36}$$

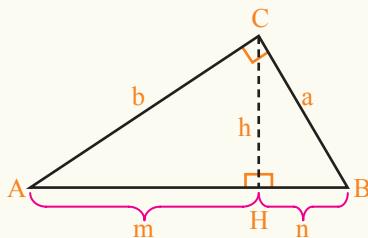
$$CH = 6\text{cm}$$

تمرین

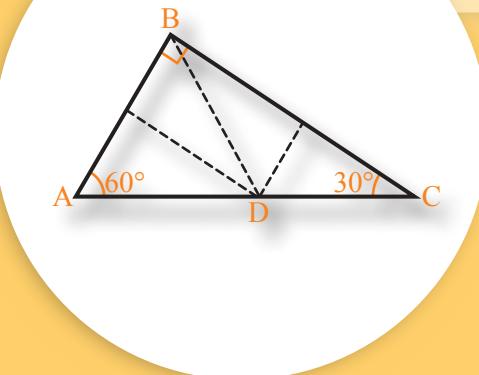
1- په لاندې قایم الزاویه مثلث کې چې د G زاویه یې قایمه ده، د a او b قيمتونه په لاس راوري.



2- په لاندې شکل کې که چېري $n=3$ ، $m=9$ وي او د \overline{CH} قایم الزاویه مثلث د ABC پر وتر باندې ارتفاع وي، د a ، b او h قيمتونه پیدا کړئ.



په قایم الزاویه مثلث کې د 30° او 60° زاویو لپاره قضیي



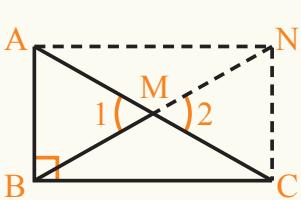
آيا په مخامنځ شکل کې د 30° زاویې
مخامنځ ضلع د وتر د اوردوالي له نيمائي
سره برابره ده؟

فعاليت

- د کاغذ پر مخ باندي یو قایم الزاویه مثلث دلاندې شکل په توګه رسم او بیاتي کړئ.
- د مثلث ABC داسې قات کړئ چې د B راس د A په راس سر په سر ولويږي.
- همدارنګه دويم واري داسې قات کړئ چې د C راس د A په راس باندې ولويږي.
- که چېږي د تقاطع تکي ته D ووايو. آيا ولای شو چې $\overline{AD} = \overline{DC} = \overline{DB}$ دي؟ ولې؟

هغه پايله چې د پورته فعالیت خخه په عملی توګه لاس ته راخي کولای شو د لاندې قضیي په توګه یې ثابت کړو:

قضیه: په هر قایم الزاویه مثلث کې د هغې ميانې اوردوالي چې له قایم راس خخه په وتر باندې رسم کېږي د وتر د اوردوالي له نيمائي سره مساوی دی.



ثبت: فرض کرو چې \overline{BM} د مثلث په وتر باندې ميانه ده. غواړو وبنیو چې:

$$\overline{BM} = \frac{1}{2} \overline{AC}$$

د ثبوت لپاره د \overline{BM} ميانه په خپله اندازه اوردوو، تر خود تکي په لاس راشي.

$$\overline{BM} = \overline{MN}$$

نو: د MNC او AMB په دوو مثلثونو کې لرو چې:

$$\left. \begin{array}{l} \overline{AM} = \overline{MC} \quad \text{ميانه ده...} \\ \overline{BM} = \overline{MN} \quad \text{د ترسیم له مخې...} \\ \hat{M}_1 = \hat{M}_2 \quad \text{متقابل بالراس...} \end{array} \right\} \Rightarrow \overset{\Delta}{AMB} \cong \overset{\Delta}{MNC}$$

د MNC او AMB دوو انطباق منونکو مثلثونو په پام کې نیولو سره داسې پایله لاس ته راخېي چې د دې مثلث متناسبې اضلاع هم سره انطباق منونکي دي، يعني: $\overline{AB} = \overline{NC}$I

په همدي چو دول د AMN او BMC دوو انطباق منونکو مثلثونو خخه لاندې نتیجه لاس ته راخېي:
 $\overline{AN} = \overline{BC}$II

له I او II رابطو خخه ليکلائي شو چې د $ABCN$ په خلور ضلعي کې مخامخ ضلعي يو له بله سره مساوي دي، خرنګه چې يوه زاویه ېې قابمه ده، نو: $ABCN$ يو مستطيل دي.
 له بلې خوا پوهېرو چې په مستطيل کې قطرونې يو له، بل سره مساوي او همدارنګه ديو بل نمایي کوي. نو:

$$\overline{BM} = \frac{1}{2} \overline{AC}$$

فعاليت

• د ABC قايم الزاويه مثلث داسې رسم کړئ چې د حاده زاویو اندازه ېې په ترتیب سره 30° او 60° وي.

• د تر او قايمو ضلعلو او بردوالۍ د خط کش په واسطه اندازه کړئ.

• د دې مثلث د ضلعلو د او بردوالۍ تر منځ خه چو رابطه شته؟

• پورتني فعالیت په بل قايم الزاويه مثلث باندې چې زاوې ېې 30° , 60° وي، تکرار کړئ.

له پورتني فعالیت خخه په ګټې لاندې قضیه بيان او ثبوتولای شو.

قضیه: که چېږې په يوه قايم الزاويه مثلث کې دیوې حاده زاوې اندازه 30° وي، د دې زاوې مخامخ

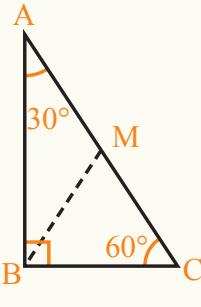
ضلعي او بردوالۍ د وتر د او بردوالۍ نيمایي دي.

ثبت: د ABC په قايم الزاويه مثلث کې فرض کړو $\hat{A} = 30^\circ$ او $\hat{B} = 60^\circ$ وي.

$$\overline{BC} = \frac{1}{2} \overline{AC}$$

غواړو ثبوت کړو چې:

د ثبوت لپاره ميانه رسموو او هغه ته \overline{BM} وايو. د مخکنی قضیي له مخي پوهېرو چې په قایم الزاویه مثلث کې ميانه د اړوند وتر نيمایي د.



نو:

په پایله کې د BMC مثلث متساوي الساقین دي.

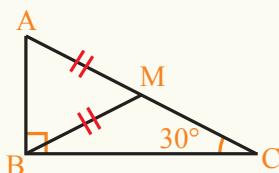
له دې خخه لاس ته راخي چې:

نود MBC مثلث متساوي الاضلاع دي. ولې؟

له دې امله:

$$\overline{BC} = \frac{1}{2} \overline{AC}$$

خرنګه چې M د AC منځنی پکی دي.



مثال: که چېږي د ABC مخامنځ شکل قایم الزاویه مثلث او \overline{BM} د هغه اړوند ميانه چې اوږدوالي بې 3 واحده دی، د مثلث د ضلعو اوږدوالي پیداکړئ.

حل: په قایم الزاویه مثلث کې پوهېرو چې ميانه د اړوند وتر نيمایي ده:

$$\overline{BM} = \frac{1}{2} \overline{AC} \Rightarrow 3 = \frac{1}{2} \overline{AC} \Rightarrow \overline{AC} = 6$$

نو:

له بلې خوا پوهېرو چې د 30° زاوېي مخامنځ ضلع د اړوند وتر نيمایي ده.

$$\overline{AB} = \frac{1}{2} \overline{AC} \Rightarrow \overline{AB} = \frac{1}{2} \times 6 \Rightarrow \overline{AB} = 3$$

نو:

اوس د فيثاغورث د قضيې په کارولو سره د مثلث د دريمې ضلعي اندازه محاسبه کوو.

$$\overline{AB}^2 + \overline{BC}^2 = \overline{AC}^2$$

$$\Rightarrow 3^2 + \overline{BC}^2 = 6^2$$

$$\Rightarrow 9 + \overline{BC}^2 = 36$$

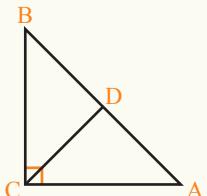
$$\Rightarrow \overline{BC}^2 = 36 - 9$$

$$\Rightarrow \overline{BC}^2 = 27$$

$$\Rightarrow \overline{BC} = \sqrt{27} = 3\sqrt{3}$$

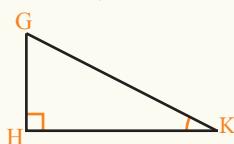
تمرین

1- د $\triangle ABC$ په مثلث کې د \hat{C} قایمه ده. که چېرې $\overline{CD} = \overline{AB} = 16$ او \overline{CD} د نوموري مثلث ميانه وي، د \overline{CD} او بدواли پيداکړئ.

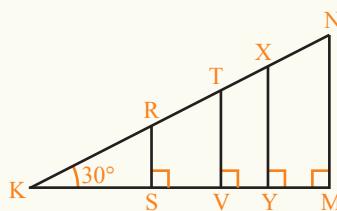


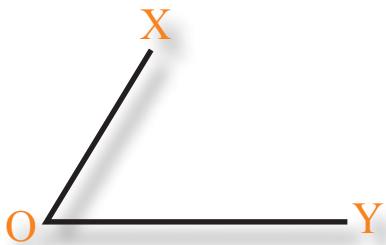
2- که چېرې په پورتني شکل کې د ميانې او بدواли يعني $\overline{AB} = 15$ وي \overline{CD} پيداکړئ؟

3- د $\triangle GHK$ په مثلث کې د \hat{H} قایمه او $\overline{GH} = \frac{1}{2} \overline{GK}$ سره دی د K زاوې اندازه څومره ده.



4- د $\triangle KMN$ په مثلث کې د M زاوېه قایمه ده $\hat{K} = 30^\circ$. د $\overline{KT} = 10$ ، $\overline{KN} = 16$ ، $\overline{KR} = 6$ وي په دې صورت کې عمود دی. که چېرې \overline{MN} او $\overline{RS}, \overline{TV}, \overline{XY}$ پيداکړئ.





آيا ديوه ناصف الزاويه ټول ټکي د همغه زاويه له دوو ضلую خخه مساوي فاصله لري؟

فعاليت

- د \hat{xoy} زاويه، ناصف الزاویه رسم او هغه ته \overline{OZ} ووايast.
- يو اختياري ټکي د \overline{OZ} په مخ باندي وتاکي او هغه ته \overline{P} ووايast.
- د P له ټکي خخه د زاويه په دوو ضلую د OX او OY باندي عمودونه رسم کړي هغو ته \overline{HP} او \overline{KP} ووايast.
- د \overline{KP} او \overline{HP} اوړدوالی د خط کش په واسطه اندازه کړئ. ددي عمود د اوړدوالی تر منځ خه چول اړیکې ليدل کېږي؟

کولي شوپورتنی ليدنې د لاندې قضې په توګه بيان او ثبوت کړو.

قضې: د ناصف الزاویه هر ټکي د زاويه له دوو ضلую خخه مساوي الفاصله دی.

ثبوت: فرض کوو چې \overline{OZ} ناصف الزاویه وي، غواړو

وښيو چې:

$$\overline{PH} = \overline{PK}$$

د OHP او OKP په دوو مشاشونوکې لرو چې:

$\hat{H} = \hat{K} = 90^\circ$

$\hat{XOZ} = \hat{YOZ}$ ناصف الزاویه دی، \overline{OZ}

$\overline{OP} = \overline{OP}$ ګډه ضلوع،

$$\Rightarrow \triangle OPK \cong \triangle OPH$$

د OPH او OPK په دوو قایم الزاویه مثلثونو کې د وتر او یوې حاده زاویې له مساوی کېدو خخه داسې نتیجه اخلو چې دا دوه مثلثونه انطباق منونکي دی. له دې امله:

د پورتنی قضیې معکوس (سرچې) هم سم دي.

قضیه: هر تکی چې د یوې زاویې له دوو ضلعو خخه متساوي الفاصله وي هغه تکی د ناصف الزاویې پر مخ باندې پروت دي.

ثبت: فرضوو چې د P تکی \overline{YO} او \overline{XO} دوو ضلعو خخه متساوي الفاصله وي، یعنې: $\overline{PH} = \overline{PK}$ غواړو وښيو چې د P تکی \hat{YOX} زاویې د ناصف الزاویې پر مخ باندې دی یعنې:

$$\hat{XOP} = \hat{YOP}$$

ددې ثبوت لپاره د \overline{OX} او \overline{OY} پر ضلعو باندې د \overline{PK} او \overline{PH} عمودونه رسموو د HPO او KPO دوو قایم الزاویه مثلثونه په پام کې نيسو:

$$\left. \begin{array}{l} \overline{PH} = \overline{PK} \\ \hat{H} = \hat{k} = 90^\circ \\ \overline{OP} = \overline{OP} \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{د فرضیې له مخې} \\ \text{گډه ضل} \end{array} \quad \begin{array}{l} \hat{OPH} \cong \hat{OPK} \end{array}$$

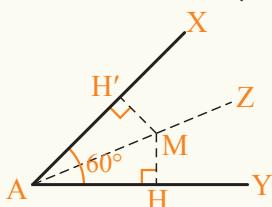
نود حاده زاویې د یوې ضلعي او وتر له مساوی کېدو خخه داسې پايله لاس ته راهي چې د OPK او OPH مثلثونه انطباق منونکي دی. له دې امله د هغو هم ډوله زاویې هم سره انطباق منونکي دی. نو:

$$\hat{XOP} = \hat{YOP}$$

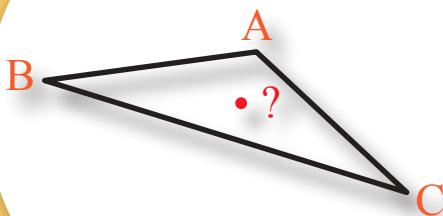
یعنې د P تکی \hat{XOY} د ناصف الزاویې پر مخ باندې موجود دي.

تمرین

په لاندې شکل کې د M تکی A زاویې د ناصف الزاویې پر مخ باندې دی او $\overline{MH'}$ پر \overline{AX} باندې عمود دي د AMH' مثلث د ضلعي او بردواли په لاس راوړي.



د مثلث د داخلی زاویو ناصفوونه



آيا کولای شو د مثلث دنه داسې يو
تکي پیداکړو چې له درې واوه ضلعو
سره مساوي فاصله ولري؟

فعاليت

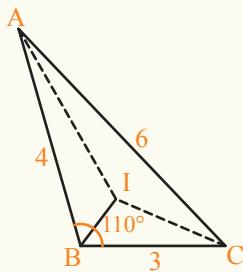
- د ABC يو اختياري مثلث رسم کړي.
- د C او B او د داخلی ناصفوونه رسم کړئ چې يو بل O په تکي کې قطع کړي.
- د زاویي داخلی ناصف الزاویه رسم کړي.
- آيا د A ناصف الزاویه هم د O له تکي خخه تيرېږي؟
- د A'B'C' يو بل اختياري مثلث رسم کړي او پورتنی فعالیت د هغه لپاره هم تکرار کړي.
کولای شو پورتنی ليدنې په لاندې توګه بیان او ثبوت کړو.
- قضیه:** په مثلث کې داخلی ناصف الزاویې يو بل د مثلث په دنه کې په يوه تکي کې قطع کوي.
ثبت: فرضوو چې د ABC په مثلث کې د B او C ناصف الزاویې يو بل O په تکي کې قطع کوي. اوس بنیو چې د A ناصف الزاویه هم د O له تکي خخه تيرېږي.
د لاندې شکل په پام کې نیلو سره لرو:
خرنګه چې O د B ناصف الزاویې پر مخ باندې دی.
نوه: $\overline{OH} = \overline{OK}$ I
همدارنګه O د C ناصف الزاویې پر مخ باندې هم دی.
نوه: $\overline{OK} = \overline{OI}$ II

پوهېړو که چېږي د دوو مساواتو يوه خوايو له بل سره مساوي او بله خواېي هم سره مساوي کېږي له
دې امله د I او II رابطو خخه نتیجه لاس ته راخي:

$$\overline{OH} = \overline{OI}$$

له بلې خوا له مخکنی قضيې خخه پوهېرو هر تکي چې د يوې زاوې له دوو ضلعو خخه مساوي الفاصله وي هغه تکي د هغې زاوې د نيمائي کونکي (ناصف الزاويه) پر مخ پروت دي.
له دي امله د O تکي د A ناصف الزاويه پر مخ باندي هم پروت دي.
په نتیجه کې ويلای شو: د مثلث درې واړه داخلی ناصف الزاويه یو بل په يوه تکي کې قطع کوي.
مثال: یو مثلث د 6، 3 او 4 ضلعو په اوږدوالي رسم کړئ. وښیاست چې ناصفوونه یو بل په يوه تکي کې قطع کوي.

حل: لوړۍ د راکړۍ شوو ضلعو په اوږدوالي د ABC مثلث رسموو. بيا په ترتیب سره د A ، B او C له راسونو خخه د هغو زاویو ناصفوونه رسموو.
ليدل کېږي چې درې واړه ناصفوونه یو بل په يوه تکي کې قطع کړي دي.

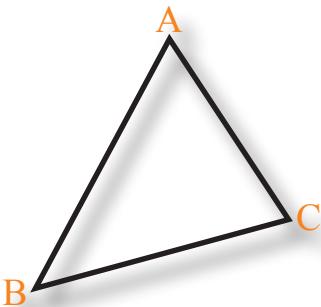


تمرین

1- یو مثلث د $\hat{A} = 20^\circ$, $\hat{B} = 75^\circ$ او $\hat{C} = 85^\circ$ په زاویو سره رسم کړئ وښیاست چې ددې زاویو ناصفوونه یو بل په يوه تکي کې قطع کوي.

په یوه مثلث کي عمودي ناصف

آيا د مثلث د یوې ضلعي عمودي ناصف
هرومرو د هغې له مخامنخ راس خخه
تيرپري؟



فعاليت

- د \overline{AB} د ټويه خط عمودي ناصف رسم کړئ.
- د \overline{AB} د ټويه خط پر عمودي ناصف باندي د P یو تکي وټاکي.
- د \overline{AB} د ټويه خط دوہ سرونې (پاي تکي)، له P سره ونبسلوئ.
- د \overline{PA} او \overline{PB} او برداولي د خط کش په واسطه اندازه کړئ، دا او برداولي یو له بل سره خه ډول رابطه لري؟
- د $A'B'$ یو بل ټويه خط رسم کړئ او پورتنۍ فعاليت پر هغه باندي تکرار کړئ.
د پورتنۍ ليدنې نتيجه په لاندې توګه ثبوت او بيانولای شو:

قضيه: د یوه ټويه خط د عمودي ناصف پر مخ باندي هر تکي د نوموري ټويه خط له دوہ سرونې (انجامونو) خخه متساوي الفاصله دی.

ثبت: فرضوو چې XY د \overline{AB} د ټويه خط عمودي ناصف دي
غواړو ونبیو د P هر اختياري تکي چې د عمودي ناصف پر مخ
باندي دی د A او B د X او Y په متساوي فاصله کې پروت دی.

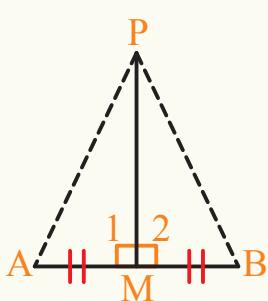
يعني: $\overline{PB} = \overline{PA}$
د PB او PA له دوہ متشونو خخه لرو چې:

$$\left. \begin{array}{l} \overline{AH} = \overline{BH} \\ \hat{H}_1 = \hat{H}_2 = 90^\circ \\ \overline{PH} = \overline{PH} \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{عمودي ناصف دي} \\ \text{عمودي ناصف دي} \\ \text{گلهه ضلعي} \end{array} \Rightarrow \triangle PAH \cong \triangle PBH$$

خرنگه چې د PAH او PBH په دوو مثلثونو کې دوه ضلعې او د منځ زاوې پې مساوي دي له دي امله نوموري مثلثونه انطباق منونکي دي. په نتيجه کې د هغه هم ډوله ضلعې هم يو له بل سره مساوي دي یعنې:

د پورتنۍ قضيي معکوس (سرچې) هم سه دی.

قضيه: هر تکي چې د ټوته خط له دوو انجامونو خخه مساوي فاصله ولري نوموري تکي د ټوته خط په عمودي ناصف باندي پروت دي.



ثبت: فرضوو چې د \overline{AB} تکي د \overline{P} د ټوته خط له دوو انجامونو خخه مساوي فاصله لري.

$$\overline{PB} = \overline{PA} \quad \text{يعني:}$$

غواړو وښيو چې د \overline{AB} تکي د \overline{P} د ټوته خط د عمودي ناصف پر منځ باندي پروت دي.

خرنگه چې: $\overline{PAB} = \overline{PA} = \overline{PB}$ دی، نو $\triangle PAB$ مثلث متساوي الساقين دی له دی امله: $\hat{A} = \hat{B}$ د \overline{AB} ټوته خط منځني تکي ته M وايو. نو: $\overline{AM} = \overline{MB}$

اوسم د \overline{P} تکي د \overline{AB} د ټوته خط له منځني تکي سره نبليوو چې د \overline{PAM} او \overline{PBM} دوه مثلثونه $\overline{PA} = \overline{PB} \dots$ دفرضي له منځ $\overline{MA} = \overline{MB} \dots$ منځني تکي $\overline{AM} = \overline{MB}$ د متساوي الساقين مثلث له منځ ...

$$\left. \begin{array}{l} \hat{A} = \hat{B} \dots \\ \text{د متساوي الساقين مثلث له منځ} \end{array} \right\} \Rightarrow \triangle PAM \cong \triangle PBM$$

اوسم د \overline{PBM} او \overline{PAM} دوه مثلثونه په پام کې نيسو چې د هغه دوه ضلعې او د منځ زاوې پې مساوي او یو په بل باندي منطبق دي، په پایله کې نوري هم ډوله زاوې هم سره مساوي دي، یعنې: $M_1 = M_2$

$$\hat{M}_1 + \hat{M}_2 = 180^\circ \quad \text{خرنگه چې:}$$

$$\hat{M}_1 = \hat{M}_2 = 90^\circ \quad \text{نو:}$$

نو ويلاي شو چې \overline{PM} د \overline{AB} ټوته خط عموداً نيمائي کړي دي او د \overline{P} تکي د \overline{AB} د ټوته خط په عمودي نيمائي کونکي باندي پروت دي.

فعالیت

- د $\triangle ABC$ یو کیفی مثلث رسم کړي.
- د \overline{AC} او \overline{AB} د ضلعو عمودي ناصفوونه رسم کړي. د هغه د تقاطع پکې ته O ووايast.
- د $\triangle BC$ د ضلعې عمودي ناصف رسم کړي آيا دا عمودي ناصف هم د O له پکې خخه تيربرې؟
- د $A'B'C'$ یو بل اختياري مثلث رسم او پورتنی فعالیت ورباندې سر ته ورسوئ.

کولی شو د پورتنی فعالیت لیدنې په لاندې توګه بیان او ثبوت کړو.

قضیه: په هر مثلث کې د هغه د ضلعو عمودي ناصفوونه یو بل په یوه پکې کې قطع کوي.

ثبت: د $\triangle ABC$ په مثلث کې د \overline{AC} او \overline{AB} د ضلعو عمودي ناصفوونه یو بل د O په پکې کې قطع کړي دي. غواړو وښیو چې د O پکې د \overline{BC} د ضلعې په عمودي ناصف باندې هم پروت دی.

خرنګه چې O د \overline{AB} پر عمودي ناصف باندې پروت دی.
نو: $\overline{OA} = \overline{OB}$I

همدارنګه O د \overline{AC} پر عمودي ناصف باندې پروت دی.
نو: $\overline{OA} = \overline{OC}$II

د I او II مساواتو خخه لیکلای شو چې:

$$\overline{OB} = \overline{OC}$$

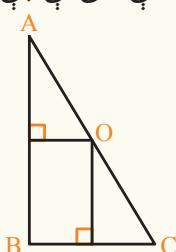
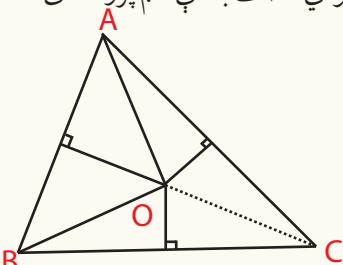
له بلې خواله مخکنۍ قضیې خخه پوهیرو چې هر پکې د یوه توپه خط د انجامونو خخه په مساوی فاصله کې پروت وي دا پکې د نوموري توپه خط د عمودي ناصف په مخ باندې پروت دی، نو ویلاي شو چې د O پکې د \overline{BC} د ضلعې په عمودي ناصف باندې پروت دی.

په نتیجه کې ویلاي شو: د هر مثلث د ضلعو عمودي ناصفوونه یو بل په یوه پکې کې قطع کوي.

مثال: یو قایم الزاویه مثلث رسم کړي. د هغه د ضلعو د عمودي ناصفوونو خای پیدا کړي.

حل: د $\triangle ABC$ قایم الزاویه مثلث رسم او د هغه د ضلعو عمودي ناصفوونه رسمو. لیدل کېږي چې په قایم الزاویه مثلث کې د قایمو ضلعو عمودي ناصفوونه یو بل د وتر په منځنۍ پکې کې، چې د وتر پر مخ باندې پروت دی، قطع کوي.

په نتیجه کې ویلاي شو: په هر قایم الزاویه مثلث کې عمودي ناصفوونه یو بل په یو داسې پکې کې جې پر وتر باندې منځنۍ پکې دی قطع کوي.

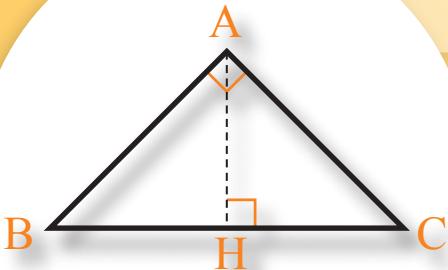


تمرین

۱- د $\triangle ABC$ مثلث د $30^\circ, 70^\circ$ او 80° په زاویو سره رسم کړئ، ددې مثلث د ضلعو د عمودي ناصفونو د تقاطع تکی پیدا کړئ.

۲- یو مثلث د ۶، ۴ او 2.5 سانتي مترو ضلعو په اوپرداли سره رسم کړئ او وروسته د هغه ضلعو عمودي ناصفونه رسم کړئ د عمودي ناصفونو د تقاطع تکی پیدا کړئ.

د مثلث ارتفاع گانی

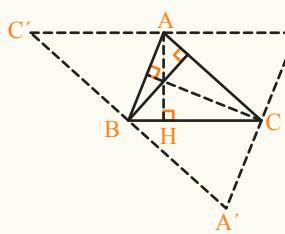


د مثلث \overline{ABC} مثلث قایم الزاویه دی. که چېري \overline{AH} د نومورپی مثلث ارتفاع په وتر باندې وي، د مثلث نورې ارتفاع گانې کومي دي؟

فعالیت

- د اختیاري مثلث رسم کړئ.
- د A له راس خخه د \overline{BC} په ضلعې باندې ارتفاع رسم او د هغه پای ته H ووایاست.
- د \overline{ABC} مثلث له راسونو خخه د هغه له ضلعو سره موازي خطونه رسم کړئ.
- له دې خطونو خخه لاس ته راغلي مثلث ته $A'B'C'$ ووایاست. په داسي حال کې چې $\overline{A'B'} \parallel \overline{AC}$ او $\overline{A'C'} \parallel \overline{AC}$ ، $\overline{B'C'} \parallel \overline{BC}$ دی.
- آيا \overline{AH} پر $\overline{B'C'}$ عمود دی؟ ولې؟
- آيا $\overline{ABCB'}$ خلور ضلعې متوازي الاصلاء ده؟ ولې؟
- آيا $\overline{AB'} = \overline{AC}$ دی؟ ولې؟
- آيا \overline{AH} د $\overline{B'C'}$ عمودي ناصف دی؟ ولې؟

له پورته فعالیت خخه لیدل کېږي که چېري دیوه مثلث له راسونو خخه د هغه له ضلعو سره موازي خطونه رسم کړو، یو بل مثلث جورېږي چې په دې صورت کې د لوړې مثلث ارتفاع گانې د جورې شوي مثلث د ضلعو عمودي ناصف دي.
پوهېږو د مثلث د ضلعو عمودي ناصف یو بل، په یوه تکې کې قطع کوي، نو د مثلث ارتفاع گانې هم یو بل په یوه تکې کې قطع کوي.



قضیه: په هر مثلث کې ارتفاع گانې په یوه تکي کې متقاطع دی.

ثبت: د مثلث له راسونو خخه داسې خطونه رسموو چې د نوموري خطونو له تقاطع خخه، لکه په شکل کې، د $A'B'C'$ مثلث جوړ شي. له شکل خخه ليکلائي شو: $A'B' \parallel AB$, $A'C' \parallel AC$, $B'C' \parallel BC$.

ددي په پام کې نیولو سره چې د $ABCB'$ خلور ضلعې مخامنځ ضلعې یو له بله سره موازي دي. نو داسې پایله لاس ته راخېي چې دا خلور ضلعې یوه متوازي الاصلاء ده.

له دې امله د $ABCB'$ د خلور ضلعې مخامنځ ضلعې سره مساوي دي.
يعني: $AB' = BC$I

په همدي ډول د $ACBC'$ خلور ضلعې هم یوه متوازي الاصلاء ده، په پایله کې:
 $AC' = BC$II

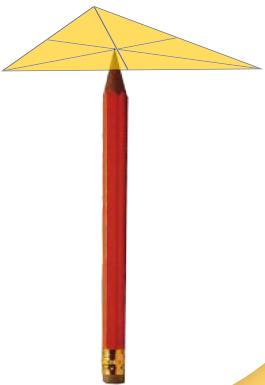
د I او II رابطو خخه نتیجه لاس ته راخېي چې: $\overline{AB'} = \overline{AC'}$
له بلخي خوانګه چې $BC \parallel B'C'$ او $AH \perp BC$ دی نو $AH \perp B'C'$ دی.
خوانګه چې: $AB' = AC'$ او $AH \perp B'C'$ دی.
نو د $AH \perp B'C'$ عمودي نيماني کوونکي دی.

په همدي ډول بندلائي شو چې د AB او AC په ضلعو باندې ارتفاع گانې هم په ترتیب سره د $A'C'$ او $A'B'$ د ضلعو عمودي نيماني کوونکي دي. خوانګه چې عمودي نيماني کوونکي یو بل په یوه تکي کې قطع کوي، نو ارتفاع گانې هم یو بل په یوه تکي کې قطع کوي.

تمرین

- 1- د ABC مثلث د 5، 4 او 6 سانتي مترو ضلعو په اوبردواالي سره رسم کړئ د هغه د ضلعو ارتفاع گانې رسم او د هغه د تقاطع د تکي خاي وټاکي.
- 2- یو قایم الزاویه مثلث رسم او ددې مثلث د ارتفاع گانو د تقاطع خاي وټاکي.
- 3- یو مثلث چې یوه زاویه یې منفرجه وي رسم او د هغه د ارتفاع گانو د تقاطع خاي وټاکي.

د ملٹ میانی



آیا فکر کولای شئ یو مثلث دیوه پنسل
په تیره خوکه باندې داسې کېږدی چې ونه
لړېږي؟

فعاليت

- ۱۰ د ABC اختیاري مثلث رسم کرئي.

۱۰ د B له راس خخه د BN ميانه او د C له راس خخه د MC ميانه رسم کرئي.

۱۰ د هغه دوو ميانو د تقاطع تکي په G سره ونبنياست.

۱۰ د BG او GN اوبردوالي د خط کش په واسطه اندازه کرئي، اوبردوالي يې له یوبال سره خه رابطه لري؟

۱۰ د CG او GM اوبردوالي د خط کش په واسطه اندازه کرئي، اوبردوالي له یوبال سره خه چول رابطه لري؟

۱۰ د A له راس خخه د BC په ضلعي باندي ميانه رسم او د هغه پاي ته K ووابياست.

۱۰ آيا AK د G له تکي خخه تيربريري؟

۱۰ د AG او GK اوبردوالي په خط کش سره اندازه کرئي دا اوبردوالي له یوبال سره خه چول رابطه لري؟

قضیه: د هر مثلث میانی یو بل په یوه تکی کې قطع کوي او د تقاطع تکی، هره میانه د 2 او 1 په نسبت ویشي:

ثبوت: د $\triangle ABC$ په مثلث کې د G تکي د MC او BN د ميانو د تقاطع خای دي. د دې په پام کې نيوولو سره چې د MN تووه خط د AB او AC د ضلعو منځنۍ پکې له يوبل سره نښلوی نو د تالس د قضيې له مخې $BC \parallel MN$ نتیجه کېږي چې:

$$\Rightarrow \overline{MN} = \frac{1}{2} \overline{BC} \dots \dots \dots \text{I}$$

د \overline{BG} منئخني تکي ته P وایو او د \overline{CG} منئخني تکي ته Q وایو.

داسې ټوته خط دی چې د \overline{BGC} د مثلث د \overline{CG} او \overline{BG} د ضلعو منځنۍ تکي یو له بل سره نښلوي، د تالس د قضيې له مخې د \overline{GBC} په مثلث کې لرو چې:
 $\overline{BC} \parallel \overline{PQ}$

$$\overline{PQ} = \frac{1}{2} \overline{BC} \dots\dots\dots \text{II}$$

د I او II له رابطه خخه داسې پایله لاس ته راخي چې د \overline{MNQP} خلور ضلعي چې ضلعي بې دوه په دوه موازي او مساوي دي، یوه متوازي الاصلع ده.

د \overline{MNQP} په متوازي الاصلع کې قطرونه یو بل نيماني کوي، له دي امله:
 $\overline{PG} = \overline{GN}$ او $\overline{QG} = \overline{GM}$

له بلې خوا پوهېبرو:

$$\overline{PG} = \overline{PB} \quad \text{او} \quad \overline{QG} = \overline{QC}$$

له دي امله ليکلائي شو:

$$\overline{PG} = \overline{GN} = \overline{PB} \quad \text{او} \quad \overline{QG} = \overline{GM} = \overline{QC}$$

$$\frac{\overline{BG}}{\overline{GN}} = \frac{\overline{CG}}{\overline{GM}} = \frac{2}{1}$$

په پایله کې:

خرنګه چې د \overline{ABC} په مثلث کې د \overline{BN} او \overline{CN} ميانې په خپله خوښه يا اختياري تاکل شوي دي. خو دا رابطه د هرو دوو نورو غوبنتل شوو ميانو لپاره هم سمه ده. له دي خخه داسې پایله لاس ته راخي چې د مثلث درې واړه ميانې یو بل په یوه تکي کې قطع کوي (ولې)? د تقاطع تکي، هر دوه ميانې د 2 او 1 په نسبت وشي. د ميانو د تقاطع تکي د مثلث د ثقل مرکز دی.

تمرین

- 1- یو قایم الزاویه مثلث رسم کړئ. د هغه د ميانو د تقاطع خای وټاکي؟
- 2- وبنياست چې په هر متساوي الاصلع مثلث کې د ميانو، ناصفونو او ارتفاع ګانو د تقاطع خاي یو تکي دي؟
- 3- که چېري د \overline{ABC} په مثلث کې د G تکي د \overline{CK} او \overline{BN} ، \overline{AM} د ميانو د تقاطع مرکزو وي، وبنياست چې؟

$$\frac{\overline{AG}}{\overline{AM}} = \frac{2}{3}, \quad \frac{\overline{GM}}{\overline{AM}} = \frac{1}{3}$$

د پنځم فصل مهم ټکي

د متساوي الساقين مثلث قضيبي

- که چېرې د یوه مثلث دوه ضلعي یو له بل سره متساوي وي، نو د هغه دوو ضلاعو مخامنځ زاوې هم یو له بل سره متساوي دي.
- که چېرې د یوه مثلث دوي زاوې یو له بل سره متساوي وي. د نومورو زاوېو مخامنځ ضلعي سره متساوي دي

د فيثاغورث قضيبه:

- په هر قايم الزاويه مثلث کې د هغې مربع مساحت چې د وتر په اوږدوالي جوړېږي، د هغه دوه نورو مربع ګانو د مساحتونو له مجموعي سره برابره د چې د قايمو ضلاعو په اوږدوالي جوړېږي.
- په هر قايم الزاويه مثلث کې د وتر مربع د هغه د قايمو ضلاعو د مربع له مجموعي سره متساوي ده:

$$a^2 + b^2 = c^2$$

د قضيبي عکس (سرچېه):

- که چېرې په یوه مثلث کې د دوو ضلاعو مرباتو مجموعه د هغه د درېمي ضلعي له مربع سره متساوي وي، نو مثلث قايم الزاويه دي .

د قايم الزاويه مثلث قضيبي:

- په هر قايم الزاويه مثلث کې د قايمو ضلاعو د ضرب حاصل د وتر او د هغې ارتفاع د ضرب له حاصل سره متساوي دي چې پر نوموري وتر باندي دي.
- په هر قايم الزاويه مثلث کې د هغې ميانې اوږدوالي چې له قايم راس خخه رسم کېږي. عبارت دي د قايمو ضلاعو د هندسي وسط خخه چې د نوموري مثلث پر وتر باندي دي.
- په هر قايم الزاويه مثلث کې د هغې ارتفاع اوږدوالي چې له قايم راس خخه د هغه پر وتر باندي رسمېږي د وتر د اوږدوالي د نيمائي سره متساوي دي.
- که چېرې په یوه قايم الزاويه مثلث کې چې یوه حاده زاويه يې 30° وي، د دې زاوې د مخامنځ ضلعي اوږدوالي د وتر د اوږدوالي نيمائي دي.

د هفو خطونو قضي چې د مثلث په دنه کې يو بل په يوه تکي کې قطع کوي

- د ناصف الزاوې په مخ باندي هر تکي يې د زاوې له دوو ضلую خخه په مساوي فاصله کې پروت دی.

- هر تکي چې د يوې زاوې له دوو ضلую خخه په مساوي فاصله کې پروت وي هغه تکي د ناصف الزاوې په مخ باندي پروت دی.

- په هر مثلث کې داخلې ناصف الزاوې يو بل په يوه تکي کې قطع کوي.

- د يوې ټوټه خط د عمودي ناصف په مخ باندي هر تکي د هغه له انجامونو خخه متساوي الفاصله دی.

- هر تکي چې د يوې ټوټه خط له انجامونو خخه مساوي فاصلې ولري دا تکي د نوموري ټوټه خط په عمودي ناصف باندي پروت دی.

- په هر مثلث کې د ضلую عمودي ناصفونه يو بل په يوه تکي کې قطع کوي.

- په هر مثلث کې ارتفاع ګاني يو بل په يوه تکي کې قطع کوي.

- د هر مثلث ميانې يو بل په يوه تکي کې قطع کوي او د ميانو د تقاطع تکي، هره ميانه د 2 او 1 په نسبت ويشي.

عمو می پو بستنی

په لاندې پوښتو کې د هري پوښتنې لپاره خلور خوابونه درکړل شوي دي صحيح خواب بې پیدا او
کړښه تری تاو کړئ.

- 1- په متفرجه الزاويه مثلث کې د درې واپو عمودي ناصفونو د تقاطع څای چېږي دي؟

(a) د مثلث دنه
(b) د مثلث د باندي
(c) په لویه ضلع باندي
(d) یویې هم نه دي

2- یو مثلث د 8، 4 او 5 ضلعلو په اوبردوالی سره په پام کې ونيسي، ددي مثلث درې واپه ارتفاع ګانې یوبل په:

- (a) د مثلث په دننه کې قطع کوي
(b) د مثلث د باندې قطع کوي
(c) د هغې ضلعې پر مخ باندې چې اور دوالى یې 5 دی قطع کوي
(d) په هغه راس کې قطع کوي چې د لوپې ضلعې مخامنځ ته دی.
 3- په قایم الزاویه مثلث کې 30° زاوې د مخامنځ ضلعې اور دوالى عبارت دی، له:
(a) د وتر نیمایې (b) د وتر سره مساوی (c) 1 پر 3 د وتر (d) 1 خلورم د وتر
 4- که چېږي په یوه قایم الزاویه مثلث کې د قایمومو ضلعو اندازه 3 او 2 وي، د وتر اور دوالى عبارت
 (e)، له:

- ۱- په هر قایم الزاویه مثلث کي د قایميو ضلعو د ضرب حاصل مساوي دي د هغه مثلث د وتر ارتفاع
په لاندي جملو کې تشن خایونه په مناسبو کلمو سره ډک کړئ.

۲- په متساوي الساقين مثلث کي د قاعدي یوه زاویه 65° ده. د قاعدي بله زاویه بي عبارت ده له:
 ۳) c $\sqrt{3}$) b $\sqrt{13}$) a
 ۴) d 70°) c 65°) b 50°) a

- 2- په هر قایم الزاویه مثلث کې د وتر چې له قایم راس خخه رسم کېږي مساوی دی

د ضرب له حاصل سره چې د نوموری مثلث په وتر باندي یې یيلوي.

3- په قایم الزاویه مثلث کې د 30° زاویې اوړدوالی د وتر له مساوی دی.

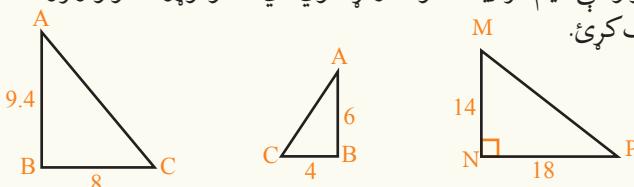
4- په منفرج الزاویه مثلث کې ارتفاع ګانې یو بل په قطع کوي.

5- که چېږي د یوه مثلث د ضلعو اوړدوالی په ترتیب 3cm , 4cm او 5cm وي نوموری مثلث دی.

6- که چېرې په یوه مثلث کې دو هم سلاعې یو له بل سره مساوی وي نو یې هم یو له بل سره مساوی دي.

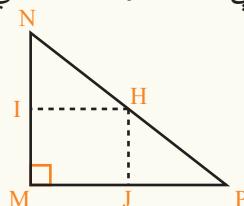
لاندې پونستني حل کړئ.

1- په لاندې شکلنوونو کې قایم الزاویه مثلثونه درکې شوي دي، د نومورو مثلثونو وتروونه د 0.1 لبروالی په تقرب کې حساب کړئ.



2- د $\triangle ABC$ مثلث داسې رسم کړئ چې $\hat{A} = \hat{B} = 80^\circ$ او $\hat{C} = 80^\circ$ وي، وروسته د نوموري مثلث ناصفونه رسم کړئ.

3- د $\triangle MNP$ مثلث چې د M په راس کې قایم وي، په پام کې ونسیء په نوموري مثلث کې د MH ارتفاع رسم کړئ داسې چې د I او J تکې د I او MP منځنۍ تکي دي.



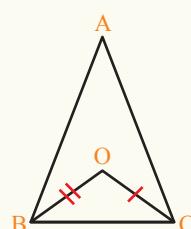
a) ثبوت کړئ چې $\triangle MJH \cong \triangle MIH$ او MH په ګډې قاعدي سره دي.

b) ثبوت کړئ چې $\triangle MJH \cong \triangle IJH$ د MH عمودي ناصف دي.

c) ثبوت کړئ چې $HJ \perp HI$ او HJ یو پر بل عمود دي.

4- د $\triangle ABC$ په متساوي الساقین مثلث کې $\overline{AB} = \overline{AC}$ دی که چېرې هغوي د $\overline{OB} = \overline{OC}$ په واسطه نیمایی کړو ثبوت کړئ چې:

(a) $OB = OC$
(b) $\hat{A} \cong \hat{O}$ د $\overline{OA} = \overline{OC}$ نیمایی کوننکی دي.



شپږم فصل

مساحت او حجمونه

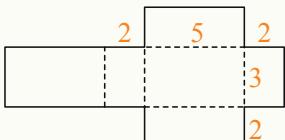


د مکعب مستطیل مساحت او حجم



آيا تر او سه مو فکر کړئ چې یو انسان د نفس په ایستلو هر وار د هوا خومره حجم خپلو سپرو ته داخلوي.

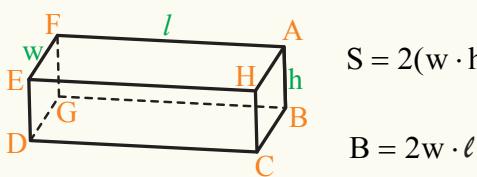
فعالیت



- مخامنځ شکل په کاغذ کې رسم او قیچې یې کړئ او بیا یې په ټکي نکي کربنو باندي قات کړئ
 - یو مکعب مستطیل د 5cm په اوږدوالي 2cm په سور او 3cm په ارتفاع سره رسم کړئ.
 - نوموری مستطیلي مکعب خوراسونه، خو ضلعې او خو سطحې لري؟ هر یو یې وشمېږي.
 - د جانبي (ارخو) سطحو مساحت، چې هره سطح یې مستطيل دي، پيدا یې کړئ.
 - نوموری مستطیلي مکعب خو قاعدي لري؟ د هغه د قاعدي مساحت پيدا کړئ.
 - د مساحتونو د مجموع په کارولو سره د مستطیلي مکعب د ټول مساحت فرمول ولیکي.
- له پورته فعالیت خخه پيدا کولای شو چې:

تعريف

مکعب مستطیل یو منظم هندسي شپږ وجهي جسم دی چې ټولې وجهي یې مستطیل شکل دي، او د سطحو مخامنځ زاوې یې قایمه دي. که چېږي د مکعب مستطیل اوږدوالي په l ، سور یې په w او ارتفاع یې په h سره وښو، خرنګه چې مکعب مستطیل شپږ سطحې لري او د هرې سطحې مساحت یې په لاندې ډول دي:



د جانبي سطحو مساحت یې مساوي دي له: $S = 2(w \cdot h + h \cdot l + w \cdot l)$
دقاعدو مساحت یې مساوي دي له: $B = 2w \cdot l$

$$A = w\ell + \ell h + wh + w\ell + \ell h + wh$$

$$A = 2(\ell w + \ell h + wh) \quad \text{يا}$$

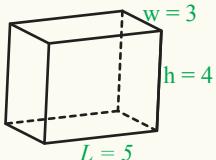
هغه مکعب مستطیل چې تولې ضلعې بې له يو بل سره مساوي وي، مکعب بلل کېږي. که چېږي
مساحت په A سره وبنیو، لرو چې:

$$A = a^2 + a^2 + a^2 + a^2 + a^2 + a^2 \quad \text{د مکعب کلي مساحت}$$

$$A = 6a^2$$

هغه مکعب چې اوړدوالی، سور او ارتفاع بې يو وي. واحد مکعب بلل کېږي.

لومړۍ مثال: د مستطیلی مکعب کلي مساحت پیدا کړئ، په داسې حال کې چې اوړدوالی بې 5cm، سور بې 3cm او ارتفاع بې 4cm وي.



$$\ell = 5\text{cm}$$

$$w = 3\text{cm}$$

$$h = 4\text{cm}$$

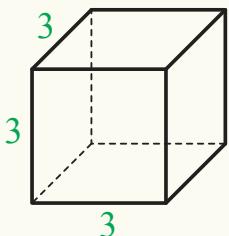
حل:

$$A = 2(\ell w + \ell h + wh) = 2(5 \cdot 3 + 5 \cdot 4 + 3 \cdot 4)$$

$$A = 2(15 + 20 + 12) = 2(47)$$

$$\text{کلي مساحت } A = 94\text{cm}^2$$

دوييم مثال: که چېږي د یوه مکعب کلي مساحت 54cm² وي، ددې مکعب د ضلعو اوړدوالی پیدا او رسم بې کړئ.



$$A = 6a^2 \quad 6a^2 = 54$$

$$a^2 = \frac{54}{6} = 9 \quad a = 3\text{cm}$$

حل:

فعاليت

- د واحد مکعبونو په درلودلو، مستطیلی مکعب چې اوړدوالی 3cm، سور بې 2cm او ارتفاع بې 2cm وي، رسم کړئ.

- د خو واحده مکعبونو په درلودلو سره کولای شو دا مکعب مستطيل ډک کرو. د جور شوي شکل حجم خومره دي؟
- که چېري د نوموري مستطيلي مکعب منځ ييا په ترتیب سره د نورو واحد مکعبونو په واسطه ډک کرو خه دول شکل په لاس راخي؟ د هغه حجم به خومره وي؟
- د مکعب مستطيل د اوبردوالي، سور او ارتفاع په منځو کې خه دول اړيکې شته چې د هغه په واسطه یې حجم پیدا کرو؟
- که چېري د واحد مکعب لس نورکتارونه د لوړري مکعب مستطيل په منځ يا خنګ کې کېردو د جور شوي شکل حجم خومره دي؟
- آيا کولاي شي د مکعب مستطيل د حجم د محاسبې کولو لپاره فارمول وښیاست؟ له پورتنې فعالیت خخه پوهېړو چې:

د هغه مکعب مستطيل حجم چې اوبردوالي یې l ، سور یې w او ارتفاع یې h وي مساوي دي له:

$$v = l \times w \times h$$

$$\text{د مکعب حجم } V = a \times a \times a = a^3$$

لومړۍ مثال: د مخامنځ مکعب حجم پیدا کړئ:
حل:

$$V = a \times a \times a = a^3$$

$$V = 1.5 \times 1.5 \times 1.5$$

$$\text{د مکعب حجم } V = 3.375 \text{ cm}^3$$

دویم مثال: د یوه مکعب مستطيل حجم 24 متر مکعب او د قاعدي مساحت یې 8 متره مربع دی ددې مکعب مستطيل ارتفاع خو متره ده.
حل:

$$24 = 8 \times h$$

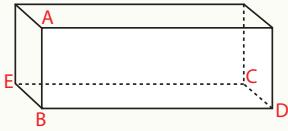
$$h = 24 \div 8 = 3 \text{ m}$$

تاسو پوهېږي په هر مکعب مستطيل کې هغه توټه خط چې د مکعب مستطيل دو هم خامنځ راسونه یو له بل سره نښلوي د مکعب مستطيل قطر بلل کېږي. ددې د لاس ته راولپولو لپاره لاندې فعالیت سرنه ورسوئ.

فعاليت

- په درکې شوي شکل کې \overline{AB} او \overline{BE} او \overline{AC} او د C له A او د B سره نښلوي، تر خو یو قایم الزاویه مثلث جور شي.
- په شکل کې د ABC د قایم الزاویه مثلث وتر AC دی، د AC د پیدا کولو لپاره د فيثاغورث

له قضیي خخه کار و اخلي.



- خرنگه چې د یو مکعب مستطيل تولې سطحې مستطيلي دي او یو پر بل باندې انطباق منونکي دي، نو: $\overline{BE} = \overline{DC} = ?$

- همدارنګه د BCD په قايم الزاويه مثلث کې \overline{BC} په ئاري.

د فيثاغورث د قضيي په کارولو سره BC او بدواли پيدا او په مخکني رابطه کې د \overline{BC} په ئاري کېږدي.

د پورته فعالیت خخه لرو:

$$\overline{AC} = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$$

که چېري په یوه مکعب مستطيل کې $a=b=c$ وي، نو د مکعب قطر په لاس راخي.

$$\overline{AC} = \sqrt{a^2 + a^2 + a^2} = \sqrt{3a^2} \Rightarrow \overline{AC} = a\sqrt{3}$$

مثال: د مکعب مستطيل د قطر او بدواли پيدا کړئ چې ابعاد پې په ترتیب 3cm ، 2cm او 6cm وي.

حل: که چېري د \overline{AC} د قطر او بدواли په لاس را پرو

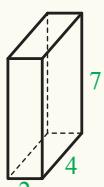
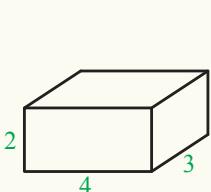
$$\overline{AC} = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2} = \sqrt{2^2 + 3^2 + 6^2} = \sqrt{4 + 9 + 36} = \sqrt{49} = 7\text{cm}$$

تمرین

1 - د ډبرو د یوه دیوال او بدواли 60cm ، سورېي 30cm او ارتفاعېي 120cm ده. د هغه حجم په سانتي متر مکعب سره پيدا کړي.

2 - که چېري د یوه مکعب او بدواли سور او ارتفاعېي 3 برابره شي، د مکعب حجم خو برابره کېږي؟

3 - د لاندې مکعب مستطيلونو حجم او کلې مساحت په لاس را پرو.

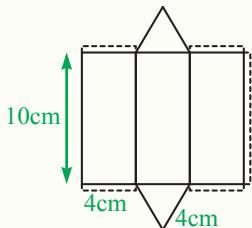


4 - که چېري د یوه مکعب او بدواли سور او ارتفاع دوہ برابره کړو د هغه د قطر او بدواли خه ډول بدلون مومي.



آیا تر او سه مو فکر کړي دي د ژونډ کولو
خيمه خه ډول هندسي شکل لري؟

فعاليت



مخامنځ شکل په درکړل شوو اندازو سره په یوه کاغذ باندي رسم کړئ. د کاغذ له شکل خنځه د پريکولو او جلا کولو وروسته جلا شوي ټوچې په ترتیب یو د بل تر خنځ داسپی کېږدی چې وښلول شي.

- جور شوي شکل کوم هندسي شکل دي؟
- په پورتنۍ شکل کې خو سطحې او خو قاعدي ليدلای شي؟
- د پورتنیو هر یوه مساوی مستطيلونو مساحت په لاس راوړئ.
- د پورته دوو قاعدو د مثنونو مساحت پیدا کړئ.
- د پورته دوو لاس ته راغلي مساحتونو مجموعه خه شي را بنېي؟

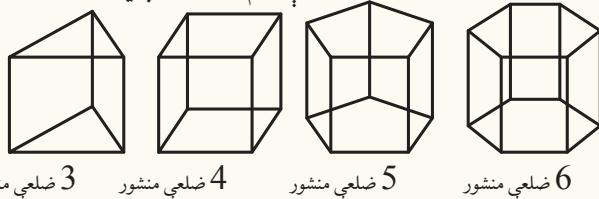
له پورته فعالیت خنځه پیدا کولای شو چې:

تعريف

منشور یو هندسي منظم جسم دی چې مخامنځ جانبي سطحې یو له بل سره مساوی او موازي دي او د مخامنځ جانبي سطحو زاوي په بل باندي انبلاق منونکي دي.

د منشور جانبي سطحې مستطيل شکله دي او د نومورو مستطيلونو د مساحت مجموعه د منشور د جانبي سطحې مساحت بلل کېږي. په یوه منشور کې د جانبي سطحو د مساحت له جمع کولو خنځه د ټول جانبي مساحت په لاس راخې او د ټول جانبي مساحت او دوو قاعدو د مساحت له جمع کولو خنځه د منشور کلې مساحت لاس ته راخې. که چېږي د منشور سطحې پر قاعده باندي عمود وي هغه ته قايم منشور ويل کېږي.

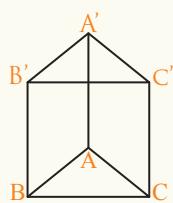
منشورونو ته د قاعدو د ضلعو د شمېر له مخې نوم ورکول کېږي.



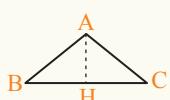
خپل او د خپل تولګیوالو د ریاضی کتابونه واخلي او په لاندې توګه يې پور بل باندې کېږدی جوړ شوی شکل یو مستطیل القاعده منشور دی. د مکعب مستطیل حجم د کتابونو له مجموعې سره مساوی دی. يا په بل عبارت د قاعدي مساحت ضرب په ارتفاع کې دی. که چېږي اوس د ریاضی کتابونو په خای چې مستطیل شکل دی خپل گونیاګانې یو بر بل باندې کېږدی یو مثلث القاعده منشور لاس ته راخي. چې ددې شکل حجم هم د قاعدي د مساحت او ارتفاع د ضرب سره مساوی دی. $V = B \times h$ چې په هغه کې B د قاعدي مساحت او h ارتفاع ده.

مثال: د مثلث القاعده منشور کلې مساحت او حجم پیدا کړئ په داسې حال کې چې قاعده يې یو متساوي الاضلاع مثلث چې د هرې ضلعې او بدواли 2cm او ارتفاع يې 4cm دی.

حل: په لوړۍ ګام کې د منشور د قاعدي د مثلث ارتفاع یعنې \overline{AH} پیدا $\overline{AH}^2 = \overline{AC}^2 - \overline{CH}^2 \Rightarrow \overline{AH}^2 = (2^2) - (1)^2 \Rightarrow \overline{AH} = \sqrt{3}$



$$= \text{دھري جانبي سطحې مساحت} = 2 \times 4 = 8\text{cm}^2$$



$$= \text{درپو جانبي سطحو مساحت} = 3 \times 8 = 24\text{cm}^2$$

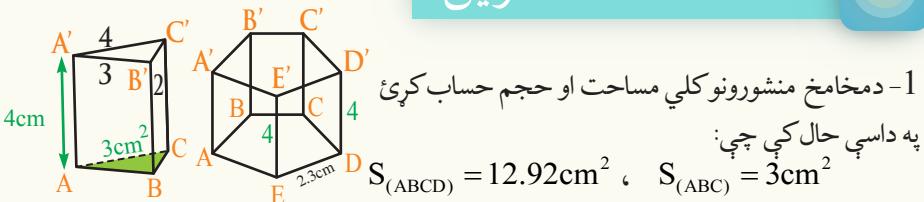
$$= \frac{1}{2} \times 2\sqrt{3} = \sqrt{3}$$

$$= \text{د دواړو قاعدو مساحت} = 2\sqrt{3}$$

د قاعدو مساحتونه + د جانبي سطحو مساحتونه = تول مساحت

$$V = B \cdot h = 24 + 2\sqrt{3}$$

تمرین



د استوانې مساحت او حجم



دېر هغه وسایل چې په ورخنې ژوند کې
ورسره مخامنځ کېږو، استوانه يې شکلونه
دي، لکه: د اویو ګیلاس، د اویو نل او
نور...

آیا کولای شئ د خو نورو استوانه يې
شکلو شیانو نومونه واخلی؟

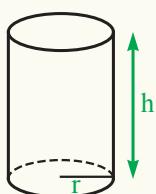
فعالیت

د یوې قایمې استوانې د ارتفاع او بردواли 5cm او د قاعدي شعاع يې 2cm ده د ارتفاع په او بردوالي
استوانه خلاصه او رسم بې کړئ.

- د لاس ته راغلي مستطيل او بردوالي او سور خومره دي؟
- د مستطيل مساحت لاس ته را پري.
- د دې مستطيل مساحت د استوانې د جانبي سطحي له مساحت سره خه ډول اړيکې لري؟
- د استوانې د هرې قاعدي مساحت په داسې حال کې په لاس را پري چې د قاعدي شعاع يې 2cm وي؟
- د استوانې کلې مساحت حساب کړئ.
له پورته فعالیت خخه ویلاهي شو:

تعريف

قایمه استوانه له دوو انطباق منونکو دایروي قاعدو او یوې جانبي سطحي خخه چې پر قاعدو باندې
عمود ده، جور شوي ده. که چېرې د هغې ارتفاع په h او د قاعدي شعاع يې په r سره وښيو، نو د
هغې ټول مساحت په A سره سبیو:



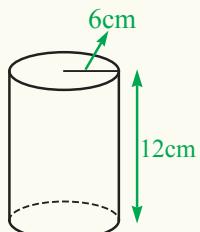
$$s = 2\pi r \cdot h \quad \text{د جانبي سطحو مساحت}$$

$$= 2\pi r^2 \quad \text{د قاعدو مساحت}$$

$$A = 2\pi r^2 + 2\pi r \times h \quad \text{د استوانې کلې مساحت}$$

$$\pi = 3.14$$

$$A = 2\pi r(r + h)$$



لومړۍ مثال: د مخامنځ استوانې مساحت حساب کړئ.
حل: $A = 2\pi r(r + h) = 2 \times 3.14(6)(6+12)$

$$A = 6.28 \times 6(18) = 37.68(18)$$

$$A = 678.24 \text{ cm}^2$$

یادوونه: د منشور د حجم د پیداکولو لپاره مو لومړۍ د قاعدي مساحت پيدا او بيا هغه په ارتفاع کې ضربوو د استوانې د حجم د پیداکولو لپاره هم لومړۍ د دایريوی قاعدي مساحت پيدا او بيا هغه په ارتفاع کې ضربوو که چېږي د استوانې حجم په $V = \pi r^2 \times h$ سره وښيونو لو چې:

دویم مثال: که چېږي د یووه 4 سلندره ماشین حجم چې د هر سلندر قطر یې ، 8cm³ 1600cm³ سره مساوی وي د هر سلندر ارتفاع خومره ڈو؟

حل: خرنګه چې $V=1600 \text{ cm}^3$ ، $r=4 \text{ cm}$ ، $h=?$ دی، نو؟ ، له فارمول خخه په کار اخسيتني سره د 4 سلندره لپاره لرو:

$$V = (4\pi r^2 \cdot h)$$

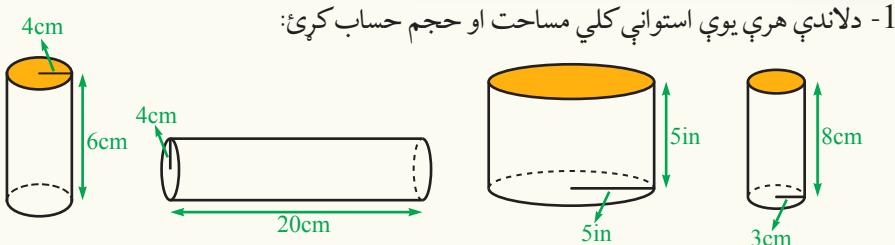
$$1600 = 4(16\pi \cdot h) = 4(16 \cdot 3.14 \cdot h)$$

$$1600 = 200.96h$$

$$h = \frac{1600}{200.96} = 7.96 \quad h = 7.96 \text{ cm}$$

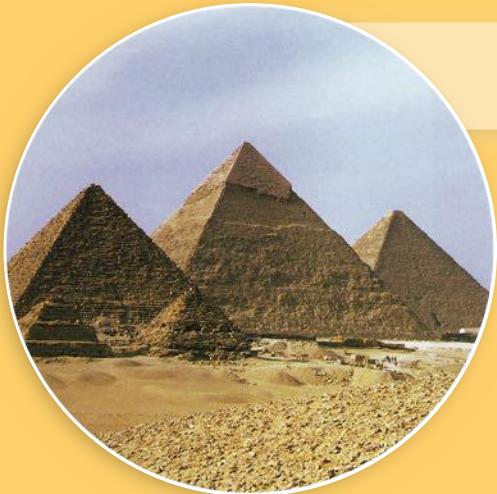


تمرین



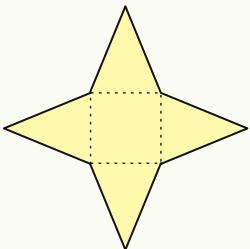
- دلاندي هرې یوې استوانې کلې مساحت او حجم حساب کړئ:
- 2- که چېږي د یوې استوانې د قاعدي شعاع 3 برابره شي د هېڅي په حجم کې خومره بدلون راخي؟
- 3- د اویو ذخیره چې استوانه یې شکل لري د قاعدي شعاع یې 5m او ارتفاع یې 8m دی. د اویو په نوموري ذخیره کې خو متنه مکعبه اویه ځایيرې؟
- 4- که چېږي د ډېټي استوانې ارتفاع دوہ برابره شي د جانبي سطحي اندازه یې خومره بدلون مومي؟

د هرم مساحت او حجم



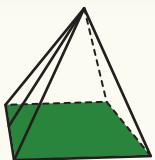
آیا تر او سه مو فکر کړي چې مصریانو د مصر هرمنه په خو کلونو کې جور کړي دي؟

فعالیت



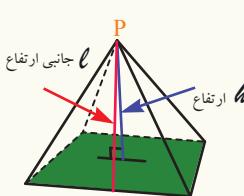
- مخامنځ شکل د کاغذ پر مخ رسم کړئ.
- که چېږي د مثلثونو راسونه یو له بل سره و نښلوی خه ډول شکل په لاس راخې؟
- د شکل له معخي آیا کولای شئ د هرم د جانبی سطحود مساحت د پیدا کولو لپاره یوه طریقه بیان کړئ؟
له پورته فعالیت خخه لرو چې:

تعريف



هرم یو هندسي خو وجهې شکل دی چې قاعده یې یوه مضلع او جانبی سطحې یې مثلثونه دی او یو ګه راس لري.

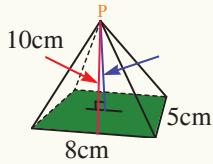
$$S = \frac{1}{2} n.b.l$$



دلته n د ضلعو شمېر، b د هغه مثلث قاعده ده چې جانبی ارتفاع ورباندې رسم کېږي او l جانبی ارتفاع (د مثلث ارتفاع) ده. د هرم ارتفاع له هغه ټوټه خط خخه عبارت ده چې د هرم له راس خخه د هغه په قاعده باندې عمود وي.

د جانبی سطحومساحت + د قاعدي مساحت = د هرم کلي مساحت
 $A = B + S$

مثال: په لاندې شکل کې د هرم او بدواли سور او جانبي ارتفاع درکړ شوي دي د هغه کلې مساحت پیدا کړئ.



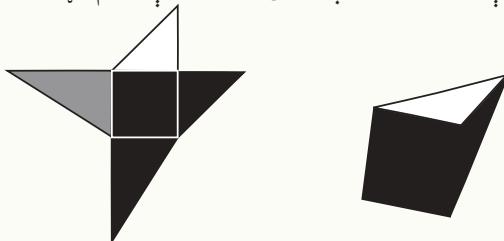
حل: پوهېرو چې د هرم قاعده مستطيلي ده او خلورضلعي لري، نو:

$$S = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 8 \text{cm} \cdot 10 \text{cm}$$
, $S = 160 \text{cm}^2$
 سطح مساحت

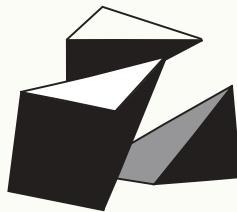
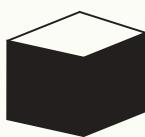
$$\begin{aligned} B &= 8 \text{cm} \cdot 5 \text{cm} = 40 \text{cm}^2 \\ A &= S + B \Rightarrow A = 160 \text{cm}^2 + 40 \text{cm}^2 \\ &\Rightarrow A = 200 \text{cm}^2 \end{aligned}$$

فعاليت

- درې تختې کاغذونه په پام کې ونيسي او لاندې شکل په هريوه کې رسم کړئ.

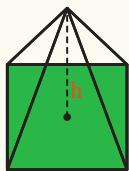


- درې واړه سپیني تختې کاغذونه پړی کړئ او له هغو خخه درې هرمونه جوړ کړئ.
- جوړ شوي هرمونه یو د بل تر خنګه داسې کېږدي چې یو مکعب په لاس راشي.
- د هرم او مکعب حجمونه یو له بله سره پرتله کړئ.



له پورته فعالیت خخه لرو چې:

د مکعب مستطيل حجم د هرم د حجم 3 برابره دي، نو د هرم حجم د مکعب مستطيل د حجم یو دريمه دي.



نوکه چېړي د هرم حجم په V ارتفاع یې په h او د قاعدي مساحت یې په سره وښيو، نو د هرم حجم مساوي دی له:

$$V = \frac{1}{3} B \cdot h$$

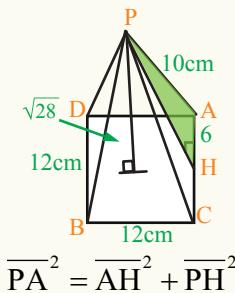
مثال: په لاندې مربع القاعده هرم کې د قاعدي د ضلعې او بدواли او د هرم ارتفاع یې

درکړل شوی دي د هرم کلې یا ټول مساحت او حجم حساب کړئ.

حل: خرنګه چې د هرم قاعده مربع ده، نو مساحت یې عبارت دی له.

$$B = a^2 \Rightarrow B = 12 \cdot 12 = 144 \text{ cm}^2$$

او س د AHP په قایم الزاویه مثلث کې $\triangle APC$ چې د \overline{PH} مثلث ارتفاع ده، په لاس را پرو.



$$\overline{PA}^2 = \overline{AH}^2 + \overline{PH}^2$$

$$10^2 = 6^2 + \overline{PH}^2 \Rightarrow \overline{PH} = l = 8 \text{ cm}$$

$$S = \frac{1}{2} n \cdot b \cdot l$$

د هرم خلور واره سطحي له مثلشونو څخه جوړي شوي دي. نو:

$$S = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 12 \text{ cm} \cdot 8 \text{ cm}$$

$$S = 4 \times \frac{1}{2} (12 \times 8) \text{ cm}^2$$

$$= 2(96) \text{ cm}^2 = 192 \text{ cm}^2$$

$$A = 192 + 144 = 336 \text{ cm}^2$$

$$V = \frac{1}{3} \cdot B \cdot h$$

$$V = \frac{1}{3} \cdot 144 \cdot \sqrt{28}$$

$$V = \frac{1}{3} \cdot 144 \text{cm}^2 \cdot 5.29 \text{cm}$$

$$V = \frac{1}{3} \cdot 761.76 \text{cm}^3$$

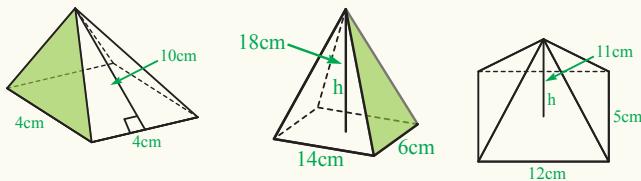
$$V = 253.92 \text{cm}^3$$

تمرین

1- د هغه هرم حجم پیدا کړئ چې قاعده یې مربع او د مربع د ضلعې او بردوالۍ یې 40m او د هرم ارتفاع 27m وي.

2- یوه خیمه د مربع القاعده هرم شکل لري په دې خیمې کې خو متنه مکعب هوا وجود لري؟ په دې صورت کې چې د مربع د ضلعې او بردوالۍ 7m او د هرم ډوله خیمې ارتفاع 5m وي.

3- د لاندې شکلونو هر یوه حجم پیدا کړئ:



د مخروط مساحت او حجم



آيا تر اوسه مو فکر کړي دی چې یو
مخروط د یوې ضلعي په شاوخوا د
کوم ډول مثلث له دوران خخه منځ ته
راخي؟

تعريف

قایم مخروط داسې جسم دی چې په یوې قایمې ضلعي باندي د یوه قایم الزاویه مثلث له دوران خخه لاسته راخي، هغه ټوپه خط چې د مخروط راس د هغه د قاعدي له مرکز سره نښلوی د مخروط محور بلل کېږي. که چېري محور په قاعدي باندي عمود وي قایم مخروط دی له هغه پرته مایل مخروط بلل کېږي د مخروط مساحت د لاندې فرمول په واسطه په لاس راخي چې $\pi r^2 l$ په کې د مخروط د مولد خط اوپرداли دی: $B = \pi r^2$ د قاعدي مساحت $A = B + S = \pi r^2 + \pi r \cdot l = \pi r(r + l)$ د یوې جانبې سطحي مساحت

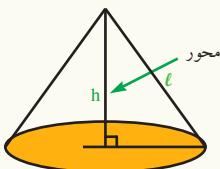
فعالیت

- یوه استوانه یې ډوله او یو مخروطي ډوله جسمونه چې قاعدي یې یو له بله سره مساوي وي له کاغذ خخه جور کړئ، مخروطې جسم له ریگ خخه ډک او په استوانه یې جسم کېږي تشن یعنې واچوئ.
- د خو ډکو مخروطونو په واسطه استوانه یې جسم په بشپړه توګه ډکېږي.
- د استوانې او مخروط حجمونه یوله بله سره خه ډول اپېکې لري؟

له پورته فعالیت خخه لاندې پایله په لاس راخي:
لیدل کېږي چې د استوانې حجم د مخروط 3 برابره دی، نو د مخروط حجم د استوانې د حجم یو

دریمه دی،

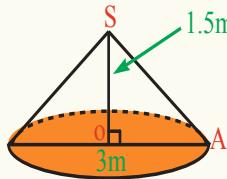
$$\text{د استوانې حجم} = \frac{1}{3} \text{ د مخروط حجم}$$



خرنګه چې:

$$V = \frac{1}{3} \pi r^2 \times h \quad \text{نو د مخروط حجم یعنې:}$$

لومړۍ مثال: د غنوميو درمند د مخروط شکل لري چې ارتفاع یې $1.5m$ او د قاعدي قطر



$$h = 1.5m$$

یې $3m$ دی. د هغه کلې مساحت پیدا کړي.

$$\text{حل: } d = 3m, r = 1.5m$$

خونګه چې د مخروط قاعده دائريوی ده، نو:

$$B = \pi r^2 = 3.14(1.5)^2 = 7.065m^2$$

او س د جانبي سطحې د پیدا کولو لپاره باید د قایم الزاوية مثلث وتر پیدا کړو:

$$\overline{SA}^2 = \overline{OA}^2 + \overline{OS}^2$$

$$\overline{SA}^2 = (1.5m)^2 + (1.5m)^2 = 4.5m^2$$

$$\overline{SA} = 2.12$$

$$S = \pi r \ell = 3.14 \times 1.5 \times 2.12$$

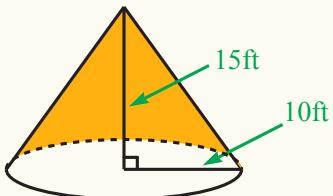
$$S = 4.17 \times 2.12 = 9.9852m^2$$

$$A = B + S = 7.065 + 9.9852 = 17.0502m^2$$

دویم مثال: د لاندې مخروط حجم د درکړ شوو قيمتونو له معنې حساب کړي:

$$h = 15ft, r = 10ft$$

حل:



$$V = \frac{1}{3} \pi r^2 \times h = \frac{1}{3} \times 3.14(10)^2 \times 15$$

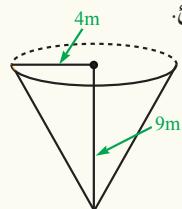
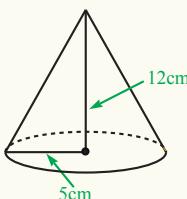
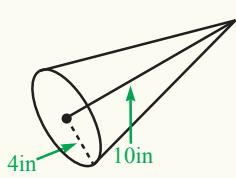
$$V = \frac{1}{3} \times 4710 = 1570$$

$$V = 1570 ft^3$$

تمرین

1- د شګویوه کوتې یا ډېرې مخروطي شکل لري چې ارتفاع یې $2m$ او د قاعدي قطر یې $4m$ دی، د شګو حجم پیدا کړي.

2- په لاندې شکلونو کې د هر مخروط د قاعدي شعاع او ارتفاع درکړ شوي دي د هر یوه حجم حساب کړئ.



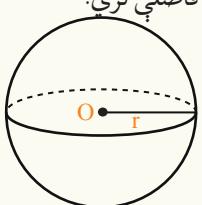
د کری مساحت او حجم



آیا ستاسو په چاپېریال کې د اسې شکلونه او جسمونه شته چې دایروي یا کروي شکل ولري؟ نومونه يې واخلئ.

تعريف

کره داسې جسم دی چې د هېټي تولې نقطې له یوې ثابتې نقطې خخه مساوی فاصلې لري.
ثابتې نقطې ته د کری مرکز، له مرکز خخه د هېټي تر سطحې پورې ثابتې
فاصلې ته د کری شعاع (r) وایي. که چېړې د کری مساحت په A او حجم پې
په V سره وښيو، نولیکلاني شو:



$$A = 4\pi r^2 \quad \text{د کری مساحت}$$

$$V = \frac{4}{3}\pi r^3 \quad \text{د کری حجم}$$

لومړۍ مثال: د هېټي کړي سطحې مساحت او حجم پیدا کړئ چې قطر پې $10cm$ وي.
حل:

$$d = 10cm$$

$$r = \frac{d}{2} = \frac{10cm}{2} = 5cm$$

$$A = 4\pi r^2 = 4 \times 3.14 \times (5)^2$$

$$= 12.56 \times 25 \Rightarrow A = 314cm^2$$

$$V = \frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{4}{3} \times 3.14 \times (5)^3$$

$$= \frac{4}{3} \times 3.14 \times 125 = \frac{4}{3} \times 392.5$$

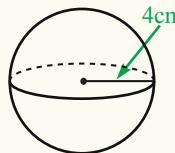
$$= \frac{1570}{3} = 523.33cm^3$$

$$V = 523.33cm^3$$

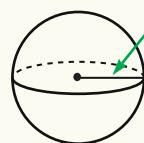
د کری مساحت:

د کری حجم:

دويم مثال: په لاندي شکلونو کې د هري کري حجم درکر شوو قميتوونو له مخي پيدا کړئ:



جز شکل b



جز شکل a

$$r = 3 \quad , \quad V = \frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{4}{3} \times 3.14 \times (3)^3$$

حل:a

$$V = \frac{4}{3} \times 3.14 \times 27 = \frac{4}{3} \times 84.78 \Rightarrow V = 113.04 \text{ cm}^3$$

حل:b

$$r = 4 \quad , \quad V = \frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{4}{3} \times 3.14 \times (4)^3$$

$$V = \frac{4}{3} \times 3.14 \times 64 = \frac{4}{3} \times 200.96 \Rightarrow V = 267.946 \text{ cm}^3$$

تمرین

1- ديوپ کري مساحت 36π سانتي متر مربع دي.

الف: ددي کري شعاع په لاس راوړئ. ب: د کري حجم حساب کړئ.

2- په لاندي جدول کې د کري شعاع درکر شوي ده د کري حجم او مساحت پيدا کړئ او د جدول په تشو خایونو کې بې وليکۍ:

r	6cm	$6 \times \frac{3}{4} \text{ cm}$	9cm	12cm	314cm
A					
V					

3- که چېږي د کري شعاع 2 برابره شي، په حجم او مساحت کې خه ډول بدلون راخي؟

د شپږ م فصل مهم ټکي

• مکعب مستطیل

مکعب مستطیل یو منظم هندسي شپږ و جهېي جسم دی چې تولې و جهېي یې مستطیل شکل دي، او د سطحو مخامنځ زاوېي یې قایمه دي. که چېړې د مکعب مستطیل کلې مساحت په A او حجم یې په V سره و بنیو په دې صورت کې لیکلای شو:

$$A = 2(lw + lh + wh)$$

$$V = l \times w \times h$$

• مکعب

هغه مکعب مستطیل چې د هغه تولې ضلعې یو له بل سره مساوي په a وي مکعب بلل کېږي. که چېړې د هغه مساحت په A او حجم یې په V سره و بنیو، نولرو چې:

$$A = 6a^2$$

$$V = a^3$$

• منشور

منشور یو هندسي منظم جسم دی چې مخامنځ سطحې یې یو له بل سره مساوي او موازي دي او د مخامنځ سطحو زاوېي یې یو په بل باندي انطباق منونکي دي.

• استوانه

قایمه استوانه له دوو انطباق منونکو دايروي قاعدو او له یوې جانبې سطحې خخه چې پرقادعي باندي عمود وي جوره شوي ده. که چېړې حجم یې په V او مساحت یې په A سره و بنیو، نولرو چې:

$$A = 2\pi r(r+h)$$

$$V = \pi r^2 \times h$$

• هرم

هرم یو هندسي خو و جهېي شکل دی چې قاعده یې یوه مضلع او جانبې سطحې یې مثلثونه دي او په یوه راس کې ګډا دي.

د جانبې سطحو مساحت + د قاعدي مساحت = د هرم کلې مساحت

$$A=B+S$$

که چېړې د هرم حجم په V او ارتفاع یې په h او د قاعدي مساحت یې په B سره و بنیو، نولرو چې:

$$V = \frac{1}{3}B \times h$$

• مخروط

قایم مخروط داسې جسم دی چې په یوې قایمې ضلعې باندي د یوه قایم الزاویه مثلث له دوران خخه لاس ته راخېي، هغه پوټه خط چې د مخروط راس د هغه د قاعدي له مرکز سره نېبلوي د مخروط

محور بلل کېرى. كە چېرى مەحور پە قاعدى باندى عمود وي، قايم مخروط او لە هەغە پىرە مايل مخروط بلل کېرى.

كە چېرى د مخروط كلى مساحت پە A او حجم يې پە V سره وبنىو نۇ لرو:

$$A = \pi r^2 + \pi r \times \ell$$

$$V = \frac{1}{3} \pi r^2 \times h$$

• كە

كە هەغە جسم دى چې د ھەغى تولىپ نقطى لە يۈپ ثابتى نقطى خەخە مساوي فاصلىي ولرى. ثابتى نقطى تە دكىرى مرکز وايى، كە چېرى دكىرى مساحت پە A او حجم يې پە V سره وبنىو. لىكلى شو:

$$A = 4\pi r^2$$

$$V = \frac{4}{3} \pi r^3$$

عوموي پوښتني

• د لاندي هري پوښتنې لپاره خلور څوابونه درکر شوي دي له هر سم څواب خخه کربنه تاو کړي.

1- د استوانې محور له قاعدي سره لاندي زاوي جورو:

(b) منفرجه (a) حاده

(c) قايمه (d) سم دي

2- د هرم ارتفاع هغه ټوته خط دي چې له راس خخه پر قاعدي باندي:

(a) موازي دي (b) مایل دي

(c) عمود دي (d) یوې هم نه دي

3- که چېږي د یوه مخروط ارتفاع چې قاعده یې دایروي وي $20cm$ او د قاعدي شعاع یې $10cm$

وي حجم یې مساوي دي له:

$2093.3cm^3$ (b) $2093.3cm^3$ (a)

$209.33cm^3$ (d) $209.33cm^2$ (c)

4- که چېږي د یوه مکعب مستطيل او بردوالي، سور او ارتفاع یې په ترتیب 3، 2 او 1 سانتي متراه وي د هغه د CA قطر او بردوالي عبارت دي، له:

$\sqrt{14}$ (b) 2 (a)

6 (d) $\sqrt{1}$ (c)

5- هغه فضا چې د یوه جسم په واسطه نیول کېږي په کوم نامه یادېږي:

(b) د جسم وزن (a) د جسم حجم

(c) درې واړه صحیح دي (d) د جسم کتله

• لاندي تش څایونه په مناسبو کلمو سره ډک کړي:

1- هغه مکعب مستطيل چې او بردوالي، سور او ارتفاع یې سره مساوي دي له عبارت دي.

2- مکعب مستطيل یو منظم هندسي دی چې ټولې د سطحو مخامخ قايمه دي.

3- قايم استوانه داسې جسم دی چې له دوو انطباق منونکو قاعدو او باندي عمود دي جوړه شوي ده.

4- د هرم حجم د د حجم خومه د چې د عينې قاعدي او لرونکي وي.

5- قايمه مخروط هغه جسم دی چې په یوه د یوه مثلث له دوران خخه لاس ته رائخي.

• له لاندي جملو خخه کومه یوه سمه او کومه یوه غلطه ده؟ د سمې مخې ته د (ص) توري او د غلطې مخې ته د (غ) توري ولیکئ:

1- () په یوه منشور کې د ټولو سطحو د مساحتونو او قاعدو د مساحتونو له جمع کولو خخه

جانبي سطح په لاس راخي.

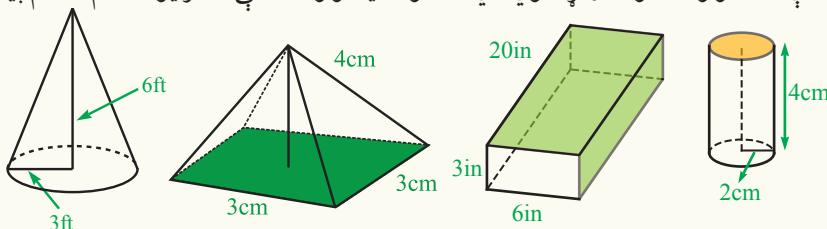
- 2-) که چېري استوانه د محور په اوبردوالی سره قطع او خلاصه شي یوهرم لاس ته راخي.
 3-) که چېري د مکعب مستطيل اوبردوالی a , برپي b او ارتفاع پي c وي د نوموري مکعب مستطيل حجم له abc خخنه عبارت دي.
 4-) کره هغه جسم دي چې دهغې ټولې نقطې له یوې ثابتې نقطې خخنه مساوي فاصلې ولري.

- 5-) د مخروط حجم د استوانې حجم $\frac{1}{5}$ برخه ده په دې صورت کې چې د هماغه قاعدي او ارتفاع لرونکي وي.
 • لاندي پونستې حل کړئ.

- 1- د مکعب کلي مساحت او حجم پيداکړئ چې د راس خط (ارتفاع) پي په لاندي توګه درکړل

- شوي ده
 a) $24m$ b) $\sqrt{9}m$ c) $3\frac{3}{5}m$ d) $4\sqrt{27}$
 2- د پوډري شيدو قوطى استوانه پي شکل لري چې د قاعدي شعاع پي $6cm$ او ارتفاع پي $12cm$ د نوموري قوطى کلي جاني مساحت او حجم پيداکړئ.
 3- په مربع القاعده خيمه کې خومتره مکعبه هوا شته، په داسې حال کې چې د خيمې د هرم د مربع د ضعلې اوبردوالی او ارتفاع $5m$ وي.

- 4- د لاندي جسمونو شکلونه درکړ شوي دي د هغه د قيمتونو له مخې د هر یوه جسم حجم پيدا کړئ.



- 5- دوي کري په ترتیب د $1cm$ او $2cm$ شعاع لرونکي دي.
 الف: د هرپي یوې مساحت پيداکړي. ب: د هرپي یوې حجم پيداکړئ.
 6- د مخامنځ شکل په توګه دوه قایمې استوانې په پام کې ونسیئ چې د قاعدو مرکز پي یو (عنيي مرکن) وي.
 الف: د لوپي استوانې او کوچنۍ د جاني مساحتوونو نسبت پيدا کړئ.

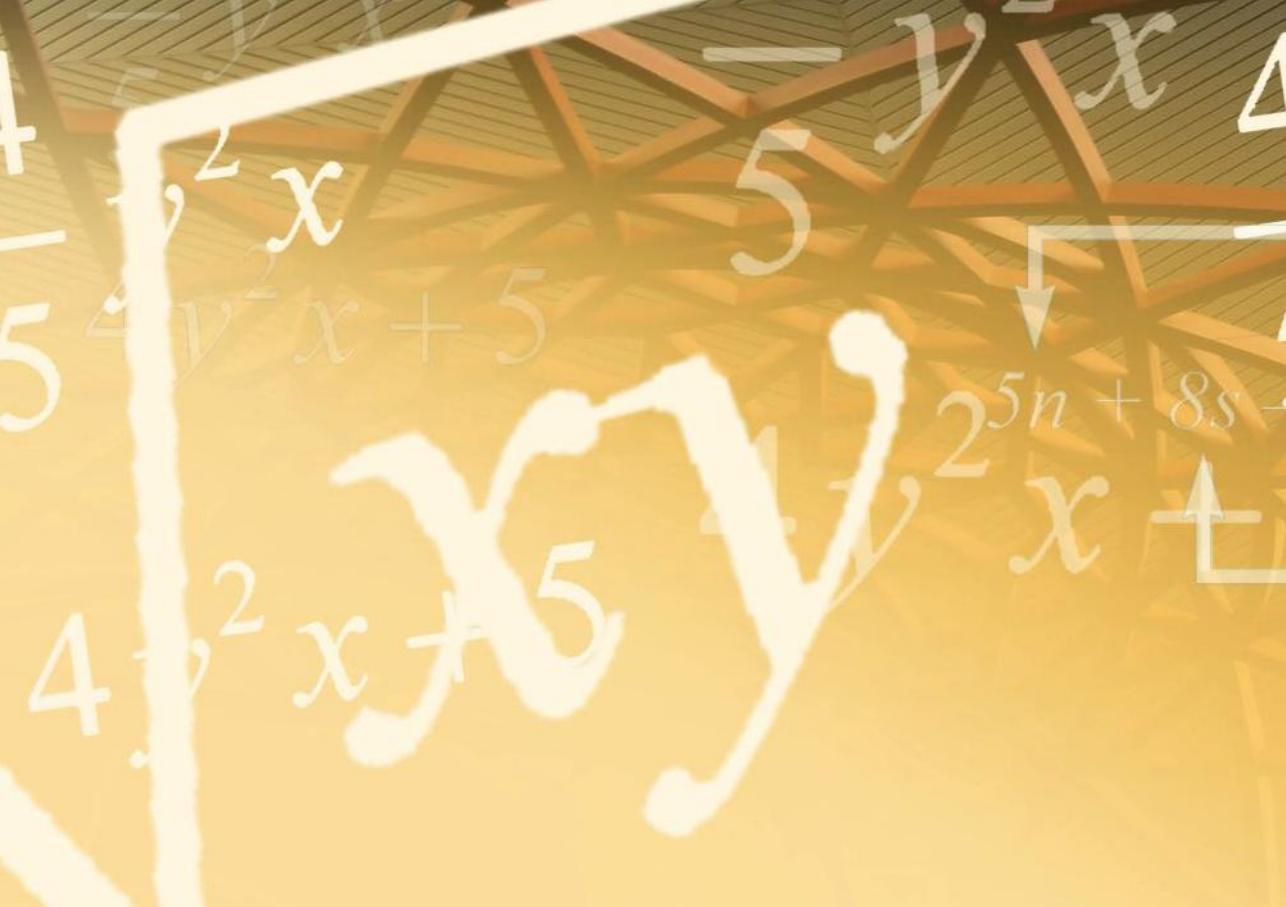
- ب: د لوپي استوانې او کوچنۍ د حجمونو نسبت خومره دي.
 7- څمکه چې کابوکروي ۵. که چېري د څمکې شعاع 6400 کيلو متره وي.
 الف: د څمکې مساحت حساب کړي. ب: د څمکې حجم حساب کړئ.

اولوم فصل

الجيري افادی

$$\frac{4y^2x + 5}{x} - \frac{4y^2x - 5}{2n - 7s}$$

$$(5 - 2)n + (8 - 7)s = 3n + s$$



د متحول مفهوم

يو شته من غواپي د خپلو عوایدو $\frac{1}{10}$
بپوزلو ته ورکري. دا خبره د ریاضي له
مخپي خنگه بیانولای شو؟

$$5000 \cdot \frac{1}{10}$$

$$13000 \cdot \frac{1}{10}$$

$$x \cdot \frac{1}{10}$$

$$10000 \cdot \frac{1}{10}$$

فعاليت

لاندي جدول بشپړ کړئ:

د مریع د ضلعې اوږدوالی	2	1	3	10	$\frac{1}{10}$	9
د مریع محیط	4×2					
د مریع مساحت			3×3			

- $4 \times a$ یعنې خه؟ د ساده کولو لپاره په $4a$ سره بنیو.
- آیا کولای شود هرې مریع مساحت د a^2 په شکل سره وبنیو؟
- آیا کولای شود مریع د مساحت د بنودلو لپاره له نورو تورو خخه کار واخلو؟
- که چېرې محیط (چاپېریال) په P او مساحت په S سره وبنیو د مریع د مساحت او محیط د پیدا کولو لپاره قاعدي پیدا کړئ.
- د a په خای د 4 په اپنودلو سره چې 4 د مریع د ضلعې اوږدوالی وبنیو د مریع محیط او مساحت پیدا کړئ.
- آیا کولای شود a په خای بل هر مثبت عدد ولیکو؟ دا مثبت عدد خه رابنې؟

له پورته فعالیت خخه لیکلای شو:

کولای شو د قاعدي او قانون د بیانولو لپاره له تورو خخه کار واخلو خرنګه چې د تورو په خای مختلف قيمتونه لیکلای شو، نو دغه ډول توري متحول بلل کېږي.

لومړۍ مثال: د a او 5 عدد جمع کولو څخه یوه افاده ولیکئ او د 5, -3, $a = 2$ لپاره د افادي ډیمېتونه پیدا کړئ.

حل: نوموري افاده $5 + a$ څخه عبارت ده چې د a مختلفو ډیمېتونو لپاره لاندې جدول بشپړ وو.

a	2	-3	5
$a + 5$	$2 + 5 = 7$	$-3 + 5 = 2$	$5 + 5 = 10$

دويهم مثال: هر یو عدد چې به خیل څان کې ضرب شي د ضرب حاصل ېې د 2 په توان له همغه عدد سره مساوی وي. دا عبارت د یوې افادي په شکل ولیکئ او په دوو مثالونو کې وبنیاست.

حل: د تورو افاده یې عبارت ده، له: $a \times a = a^2$

که چېږي $a = 2$ وي نو: $a^2 = 2^2 = 4$.

که چېږي $\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4}$ وي نو:

تمرین

لاندې جملې د مناسبو تورو په ټاکلو سره د تورو د افادو په شکل وبنیاست او د هر یو له لپاره 3 عددی مثالونه ولیکي.

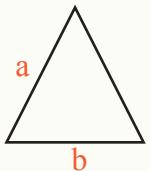
- هر عدد د یو په توان مساوی دی له خپل هم هغه عدد سره.
- یو د هر عدد په توان مساوی دی له یو له سره.
- هر عدد د صفر په توان مساوی دی له یو له سره.
- صفر د هر عدد په توان مساوی دی له صفر سره.
- د یو همکعب د حجم اندازه مساوی ده د هغه د یوې ضلعې اندازه په توان د 3 سره.
- آیا کولاۍ شئ د پورته رابطو په ډول نوري رابطي ولیکئ؟ دوو مثالونه راوړي.

الجبری افادي



يوه بانک اعلان کړي د چې د بانک د
کلني ربع نرخ 10% دی. ناصر له خان
سره فکر وکړ چې خومره پانګه د خومره
وخت لپاره په بانک کې کېږدي چې له
ګټهي سره یې پانګه 2 برابره شي؟

فعاليت



- په مخامنځ متساوي الساقين مثلث کې د ساق د ضلعې اندازه په a او قاعده یې په b سره بنیو، ولې دواړه ساقونه په a سره بنیو؟
- د مثلث محیط د یوې الجبری افادي په واسطه ولیکي او محیط ېې د $a = 4$ او $b = 5$ لپاره پیداکړي.



- د مستطيل محیط او مساحت د یوې الجبری افادي په شکل ولیکي.
- د مستطيل مساحت او محیط د $w = \frac{3}{4}l$ او $l = \frac{4}{3}w$ لپاره پیداکړي.

له پورته فعالیت خخه لیکلای شو:

د a^2 او $\sqrt{4a}$ ، $4a$ ، $a \cdot b$ ، $3a - b$ ، $2a + b$ او جذر عمليو له تركيب خخه چې پګړي عددونه یو یا خو متحولین دی، جوري شوي وي الجبری افادي بلل کېږي، کولای شو د یوې الجبری افادي قيمت د متحول د مختلفو قيمتونو لپاره پیداکړو.
لومړۍ مثال: د $2b$ الجبری افادي قيمت د $2, -2, 4, -3$ ، $b = \frac{3}{2}$ لپاره پیداکړي.
حل:

b	2	4	-2	-3	$\frac{3}{2}$
$2b$	$2 \times 2 = 4$	$2 \times 4 = 8$	$2 \times (-2) = -4$	$2 \times (-3) = -6$	$2 \times \frac{3}{2} = 3$

دوييم مثال: که چېرې د یوه بانک کلنی ریح 10% وي، هغه قاعده چې بانک یې پانګوالو ته د ریحې لپاره لري د الجبری افادي په شکل ولیکي.

حل: که چېرې ریح په P ، پانګه په A ، بيه په R او وخت په T سره ونبیو، نولیکلای شو:

$$P = A \times R \times T$$

تمرین

1- د درکړل شوو قيمتونو له مخې د هري الجبری افادي عددي قيمت پیدا کړئ.

x	1	6	-2
$x - \frac{1}{2}$			

a	2	-5	3
b	$-\frac{1}{2}$	9	5
$b(a+7)$			

2- پروین هره ورڅ د تاریخ د کتاب خو مخه لولي. که چېري پروین په یوه ورڅ کې د کتاب x مخونه ولولي د هغو مخونو شمېر چې پروین ېې په یوه ورڅ کې لولي او د هغو مخونو شمېر چې پروین ېې په یوه اونۍ کې لولي د یوبې الجبری افادي په واسطه ونبیاست.

د الجبری افادو ساده کول

X: کتابچه

y: قلم

$$2x + 3x = 5x$$

$$3x + 2y = ?$$

مریمپی وویل: ما دوه کتابچې درلودې.
پلار مې نورې درې کتابچې راته راونیولې
اوسمى کتابچې لرم. پلار
کبیر وویل: زه هم درې کتابچې لرم. پلار
مې 2 قلمونه راته وانخیستل، خه ویلاي
شم؟

فعالیت

لاندې افادې ساده او بشپړي کړئ.

$$5 \times 3 + 2 \times 3 = (5 + 2) \times 3 = 7 \times 3$$

$$8 \times 0.5 - 2 \times 0.5 = (\dots - \dots) \times \dots = \dots \times \dots = \dots$$

$$2 \begin{array}{c} \text{book} \\ + 3 \end{array} = (\dots + \dots) \quad \begin{array}{c} \text{book} \\ = \dots \end{array}$$

$$4 \begin{array}{c} \text{pencil} \\ + 3 \end{array} = (\dots + \dots + \dots) \quad \begin{array}{c} \text{pencil} \\ = \dots \end{array}$$

$$2a + 3a = (\dots + \dots)a = \dots a$$

$$-3y + 4y = (\dots + \dots)y = \dots y$$

$$2ax + 3ax = (\dots + \dots) \times ax = \dots ax$$

• د پورته افادو په ساده کولو کې له کوم خاصیت خخه کار اخیستل شوي دي؟

• آیا کولای شو د  + 2  3 افاده ساده کړو؟

• آیا کولای شو د $2b + 3b$ افاده، ساده کړو؟

کولای شو له پورته فعالیت خخه داسې پایله تر لاسه کړو:
په پورته هره الجبری افاده کې $2ax - 3y$ ، $2a$ یو حده افاده بلل کېږي. هغه دوه حدونه چې د هغو توپیر یوازې په ضربونو کې دی، یعنې ضربونه یې توپیر لري خو توري او توانونه یې یو ډول وي، مشابه حدونه بلل کېږي. د الجبری افادي د ساده کولو لپاره مشابه حدونه په پام کې نیسو او هغوي یو له بله سره جمع یا یو له بله خخه تفریقوو.

لومړۍ مثال: لاندې افادي ساده کړئ:

$$5n + 8s - 2n - 7s = ?$$

حل: خرنګه چې د $5n$ او $2n$ - توپیر یوازې د متحول په ضربونو کې دی، نو مشابه حدونه دی په همدي ډول $7s$ - او $8s$ هم مشابه دی چې په لاندې ډول بنوول شوي دی:

$$5n + 8s - 2n - 7s = (5 - 2)n + (8 - 7)s = 3n + s$$

خرنګه چې s او $3n$ یو له بله سره مشابه نه دی له دې خخه زیات ساده کېږای نشي.

دوبیم مثال: د $5xy^2 + 4yz^2 + 3yz + 8$ او $8 - 4yz + xy^2$ افادي جمع کړئ.

$$\begin{array}{r} 5xy^2 + 4yz^2 + 8 \\ + \quad xy^2 + 3yz \\ \hline 6xy^2 + 7yz \end{array}$$

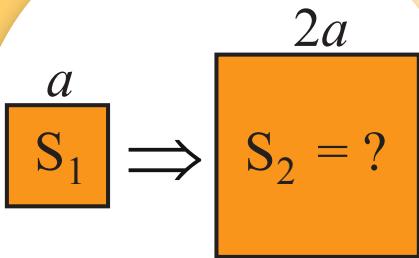
تمرین

1- لاندې افادي ساده کړئ:

- | | |
|---|--|
| a) $5a + 7d - 4a + 3d$ | b) $8c + 3k + 5k - 8k$ |
| c) $3d + 2c + 4d + 3c - 5d$ | d) $4b - 5 - 3b + 2$ |
| e) $9xy - 7x + 5 - x^2 + 2xy + 2x^2 - 2$ | f) $3a^2 - 7a - 2 - 5a^2 + 3a + 17$ |
| g) $\begin{array}{r} 3x^2 + 6xy + 4y \\ - x^2 + 4xy + 9y \end{array}$ | h) $\begin{array}{r} 3xy - 2yz + 4zx \\ + 2xy + yz + 32zx \end{array}$ |

- 2- لاندې کومې افادي یو له بله سره مشابه دی:
- | | |
|-------------------------|----------------------|
| a) $-4x^2y$, $2x^3y^3$ | b) $3xy^2$, $8x^3y$ |
| c) $3x^2$, $9x^2$ | |

د یو حده افادو ضرب



د a ضلعې په اوبردواالي یوه مربع لرو که چېرې د مربع ضلعې دوه برابره شي د لوړۍ مربع پر دویمې مربع د مساحتونو نسبت خومره دي؟

فعاليت

لأندي تساوي ګانې په پام کې ونيسي:

$$(3x^3y^2) \cdot (2x^2y) = (3 \times 2)x^3y^2 \cdot x^2y = 6x^{3+2}y^{2+1} = 6x^5y^3$$

$$(4a^2b) \cdot (6ab^2) = (4 \times 6)a^2b \cdot ab^2 = 24a^3b^3$$

- د ضرب په دي حاصل کې د ضرب د عملېي له کوم خاصيت او د طاقتونو د ضرب له کومې قاعدي خخه کار اخیستل شوي دي؟

- د مساواتو د کين لوري د حدونو عددې ضربونه او د سني لوري د حدونو عددې ضربونه یو له بل سره خه ډول اړیکې لري؟

- د کين لوري اوښي لوري په دوو الجبري افادو کې د هر یوه متحولو توان یو له بل سره خه ډول اړیکې لري؟

- د پورته قواعدو په نظر کې نیلو سره لاندي افادي ساده کړئ. $3x^2y^3z^2 \times 4x^2y^3z = \dots$

$$-9x^3a^2 \times \frac{1}{5}ya^3 = \dots$$

له پاسني فعالیت خخه لاندي پایله په لاس راخي:

خرنګه چې په پورتني فعالیت کې، لکه: $3x^3y^2, 2x^2y, 6ab^2, 4a^2b$ افادي د عدد او توان لرونکو متحولینو د ضرب خخه جور شوي دي، د یو حده او هغه عددونه چې په متحولینو کې ضرب شوي دي، د یو حده ضرب بلل کېږي.

د یو حده په ضربولو کې لوړۍ باید د هغو ضربونه یو له بل سره ضرب کړو او د مشابه متحولینو توانونه هم یو له بل سره جمع کړو.

لومړۍ مثال: د $6b^3$ او $-4ab$ - الجبری افادي یو له بله سره ضرب کړئ.

$$(-4ab)(6b^3) = (-4 \cdot 6)abb^3 = -24ab^4$$

حل: دویم مثال: په لاندې الجبری افادو کې کومه یوه بې یو حده ده؟

- a) $\frac{4}{5}y^2x$
- b) $4y^2x + 5$
- c) $\frac{4y^2}{x}$
- d) \sqrt{xy}

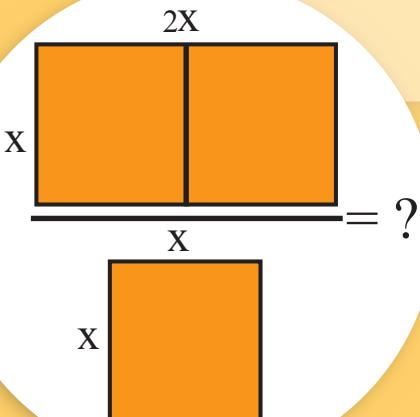
حل: (a) او d هريو، یو حده دی، خکه د یوه عدد او توان لرونکو متحولینو له ضرب خخه جوړي
شووي دي.

تمرین

د لاندې یو حده افادو د ضرب حاصل پیدا کړئ:

- a) $\frac{-a^4b^8}{a^4b^7}$
- b) $\frac{a^4b^2}{a^6b^2}$
- c) $\frac{10m^4}{30m}$
- d) $\frac{-9c^4d^5}{-45c^3d^3}$
- e) $\frac{6xy^2 - 3xy + 2x^2y}{xy}$
- f) $\frac{4y^2 + 6}{2}$

د یو حده افادو ویش



د یوه مستطیل مساحت چې اوبردواںي $2x$
او سورېي x دی، د هغې مریع د مساحت
څو برابره کېږي چې اوبردواںي یې x
دی؟

فعاليت

$$\frac{3y^5}{y^2} = \frac{3y \square y \square}{y^2}$$

$$\frac{3y^5}{y^2} = 3y \square - \square = 3y \square$$

تش خایونه ډک کړئ.

$$\frac{6x^5 y^5}{7x^2 y^3} = \frac{6x \square x \square y \square y \square}{7x^2 y^3} = \frac{6}{7} x \square y \square$$

$$\frac{6x^5 y^5}{7x^2 y^3} = \frac{6}{7} x \square - \square y \square - \square = \frac{6}{7} x \square y \square$$

- د یو حده افادو د وېش دواړه طریقې یو له بل سره پرته او ووایاست چې په هره طریقه کې له کوم خاصیت خخه کار اخیستل شوی دی؟
 - د متحولینو ضرب او توانونه چې په مقسوم او مقسوم عليه کې دی یو له بل سره خه ډول اړیکې لري؟
- د پورته فعالیت خخه ویلای شو:

د یو حده افادو په وېش کې د کسرونو د ساده کولو له طریقې خخه کار اخیستل کېږي. لوړۍ د یو حده افادي عددي ضربونه یو پر بل وېشو او پاتې حدونه د توانونو د قوانینو له معنې سره ساده کړو.

لومړۍ مثال: د $20x^4 y^3 z - 5x^3 y^2 z$ باندې وېشو:

حل:

$$\frac{-20x^4y^3z}{5x^3y^2z} = \frac{-20}{5} \times \frac{x^4}{x^3} \times \frac{y^3}{y^2} \times \frac{z}{z}$$

$$= -4xy$$

دوييم مثال: د الجبري افاده ساده کري.

حل:

$$\frac{12x^3 + 8x^2}{2x} = \frac{12x^3}{2x} + \frac{8x^2}{2x}$$

$$= 6x^2 + 4x$$

تمرين

ساده يي کري:

a) $\frac{-a^4b^8}{a^4b^7}$

b) $\frac{a^4b^2}{a^6b^2}$

c) $\frac{10m^4}{30m}$

d) $\frac{-9c^4d^5}{-45c^3d^3}$

e) $\frac{6xy^2 - 3xy + 2x^2y}{xy}$

f) $\frac{4y^2 + 6}{2}$

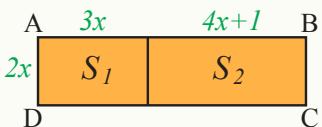
د الجبری افادو ضرب

$$S_1 = 5 \times 4$$

$$S_2 = ?$$

پوهېږو، که د یو مستطيل او بردواړي 5 او سورې 4 سانتي متره وي، مساحتې خنګه پیدا کولای شو؟ آیا د یو داسې مستطيل مساحت چې او بردواړي یې $3x^2 - 2$ او سورې x^5 وي هم پیدا کولای شو؟

فعاليت



- مخامنځ شکل په پام کې ونيسي:
- د S_1 مستطيل مساحت د یوې الجبری افادي په ډول ولیکي.
- د S_2 مستطيل مساحت د یوې الجبری افادي په ډول ولیکي.
- د $ABCD$ مستطيل مساحت د یوې الجبری افادي کې ولیکي او هغه په S سره وښیاست.
- د S , S_1 او S_2 تر منځ څه ډول اړیکې شتون لري؟

د پورته فعالیت خخه لیکلای شو:
که چېرې یو الجبری حد په یوې الجبری افادي کې ضرب کړو ددې لپاره په جمع کې د توزيعي له
خاصیت خخه کار اخیستلی شو.

لومړۍ مثال: د $-5ax^2 - 5$ یو حده د $x^2 - a^2$ په الجبری افادي کې ضرب او د ضرب حاصل یې پیدا کړئ.

$$\text{حل: } -5ax^2(x^2 - a^2) = (-5ax^2) \times x^2 + (-5ax^2) \times (-a^2)$$

$$= -5ax^4 + 5a^3x^2 \quad 3a^2(a^3 - 2a^2 + 6a) = ?$$

$$\text{حل: } 3a^2(a^3 - 2a^2 + 6a) = 3a^2(a^3) + 3a^2(-2a^2) + 3a^2(6a)$$

$$= 3a^5 - 6a^4 + 18a^3$$

فعالیت

	$3x$	$2b$
$2x$	S_1	S_3
b	S_2	S_4

- مخامن شکل په پام کې ونيسي.
- S_1 مستطيل مساحت پيداکړي.
- S_2 مستطيل مساحت پيداکړي.
- S_3 مستطيل مساحت پيداکړي.
- S_4 مستطيل مساحت پيداکړي.
- که چېرې د مستطيل اوږدوالي $2x + b$ او سورېي $3x + 2b$ وي. د لوی مستطيل مساحت پيدا کړي او هغه په S سره وښیاست.
- د S_1 ، S_2 ، S_3 او S_4 تر منځ اړیکې ولیکې.

له پورته فعالیت خخه لیکلی شو:
که چېرې دوه الجبری افادي یو له بل سره ضرب کړو ددې له پاره په جمع کې د توزيعي خاصیت خخه په کار اخیستني سره د لومړۍ افادي ټول حدونه په ترتیب سره د دویډي افادي په ټولو حدونو کې ضربوو.

لومړۍ مثال: د $x + 2$ دوہ حله د $-x - 1$ په دوہ حله کې ضرب او د ضرب حاصل بې په لاس
($x + 2$)($x - 1$) = $x(x - 1) + 2(x - 1)$

$$\begin{aligned} &= x^2 - x + 2x - 2 \\ &= x^2 + x - 2 \end{aligned}$$

دویډي مثال: د $(x + 2)(x - 2)$ افاده ساده کړي.

$$\begin{aligned} (x + 2)(x - 2) &= x(x - 2) + 2(x - 2) \\ &= x^2 - 2x + 2x - 4 \\ &= x^2 - 4 \end{aligned}$$

دریم مثال: د $(x - 2)$ دوہ حله د $(x^3 + 5x - 7)$ په درې حله کې ضرب او د ضرب حاصل بې
($x - 2$)($x^3 + 5x - 7$) = $x \cdot x^3 + x \cdot 5x + x(-7) - 2x^3 - 2(5x) - 2(-7)$ پيداکړي.

$$\begin{aligned} &= x^4 + 5x^2 - 7x - 2x^3 - 10x + 14 \\ &= x^4 + 5x^2 - 2x^3 - 17x + 14 \end{aligned}$$

تمرین

د لاندې افادو د ضرب حاصل لاس ته راوړي:

- | | |
|---------------------------|-----------------------------------|
| 1) $-3n(2n^4 - 6n^2)$ | 2) $5ab(a^2 - ab + b^2)$ |
| 3) $-9k^3(2k^2 - 4k - 7)$ | 4) $(a + b)(x + y)$ |
| 5) $(x + 1)(x^2 - x + 1)$ | 6) $(2a + 3b)(2a - \frac{3c}{2})$ |

$$(10002)(9998) =$$

آیا کولای شئ د، 10002×9998 د ضرب لپاره یوه ساده او لنډه لار پیدا کړئ؟

$$(10000+2)(10000-2)$$

$$= (10000)^2 - 2^2$$

فعالیت

په لاندې جدول کې د A او B دوو الجبری افادو قیمت د x د مختلفو قیمتونو لپاره پیدا کړئ:

x	$A = 3x(2x - 4)$	$B = 6x^2 - 12x$
3		
2		
-4		
0		
$\frac{1}{2}$		

- د A او B او ترمنځ خه ډول اړیکې شته دي؟
- لاس ته راغلې رابطه په دوو نورو مثالونو کې واژمویء.

له پورته فعالیت خخه کولای شود A او B ترمنځ اړیکې په لاندې توګه په لنډه چول بیان کړو:
دوو الجبری افادي چې د متحول د ټولو قیمتونو لپاره، تل سره مساوی وي یو مطابقت بلکېږي.

فعالیت

- د ضرب لاندې عملې د مطابقت په پام کې نیولو سره سرته ورسوئ.
- a) $202 \cdot 198 = ?$
 b) $104 \cdot 96 = ?$
 c) $32 \cdot 28 = ?$

- تشن خایونه ډک کړئ.
- a : $(a + b)(a - b) = \dots - \dots + \dots - \dots$
- b : $(a - b)(a + b) = \dots + \dots - \dots - \dots$
- په پورته افادو کې $a = 200$ او $b = 2$ د مساوات په بنی او کینې خواو کې کېږدي د a او b اجزاو د ضرب حاصل یوله بل سره پرتله کړئ. کومه طریقہ ساده ڈه؟
- یا $a = 100$ او $b = 4$ د مساوات په بنی او کینې خواوو کې کېږدي د a او b د ضرب حاصل یوله بل سره پرتله کړئ

له پورته فعالیت خخه داسې پایله لاس ته راخی:
د دوو عدلونو د مجموع او هم د همدغورو عدلونو د تفاضل د ضرب حاصل مساوی دی د هم هنګه د دوو عدلونو
د مریعاتو له تفاضل سره، لکه: $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$ چې د مریعاتو د تفاضل په نامه یادېږي.

مثال: د لاندې هرې افادې د ضرب حاصل پیدا کړئ:

$$a) (x - 5)(x + 5) \quad b) (5x^2y^5 + 7)(5x^2y^5 - 7)$$

$$c) (2a^2 + 5a)(2a^2 - 5a) \quad d) \left(\frac{x}{4} - 1\right)\left(\frac{x}{4} + 1\right)$$

$$(x - 5)(x + 5) = x \times x + 5x - 5x - 5 \times 5 \quad : (a) \text{ حل}$$

$$= x^2 - 25$$

$$(5x^2y^5 + 7)(5x^2y^5 - 7) = (5x^2y^5)^2 - 7(5x^2y^5) + 7(5x^2y^5) - (7)^2 \quad : (b)$$

$$= 25x^4y^{10} - 49$$

$$(2a^2 + 5a)(2a^2 - 5a) = (2a^2)^2 - (5a)^2 \quad : (c)$$

$$= 4a^4 - 25a^2$$

$$\left(\frac{x}{4} + 1\right)\left(\frac{x}{4} - 1\right) = \left(\frac{x}{4}\right)^2 - (1)^2 \quad : (d)$$

$$= \frac{x^2}{16} - 1$$

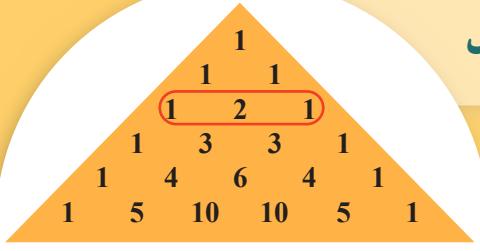
تمرین

لاندې افادې ضرب او د دوه حاده د مریعاتو د تفاضل په شکل بې ولیکې.

- | | | |
|-----------------------|---|-----------------------|
| a) $(P - 7)(P + 7)$ | b) $\left(\frac{1}{x} + 1\right)\left(\frac{1}{x} - 1\right)$ | c) $(x + 2)(x - 2)$ |
| d) $(2x + 5)(2x - 5)$ | e) $(49 + 1)(49 - 1)$ | f) $(6x - y)(6x + y)$ |

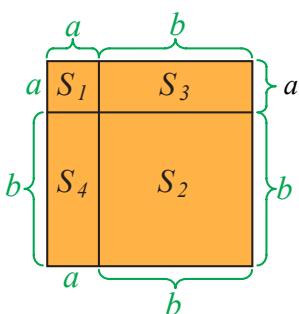
د دوه حده افادو د جمعي او تقاضل مربع

مخامنخ عددی مثلث د پاسکال مثلث
په نامه يادپری ددي مثلث دريمه لیکه
خه را بشي؟



فعاليت

- يوه مربع په پام کې ونيسي چې د ضلعې او بدواںي بې $a+b$ وي.
- د مربع مساحت په S سره وبنیاست او قیمت بې ولیکي.
- نوموري مربع په داسې دوو مربع گانو چې مساحتونه بې a^2, b^2 او دوو مستطيلونو چې مساحتونه بې $a \cdot b$ وي د لاندې شکل په چول وويشي او هغه په S_1, S_2, S_3 او S_4 سره وبنیاست.
- د مربع گانو او مستطيلونو د مساحتونو مجوعه ولیکي.
- د اصلې يعني لوړنۍ مربع مساحت د مربع گانو او مستطيلونو د مساحتونو له مجوععي سره خه چول اړیکه لري؟
- لاسته راغلي رابطه په جمع کې د ضرب توزيعي خاصیت په کارولو سره وبنیاست.



له پورته فعالیت خخه لیکلای شو:

د دوو حدونو د مجموع مربع مساوی دی د لومړي حد مربع
جمع د لومړي او دویم حدلونو د ضرب حاصل دوو برابره جمع
د دویم حد مربع سره يعني:
$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

لومړی مثال: د $(x+3)^2$ افadi ته پراختیا ورکړئ.
حل:

$$(x+3)^2 = x^2 + 2 \times 3 \times x + (3)^2 \quad (3x+5y)^2 \text{ افadi ته پراختیا ورکړئ.}$$

دويهم مثال: د $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ مطابقت په کارولو سره ليکلی شو:
حل:

$$(3x+5y)^2 = (3x)^2 + 2(3x)(5y) + (5y)^2 \\ = 9x^2 + 30xy + 25y^2$$

دریم مثال: د $(x+\frac{1}{2})^2 = x^2 + 2\frac{1}{2}x + (\frac{1}{2})^2$

حل: که چېري د $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ په مطابقت کې د b په خای ($-b$) کېردو، نو يو
 $(a-b)^2 = (a-b)(a-b) = a^2 - 2ab + b^2$ نوی مطابقت ليکو.

د دوو حدونو د تفاضل مربع مساوی دی د لومړي حد مربع منفي د لومړي او دويهم حدونو د ضرب
حاصل دوهه برابره جمع د دويهم حد مربع لکه: $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

څلورم مثال: د $(x-1)^2$ افadi ته پراختیا ورکړئ.

حل: د $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$ مطابقت په کارولو سره ليکلی شو:

$$(x-1)^2 = x^2 - 2(x)(1) + (1)^2$$

$$(x-1)^2 = x^2 - 2x + 1$$

پنځم مثال: د $(8x-\frac{1}{3})^2$ افadi ته پراختیا ورکړئ.

$$(8x-\frac{1}{3})^2 = (8x)^2 - 2(8x)(\frac{1}{3}) + (\frac{1}{3})^2$$

$$= 64x^2 - \frac{16}{3}x + \frac{1}{9}$$

تمرین

- لاندې افادو ته د مطابقت په چول پراختیا ورکړئ. 1

a) $(m+1)^2 = ?$ b) $(x+7)^2 = ?$ c) $(x+12)^2 = ?$ d) $(x+4)^2 = ?$

- لاندې افادو ته پراختیا ورکړئ. 2

a) $(\frac{1}{x}-3)^2 = ?$ b) $(12x-5y)^2 = ?$ c) $(6x-\frac{1}{2})^2 = ?$

د الجبری افادو تجزیه

$$\begin{array}{l} 2x + 3 \\ \boxed{S_1 =} \\ 3x - 1 \quad 6x^2 + 7x - 3 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} ? \\ \boxed{S_2 =} \\ ? \quad 3x^2 - 4x + 1 \end{array}$$

تاسو تر او سه وکړۍ شول د یوه مستطیل
مساحت چې او بدواں یې $2x + 3$ او
سور پې $3x - 1$ دی پیدا کړئ.
آیا فکر موکړی دی خرنګه کولای شو
د مستطیل او بدواں او سور پیدا کړو
په داسې حال کې چې مساحت یې
 $3x^2 - 4x + 1$ وي؟

فعالیت

$$(2x - 3)(2x + 3) = \dots - \dots$$

تش څایونه ډک کړئ.

$$(3y + \dots)(3y - \dots) = 9y^2 - a^2$$

$$(\dots + \dots)(\dots - \dots) = 4x^2 - 9$$

$$(4y - 2x)^2 = \dots - \dots + 4x^2$$

$$(\dots + 2y)^2 = a^2 - 4ay + \dots$$

$$(\dots + \dots)^2 = 4x^2 + 12x + 9$$

په پورته فعالیت کې مو ولیدل چې ځینې وخت یوه الجبری افاده د ضرب په شکل په دوو الجبری
افادو سره لیکلی شو:

ديوی الجبری افادي ليکل د دوو او یا خو افادو د ضرب په ډول سره تجزیه بلل کېږي.

لومړۍ مثال: د $16x^2 - 4$ الجبری افاده تجزیه کړئ.

حل: د مطابقت په کارولو سره لرو:

$$\begin{array}{r} a^2 - b^2 = (a - b)(a + b) \\ \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \\ (2)^2 - (4x)^2 = (2 - 4x)(2 + 4x) \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \text{دویم مثال:} \text{ د } 25a^2 - 4b^2 \text{ الجبری افاده تجزیه کړئ:} \\ 25a^2 - 4b^2 = (5a)^2 - (2b)^2 \\ = (5a - 2b)(5a + 2b) \end{array}$$

دریم مثال: د $x^2 + 12x + 36$ الجبری افاده تجزیه کړي.

حل: پوهېږو چې:

$$a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2$$

$$x^2 + 2 \times x \times 6 + (6)^2$$

لیدل کېږي چې د لومړي او دریمو حدونو جذر د ضرب حاصل دوه برابره منځنی (دوم حد) حد راکوي، نو پورتني افاده د $(a + b)^2$ مطابقت شکل لري.

$$x^2 + 12x + 36 = (x + 6)^2 = (x + 6)(x + 6)$$

څلورم مثال: د $4a^2 + 28a + 49$ افاده د دوو قوسونو د ضرب په شکل ولیکي.

$$(2a)^2 + 2 \times 2a \times 7 + (7)^2$$

حل:

لیدل کېږي چې د لومړي او دریمو حدونو جذرالمریع د ضرب حاصل دوه برابره منځنی (دوم حد) حد راکوي، نو پورتني افاده د $(a + b)^2$ مطابقت شکل لري.

$$4a^2 + 28a + 49 = (2a + 7)^2 = (2a + 7)(2a + 7)$$

په پایله کې:

پنځم مثال: د $x^2 - 4x + 4$ الجبری افاده د دوو قوسونو د ضرب په شکل ولیکي.

$$a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2$$

حل:

$$x^2 - 2 \times x \times 2 + (2)^2$$

لیدل کېږي چې د لومړي او دریمو حدونو جذرالمریع د ضرب حاصل دوه برابره منځنی (دوم حد) حد راکوي، نو پورتني افاده د $(a - b)^2$ مطابقت شکل لري.

$$x^2 - 2 \times x \times 2 + (2)^2 = (x - 2)^2 = (x - 2)(x - 2)$$

په پایله کې:

تمرین

- لاندې الجبری افادي تجزیه کړي:

a) $49x - 16$

b) $m^2 - 36$

c) $49 - y^2$

d) $25 - x^2$

e) $x^2y^2 - 64$

f) $\frac{1}{64x^2} - y^2$

- لاندې افادي د $(a - b)^2$ او $(a + b)^2$ مطابقتونو په چول په دوو قوسونو سره تجزیه کړي.

a) $x^2 + 2xy + y^2$

b) $x^2 + 6x + 9$

c) $2a^2 + 4ab + b^2$

d) $4x^2y^2 + 4xy + 1$

e) $b^2 - 12b + 36$

f) $4a^2 - 12ab + 9$

د اووم فصل مهم تکي

• د متحول مفهوم

کولای شو د عمومي قاعدي او قانون د بيانلو لپاره له تورو خخه کار و اخلو او د تورو په مختلفو قيمتونو سره افاده مختلف قيمتونه غوره کوي چې په دي صورت کې تورو ته متحول ويل کېري.

• مشابه يا ورته حدونه

هغه حدونه چې د هغو توپير يوازې به ضربونو کې وي او ضربونه پې توپير ولري، توري او توانونه يې يو چول وي مشابه حدونه بلل کېري.

• الجبری افادي

د $a^2 - 4ab + 2a + b$ جذر د عمليو له تركيب خخه چې په کې عددونه، يو يا خو متحولين دي جوري شوي وي، الجبری افادي بلل کېري. کولای شو د یوې الجبری افادي قيمت د متحول مختلفو قيمتونو لپاره پیدا کړو.

• د یوه حده افادي تعريف

هغه عددونه يا الجبری توري، چې د ضرب، وبش، طاقت او جذر عمليو لاندي راغلى وي، يو حده الجبری افاده بلل کېري.

• د یوه حده افادي ضريب

هغه عدد چې په متحوليونو کې ضربيري د یوه حده افادي ضريب بلل کېري.

• د دوو یوه حده الجبری افادو ضرب کول

خرنگه چې په پورتنې فعالیت کې لکه $b^{2y} \cdot 4a^2b \cdot 3x^3y^2 \cdot 2x^2y$ افادي د عدد او توان لرونکو متحوليونو د ضرب خخه جوړ شوي دي، د یوه حده او هغه عددونه چې په متحوليونو کې ضرب شوي دي، د یوه حده ضرب بلل کېري.

د یوه حده په ضربولو کې لوړې باید د هغو ضربونه يو بل سره ضرب کړو او د مشابه متحوليونو توانونه هم يو له بل سره جمع کړو.

یوه حده: یوه الجبری افاده چې یوازې د ضرب او یا وبش په حالت کې وي یوه حده افاده جورې وي.

لکه: $\frac{3x^2y^2}{5ab}$ او $2x^2y \cdot \frac{3abc}{c^2} \cdot \frac{3y^2}{3x^2}, 6ab^2, 4a^2b$

• د یوی الجبری افادي و پش پر بلی باندي:

د یو حده افادو په وپش کې د کسرونو د ساده کولو له طېقې خخه کار اخیستل کېږي لوړې د یو حده افادې عددي ضربونه یو پر بل باندي وپشو او پاتې حدونه د توانونو د قوانینو خخه په کار اخیستنې سره ساده کوو.

• مطابقت:

- دوه الجبری افادې چې د مساواتو په دواړو خواو کې د متحول د ټولو قيمتونو لپاره تل مساوي وي، یو مطابقت بل کېږي.
- د دوو عددونو مجموعه او د همغه دوو عددونو د تفاضل د ضرب حاصل مساوي دی د هم هغو دوو عددونو د مربعاتو له تفاضل سره چې د مربعاتو د تفاضل په نامه یادېږي.
$$(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$$
- د دوو حدونو د مجموع مربع مساوي دی د لوړې حد مربع جمع د لوړې او دویمو حدونو د ضرب حاصل دوه بر ابره جمع د دویم حد مربع:
$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$
- د دوو حدونو د تفاضل مربع مساوي ده د لوړې حد مربع منفي د لوړې او دویم حدونو د ضرب حاصل دوه برابره جمع د دویم حد مربع:
$$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

عوموي پونتنې

1- لاندې پونتنې په غور سره ولولی د هري پونتنې لپاره خلور خوابونه درکر شوي دي سم خواب يې وړاکۍ او کربنه تري تاو کړي.

• يو عدد ضرب په خپل عدد کې جمع 6 عبارت دي له:

a) $x^2 - 6$ b) $x + 6$ c) $x^2 + 6$ d) هېڅ يو بې هم نه دي

• د ضرب حاصل عبارت دي له: $5ab(4ac)$

a) $-2a^2bc$ b) $-20a^2bc$ c) $2ab^2c$ d) $20a^2bc^2$
• د وېش حاصل عبارت دي له: $\frac{4m^2n^2}{-4m^3n^2}$

a) m^{-1} b) $\frac{-1}{m}$ c) $-m^{-1}$ d) د b او C خوابونه صحیح دي

• که چېږي $x = \frac{1}{2}$ وي په دې صورت کې د $6x^3 - \frac{1}{2}$ افادي قيمت عبارت دي له:

a) $-\frac{1}{4}$ b) 4 c) 4^{-1} d) $\frac{1}{4}x$
• مساوي دي له: $m^2 - 9n^2$

a) $(m-3n)(m+3n)$ b) $(m-3n)(m-3n)$

c) $(m+3n)(m+3n)$ d) درې واړه غلط دي

2- لاندې جملې په غور ولولی تشن ځایونه يې په مناسبو کلمو او عددونو سره ډک کړي:

• د الجبری افادو د ساده کولو لپاره يو له بل سره جمع او یا يو له بل خخه تفیقوو.

• $(a+b)^2 = \dots + 2ab + b^2$

• هغه عددونه يا الجبری توري چې تر عملیو لاندې راغلي وي يو الجبری حد بلل کېږي.

• هغه عدد چې په متحولینو کې کېږي. د یوه حده ضرب بلل کېږي.

- لاندی افادی ساده کری:

- a) $2b(-3c)^2$ b) $(-6xy^2)(-ax^2y^2)$ c) $-3b^2(-2ab)(6a^2b)$
 d) $-2a(-3ab)^2$ e) $4y^2(6xy)$ f) $(-2a^3)(-5ab^2)$

- لاندی کسرونه ساده کری:

- a) $\frac{12x^2y^4}{2xy^3}$ b) $\frac{3ab}{-3a}$ c) $\frac{16r^3s}{-2rs}$
 d) $\frac{-15xyz}{-3xy}$ e) $\frac{-5a^2b+10ab^2}{-5ab}$ f) $\frac{6x^2-4x^2}{-2x^2}$

- ساده یک کری:

$$a) 7a^3b^4c^2 - 8a^3b^4c^2 \quad b) 5x + y \quad c) 4a + 5b - 2c \\ \underline{\quad + 3x - 2y \quad} \quad \underline{\quad + 4a - 3b - 2c \quad}$$

- لاندی هر دو حده تجزیه کری:

- a) $x^2 - 1$ b) $x^2y^2 - 64$ c) $\frac{4a^2}{b^2} - 25$
 d) $m^2 - 16a$ e) $x^2 - \frac{1}{4}$ f) $\frac{1}{4}a^2 - \frac{1}{9}b^2$
 g) $121 - y^2$ h) $\frac{25a^2}{b^2} - \frac{36a^2}{d^2}$ i) $\frac{81}{a^2} - \frac{b^2}{49}$

- د مطابقت په کارولو سره لاندی افادی ساده کری:

- a) $(\frac{1}{2} + z)(\frac{1}{2} - z)$ b) $(\frac{a}{5} + \frac{1}{b})(\frac{a}{5} - \frac{1}{b})$ c) $(5a + 2b)(5a - 2b)$

- لاندی الجبری افادو ته پر اختیا ور کری:

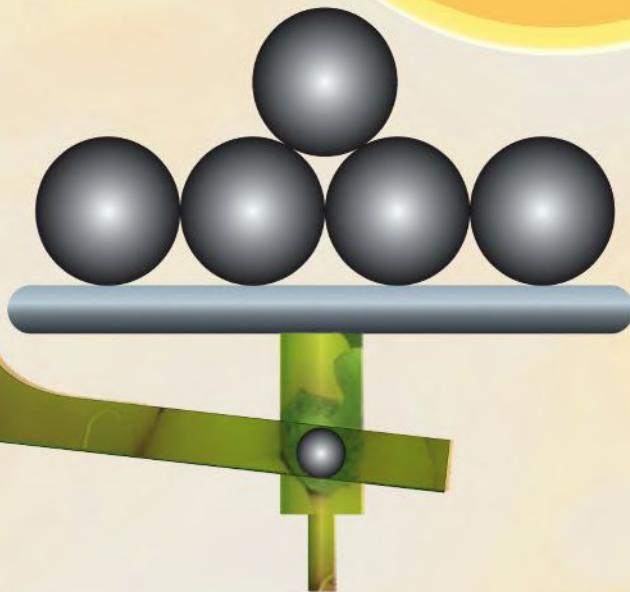
- a) $(m+1)^2$ b) $(y-2)^2$ c) $(x+\frac{3}{2})^2$
 d) $(b-\frac{5}{2})^2$ e) $(a+7)^2$ f) $(m+\frac{1}{4})^2$

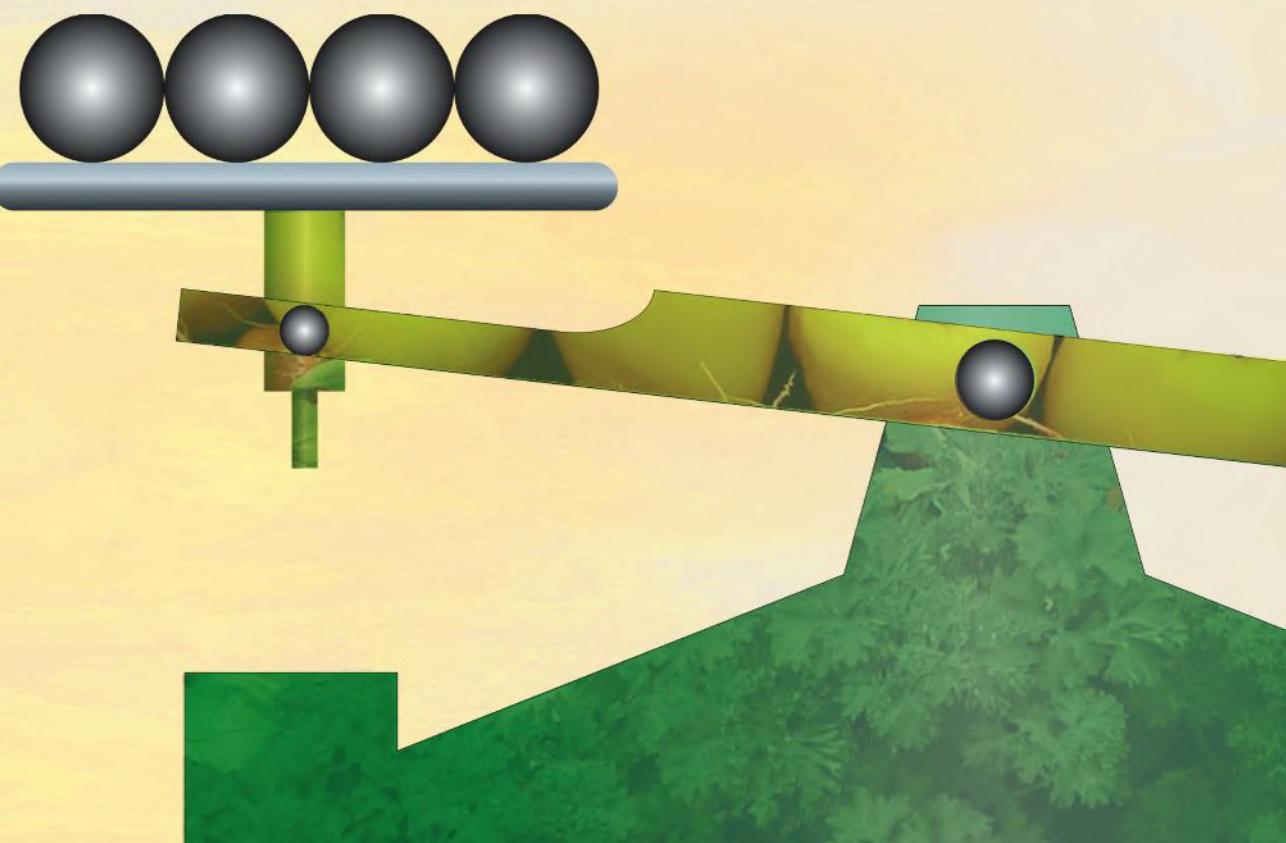
- لاندی الجبری افادی تجزیه کری:

- a) $4x^2y^2 - 9z^4$ b) $x^2 - 8x + 16$ c) $a^2x^2 + 4axy + 4y^2$

اًتھم فصل

معادلیٰ





د معادلي مفهوم



زرغونه: په لاس کې دې خو افغانی دي؟
فهيمه: که زما د لاس د پيسوله دوه برابره
خخه دوه افغانی کمې شي، شل افغانی
کپري.

زرغونه: پوه شوم چې او س خو افغانی لري.
فهيمه: خنګه پوه شوي چې زه خو افغانی
لرم؟

فعاليت

زلمي وغوبنتل له يوې هتي خخه يو کيلوگرام بوره راونيسي. هتيوال یوازي د 100 گرامو، 150 گرامو، 250 گرامو، نيم کيلوبي او د دوه کيلو بي وزنونه درلودل.

• هتيوال زلمي ته په خه دول بوره وتلي؟ ديو کيلوگرام بوري تللو لپاره کومه يوه لاندي طريقه سمه ده؟

• هتيوال لوړي نيم کيلو بوره تلي، بيا د نيم کيلوبي وزن د نيم کيلو تلل شوي بوري سره يو خاي د تلي په يوه پله کې بدې او د تلي په بله پله کې يو کيلوگرام بوره تلي.

• هتيوال دوه کيلوگرامه بوره تلي او بيا 2 کيلو تلل شوي بوره د تلي په دواړو پلو کې نيمائي کوي.

• د پورته وزنونه په درلودلو تاسو کولائي شئ ديو کيلوگرام بوري د اندازه کولو لپاره کومه بله طريقه وړاندې کړئ؟ د هري طريقي په پاڼي کې د تلي دواړه پله نسبت يو بل ته خه دول حالت لري په هره طريقيه کې د تلي د دواړو پلو توکې يو له بل سره خه دول نسبت لري؟

• که چېږي د تلي په يوه پله کې يو نامعلوم ترلى وزن او يو کيلوبي وزن او په بله پله کې په د نيم کيلوبي او دوه کيلوبي وزنونه داسي کېښو دل شي چې تله د تعادل او برابرولي حالت ولري. د تلي د پلو تعادل او برابرولي د یوې الجيري مساوات په واسطه وښياست؟

- آيآ ګومان کولائي شي چې ترلي وزن خومره دي؟ په بل عبارت نامعلوم ترلى شي به خومره وزن ولري تر خو تله د تعادل حالت وساتي.

په پورته فعالیت کې د یوه کيلوگرام بوري د تللو او د مختلفو وزنو سره په تعادل کې راول، د معادلي د مفهوم لپاره لاندې نتيجه په لاس راورو.

تعريف

يو الجبري مساوات چې يو نامعلوم (مجھول) متحول ولري او د مجھول د څينو قيمتونو لپاره صدق کوي معادله بلل کېږي، هغه عدد چې الجبري مساوات په يوه عددي مساوات بدلوي د معادلي حل يا خواب بلل کېږي.

• هر هغه شى چې د معادلي په حل کې هغه ته قيمت پيداکړو د معادلي مجھول بلل کېږي او هغه په X سره بنې.

مثال: که چېږي له يوه عدد سره 5 عدد جمع شي له 15 سره مساوي کېږي، عدد پيداکړي؟
حل: هغه عدد چې غواړو پيدا یې کړو، يعني مجھول ته X ووایو، نو پونستنه داسې ده که چېږي له X سره د 5 عدد جمع شي 15 کېږي، يعني:

$$x + 5 = 15$$

هغه کوم عدد دی چې له 5 سره جمع شي او په پایله کې 15 لاس ته راشي؟
له پورته معادلي خخه کولای شو ووایو چې د 10 عدد دی يعني:
 $x = 10$

اوسم که چېږي د پونستې د ازمولو لپاره لاس ته راغلى عدد $15 = x + 5$ په معادله کې کېردو، نو
لرو:

$$x + 5 = 15$$

$$10 + 5 = 15$$

$$15 = 15$$

خرنګه چې عددي مساوات د $15 = 15$ صحيح دی له دي امله هغه د گوماني عدد خواب د
معادلي لپاره سم دي.

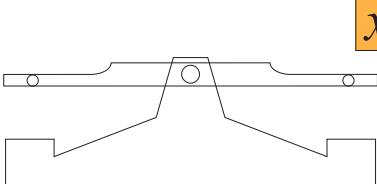
تمرین

1- که چېږي د يوه متساوي الأضلاع مثلث محیط (شاوخوا) مساوي د 9 واحده سره وي د يوه
الجبري مساوات په واسطه د مثلث د ضلعو اور دوالی پيداکړي.

2- که چېږي د يوه عدد سره 9 جمع شي 14 په لاس راخې، عدد کوم دي؟

3- د لوست په پيل کې د زرغونې او فهيمې ترمنځ خبرې شوي دي په يوه الجibri مساوات کې
ولیکۍ.

په معادله کې د جمعي او تفریق عملی



که چېږي یو نا معلوم وزن او دو غونډارۍ د تلې په یوه خوا کې او په بله خوا کې یې 5 غونډارۍ داسې کېښودل شي چې د تلې خواوي سره برابري او مساوي وي. نامعلوم وزن د خو غونډارو سره مساوي کېږي؟ خه ویلای شئ؟

فعالیت

- په پورتنی حالت کې د تلې تعادل په دې معنا دی چې د جسمونو وزن د تلې په دواړه پلوکې یو له بل سره برابر دي، نوکه چېږي دکینې خوا نامعلوم وزن ته x ووایو، لاندې پوښتنو ته څواب ووایاست:
- هغه عبارت یا راضیکې افاده چې د تلې د تعادل لپاره 2 غونډارو او یوه مجھول وزن په یوه خوا کې او په بله خوا کې د 5 غونډارو خخه جو پېږي، ولیکي؟
 - که چېږي د تلې له دواړه پلو خخه 2 غونډارۍ واخیستل شي آیا د تلې تعادل پاتې کېږي؟
 - د تلې له دواړه پلو خخه د غونډارو اخیستل دریاضي له نظره یا دریاضي په عملیه کې یو دول دي؟
 - دا چې د غونډارو په کمولو سره تعادل له منځنه نه خي دا عمل دریاضي له نظره خه معنا لري؟
 - که چېږي اوس د تلې په دواړه پلوکې 4 غونډاري چې سره مساوي او هم دول دي، ورزیات شي خه پیښېږي؟

د پورته فعالیت سرته رسولو او لیدلو خخه لاندې پایله په لاس راخی:

که چېږي یو تله د تعادل په حالت کې وي او له دواړه خواو خخه عیني مقدار یا اندازه کمه شي او یا په دواړه پلوکې مساوي مقدارونه یا اندازې ورزیاتې شي، بیا هم تعادل پاتې کېږي. دریاضي په اصطلاح که چېږي د یوه مساوات له دواړه خواو خخه عیني عدد کم او یا له هغه سره هماګه عدد جمع کړو بیا هم د مساوات دواړه خواوي یو له بل سره مساوي پاتې کېږي، یعنې:

که چېږي $a = b$ وي، د c هر حقيقی عدد لپاره:

$$a - c = b - c$$

$$a + c = b + c$$

له دې خاصیت خخه د معادلو په حل کې کار اخیستل کېږي.

لومړۍ مثال: د $x + 7 = 9$ معادله حل کړئ؟

پوهېږو که چېرې د معادلې له دواړه خوا خخه 7 تفریق کړو د معادلې په تعادل کې بدلون نه راخي،
له دي امله:

$$x + 7 - 7 = 9 - 7$$

$$x = 2$$

از ماينست: که چېرې د معادلې حل یعنې 2 په راکړل شوی لومړۍ معادله کې د

په خای کینښو دل شي، نو لرو:

$$9 = 9$$

څرنګه چې د مساوات دواړه خواوې سره مساوي دي، د معادلې حل یعنې $x = 2$ سم دي.

دوييم مثال: د $x - 5 = 4$ معادلې حل په لاس راوړي؟

حل: که چېرې د معادلې په دواړو خواو باندي 5 ورزیات کړو د معادلې په تعادل کې بدلون نه

راخي.

$$x - 5 + 5 = 4 + 5$$

$$x = 9$$

از ماينست: د معادلې حل یعنې 9 په اصلې معادله کې د x په خای بدوسه:

$$x - 5 = 4$$

$$9 - 5 = 4$$

$$4 = 4$$

څرنګه چې د $4 = 4$ مساوات شتوالي لري له دي امله؛ $x = 9$ د معادلې حل دي.

تمرین

- که چېرې په یوه عدد باندي 3 ورزیات کړو 15 په لاس راخي؛ عدد کوم دي؟ 1

- که چېرې له یوه عدد خخه 7 تفریق شي 13 په لاس راخي؛ عدد کوم دي؟ 2

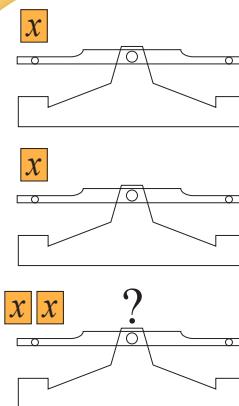
- لاندي معادلې حل کړئ. 3

a) $x - 6 = 2$

b) $x + 4 = 1$

c) $2 + x = 3$

په معادله کې د ضرب او وېش عملې



1
2
3

1 او 2 دوہ تلې دي د دواړو تلو په یوه، یوه پله کې دوي مساوی غونډاري او په پاتې نورو پلو کې بې یو نامعلوم وزن دی چې تلې د تعادل په حالت کې ساتي. که چېږي د تلو د لوړې یو دوو پلو غونډاري په یوه دريمه پله او نامعلوم وزن په بله دريمه پله کې واچوو، د لاندې پوښتني خواب پیداکړئ: آیا دريمه تله به د تعادل په حالت کې وي اوکه نه؟

فعاليت

دريمه تله په پام کې نيسو ليدل ګېږي چې د تلې په یوی خواکې دوہ مجھوول وزنونه او په بله خواکې ې 4 داني مساوی غونډاري دي، خو بیا هم تله د تعادل په حالت کې ده. که چېږي مجھوول وزنونو ته x ووایو. د لاندې پوښتنو د حل لپاره فکر وکړئ:

- دريمې ګڼې تلې د تعادل لپاره د رياضي افادة يا په بل عبارت الجبري بيان کوم دي؟
- که چېږي اوس غونډاري او وزنونه نيمائي کړو یوه برخه بې یاد لوړۍ تلې په پلوکې او بله برخه بې د همدي دريمې تلې په پلوکې پاتې او کېږدو. آیا بیا به هم په دي حالت کې لوړۍ او دريمه تله تعادل ولري؟
- د غونډاري او وزنونو نيمائي کول د رياضي له نظره خه معنا لري؟
- آیا دا فعالیت له دوو خخه د زیاتو تلو لپاره هم سرته رسولای شو؟

کولی شو د پورته فعالیت خخه لاندې پايله بيان کړو:

که چېږي د تلې د دواړو خواو وزنونه په دوو یا زیاتو مساوی برخو وویشو او یا د تلې له دواړه خواو خخه نيمائي وزنونه واخلو بیا هم تعادل پاتې کېږي، خکه د تلې د دواړو خواو وزنونه یو له بل سره مساوی دي. د رياضي له نظره که چېږي د یوه مساوات دواړه خواوې په یوه عدد کې ضرب او یا دواړه خواوې پرته له صفر خخه په یوه عدد وویشو بیا هم دمساوات دواړه خواوې یو له بل سره مساوی پاتې کېږي. په بل عبارت که چېږي $a = b$ وي نو د c هر حقيقی عدد لپاره لیکلې شو، $ac = bc$ دي.

او د هر حقيقی عدد لپاره چې c د صفر خلاف وي، $\frac{a}{c} = \frac{b}{d}$ دي.

مثال: د $3x = 6$ مساوات په پام کې ونيسئ او حل يې پيدا کړئ:

د پورته مساوات دواړه خواوی په 3 وېشو:

$$\frac{3x}{3} = \frac{6}{3} \Rightarrow x = 2$$

ازموينه: که چېري $x = 2$ سره په راکړل شوي معادله کې کېردو، نو لرو:

$$3 \times 2 = 6$$

$$6 = 6$$

ليدل کېږي چې $x = 2$ د معادلي حل دی.

تمرین

لاندي معادلي حل کړئ؟

1) $4x = 2$

2) $\frac{x}{5} = 12$

3) $3x = -6$

4) $\frac{-2}{x} = -4$

5) $\frac{x}{2} = 4$

6) $\frac{4}{x} = -2$

7) $\frac{3x}{4} = \frac{2}{3}$

لومړۍ درجه یو مجهوله عمومي معادله

$$4x + 8 = 0$$

$$4x = -8$$

$$x = ?$$

ښوونکي له زده کوونکو خخه پوبنتل:
که چېري د یوه عدد له خلور برابر (خلور
چنده) سره 8 جمع شي له صفر سره
مساوي کېږي، عدد ګوم دي؟

فعاليت

- آيا د ښوونکي د پورته پوبنتلي د حل لپاره د سم څواب ګومان کولائي شي یا څواب لري؟
که چېري غونښتل شوي عدد ته x ووايو، آيا کولائي شي پورتنې پوبنتنه د رياضي په یوې افادي کې
وليکي؟

- د هغه د حل د پيداکولو یا د حل د طریقې لپاره خه ډول سوچ کوي؟
که چېري د یوه عدد له 3 چنده خخه 9 تفرقې شي نتيجه یې له صفر سره مساوي ده، ددي پوبنتلي
ريااضيکي افاههوليکي؟

- دې معادلي د حل لپاره د خه ډول طریقې خخه کار اخلي؟
که چېري د یوه عدد په a چند باندي د a عدد ورزيات شي، نتيجه یې له صفر سره مساوي کېږي
عدد خو دي؟ (a) او (b) حقيقې عددونه او a خلاف د صفر دي).

د پورته فعالیت د سرته رسولو سره لاندې پایله په لاس راخې:

پورته عمليو کې نامعلوم مقدار په x سره بنودل کېږي، کولائي شود هغه لپاره یو تساوي د x له مخي
په لاس راورو.

تساوي ته معادله او نا معلوم مقدار ته د معادلي مجهول ويل کېږي او هغې طریقې ته چې د مجهول
د پيداکولو لپاره په کارورل کېږي د معادلي حل بلل کېږي.

د معادلي عمومي شکل له $ax + b = 0$ خخه عبارت دی چې په دې معادله کې، a او b حقيقې
عددونه او a خلاف د صفر دي پورتنې شکل د معادلي معياري يا ستندرد حالت بلل کېږي.

د معادلي حل د ساده الجبري عمليو د سرته رسولو په واسطه ګام په ګام په لاندې توګه په لاس راورو.
- د معادلي له دواړه خواو سره د مساوي مقدار جمع يا تفرقې.

- د معادلې دواړه خواوې په مساوی مقدار کې ضرب یا وېشل (پرته له صفره).
د پورته عملیو او محاسبې په سرته رسولو سره داسې ئای ته رسپرو چې د معادلې مجھول د مساوات
یوې خواته او معلوم مقدار بې بلې خواته پاتې کېږي په دې ډول د معادلې حل په لاس راخې.

لومړۍ مثال: د $5 - 4 = 3x$ معادله حل کړئ.

حل: لومړې 4 د معادلې له دواړه خواو سره جمع کړو:

$$3x - 4 + 4 = 5 + 4 \Rightarrow 3x = 9$$

اوسم د معادلې دواړه خواوې په 3 وېشو:

$$\frac{3x}{3} = \frac{9}{3} \Rightarrow x = 3$$

دویم مثال: د $2(3x + 4) = -1 - 3x$ معادله حل کړئ.

$$2(3x + 4) = -1 - 3x$$

$$6x + 8 = -1 - 3x$$

له دواړو خواو سره $3x$ جمع کړو

$$9x + 8 = -1$$

$$9x + 8 - 8 = -1 - 8$$

له دواړو خواو خخه 8 تفریقوو

$$9x = -9$$

دواړه خواوې په 9 وېشو

$$\frac{9x}{9} = \frac{-9}{9} = -1$$

$$x = -1$$

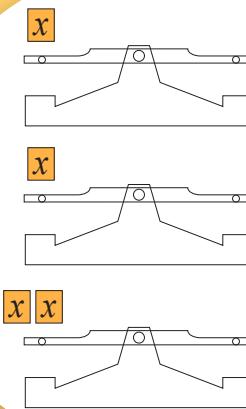
تمرین

-1 = x د معادلې حل چې له پورته دویم مثال خخه په لاس راغلې دی په اصلې معادله کې واژموئې.

-2 د $2(2x + 3) = 2x - 2$ د معادلې حل په لاس راوري؟

$$\frac{3}{2}(4x - 2) = 5x + 2$$

معادلې معادلې



1

2

3

په 1، 2، او 3 گنيو تلو کې خه شى
ويئي؟

درې واړه تلي د تعادل په حالت کې دي؟
د تعادل خه ډول نور حالتونه د مساوي او
برابرو وزنونو د یو خاي کولو په واسطه،
چې د دواړو خواوو پلي د تعادل په حالت
کې وساتل شي کار اخیستلای شي، سوچ
وکړئ.

فعاليت

لاندي جمله په پام کې ونيسي.
که چېږې د یوه عدد له دوه برابره (دو چنده) خخه 4 تفریق شي 8 په لاس راخي، عدد کوم دي؟
که چېږې مجھوں ته X ووایو په دې صورت کې کولای شو پورتنې بیان د معادلې په شکل په لاندي
ډول ولیکو:
$$2x - 4 = 8$$

- د پورته معادلې په پام کې نیولو سره لاندي فعالیت د جدول د تشن خایونو په ډکولو سره، سرته
ورسوی:

گنه	د معادلې په دواړه خواو باندي عملې	لاس ته راغلي معادله	حل
1	معادله راکړل شوي ده	$2x - 4 = 8$	
2	د (1) گني معادلې له دواړه خواو سره (8-) جمع کوو		
3	د (1) گني معادلې دواړه خواوې په 2 پېشو		
4	1 گنه معادله په معیاري ډول لیکو	$x - 6 = 0$	

- دا هره یوه معادله د الجبری ساده عملیو په واسطه په لاندي ډول په لاس راوري.
- له (1) گني معادلې خخه \leftarrow 2 گنه معادله \leftarrow 3 گنه معادله \leftarrow 4 گنه معادله

له پورته فعالیت خخه لاندې پایله په لاس راپرو:

هغه معادلې چې مساوی حل لري معادلي، معادلې بلل کېږي. په یوه معادله باندې د الجبری ساده عملیو په سره رسولو یوله بل سره معادلې معادلې منځ ته راخي. د معادلې د حل لپاره کوشښن کېږي چې یو له بل سره د معادلو، معادلو طریقې په کارولو معادله په لاس راشي. د معادلې د مجھوں د حل پیدا کولو لپاره باید ساده شکل ولري.

$$2x - 4 = 0$$

مثال: د $2x - 4 = 0$ معادله حل کړئ؟

$$\begin{aligned} 2x - 4 + 4 &= 0 + 4 \\ 2x &= 4 \end{aligned}$$

له دواپرو خواو سره 4 جمع کوو:

$$\frac{2x}{2} = \frac{4}{2}$$

$$x = 2$$

$$2 \times 2 - 4 = 0$$

$$4 - 4 = 0$$

$$0 = 0$$

خرنګه چې د $0 = 0$ عددې مساوات شتوالي لري، له دي امله $x = 2$ د معادلې حل دي. د معادلې پیدا شوي قيمت د $2x = 4$ په معادله کې ړدو ليدل کېږي $2 \times 2 = 4$ نو د او $2x - 4 = 0$ د معادلې، معادلې (منطبي) معادلې دي.

تمرین

1- د لاندې معادلو حل پیدا او واژموني؟

$$1) \quad \frac{(a-2)}{3} = 3$$

$$4) \quad 16 - 3t = 0$$

$$2) \quad 2(2x - 1) = 4$$

$$5) \quad 3 - 4y = 2 - 6y$$

$$3) \quad \frac{2}{5} + x = 1$$

2- لاندې کومې معادلې یو د بل معادل دي؟

$$a) \quad \begin{cases} x + 1 = \frac{x}{2} + 2 \\ \frac{x}{2} + 1 = x + 2 \end{cases}$$

$$b) \quad \begin{cases} 3x - 4 = 8 \\ 2x - 2 = 4 \end{cases}$$

د معادلو تشكيلول (جورېست)

$$\frac{1}{2}x - 5 = x - 25$$



عثمان: فرهاده ته خوکلنې؟

فرهاد: که چېري زما د پلار له نيمائي عمر
څخه 5 کم شي زما له عمر سره مساوي
کېري. هغه وخت چې زه پيدا شوم زما پلار
25 کلن وو.

عثمان: پوه شوم چې ستا پلار 40 کاله او ته
15 کاله عمر لري.

آيا کولاي شي وویاست عثمان خرنګه پوه
شو چې فرهاد 15 کلن دي؟

فعاليت

ورځني حسابي پوبنتنه په الجيري افادي باندي بدلواو. هڅه کوو چې د فعالیت په پای کې د معادلي
د جورېست او حل طریقه پیدا کړو.

• که چېري د یوه عدد له دوه برابره سره 4 عدد جمع شي له 16 سره مساوي کېري، عدد کوم دي؟

• آيا پر پوبنتې باندي پوه شوي؟ خرنګه کولاي شي هغه په یوه معادله باندي واروئ.

• په معادلي باندي له بدلولو وروسته د هغه حل په لاس راوړئ؟

• آيا په ربنتيا سره ستاسو حل سم دي؟ وې ازموئ.

له پورته فعالیت څخه لاندې پایله په لاس راخي:

د یوې معادلي د جورېست او حل د پيداکولو لپاره د پورته فعالیت په پام کې نیولو سره لازمه ده چې
لاندې گامونه په پام کې نیول شي:

- درک او پوهيدل.

- د مجھول تاکل او د نوم اينبودل.

- له یانيبي سره سم په ډېر غور د یوې معادلي جورېست.

- د پوبنتې حل، يا د مجھول د قيمت پيداکول.

- د پوبنتې ازمويل د پيدا شوي حل په واسطه.

مثال: که چېري د رشاد د پیسو په دوه برابر 20 افغانۍ ورزیاتې شي نو د خوشحال له پیسو سره مساوي کېږي او که چېري خوشحال 60 افغانۍ ولري د رشاد د پیسو اندازه خو ۵۰؟

$$2x + 20 = 60$$

حل: د معادلې د جورپښت او حل پیداکولو لپاره په لاندې توګه ګام په ګام پوبنټنه حل کړو:

- د پوبنټني پوهيدل او د هغې لوستل په ډېر غور سره.

- د مجھوں تاکل، د رشاد د پیسو اندازه ده چې په x سره یې بنیو.

- د معادلې جورپښت: د رشاد د پیسو په دوه برابر $2x$ باندې 20 ورزیاتې شي $(2x + 20)$

د خوشحال د پیسو سره مساوي کېږي. $2x + 20 = 60$

- د معادلې حل

$$2x + 20 = 60$$

$$2x = 60 - 20 = 40$$

له دواړو خواو 20 تفریق کړو:

$$2x = 40$$

دواړه خواوې په 2 وېشو:

$$\frac{2x}{2} = \frac{40}{2}$$

$$x = 20$$

د رشاد د پیسو اندازه:

ازموينه: که چېري د رشاد د پیسو په دوه برابر باندې 20 افغانۍ ورزیاتې کړو، نو د خوشحال له پیسو سره مساوي یعنې 60 کېږي. چې دا پوبنټنه هم سمه ۵۰:

$$2 \times 20 + 20 = 60$$

$$40 + 20 = 60$$

$$60 = 60$$

څرنګه چې د 60 = 60 مساوات شته، له دي امله پیدا شوي حل يا قيمت سم دي.

تمرین

- 1- که چېري د یوه عدد له درې برابر خخه 5 تفریق شي. د 4 سره مساوي کېږي، عدد کوم دي؟
- 2- د زرغونې او ملالې د عمرونو د جمعې حاصل د 30 سره مساوي کېږي، که چېري زرغونه د ملالې خخه 2 کاله لویه وي، ملالې خوکلنې ده؟

د اتم فصل مهم تکي

۰ معادله

معادله يو الجيري مساوات دی چې مجھول پکي د جمعې، تفریق، وېش او ضرب عمليو په واسطه يو له بل سره تړل شوي وي، معادله بلل کېږي. د معادلي په دواړو خواو باندي د حسابي عمليو په کارولو سره د معادلي مجھول په لاس راخي.

۰ الجيري عمليې او معادله

که چېږي د هرې معادلي له دواړو خواو سره يو عدد جمع، تفریق، يا دواړه خواوي (پرته له صفره) په يوه عدد کې ضرب او پري ووبشل شي په معادله کې کوم بدلون نه راخي.

۰ لوړۍ درجه يو مجهوله معادله

د $a \neq 0$ ، $ax + b = 0$ ، معادله په داسې حال کې چې a خلاف د صفر، X مجھول او b حقيقې عددونه دي) لوړۍ درجه يو مجهوله معادله بلل کېږي.
پورتني معادله ديو مجهوله خطې معادلي په نامه هم یادېږي او هره خطې معادله یوازې د $x = -\frac{b}{a}$ ، $a \neq 0$ حل لري.

۰ معادلي معادلي

هغه معادلي چې ورتنه او برابر ینې مساوي خواب ولري، معادلي معادلي بلل کېږي. په يوې معادلي باندي د عمليو سرته رسول اود يوې ساده معادلي لاس ته راړولو په صورت کې معادلي معادلي منځ ته راخي چې دواړه يو چول ینې مساوي حل لري.
ديوې معادلي د حل بیداکولو لپاره هڅه کېږي چې د معادلو، معادلو پیداکولو طریقې په کارولو سره چې لوړۍ د راکړل شوي معادلي ساده شکل چې د معادلي حل آسانوي د الجيري عمليو په واسطه بدلون ورکوي.

۰ د يو مجهوله خطې معادلي جوړښت

که چېږي وکولای شو ورڅنۍ حسابي پوښتنې د يوې الجيري معادلي په ډول ترتیب کرو، تر خود هېڅي له مخې د معادلي حل بیداکړو دا پړاوونه ديو مجهوله خطې معادلي جوړښت ده چې د هېڅي د حل موږ ته راکوي. دا مسئله د عبارتې پوښتو د معادلو د جوړښت په نامه یادېږي.

عومي پونشي

د لاندي هري پونشي لپاره خلور خوابونه درکړل شوي دي له هر سم خواب خخه کربنه تاو کړئ.
1- ددي معادلي $18 = 10 + x$ حل عبارت دي له:

- | | |
|-------|-------|
| a) -8 | b) 8 |
| c) 2 | (d) 4 |

2- ددي معادلي $12x + 2(5x + 22) = 0$ حل عبارت دي له:

- | | |
|------|-------|
| a) 0 | b) 1 |
| c) 2 | d) -2 |

3- د پوي معادلي د حل پړاوونه عبارت دي له:

(a) درک او پوهېدل

(b) د مجھول تاکل او د نوم اپنودل

(c) د پونشي حل، يا د مجھول د قيمت پيداکول

(d) ټول صحیح دي

4- د دي معادلي $3x - 6 = 3$ معادل عبارت دي له:

$3x - 2 = 1$ (a)

$x - 2 = 3$ (b)

$x - 2 = 1$ (c)

هيڅ يو (d)

لاندي تشن خایونه په مناسب کلمو سره ډک کړئ.

1- یو الجيري مساوات چې د ځینو مجھولونو سره چې سمون وکړي یادېږي.

2- هغه معادلي چې لرونکي وي د په نامه یادېږي.

3- هر هغه شي چې د معادلي په حل کې هغه ته قيمت پيداکوو د بلل کېږي.

له لاندې جملو خخه کومه يوه سمه او کومه يو غلطه ده؟ د سمې مخې ته د (ص) توری او د غلطې
مخې ته د (غ) توری ولیکي.

1) که چېري يوه تله د تعادل په حالت کې وي او له دواړو خواوو خخه عيني مقدار يا اندازه
کمه شي او یا په دواړه پلوکې مساوي مقدارونه يا اندازې ور زیاتې شي، بیا هم تعادل پاتې کېږي.

2) هغه معادلې چې د حل لرونکي وي د غیرتساوي معادلاتو په نامه یادېږي.

3) يو الجبری مساوات چې د مجھولونو په څینو قیمتونو کې صدق وکړي د معادلې په نامه
یادېږي.

4) که د معادلې دواړه خواوې په مساوي مقدار کې ضرب یا غیر له صفره وویشو په کې کوم
توبېر نه پیدا کېږي.

لاندې سوالونه حل کړي:

1 - لاندې معادلې حل کړي:

$$a) t + 5 = 2$$

$$b) x - 9 = -5$$

$$c) x + \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$$

$$d) x - \frac{3}{2} = \frac{1}{2}$$

2 - د لاندې هرې یوې معادلې حل غښتل شوي دي:

$$a) 6y = 2$$

$$b) -3x = -4$$

$$c) \frac{x}{2} + 1 = 2$$

$$d) \frac{3}{t} + 1 = 2$$

$$e) 3(2y - 1) = x$$

$$f) \frac{1}{2}(4x - 1) = \frac{3}{2}$$

3 - که چېري د یوه عدد له 5 برابر خخه 2 تفريقي شي له 3 سره مساوي کېږي، عدد کوم دي؟

4 - که چېري د یوه عدد په نيمائي باندي 4 ورزبات کرو له 8 سره مساوي کېږي، عدد کوم دي؟

5 - د یوه متساوي الساقين مثلث ارتفاع مساوي له 6 واحده سره ده. د مثلث د قاعدي اوږدوالي پیدا
کړئ، که چېري د مثلث مساحت 9 واحد مربع وي؟

6 - احمد 100 افغاني درلودې 6 داني کتابچې يې راونیولې چې بیا هم د هغه سره 25 افغاني پاتې
دي معلوم کړئ چې احمد هره کتابچه په خو افغانیو رانیولې ده.

7 - د دوو عددونو مجموعه 30 ده که چېري يو له هغه خخه 20 وي دویم عدد خو دي؟

- 8- د درې عدد له کوم عدد سره ضرب شي، تر خود ضرب حاصل مساوي له a سره شي؟
- 9- که چېري د دوو عددونو تر منځ توپیر 11 وي او کوچنۍ عدد X وي، لوی عدد به يې خو وي؟

نهم فصل

رابطه او تابع





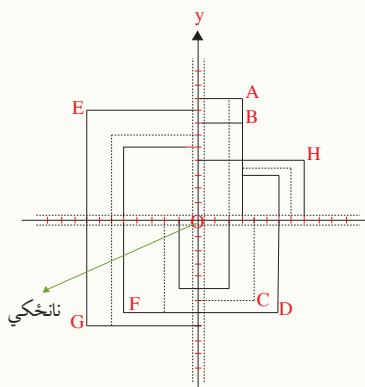
ټکي په مستوي گې



آسمان له ستورو ډک دي.

د سپوردمي خلورو خواو ته، يعني شمالي،
سوپل، ختيئ او لوپديئ ته د ستورو خاينونه
خنګه ټاکلی شي؟

فعاليت



مخامنځ شکل په پام کې ونيسي، د O له ټکي خڅه
داسي خطونه رسم شوي دي چې د O په ټکي کې
يو پربيل عمود دي او هغوي د پورته، بنکته، بنې او
کين لورو ته په مساوي واحدونو سره په نښه شوي
دي. کوشين وکړئ هغه ټکي چې په دي مخ کې
درکړ شوي د نائزکي لوري د هغو خواته کړئ او
لاندې فعالیت سرته ورسوی:

- نائزکي ته د O له ټکي خڅه د B خوا ته لوري
ورکړي.
- آيا کولي شي له O خڅه د B لوري ته بله لنډه
فاصله پیدا کړئ؟

• پورتنۍ فاصلې يو له بله خه توپير لري؟

- د F ټکي ته د رسيدلو لپاره فاصله داسي وتاکي چې نائزکه يوازې، يو واري کينې خواته د لوري
بدلون ولري.

- د F ټکي ته د رسيدلو لپاره فاصله وتاکي چې نائزکه يوازې يو واري بنې خواته د لوري
ولري.

• پورتنۍ فاصلې د ګومو عددونو له مخي ټاکلی شي؟

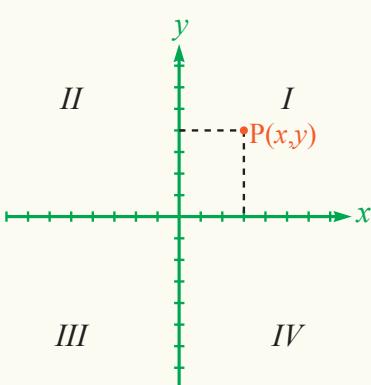
- د بنې او کينو فاصلو په خای له افقې محور خڅه چې د O ټکي په صفر باندې منطبق او

پروت دی. د پورته او بنکته فاصلو لپاره له عمودی محور خخه لکه په شکل کې د O تکي په صفر باندي منطبق او پروت دی، کار واخلي او نانځکه د C ، D ، G او H د تکو خوانه د متقاطع محورونو په پام کې نیولو سره لوري ورکړئ او ونسټلوئ هغه جوړه عددونه چې د هر تکي لپاره یې په لاس راوري، د هغو په واسطه لاندي جدول بشپړ کړئ.

تکي	A	B	C	D	E	F	G	H
د افقي محور په مخ	3					-5		
د عمودي محور په مخ				-7				6

له پورته فعالیت خخه لاندي پایله په لاس راخي:
په پورته فعالیت کې موږ لیدل چې موږ نشو کولای ديوه مخ يا مستوي اختياري تکي یوازې د هغو عددی محورونو په مخ باندي وټاکو چې موږ یې پېژنو. له ډي امله یو بل عمودي محور ته اړتیا ده چې د هغه تعريف د لاندي سیستم په توګه چې دوہ قايم محورونه دی وېژنو.

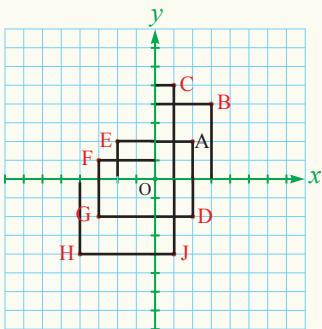
تعريف



دوه محوره د'XX او YY چې د O په تکي کې یو پر بل باندي عمود دی، د قايمو مختصاتو سیستم بلل کېږي.

د فاصلې د محور په نامه او YY د ترتیب د محور په نامه یادېږي چې د (X,Y) هره ترتیب شوي جوړه د قايمو مختصات په سیستم کې د P یو تکي ټاکي په داسې حال کې چې د'XX محور پر مخ باندي د تکي فاصله یعنې X او د'YY محور پر مخ باندي د تکي ترتیب یعنې Y ټاکي.
د مختصاتو د سیستم محورونه مستوي په خلورو برخو د I، II، III او VI باندي یې شي.

یادوونه: غور وکړئ د (x',y') او (x,y') تکي یو له یله توپیر لري، لکه: د A(3,1) او A'(1,3) تکي چې په مستوي کې دوه بیل خایونه دی.
د A(3,1) تکي یعنې 3 واحده بنې او یو واحد پورته خواته، خود (1,3)'A تکي یعنې 1 واحده بنې خواته او 3 واحده پورته خواته بنې.



مثال: د لاندې پکو فاصله او ترتیب چې د قایمو مختصاتو په سیستم کې درکړل شوي دي د مرتبو جوړو په توګه په تشریحي ډول په یوه جدول کې وليکي:
حل: د قایمو مختصاتو په سیستم کې د مرتبو جوړو په توګه د پکو مختصات عبارت دي له:

C(1,5)	B(3,4)	A(2,2)
F(-3,1)	E(-2,2)	D(2,-2)
J(1,-4)	B(-4,-4)	G(-3,-2)

په لاندې ډول د جدول په توګه د پورتنيو پکو په بنودنه په لاس راوړو:

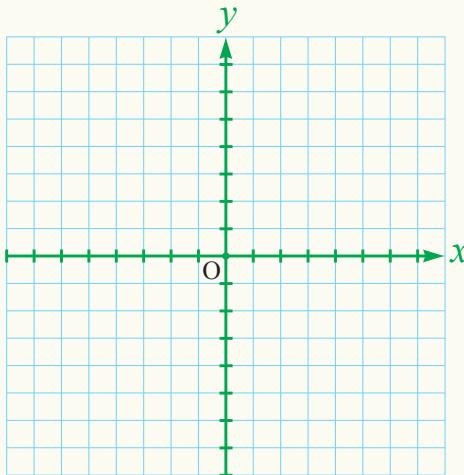
نکي	A	B	C	D	E	F	G	H	J
x	2	3	1	2	-2	-3	-3	-4	1
y	2	4	5	-2	2	1	-2	-4	-4

تمرین

1- د لاندې مرتبو جوړو جدولی بنوونه وليکي:

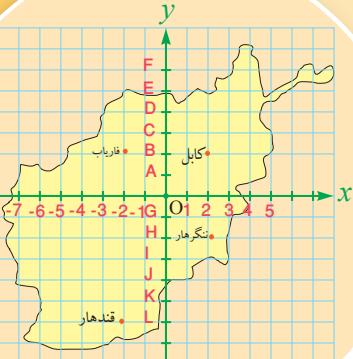
$$A(5,5) , B(0,3) , C(-1,1) , D(2,-1)$$

2- هغه تکي چې د مرتبو جوړو مختصات يې (C(-1 , -2) , B(-3 , 1) , A(1 , -1) دی خایونه يې د قایمو مختصاتو په سیستم کې وټاکۍ او E(1,4) دی خایونه يې د قایمو مختصاتو په سیستم کې وټاکۍ .



2- لاندې تکي د قایمو مختصاتو په سیستم کې وټاکۍ:

- a) A(4,5)
- b) B(-2,-4.5)
- c) G(0.5 ,4)
- d) E(-7,0)
- e) F(0,4.5)
- f) K(0,0)



د یوه تکي مختصات په مستوي کې

د افغانستان خلور ولايتونه وړاکۍ دوياست چې د کوم توري او کوم عدد په تقاطع کې واقع دي؟ آيا د هر توري او عدد تقاطع د افغانستان یوه نقطه یا یو خای بنې؟

فعاليت

- د قایموم مختصاتو سیستم رسم کړئ.
- محورو نه د یوه سانتی متر په اندازه سره ووشيء او هر واحد د ملي متر په توګه په نښه کړئ.
- 4 اختياري نقطې د مختصاتو په سیستم کې په خپله خوبنې په خلورو ناحيو کې په نښه کړئ. هڅه وکړئ د عمودي او افقی خطونو له مخې $D\bar{X}$ او $\bar{Y}y$ محورو نو په مخ باندي د هغو مختصات وړاکۍ.
- آيأ گومان کولاي شی چې د مستوي کې دوہ بیل تکي مساوی مرتبې جورې لري؟
- آيأ دا امکان شته چې دوہ بیلې مرتبې جورې په مستوي کې یو خای یوه نقطه وبنې؟

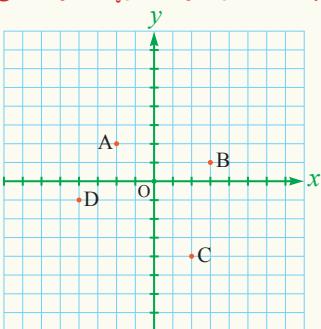
د پورته فعالیت له سرته رسولو خخه لاندې پايله په لاس راخي:

د قایموم مختصاتو په مستوي کې د P د هر تکي لپاره یوازي د (x, y) یوه مرتبه جوره او بر عکس د (x, y) هري مرتبې جورې لپاره یوازي او یوازي د قایموم مختصاتو په مستوي کې د P یو تکي وجود لري.

یادو نه: د x محور په مخ باندي $y=0$ دی، لکه $(5, 0)$ او همدارنګه د y محور په مخ باندي $x=0$ دی، لکه $(0, 2)$.

مثال: د قایموم مختصاتو یو سیستم په پام کې ونسی.

a) د هغو تکو مختصات چې د مختصاتو په سیستم کې په نښه شوي دي د مرتبو جورو په چول یې په جدول کې ولیکۍ.

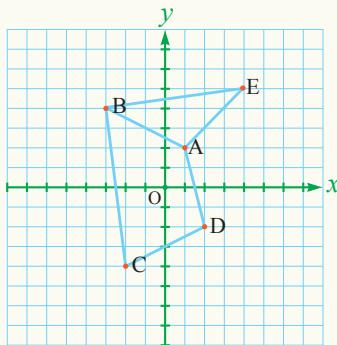


(b) د مرتېي جوري د $E(4, 5)$, $D(2, -2)$, $C(-2, -4)$, $B(-3, 4)$, $A(1, 2)$ قايمو مختصاتو په سيستم کې وړکۍ او يو له بل سره یې ونبليو.

حل:
(a)

نک	A	B	C	D
x	-2	3	2	-4
y	2	1	-4	-1

A(-2, 2)
B(3, 1)
C(2, -4)
D(-4, -1)



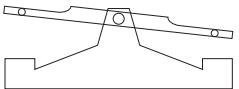
(b)

تمرین

1- د تکو مختصات په لاندې ډول د مرتبو جورو په توګه درکړ شوي دي، د قايمو مختصاتو په سيستم کې یې وړکې او پکې په ترتیب يو له بل سره ونبليو:
 $P_6(-4, -5)$, $P_5(6, -2)$, $P_4(4, -3)$, $P_3(3, 1)$, $P_2(2, -3)$, $P_1(1, 1)$

2- د لاندې تکو مختصات پیدا کړئ:
(a) د 'XX' پر محور باندې یو پکې چې له مبدا خخه بنې لوري ته 6 واحدو په اندازه فاصله ولري.
(b) د 'YY' پر محور باندې یو پکې چې له مبدا خخه بنکته لوري ته 5 واحده فاصله ولري.

مجھول او متحول



- د تالی تعادل په کوم وزن سره منځ ته راتلی شي؟
- آیا یوازې یو وزن دی چې تله د تعادل په حالت کې راولای شي؟
- په یو ه شپه او ورڅ کې د تودو خې درجه ثابته ده که متحوله ده؟

فعاليت

لاندې مساوات چې دوه تشن خایونه لري، په پام کې ونيسي. تشن خایونه یو پر بل پسې داسې ډک کړئ چې لوړۍ د مساواتو لوړۍ تشن خای او بیا دویم تشن خای ډک شي.

دویم تشن خای لوړۍ تشن خای

$$2 \times \boxed{} + \boxed{} = 9$$

- که چېږي په لوړۍ تشن خای کې د، 1 عدد ولیکل شي، د دویم تشن خای عدد به خو وي؟
- که چېږي په لوړۍ تشن خای کې د، 2 عدد ولیکل شي د دویم تشن خای عدد پیدا کړئ.
- آیا کولاۍ شو په لوړۍ تشن خای کې هر عدد ولیکو؟
- آیا د لوړۍ تشن خای د بدليدونکو قيمتونو (متحول) په وړاندې او د تېرو معلوماتو نه په ګټه د دویم تشن خای د عدد نوم واخلى؟

د پورته فعالیت خخه لاندې پايله په لاس راورو:

- د لوړۍ تشن خای د عدد د پاکلو لپاره موردا امکان درلود چې د خپلې خوبنې عدد وټاکو او د هغه لپاره اړيو چې د معادلې د مجھول د حل له مخې د دویم تشن خای قيمت په لاس راورو.
- که چېږي په یوه مساوات کې د الجبری افادي یوه توري ته د مختلفو قيمتونو د ورکولو امکان موجود وي، نوموري توري د متحول په نامه یادېږي.
- په عمومي توګه که چېږي متحول د اختياري بدلوونکو وړنه وي مجھول بلل کېږي.

مثال: د $2x - y = 1$ په مساوات کې د x د متحول د قيمتونو له مخې په لاندې جدول کې د

مجھول قيمت په لاس راخي:

د مثال په توګه: د $y = 2 \times (-3) - 1 = -7$ لپاره د $x = -3$ کېږي.

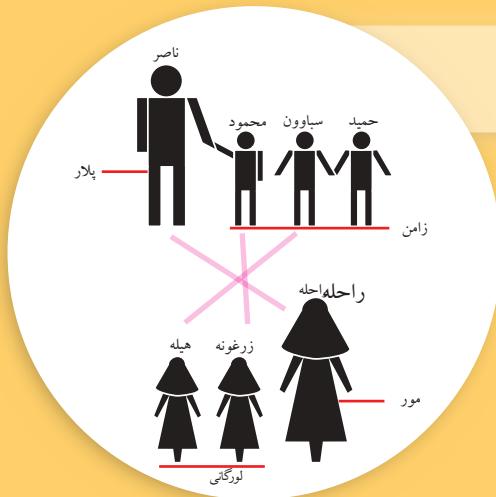
د x متحول قيمتونه	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5	$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$
د y مجھول قيمتونه	-7	-5	-3	-1	1	3	5	7	9	0	-2

تمرین

- 1- یو متحول او یو مجھول یو له بل سره خه توپیر لري؟ په مثال کې یې خرگند کړئ.
- 2- د هغۇ تکو مرتبې جوړې چې د پورته مثال په جدول کې په لاس راغلي دي د مختصاتو په سیستم کې یې وتاکۍ، نوموري تکې یو له بل سره ونبلوئ.
- 3- د $2x - y = 7$ په مساوات کې د x متحول لپاره خينې قيمتونه درکړل شوي دي، په نوموري مساوات کې د x قيمتونو په اپښودلو سره د y مجھول قيمت په لاس راوړئ:

x	-3	-2	-1	1	2
y					

څوک له چاسره خه دول اړیکه یا
رابطه لري؟

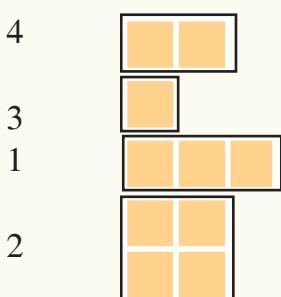


فعالیت

پورته شکل په پام کې ونيسي، هغه اړیکې چې د بوي کورنى د غړو ترمنځ شته دي د هغو له مخې
لاندې پوبنتنو ته څواب ورکړئ:

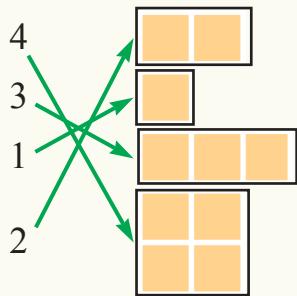
- راحله د ناصر مېرمن ده، حميد له ناصر سره خه اړیکې لري؟
- محمود د ناصر زوي دي، راحله او حميد خه رابطه لري؟
- هيله د سیاون خور ده، آيا سیاون د هيلې ورور دي؟
- زرغونه د هيلې خور او زرغونه د محمود خور هم ده، نو هيله د محمود سره خه اړیکې لري؟
- د کورنى د غړو د اړیکو لپاره خونور مثالونه چې د کورنى خپلوي وښي، وواياست.

کولای شو د پورته فعالیت خخه لاندې پایله په لاس راپرو؟



که چېږي د دوو شيانو، جسمونو او یا دوو سېټونو د عناصرو ترمنځ
د رياضي د عمليو په واسطه او یا د کومې ټولنيزې اړیکې ترمنځ
شتولي ولري رابطه بلل کېږي.

لومړۍ مثال: د 1,2,3 او 4 عددونو او مخامنځ مریع ګاتو د
شمېر ترمنځ یوه رابطه پیدا کړئ:



دوييم مثال: که چېري خانګه 26 کلنه او سپورمۍ 16 کاله عمر ولري د 5 ، 10 او 15 کلونو وروسته به خانګه او سپورمۍ خوکاله عمر ولري؟

د انجیلا عمر	16	21	26	31
د نسرین عمر	26	31	36	41

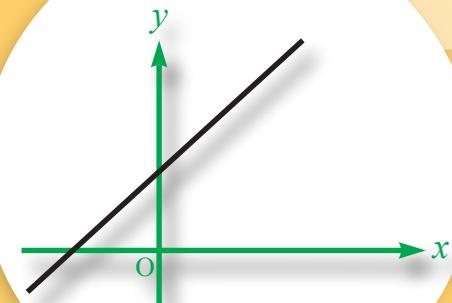
که چېري د مختصاتو په سیستم کې د سپورمۍ د عمر گراف نظر د خانګې عمر ته رسم کړو، نویو مستقیم خط دی، له دې امله د سپورمۍ او خانګې د عمر وونو تر منځ رابطه یا اړیکه یوه خطی رابطه ده.

تمرین

1- د څلوا ټولګیوالو یو سیت سپورمۍ چې 5 عنصره او هم د مختلفو مېوو یوسیت، چې 5 عنصره ولري، جوړ کړئ د څلوا ټولګیوال نوم د هغه دخوبنې وړ مېوې سره په جوړه یېز ډول په قوس کې ولیکي.

2- د 1,2,3,4,5,6 او 8 عددونو په پام کې ونيسي، د مساوی رابطي په واسطه هغه عددونه پیدا کړئ چې جذر المربع یې مساوی له یو پورتنې عدد سره وي، لکه: $5 = \sqrt{25}$ دی.

خطي رابطه



که چېرې د یوې رابطې گراف مستقيم خط وي د X او Y تر منځ رابطې ته خه وايې؟

فعاليت

- محمود 20 کلن و چې نجلا لور يې وزېږدله.
- کوم وخت چې نجلا په 7 کلنې کې بنوونځي ته شامله شوه ويلی شئ چې محمود خوکلن وو؟
- کله چې نجلا 20 کلنې شي پلار به يې خوکلن وي؟
- د نجلا او پلار د عمرونو په پام کې نیولو سره لاندې جدول بشپړ کړئ:

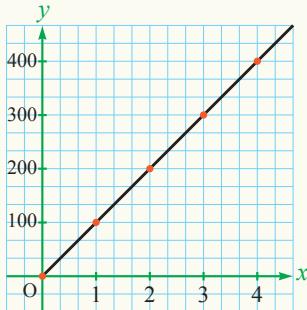
د نجلا عمر			7		15
د محمود عمر	20	23		29	

- د نجلا د عمر گراف نظر د محمود عمر ته د قايمو مختصاتو په سيسitem کې رسم کړئ.
- که چېرې محمود 24 کلن وي، د گراف له مخېي يې پیداکړئ چې نجلا خوکلن ده؟
- د محمود او نجلا د عمرونو تر منځ خه ډول رابطه شته دي؟
- که چېرې د محمود عمر په Y او د نجلا عمر په X سره وښيو، د محمود او نجلا د عمرونو تر منځ رابطه د یوې الجبري افادي په واسطه ولیکي.

د پورته فعالیت خخه لاندې پایله په لاس راوړو:
 که چېرې د یوې رابطې گراف مستقيم خط وي، په دې صورت کې د متحولینو تر منځ رابطه خطی رابطه بلل کېږي.

لومړۍ مثال: که چېږي د کابل او هرات تر منځ واتېن په منځني چېټکتیا سره په یوه ساعت کې 100Km ووهو خه دول رابطه ده؟

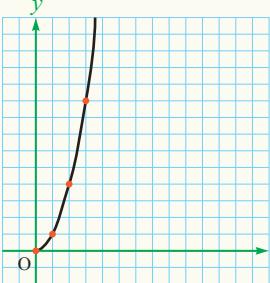
حل: لومړۍ د وهل شوي واتېن رابطه نظر وخت ته په لاندې جدول کې ليکو:



وخت په ساعت	0	1	2	3	4
واتېن په کیلومتر	0	100	200	300	400

که چېږي پورتنی مرتبی جوړي د وضعیه کمیاتو په سیستم کې په نښه او یو له بل سره ونبسلوو، لیدل کېږي چې یو مستقیم خط منځ ته رائحي. له دې امله د منځني چېټکتیا او وهل شوي واتېن تر منځ رابطه یوه خطی رابطه ده.

د دويم مثال: د یوې مربع د اضلاع د اوږدوالي او مساحت ترمنځ رابطه په پام کې ونيسي، ددي لپاره که چېږي د مربع ضلع په a او مساحت یې په a^2 سره ونبیو، د مختلفو قيمتونو لپاره د مساحت مختلف قيمتونه په لاس راورو چې په لاندې جدول کې ليکل شوي دي.



د مربع ضلع	1	2	3	4	5
د a^2 مربع مساحت	1	4	9	16	25

پورتنی تکي د وضعیه کمیاتو په سیستم کې وټاكۍ او ګراف یې رسم کړئ. آيا ګراف یې یو مستقیم خط دي؟ آيا دا یوه خطی رابطه ده؟ نه: دا دول رابطې چې a یعنې د ضلعې اوږدوالي او a^2 یعنې د مربع مساحت خطی نه دی چې د غیر خطی رابطې په نامه یادېږي.

تمرین

- 1- د یوه فنر اوږدوالي چې وزن ورباندې خورند دی، که چېږي m کيلوگرامه وزن ورباندې خورند کړو د فنر اوږدوالي $L = 10 + 0.5 \times m$ رابطې په واسطه په لاس رائحي.
- (a) د 4 کيلوگرامه وزن لپاره د فنر اوږدوالي خومره دی؟
- (b) په فنر باندې خومره وزن خورند شي چې د فنر اوږدوالي 15 سانتي مترو و ته ورسېږي؟
- 2- د یوه نوي زېږيدلې مار اوږدوالي 30 سانتي متره دی. که چېږي هر کال په منځني توګه د نوی زېږيدلې مار اوږدوالي 22 سانتي متره زیات شي، نو په خومره وخت کې به د نومورې مار اوږدوالي 96 سانتي متره شي؟

د خطې رابطو جوړښت

د 100 پوکنیو پلورل به خومره ګته
ولري؟



فعاليت

ددي لپاره چې احمد د خپل قلم او کاغذ پېسې پیداکړي د خپلې مور په مشورې سره تصميم نيسې چې په بشار کې له غرمې وروسته هوایي پوکنیو پلورلي که چېږي احمد د 100 دانو پوکنیو د رانیولو لپاره 260 افغاني ورکري او سربېره پر هغه 20 افغاني د ډودي خورلو او 20 افغاني د ترانسپورت کرایه ورکري په دې صورت کې تصميم نيسې چې هره پوکنې په 6 افغانیو پلورلي.

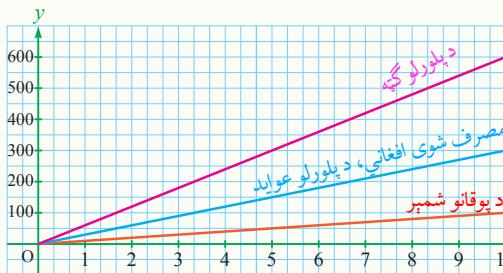
د پوبنټې د ارزونې لپاره دا موضوع د رياضي له شبونکي سره ګله او شبونکي هغه ته مشوره ورکوي تر خو د پوکنیو د شمېر معادلي نظر ټول لګښت او ګټې ته د پلورلو له مخې جوړ او د دواړو حالتو ګرافونه يو له بل سره پرتله کړي. د ګراف د تحليل او پوبنټې په ارزونه کې د خوابونو د فعالیت په بشپړ ولوکې له احمد سره مرسته وکړي.

- د خو دانو پوکنیو له پلورلو وروسته د پلورلو عواید له ټول لګښت سره مساوی کېږي؟
- د ټول جدول مصرف چې د 100 دانو پوکنیو لپاره چې ټولې 300 افغاني لګبدلي دې بشپړ کړئ:

د پوکنیو شمېر	0	10		30	40		60	70		100
لګبدلي افغاني	0	30	60			150			240	270

- که چېږي X د پوکنیو شمېر او y د لګښت اندازه وي د پوکنیو د لګښت العجري رابطه په لاس راوړئ او ګراف یې د قایمو مختصاتو په سیستم کې رسم کړي.
لکه د ټول لګښت جدول د پلورلو لاندې جدول د پوکنیو د پلورلو عوایدو له مخې بشپړ کړي.

د پوکنیو شمېر	0	10		40		70		90	100
لګدلې افغاني	0		60		150		240		
د پلورلو عواید	0	60		180		360			
د پلورلو گټه	0		60						



• د ګرافونو د تقاطع په تکې کې ګډه او لګښت يو له بل سره خه ډول رابطه يا اړیکه لري؟

• خو داني پوکنۍ وپلورل شي، تر خو د پلورلو او لګښت اندازه سره برابره شي؟ دا غوښتنه د ګراف له مخې خه معنا ورکوي.

له پورته فعالیت خخه لاندې پایله په لاس راوړو:
د دوو خطی معادلو حل، د هغو د ګراف د تقاطع له نقطې خخه عبارت دي، څکه چې په هغو کې X او Y يعني فاصله او ترتیب په دواړه معادلو کې مساوی يا يو ډول دي.

تمرین

1- یو رستورانت د یو شرکت لپاره ډوډي پخوي. دا رستورانت 1000 افغانۍ یو کال مخکې او سرېبره پر هغه په هره میاشت کې 600 افغانۍ غوبنتې دي. بل رستورانت د مخکنۍ غوبنتنې پرته د میاشتې 850 افغانۍ غوبنتې دي. لاندې جدول بشپړ کړئ.

کې	سلواغه	مرغومی	لندې	لرم	تله	وری	زمری	چنګاين	غږګولي	غونې	وری	میاشتې
لومړۍ رستورانت												
دوم رستورانت												

دې دوو رستورانتونو ته د پېسوا ورکولو ګراف د قایمو مختصاتو په یو سسیتم کې رسم کړئ که چېږي 6 میاشتې ډوډي وغواړو کوم یو رستورانت زمور په ګټه دي.



- که چېرې د ډیوه موټر چېټکتیا $50 \frac{\text{Km}}{\text{h}}$ ووي:
- په دوو ساعتونو کې خومره واتین وهی؟
- په درې ساعتونو کې خومره واتین وهی؟
- آیا ويلاي شئ چې د هر وخت لپاره یو خانګړۍ واتین په یوه تاکلې چېټکتیا پوري اړه لري؟

فعالیت

- اوسم د ډیوه موټر د چېټکتیا او وهل شوي واتین تر منځ رابطه نظر وخت ته په پام کې نيسو:
- که چېرې یو موټر د $60 \frac{\text{Km}}{\text{h}}$ په ثابتې چېټکتیا سره حرکت وکړي، لاندې جدول د درکړل شوي وختونو په پام کې نیولو سره د وهل شوي فاصلې لپاره بشپړ کړي:

t	1h	2h	3h	4h	5h	6h
x						

- د لاس ته راغلو مرتبو جورپو لوپاره که چېرې پورته رابطه د قایموم مختصاتو په سیستم کې، په داسې حال کې چې وخت یعنې د t لپاره عمودي محور او د x وهل شوي واتین لپاره افقی محور په پام کې ونسو د هغه ګراف رسم کړي.
- آیا ويلاي اى شئ چې د هر راکړ شوي وخت لپاره یو خانګړۍ واتین وجود لري؟
- که چېرې په پورته رابطه کې t یو مستقل متتحول وي په دې حالت کې د کوم کمیت قیمتونه د هغه تابع دي.

له پورته فعالیت خخه لاندې تعریف لاس ته راړو:

- د دوو سیټنزو د عناصر و تر منځ داسې یو رابطه چې د متتحول هر قیمت لپاره یوازي یو قیمت یا د متتحول هر قیمت یوازي د ډیوه عدد سره ارتیاط ولري تابع، بلل کېږي.
- د قیمتونه ناحیه چې مستقل متتحول پکې قیمتونه اخلي د تعریف ناحیه (Domain) بلل کېږي. د ناحیې هغه قیمتونه، چې د تعریف د ناحیې خخه د مجھول لپاره په لاس راخي، د قیمتونه ناحیه (Codomain) په نامه یادېږي.

که چېري د یوې تابع د تعريف ناحيه A او د قيمتونو ناحيه B وي په دې صورت کې $y=f(x)$ تابع د x
بلل کېري او داسې ليکل کېري:

مثال: د $f(x) = 2x + 1$ تابع د $x = -6, -4, -2, 1, 4$ قيمتونو په واسطه و بشناست چې f يوه تابع .^{۵۵}

حل: په تابع کې د راکړل شوو قيمتونو په اپښودلو سره د تابع قيمتونه په لاندې ډول په لاس راخي:

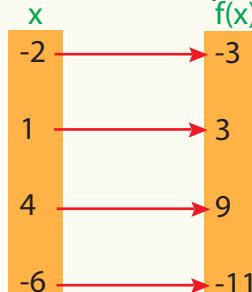
$$f(x) = 2x + 1$$

$$f(-2) = 2(-2) + 1 = -3$$

$$f(1) = 2(1) + 1 = 3$$

$$f(4) = 2(4) + 1 = 9$$

$$f(-6) = 2(-6) + 1 = -11$$



له پورته شکل خخه بشکاري چې د تعريف په ناحيه کې د متحول د هر قيمت لپاره يو قيمت د قيمتونو په ناحيه کې شته دي، نو د تابع د تعريف له مخې f يوه تابع ده او لاندې پایله په لاس راپو:
هره الجبری افاده چې د $y = ax + b$ شکل ولري يا په بل عبارت هره خطی رابطه د تابع په نامه يادېږي.

مثال: که چېري د 4، 9 او 16 قيمتونه د $f(x) = \sqrt{x}$ تابع لپاره درکړل شوي وي آيا f يوه تابع ده او که نه؟

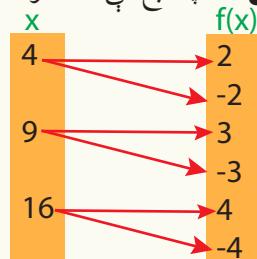
حل: د f په تابع کې د متحول د قيمتونو په اپښودلو سره د تابع قيمتونه په لاس راپو:

$$F(x) = \pm\sqrt{x}$$

$$F(x) = \sqrt{4} = \pm 2$$

$$F(9) = \pm\sqrt{9} = \pm 3$$

$$F(16) = \pm\sqrt{16} = \pm 4$$



په پورته شکل کې ليدل کېري چې د x د سټ دهر عنصر لپاره د $f(x)$ په سیټ کې دوو قيمتونه دی، نو له دې امله د تابع د تعريف له مخې f يوه تابع نه ده.

تمرین

$$\text{آيا د } f(x) = \frac{4}{3}x \text{ تابع د } 0, 1, 2, 3 \text{ او } -3 \text{ درکړل شوو قيمتونو لپاره يوه تابع ده؟}$$

د نهم فصل مهم ټکي

ټکي په مستوي کې: کولاي شود قايمو وضعیه کمباتون ديو سيسیتم په واسطه یو ټکي تعريف کرو چې د (X, Y) دوو مختصو په واسطه چې د فاصلې او ترتیب په نامه یادپوري وتاکل شي.

د قايمو مختصاتو سيسیتم: دوو عمود محورونه د XX او YY چې یو بل د ۰ په ټکي کې قطع کوي دقایمو مختصاتو سيسیتم په نامه یادپوري، او د (X, Y) هرې مرتبې جوري سره د مستوي یو ټکي اړپکې لري.

د X ټکي د فاصلې او Y د ترتیب په نامه یادپوري، د هغو قيمتونه د محورونو له مخې چې په مساوي واحدونو سره ويسل شوي دي، ټاکل کېري.

په مستوي کې د یوه ټکي مختصات: د دقایمو مختصاتو په یوه مستوي کې د P هر ټکي یوازې $P(X, Y)$ یوه مرتبه جوره عددونه او بر عکس (سرچې) دقایمو مختصاتو په مستوي کې د $P(X, Y)$ هرہ مرتبه جوره عددونه یوازې د P یو ټکي ټاکلې شي.

مجھول او متھول: که چېږي په یوه مساوات کې د الجبری افادي د یوه جز دې دللون امکان یو عدد او یا بل هر عدد سره شتون ولري متھول بلل کېري.

که چېږي په کلې ډول متھول د خوبنې سره سم اختياري بدلون منونکي نه وي، مجھول بلل کېري.

رابطه: که چېږي د دوو شيانو، جسمونو یا د دوو سیټونو د عناصرو ترمنځ د رياضي د عملیو په واسطه او یا د کومو ټولنیزو اړپکو د تړون ترمنځ شتوالی ولري رابطه بلل کېري.

خطي رابطه: که چېږي د یوې رابطي ګراف مستقيم خط وي په دې صورت کې د متھولینو تر منځ خطي رابطه بلل کېري.

د خطي رابطو جورښت: د هغو خطي رابطو شمبر چې ګرافونه یې په مستقيم خط جور کري او د شفاهي وينا په واسطه ووبل شي د الجبری افادي د رابطو په واسطه بنوبل کېري او حل یې پیدا کېري، دا تول پراوونه د خطي رابطو جورښت په نامه یادپوري چې په حقیقت کې په ورځني ژوند کې د خطي معادلو تطبيق کول دي.

تابع: د دوو سیټونو د عناصرو تر منځ رابطه خرنګه چې په نوموري رابطه کې د متھول د هر قيمت لپاره د تابع یو قميست خرګندوي، نو په دې صورت کې د تابع په نامه یادپوري.

1- لاندي درکپل شوي تکي دقاييمو مختصاتو په سيستم کې وئاکي:

$$D(-1,4) \quad C(4,-1) \quad B(3,-5) \quad A(1,5)$$

2- د 3 تکو مختصات داسې پيداکړئ چې د مساوي ترتیب لرونکي، خونوموري تکي يو پر بل باندي پراته نه وي.

3- دمتساوي الساقين مثلث د راسونو مختصات پيداکړئ چې يو راس يې د $y = 5$ د y پر محور باندي او دوه نور راسونه يې د x پر محور باندي وي، په داسې حال کې د قاعدي اوږدوالي 9 واحده دي؟

4- د $\{1, 2, 3, 4\}$ او $B = \{5, 6, 7, 8\}$ سڀونو د عناصرو ترمنځ يوه رابطه د ګراف په واسطه رسم کړئ.

5- د A له سټ خخه د B سټ ته د هر عنصر لپاره يوه رابطه د " \subset " نېښي په واسطه تعریف کړئ د درکپل شوو سڀونو په پام کې نیولو سره په 4 مثال کې د A او B سڀونو د عنصرونو لپاره د " \subset " نېښي په واسطه مثال ولیکي؟ (مثلاً $5 < 1$ دی) آيا بر عکس رابطه هم شتوالی لري.

6- لاندي معادلي حل کړئ:

a) $5x - 5 = 5$

b) $3x + 8 = 23$

c) $7x - 2 = 19$

d) $x + \frac{1}{2} = 4$

7- ملالۍ له خپلې مور خخه 25 کاله کوچني ده. که چېږي د نرګس او مور د عمرونو مجموعه 41 کاله وي، نرګس خوکلنده ده؟

8- زلمي او نصیر 36 ټوکه کتابونه ولوستل، که چېږي زلمي له نصیر خخه 6 ټوکه زيات ولوستلي وي معلوم کړئ چې هريوه خو ټوکه کتابونه ولوستلي دي؟

9- یو توب ټوکر 30 متره دی، 7 جوړې کالې پې ورڅخه ګډلي دي که چېږي 2 متره ټوکر ورڅخه پاتې وي، نو د هري چورې کاليو لپاره خومتره ټوکر مصرف شوي دي؟

10- که چېږي د یوه عدد له 3 برابر سره د 4 عدد زيات شي د 10 سره مساوي کېږي عدد خو ده؟

11- که چېږي د یوه عدد له دوه برابر خخه 5 منفي شي مساوي د خپل عدد سره کېږي عدد کوم ده؟

لسم فصل

احصایه

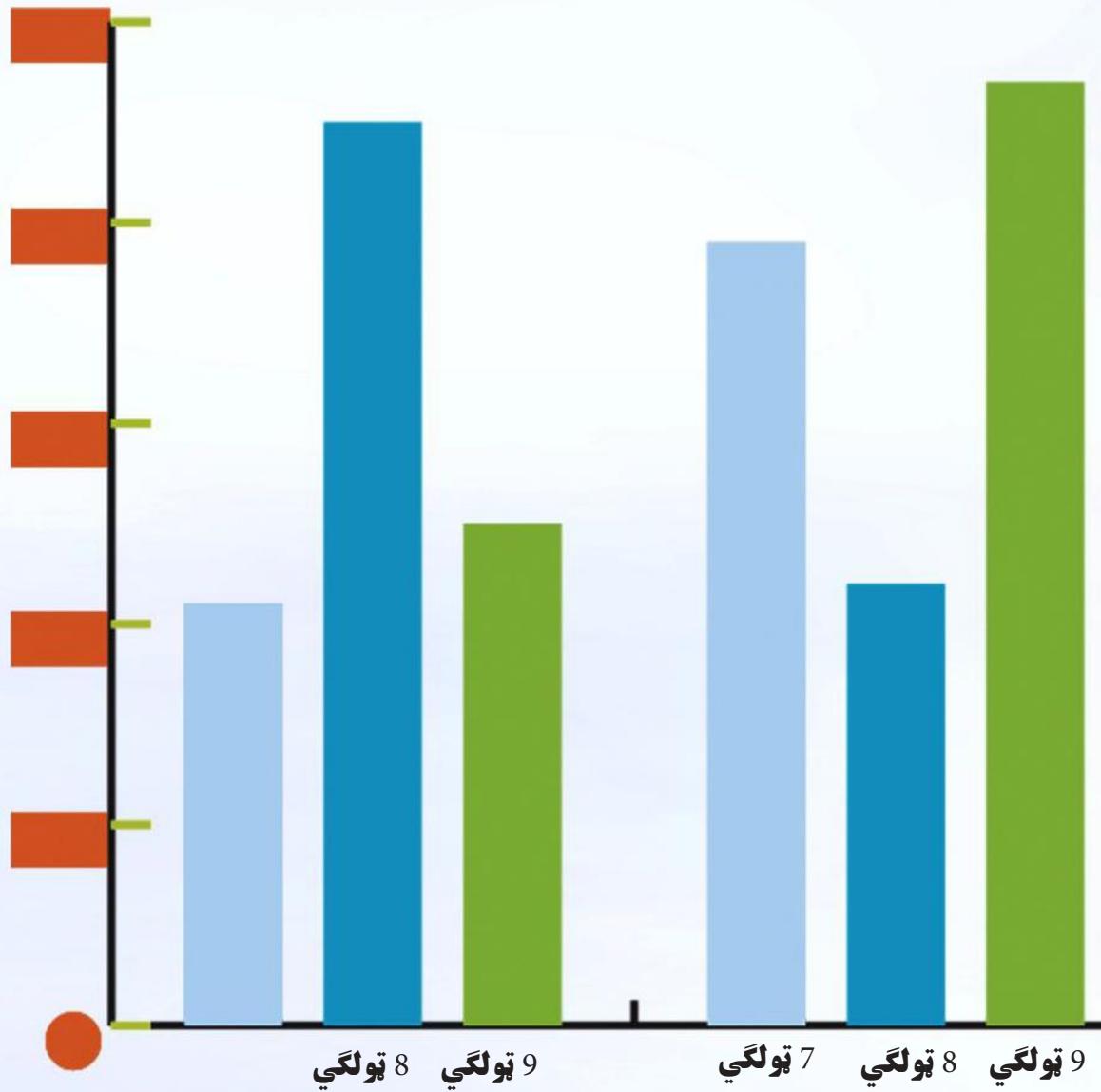


د 9 تولگي د زدہ
کوونکو شمېر

د 8 تولگي د زدہ
کوونکو شمېر

د 7 تولگي د زدہ
کوونکو شمېر

د زده کوونکو
شمېر



د منفصلی دیتا د کثرت جدول



يو سري غواوري له کابل خخه مزار شريف ته
لارشي. د لاري يه اره له يوه لاروي خخه
معلومات غواوري.

لاروي: له کابل نه کاريزمير ته، له کاريزمير
نه قلعه مراد بيك، له قلعه مراد بيك نه
سرای خواجه، ...، له چاريکار نه جبل
السراج ته او ...،

اوريدونکي ددي معلوماتو په اوريدو گيچ شو.

آيا لاروي نه شوکولاي چې دغه خواب په لنډو جزياتو ورکړي؟

فعاليت

دریاضی په مضمون کې د یوه ټولګي د زده کونکو نمرې په دې ډول لیکل شوی دي:

42	25	30	35	48	67	59	51	58	88
82	77	48	56	75	78	72	91	56	43
94	53	57	63	82	100	42	95	47	20
59	40	62	12	75	26	76	92	83	96

- که وغواړو چې د پورتنيو معلوماتو (دیتا) د کثرت جدول جوړ کړو، آيا دا به سنه پړپکړه وي چې د
دې کار لپاره له ۱ نه تر 100 پورې نمرې ولیکو آیا ستونزه شته؟
- لاندې جدول بشپړ کړئ:

صنف	f
0 تر	9
10 تر	19
20 تر	29
30 تر	39
40 تر	49
50 تر	59
60 تر	69
70 تر	79
80 تر	89
90 تر	100

- د هغې پیتا شمېر پیدا کړئ چې د جدول په پنځم صنف کې راتلای شي.
- د جدول د دویمې کربنې پیتا یعنې خه؟
- که پورتني پیتا نه وي، آیا ولای شود هغه د ووتنو نمرې چې د 11 او 20 ترمنځ دي، خو دي؟
- خو بپلا بپلي پیتاوې په هر صنف کې شاملیدا شي؟

کله چې د پیتا شمېر زیات وي او یا په جدول کې د پیتا د کثرت عدد دېر کوچنی او یا صفو وي، په دې صورت کې د مجزا د کثرت جدول دېره مرسته نه شي کولای او یا د هغه د جدول جوړول هم دېر ګراندي، نو خکه په دې حالت کې د صنف بندي په دویم د کثرت له جدول خخه ګپه اخلو. په دې صورت کې د هر صنف کثرت د رابنې چې په صنف کې خو پیتاوې شاملې دي، خو موږ نه شو ولای چې هغه کومې دي.

صنف	شمېر f
0 – 49	13
50 – 59	8
60 – 69	3
70 – 79	6
80 – 89	4
90 – 100	6

مثال: د پورتنيو معلوماتو په رنګ کې لاندې جدول بشپړ کړئ:

لومړۍ صنف خه شي درښې؟

له کوم جدول خخه ګپه اخیستل به ساده وي؟

که د یوه زده کونکي نمرې 62 وي په کوم صنف کې راتلای شي؟

په دویم صنف کې د 50 او 59 عدد خه شي رابنې؟

حل: لومړۍ صنف د هغه شمېر زده کونکو نمرې رابنې چې نمرې یې، له 50 خخه لږي دي او یا نه دي بریالي شوي.

که وغاري چې پوه شو خو زده کونکي نه دي بریالي شوي دویم جدول زموږ کار یو خه اسانه کوي، خکه د لومړۍ جدول د پنځو صنفونو معلومات (پیتا) په یوه صنف کې په لنډ دوی لیکل شوي دي.

د 62 عدد په درېم صنف کې راغلې دي.

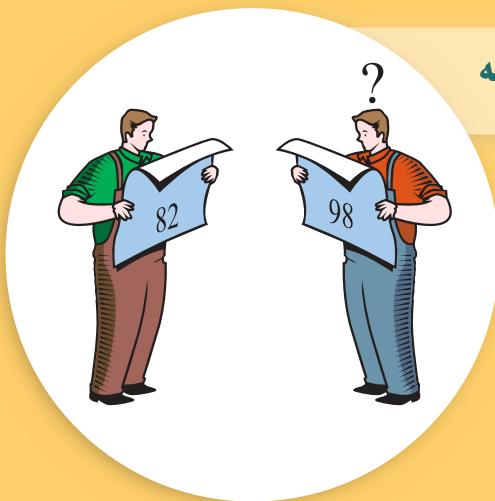
په دویم صنف کې 50 د دېر کوچنی عدد او 59 د دېر لوی عدد بشکارندوی دي چې په نوموري صنف کې راتلای شي.

تمرین

د لاندې پیتا د کثرت جدول بشپړ کړئ.

10	8	20	30	40	10
12	14	25	35	30	18
14	15	17	28	29	37
صنف	1 – 9	10 – 19	20 – 29	30 – 39	
شمېر f					

د کثرت د جدول د اجزاءو خاصیتونه



له هغې وروسته چې بشونکي د ټولګي زده کونکي په دربو (بنه، منځني، او ضعيفو) ډلو (صنفونو) ووپشل، د بشپې ډلي (صنف) یو زده کونکي چې 98 نمرې يې درلودلي پوبنته وکړه، آیا زه له هغه چا سره په کورس کې یو شان یم؟ چې 82 نمرې لري؟

فعاليت

د تېر شي لوست په رنګ کې د یوه زده کونکي د رياضي د مضمون نمرې او د کثرت جدول په پام کې ونيسي.

ددي ټولګي بشونکي غواړي زده کونکو ته نصیحت وکړي چې د مضمون د بشو پایلولو د لاسته راولپولپاره شخصي کورسونه ونيسي.

ددي کار لپاره ټولګي په دربو (ضعيف، متوسط، بنه) ډلو (گروپونو يا صنفونو) ووشي او لاندې جدول بشپړ کړي:

- د 60 او 80 عددونه خه شې را بشپړي؟
- خوبلاېلې نمرې په دويم صنف کې راتلای راشي؟
- دا عددونه د 80 او 60 له توپير سره پر تله کړي؟
- د هغه زده کونکو نمرې چې د 80 او 100 ترمنځ دي په کوم صنف کې پرتې دي؟

• آیا دغه کورس چې زده کونکي پکې ګډون کوي، له هغه کورس سره یو شان دی چې د دويمې صنف زده کونکي پکې ګډون کوي؟

• آیا هغه کورس چې یو زده کونکي د 83 نمرو په درلودلو سره په هغې کې ګډون کوي له هغه کورس سره، چې د 93 نمرو په درلودلو سره په کې ګډون کوي او هغه زده کونکي چې 93 نمرې پې اخیستې دي، یو شان دی؟

د نمرو ترټولو هغه لږ مقدار چې کولائي شي په یوه صنف کې راشي تیټ سرحد او ترټولو ډېر مقدار ته پې لوړ سرحد وايي، د صنف د تیټ او لوړ سرحد د پیتا موقعیت په یوه صنف کې تاکې يعني ددې

بنوونه کوي چې دیتا په کوم صنف کې وي. همداپې تیت او لور سرحد د یوه صنف پراخوالی چې د نومورو سرحدونو د تفاوت خخه لاسته راخي، ټاکي.

پورتني فعالیت دارا بشیئ چې کومپې دیتاوې په یوه صنف کې راخي د احصایې له پلوه مورته کوم خاص توپیر نه لري کولای شو هغه ټولې دیتاوې یو شان په نظر کې ونيسو او د یو شان بنو دلول پاره یې د هر صنف له او سط خخه ګپه اخلو.

د رياضي نمرې	شمېړ	د صنف وسط
0 - 49	4	$\frac{0 + 49}{2} = 24.5$
50 - 59	2	$\frac{50 + 59}{2} = 54.5$
60 - 69	7	$\frac{60 + 69}{2} = 64.5$
70 - 79	10	$\frac{70 + 79}{2} = 74.5$
80 - 89	9	$\frac{80 + 89}{2} = 84.5$
90 - 100	8	$\frac{90 + 100}{2} = 95$

مثال: د یوه ټولګي درياضي د مضمون نمرې په لنډه توګه مخامنځ یکل شوي دي.

آيا د بریالیتوب او پاتې والي له پلوه هغه هلك کچې 12 نمرې یې تر لاسه کړي وي له هغه زده کونونکي سره کوم توپير لري چې 25 یا 48 نمرې یې اخیستې وي؟

د لومړي، دويم او دريم صنف پراخوالی پیدا کړي.

حل: هغه زده کونونکو چې 12، 25 او 48 نمرې اخیستې دي، د بریالیتوب له پلوه یو تر بله کوم توپير نه لري، خکه ټول بریالي شوي نه دي.

$$= \text{د لومړي صنف پراخوالى} = 50 - 0 = 50$$

$$= \text{د دويم صنف پراخوالى} = 60 - 50 = 10$$

$$= \text{د درېم صنف پراخوالى} = 70 - 60 = 10$$

کولای شو چې د هر صنف لپاره داپې ووایو:

څلور تنو زده کونونکو 24,5 نمرې، 2 تنو 54,5 نمرې، 7 تنو 64,5 نمرې، 10 تنو 74,5 نمرې، 9 تنو 84,5 نمرې او 8 تنو 95 نمرې اخیستې دي.

دا ضرور نه ده چې د هر صنف پراخوالى دې یو تر بله مساوی وي. د صنف پراخوالى په دې پوري اړه لري چې صنف بندې د کوم مطلب لپاره کړو او خه معلومات ترې اخیستې شو، لکه: د تېر شوي مثال په صنف بندې کې مو وغوبنتل چې د شخصي کورس زده کونونکي په درې برخو وویشو.

تمرین

لاندې جدول بشپړ کړئ:

د هر صنف دیتا	صنف	د صنف پراخوالى	د صنف وسط
16 , 16.5 , 17 , 17.5	16 - 18		
18 , 18.5 , 19.5 , 20	18 - 20		

دله بیز (تجمعي) کثرت

خنگه پوهېدلای شو چې د زمری د
میاشتې تر پایه خو ورڅې رخصتی لرو؟



فعالیت

د کال میاشتې	دریم ستون	جمعې او د رخصتیو ورڅې
وری		
غوي		
غبرګولی		
چنګابن		
زمری		
وردي		
تله		
لوم		
ليندۍ		
مرغومۍ		
سلواغه		
کب		

- د ډوې کلیزې په مرسته لاندې جدول ډک کړئ:
- د وری په میاشت کې خو ورڅې رخصتی لرو؟
 - د غوي په میاشت کې خو ورڅې رخصتی لرو؟
 - د غبرګولی په میاشت کې خو ورڅې رخصتی لرو؟
 - د کال له پیل خخه د غبرګولې تر پایه خو ورڅې رخصتی لرو؟
 - د پورتنې کثرت د جدول دریم ستون داسې

ډک کړئ چې په هر سطر کې د همغه صنفونو کثرت او د مخکنیو صنفونو کثرت یو له بل سره جمع شوی وي.

- آیا ددې ستون په مرسته په اسانی سره ویلای شئ چې د غږګولی ترپایه خو ورځې رخصتی لري؟
- په دريم ستون کې د ګربشې ورستى عدد خو دی؟ د غه عدد خه شى رابنيي؟

په پورتني فعالیت کې د هرې میاشتې د رخصتیو ورڅو شمیره د مطلق کثرت په نامه یادېږي. د دغې دورې ترپایه د رخصت ورڅو شمېړه دله بیز (تجمعی) کثرت په نامه یادېږي. د هر صنف دله بیز کثرت مساوی دی د هغه صنف د مطلق کثرت او د هغې د مخکینوو صنفونو د مطلق کثرت مجموعې سره.

مثال: یوې کار خانې اعلان وکړ، که چېږې زموږ د کار خانې په جو پو شوو توکو کې که کومې ستونزې پیدا شوې، پلورونکي کولاۍ شي

میاشتې	وروسته له پلورلو	مطلق کثرت (د مسترد شوو کالیو شمېړ)
10 - 13	3	
13 - 16	6	
16 - 19	7	
19 - 22	4	

چې دغه توکې د بیا جوړولو لپاره بېرته کار خانې ته راواستوی. دغه جدول د هغه پلورلو شوو توکو شمېړه رابنيي چې د جوړولو لپاره بېرته کار خانې ته استول شوي دي.

16 میاشتې وروسته خو توکې د جوړولو لپاره کار خانې ته استول شوي دي؟ د 16 او 19 میاشتو

صنف	مطلق کثرت	دله بیز کثرت
10 - 13	3	3
13 - 16	6	$6 + 3 = 9$
16 - 19	7	$9 + 7 = 16$
19 - 22	4	$16 + 4 = 20$

ترمنځ خو توکې د بیا جوړولو لپاره استول شوي دي؟ **حل:** ډله بیز کثرت یې پیداکوو. د دویم سطر په پام کې نیولو سره وينو چې په لوړې 16 میاشتو کې 9 توکې او د 16 او 19 میاشتو ترمنځ 7 توکې د بیا جوړولو لپاره را استول شوي دي. که چېږې دغه عدد مونه پېژندلای. موږ کولاۍ شول چې د ډله بیز کثرت په مرسته یې داسې پیداکړو: $16 - 9 = 7$

تمرین

لاندې جدول بشپړ کړئ:

صنف	مطلق کثرت	ډله بیز کثرت
10 - 15	3	
15 - 20	2	
20 - 25	4	
25 - 30	7	
30 - 35	6	
35 - 40	5	

نسبی کثرت



د دوو بېلۇ بنۇونئىھىزدە كۈونكۈ ملالى او
درخانى پە خېل منج كې خبىرى كولىي:
درخانى: زمۇر پە تۈلگى كې 37 تە بىرالىي
شوي دى.
ملالى: زمۇر پە تۈلگى كې 30 تە بىرالىي
شوي دى.
آيا د كوم تۈلگى لوسىت بە بىنە وي؟

فعاليت

- ديوه بىنۇونئىھىزدە (الف) تۈلگى كې 40 تە او پە (ب) تۈلگى كې 35 تە زدە كۈونكۈ شتە، د رىاضىي
پە مضمۇن كې د (الف) د تۈلگى 32 تە او د (ب) د تۈلگى 30 تە بىرالىي شوي دى.
• د (الف) تۈلگى د بىرالىي زدە كۈونكۈ نسبت لە تۈلۇ زدە كۈونكۈ سىرە خو دى؟
• د (ب) تۈلگى د بىرالىي زدە كۈونكۈ نسبت لە تۈلۇ زدە كۈونكۈ سىرە خو دى؟
• د دې دواپو نىستۇنولە پېتلە كولۇ وروستە ووايىچى د كوم تۈلگى زدە كۈونكۈ بىنە لوسىت وىلى دى.
• آيا د دواپو تۈلگىي د بىرالىي زدە كۈونكۈ پە پېتلې، كولاي شى دا خواب ووايىچى؟

پورتىنى فعالىت دا را خېڭىنى دوو وضعيتونو، د پېتلە كولۇ لپاره نشو
كولاي چى مطلق كىرتۇنە سىرە پېتلە كې. پە داسې حالتونو كې د مطلق كىرت لە نسبت خىخە كې
اخلو.

ددې نسبت لاس تە راغلىي قىمت تە نسبىي كىترت وایو، او د لابنە پېتلە كولۇ لپاره دغە عدد پە فيىصدى
بنىو چى د نسبىي كىترت د فيىصدىي پە نامە يادېرى.

مثال: پە يوه ازمۇينە كې د دوو تۈلگىي نمىرې پە لاندىي جدول كې راپورلۇ شوي دى. دا دوو تۈلگىي
سىرە پېتلە كې.

د (الف) تولگی	مطلق کثرت	د (ب) تولگی	مطلق کثرت
10 – 30 ضعیف	6	10 – 30 ضعیف	19
30 – 50 متوسط	10	30 – 50 متوسط	25
بنه 50 – 70	4	بنه 50 – 70	16

حل: خرنگه چې وينو ددي دواړو تولګيو د زده کوونکو مجموعي شمېر په جدول کې سره مساوی نه دی نو حکه نه شوکولای چې د دواړو صنفونو مطلق کثرت سره پرتله کړو.
دادې کار لپاره لوړۍ د دواړو صنفونو نسبی کثرت پیداکړو. وينو چې ضعیف زده کوونکي په دواړو تولګيو کې تقریبا سره نژدې دي، مګر د (الف) تولګي متوسط زده کوونکي خه نا خه بهتر دي.

د نسبی کثرت فیصدی	د نسبی کثرت	د الف تولګي	د نسبی کثرت فیصدی	د نسبی کثرت	د ب تولگی
10 – 36	6	$\frac{6}{20}$	30%	10 – 36	19
30 – 50	10	$\frac{10}{20}$	50%	30 – 50	25
50 – 70	4	$\frac{4}{20}$	20%	50 – 70	16

تمرین

لاندې جدول بشپړ کړئ:

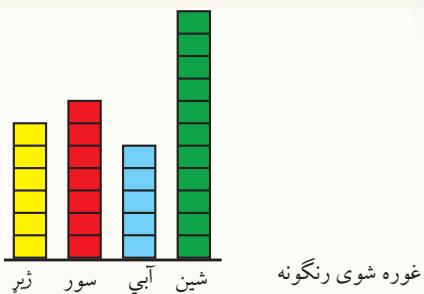
د الف تولګي	مطلق کثرت	نسبی کثرت	د نسبی کثرت فیصدی
5 – 10	2		
10 – 15	3		
15 – 20	1		
20 – 25	4		
25 – 30	6		

میله یی گراف



په انځور کې هغه ونې وینئ چې ټولپي له یوه
ډوله دی تاسې ويلاي شئ چې د لوړوالي
له مخې د کومپي یوې عمر ډېر دی؟

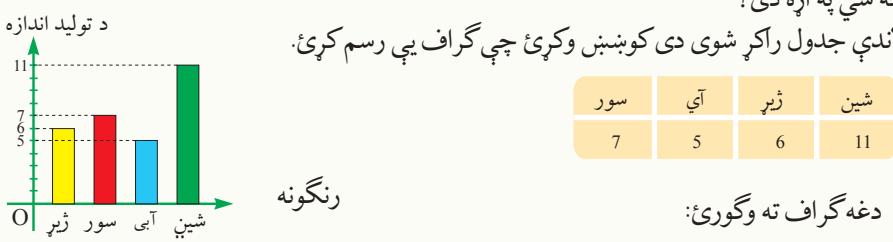
فعالیت



د یوه بنوونځی له زده کوونکو خخه پوښتنه وشه
چې د خپلې خوبنې د موټر رنګ ووایئ.
د دوى د خرګندونو پایله مو د گراف په خېر په
مخامنځ شکل کې لنډه کړي ۵۰.

- په هره میله کې د مریعو شمېر خه شی خرګندوي؟
- د شکل له مخې ووایئ چې خو تنو ژبر رنګ غوره کړي دی؟
- کوم رنګ له ټولونه لېټاکل شوی دی؟
- که چېږي د هر ستون لاندې رنګونه، نه وي ليکل شوی آيا تاسې کولای شول چې لازم معلومات ترلاسه کړي.
- که د گراف لاندې عبارت نه واي آيا یوازې د گراف په ليدلو تاسې کولای شول ووایئ چې گراف د خه شي په اړه دی؟

لاندې جدول راکړ شوی دی کوښښن وکړئ چې گراف یې رسم کړئ.



- دغه گراف ته وګوري:

- آیا کولای شئ د پورتني جدول خرگندونې په دغه ګراف کې په آسانۍ سره وګوري؟
- په لوړې ګراف کې مو ولې د مریع ګانو خخه ګټه اخيستي ده؟ او په دویم ګراف کې مو دا کارنه دي کړئ؟
- د ګراف په ليدو او د ميلود او بدواالي په پرتله کولو سره په ترتیب ووايي چې کوم رنګونه زده کوونکو دېر غوره کړي دي؟
- آيا د ګراف په رسمولو کې د دیتا د خای تغير د اطلاعاتو په تفسیر کې توپير راپرې شي؟

د فعالیت په پیل کې که چېږي تاسې دغه پوښته نه وي لوستلي، آیا تاسې ويلاي شول چې دا رنګ خه شئ رابښي. خرنګه وړاندیز کوئ. پورتني ګراف، ميله يې ګراف نومېروي. یو ميله يې ګراف باید د سر لیک، مقیاس او د محور مشخصې لرونکي وي. په ميله يې ګراف کې د دیتا خای مهم نه دي، د ميلی او بدواالي د دیتا کثرت را بشي او د ميلو ترمنځ فاصله باید سره مساوي وي.

مثال: په لانډې جدول کې د هېواد د پنځو ولايتونو د پنې د تولید اندازه د ټن په حساب راکړشوي .^۵

منځان	بلخ	تخار	کندز	بغلان	ولايتونه	سمنګان
3	5	6	10	8	f	د تولید اندازه

د هر ولايت تولید د ميله يې ګراف په چول وښي. کوم ولايت دېر تولید لري؟



تمرین

- 1- د ميله يې ګراف د رسمولو لپاره کومو معلوماتو ته اړتیا لري؟
- 2- د یوه بنوونځي د ورزشي ټیمونو شمېر په لانډې جدول کې درکړ شوې دي:

منډه	فوتیال	والیال	باسکټیال	ورزشي ټیمونه	د لوړغارو شمېر f
6	11	12	8		

ميله يې ګراف يې رسم کړئ.

د منکسری کربنی گراف

دا گرافونه ډاکټران خنګه تفسیروی؟



فعالیت

د مزار شریف د بشار د هوا پېژندنې ادارې دوري په میاشت کې د یوې شپې او ورځې د تودوځې درجه د ساتني گردید په حساب په لاندې جدول کې اعلان کړي ۵.

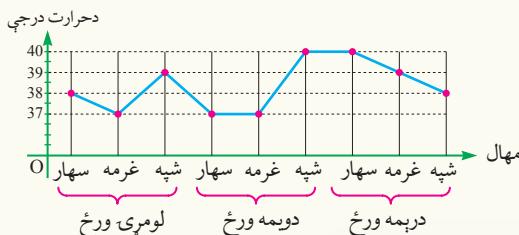
د شپې وروسته له ۱۲	د شپې 8	د ماسپېښن 6	د ورځې ۱۱	د سهار ۸	د سهار ۵	د شپې ۱۲
18	23	21	28	25	20	15

- پورتنی ډیتا د راکړل شوو مختصاتو پر بنسته د مستوي پرمخ د تکو په بنولو سره په نښه کړئ او د مستقيمي کربنې په مرسته دغه ټکي سره و نښلوئ.
د گراف له مخي لاندې پوشتو ته خواب ووایئ.
۰ د تودوځې دېره لوره او دېره ټيټه درجه په کومو ساعتونو کې وه؟
۰ په کوم ساعت کې د تودوځې درجه د ۲۵ درجو نه پورته شوي وه؟
۰ د کومو ساعتونو ترمنځ د تودوځې د درجي بدلون دېر وو.

له پورتنی فعالیت خخه لاندې پایله په لاس راخې

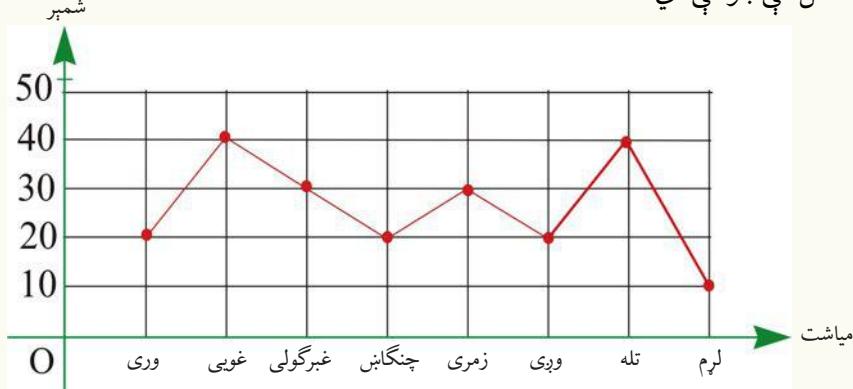
نوموری فعالیت دا رابنی چې کولای شو را تول شوي معلومات (دیتا) د تکو په مرسته د مختصاتو په مستوی کې رسم کړو او بیا دغه تکی د مستقیمو کربنو په مرسته یو تریله سره ونبليوو. کوم ګراف چې د تکو د نښلولو په مرسته په لاس راخی د منکسرې کربنې ګراف په نامه یادېږي.
مثال: یو ډاکټر د رنځور تبه په درې پر له پسې ورڅو کې تر خپرنې لاندې ونیوله. د تودو خې د درجې د بدلون ګراف یې رسم کړئ.
حل: په لاندې جدول کې دغه دیتاوې راکړل شوي دي.

لومړۍ ورڅ			دویمه ورڅ			درېیمه ورڅ		
سهره	غرمه	شېه	سهره	غرمه	شېه	سهره	غرمه	شېه
38	37	39	37	37	40	40	39	38



تمرین

1- د ریاضی په مضمون کې درخانی خپلې میاشتني نمرې د منکسرې کربنې ګراف په ډول په لاندې شکل کې بنوදلې دي.



- درخانی په کومه میاشت کې تر ټولو ډېرې نمرې ورې دي؟
- درخانی په کومه میاشت کې تر ټولو لېرې نمرې ورې دي؟
- په کومه میاشت کې یې نمرې له 35 نه ډېرې دي؟

د غیر متصلی دیتا اوست



سرې خپل يو لاس په داسې لوښي کې چې د تودو خې درجه يې د سانتي گرید 10 درجې د صفر نه لوړه وه او بل لاس يې په داسې ساره لوښي کې چې د هغې د تودو خې درجه د سانتي گرید منفي 10 درجې وه، کېښود. له هغه نه پوښته و شوه چې حال يې خنګه دي؟ نوموري وویل په اوست ډول بنه يم. آیا په دي وضعیت کې د اوست موندل سم دي؟

فعالیت

د کال په پای کې د آصف نمرې په لاندې ډول دي.

75	75	82	75	82	92	97	84
----	----	----	----	----	----	----	----

د آصف د نمره اوست پیدا کړئ.

د دې لپاره چې د 75 عدد درې خلې يو له بل سره جمع کړئ، نور خه کولای شئ؟

د آصف د نمره د کثرت جدول جوړ کړئ.

د کثرت د جدول له مخې، د آصف د نمره د اوست د پیدا کولو لپاره لاره پیدا کړئ.

پورتني فعالیت موږ ته دا راښې. چې د دیتا د اوست د پیدا کولو لپاره د دیتا د تکرار په صورت کې کولای شو د دیتا د جمعې پر خای د دیتا د کثرت له ضرب خخه ګټه واخلو. که چېږي په کلې حالت کې یوه دیتا په X او د هغې کثرت په f وښیو د دوی د ضرب حاصل به $f \cdot X$. که لوړۍ دیتا او د هغې کثرت په X_1 او f_1 ، او دویمه دیتا او د هغې کثرت په X_2 او f_2 او ... اخري دیتا په X_n او کثرت يې په f_n سره وښیو، د دې دیتا اوست مساوی دي:

$$\bar{x} = \frac{f_1x_1 + f_2x_2 + \dots + f_nx_n}{f_1 + f_2 + \dots + f_n} = \frac{f_1x_1 + f_2x_2 + \dots + f_nx_n}{n}$$

مثال: د یوه شرکت د کارکونکو د عايد اندازه په لاندي جدول کې بشودل شوي ده.

د افغانیو په حساب میاشتني عايد	دنده
50000	ریس
40000	دوه مرستیالان
20000	منشي
30000	درې متخصصان
25000	پنځه مامورین
10000	دوه خانه سامان

د شرکت مدېر وایي د شرکت د کارکونکو د عايد اوسيط له 30000 افغانیو نه زیات دي. آيا دا رقم به د شرکت د پولو کارکونکو لپاره سم وي؟ آيا د مدېر دا خبره به سمه وي؟ د کثرت د جدول په کارولو سره د کارکونکو د عايد اوسيط پیدا کړي.

f	د کارکونکو شمېر	X	f·X
1	ریس	50000	$1 \times 50000 = 50000$
2	مرستیال	40000	$2 \times 40000 = 80000$
1	منشي	20000	$1 \times 20000 = 20000$
3	متخصصین	30000	$3 \times 30000 = 90000$
5	مامورین	25000	$5 \times 25000 = 1250000$
2	خانه سامان	10000	$2 \times 10000 = 20000$

$$n = 1+2+1+3+5+2 = 14$$

$$\bar{x} = \frac{50000 + 80000 + 20000 + 90000 + 125000 + 20000}{14} = \frac{385000}{14} = 27500$$

خرنګه چې له محاسبې خخه ولidel شول د عايد اوسيط له 30000 خخه لېږدي، نو ولاي شو چې د مدېر ادعا سمه نه ده.

تمرین

احمد هره شنبه او یکشنبه د کتاب 12 مخه او هره سه شنبه، چهارشنبه او پنجشنبه 10 مخه او د جمعې په ورڅ د کتاب 16 مخه لولي. د کثرت د جدول په جوړې دو سره د کتاب د هري ورڅې د لوستل شوو مخونو اوسيط پیدا کړي.

د جدول په مرسته د متصلی دیتا اوستا



د سوداګرۍ وزارت اعلان وکړو چې
په تېرکال کې بهر ته د ممیزو د لېږدلو
اندازه لس زره پنه وه یعنې خه؟

فعاليت

يوه بزگر د خپلو کچالانو په لاس راغلی محصول په بېلاپلوا وزنونو په بوريو کې واچاوه. بزگر ووبل ددې بوريو وزن په اوسته ډول اووه منه دي.
مکګر د بیناروالی له خوا دا بوري بیا وزن شوې چې نتیجه یې په لاندې جدول کې راغلې ده.
آیا د بزگر وينا سمه ده؟

د بوريو شمېر	د هری بوري وزن
6 - 6.5	11
6.5 - 7	14
7 - 7.5	12
7.5 - 8	8

- د 7 او 6.5 تر منځ بوري د وزن اوسته به خو وي؟
- د 7 منو بوري په کوم صنف کې راخي؟
- د هر صنف اوسته پیدا کړئ.
- د مخامنځ جدول له معخي ويلاي شو چې:

د بوريو وزن	د بوريو شمېر f
6.25	11
6.75	14
7.25	12
7.75	8

- ددي بوريو اوسط خو دي؟
- آيا د بزرگر وينا سمه ده؟

مثال: د کرنې يوه متخصص د چنار د 35 ونو لوړ والی اندازه کړ نومورې متخصص غواړي چې د دغو ونو د لوړالي اوسط پیدا کړي.

لوړوالی	f	د ونو شمېر	x	اوسته	f·x
8 – 8.5	4	8.25	8.25	4 × 8.25 = 33	
8.5 – 9	5	8.75	8.75	5 × 8.75 = 43.75	
9 – 9.5	8	9.25	9.25	8 × 9.25 = 74	
9.5 – 10	7	9.75	9.75	7 × 9.75 = 68.25	
10 – 10.5	6	10.25	10.25	6 × 10.25 = 61.5	
10.5 – 11	5	10.75	10.75	5 × 10.75 = 53.75	

$$\bar{x} = \frac{33 + 43.75 + 74 + 68.25 + 61.5 + 53.75}{35} = \frac{334.25}{35} = 9.55$$

تمرین

د يوه بشونځي د 20 تنو زده کونکو د وني (قد) د اندازې په هکله معلومات په لاندې ډول راکړل شوي دي.

قد	158 – 162	162 – 166	170 – 174	166 – 170	174 – 178
کثرت	2	6	4	5	3

د راکړل شوې دیتا اوسته پیدا کړي.

د لسم فصل مهم ټکي

- کله چې دیتا ډېره وي هغه صنف بندي کوو او بیاپې د کثرت له جدول خخه گته اخلو. په دې حالت کې د هر صنف کثرت دا رابني چې په هر صنف کې خو پیتاوې شاملې دي.
- د صنف تر ټولو لړې اندازې ته تیپ سرحد او تر ټولو ډېږې اندازې ته یې لور سرحد وایي.
- د هر صنف دیو شان بنودولو لپاره له هغه عدد خخه گته اخلو چې د نوموري صنف اوسته وښي.
- د کثرت په جدول کې د هرې دیتا تکرار ته د هغې دیتا مطلق کثرت وایي.
- د دیتا په صنف بندي کې د هغو دیتاوو شمېر، چې په یوه صنف کې شامله وي، د هغه صنف د کثرت په توګه په پام کې نیول کېږي.
- د صنفونو مرکز د هغو غړو په شمېر تکرارېږي چې په هغه صنف کې شامل وي، یعنې د صنفونو د کثرت مرکز د هغو غړو له شمېر سره مساوي دي چې په هغه صنف کې شامل وي او دې کثرت ته مطلق کثرت وايو.
- د یوه صنف او د هغه خخه د مخه صنفونو د کثرت مجموعي ته د دغه صنف تجمعي کثرت ويل کېږي او د وروستي صنف تجمعي کثرت مساوي دي د دیتا د ټول شمېر سره.
- د هر صنف د کثرت نسبت د ټولو دیتاوو پر شمېر ته نسبی کثرت وایي. که چېري $\frac{f}{n}$ د یوه صنف مطلق کثرت او n د ټولو دیتا شمېر وي. د $\frac{f}{n}$ کسر ته د هغه صنف نسبی کثرت وایي.
- که چېري نسبی کثرت په 100 کې ضرب کړو د نسبی کثرت فيصلي په لاس راخي.
- د ميله يې ګراف خخه د کيفي او مجزا دیتاوو د ګراف د رسمولو لپاره، گته اخیستل کېږي د ميله يې ګراف په رسمولو کې د ميلو په ترتیب سره راتلل اهمیت نه لري کوم شی چې په دې ګراف کې اهمیت لري هغه د دیتا کثرت دي.
- د ميله يې ګراف په رسمولو کې درې لاندې موضوع ګانې په پام کې ونسیئ.
- عنوان: موضوع دې په لنډ ډول د ګراف سره او یا لاندې ولیکل شي.
- د محوروونو مشخصه: محورونه هر یو مشخصه لري. دغه مشخصه د هغه متتحول خرګندونه کوي چې هغه محور يې بنسي.
- مقیاس: د هر محور مقیاس باید خرګند او مشخص وي یعنې د دیتا لپاره دې واحد وتاکل شي او دغه واحد دې د ګراف په خنډه کې ذکر شي.
- که چېري دیتا د مختصاتو په یوې مستوي کې په ټکو وښو دل شي او بیا دغه تکي د مستقیمو کړښو، په مرسته یو تر بله ونببلوو شي. دغه په لاس راغلې ګراف د منکسربې کربنې ګراف په نامه یادېږي.
- د دیتا د اوسته د پیداکولو لپاره د دیتا د تکرار په صورت کې د دیتا د جمعې پر ځای کولای شو چې

په دیتا کې د کثرت د ضرب خخه په دې ډول ګته واخلو.
 • په نیستو یا متصلو دیتاوو کې، د صنفونو مرکز د هغه په کثرت کې ضرب او جمع کوو او وروسته له
 هغې یې د کثرتونو پر مجموعې (چې د دیتا شمېر ده) ویشو.

$$\text{د کثرت د جدول او سط} = \frac{f_1x_1 + f_2x_2 + \dots + f_nx_n}{f_1 + f_2 + \dots + f_n}$$

عمومي پونشي

1- يو بنونخئي دولس تولگي لري او هر تولگي يې په دوه (الف) او (ب) تولگيو وبشل شوي دي د دغه بنونخئي د زده کونونکو شمپر په لاندي ډول دي.

30	35	38	۳۵	40	45	42	37
31	32	41	۴۲	48	49	32	35
36	35	44	(۴۱)	46	35	46	32
45	37	38	۳۷	د (ب) جدول			

• پورتنى ديتا په خلورو (30-34 ، 35-39 ، 40-44 ، 45-49) صنفونو کې تنظيم او د هر صنف کثرت ولیکړي:

• د هر يوه صنف پراخواли او اوسط پيدا کړي.

• د هر يوه صنف نسيي کثرت او د نسيي کثرت فيصلي پيدا کړي.

• د هر يوه صنف تجمعي کثرت پيدا کړي.

• د ټولو صنفونو د نسيي کثرت مجموعه له خه شي سره مساوي دي؟

2- د یوې مغازې خاوند په يوه اونۍ کې د بسکوټو کارتنونه د لاندي جدول له مخې پلوري دي:

شنبه	یک شنبه	دو شنبه	سه شنبه	چهار شنبه	پنج شنبه	جمعه
8	11	15	9	13	6	4

• د پورتنى ديتا ميله يې ګراف رسم کړي.

3- د مریم د اووم تولگي د كلني ازموني نمرې په لاندي جدول کې راکړل شوي دي:

بدني روزنه	رياضي	سائنس	عربي	انگلسي	اسلامي تعليمات	درسي	پښتو	هنرونه	اجتماعي علوم
76	92	82	75	85	90	95	80	88	84

• د مریم نمرې د منکسرې کربني ګراف په ډول وبنيه.

• تر ټولو ډېږي او تر ټولو لږې نمرې يې خرگندې کړي.

4- د یوې بنونخئي د مدیر، سربنونکو، مامورينو، تحويلدارانو او ملازمینو عايد په لاندي

جدول کې بنوبل شوي دي:

دندنه f	Xайдه	د افغانیو په حساب میاشتني عاید
د بشونځي مدیر	10000	
سرېښونکي	8000	
4 ته مامور	4000	
25 ته بشونځي	5000	
2 ته تحويلدار	3500	
5 ته ملازم	3000	

• د دغه کارکونکو ټوله شمېره پیدا کړئ.

• د هرې دېتا او د هغې دکثرت د ضرب حاصل وشمېږي

• د دغه کارکونکو د عاید او سط پیدا کړئ.

5- د کرنې یو متخصص د 500 بتوی لوړوالی تر خپنې
لاندې ونيو. له راکړ شوو معلوماتو خخه یې د اړکل په توګه لاندې 30 بتوی وټاکل:

40	50	51	47	34	35	45	45
60	65	50	67	54	55	43	40
58	57	54	51	38	39	47	43
62	65	64	60	30	35		

• راکړل شوی معلومات ترتیب کړئ.

• دغه دېتا د ډوہ جدول په ترڅ کې به خلورو 30 ، 40-50 ، 50-60 ، 60-70 صنفونو ووبشي.

• د هر صنف کثرت پیدا کړئ.

• د هر صنف او سط پیدا کړئ.

• د هر صنف دکثرت او دکثرت د او سط د ضرب حاصل پیدا کړئ.

• د دېتا او سط پیدا کړئ.

6- په یوه ټولګي کې د زده کونکو شمېر 25 ته دی. دغه زده کونکو د بادغیس، فاریاب، ارزگان، زابل او غور ولايتونو دي، که چېري د بادغیس ولايت په 1، فاریاب ولايت په 2، ارزگان ولايت په 3، زابل ولايت په 4 او غور ولايت د 5 په عدد و بشيو. دغه لاندې معلومات (دېتا) د زده کونکو د زېږينې د خای پر اساس لاسته راغلي دي.
د راکړل شوو معلوماتو (دېتاوو) دکثرت جدول بشپړ کړئ.

5,	5,	3,	1,	5,	4,	3,	5,	1,	2,	1,	3,	5,	2
1,	5,	1,	2,	4,	1,	2,	1,	3,	2,	1			

صنف	f	کثرت	نسبی کثرت	ډله یېز کثرت
(1) بادغیس				
(2) فاریاب				
(3) ارزگان				
(4) زابل				
(5) غور				

ددې راکړل شوو معلوماتو (دېتاوو) ميله یې ګراف رسم کړئ.

The background features a red six-sided die with white pips. A large yellow circle is overlaid on the die, containing the text "يولسون فصل احتمال".

يولسون فصل احتمال



نسبی کثرت او احتمال



د رمل د 6 شمېرې د راولو د چانس،
وراندونه یا پیش بیني وکړئ.
د رمل د 6 شمېرې د راولو د شمېر نسبت
په 30 خلې اچولو کې حساب کړئ.
دا عددونه خه شی موره ته رابښي؟

فعاليت

- د رياضي په ازموننه کې 35 تنو ګډون کړي وو.
له ازمونې خخه وروسته خرگنده شوه چې 7 تنو د 90 (عالی) نمره خخه لوري، 15 تنو د 60 او 90 ترمنځ (دېر بنه) نمرې 8 تنو د 50 او 60 ترمنځ (بنه) او 5 تنو د 50 نه بشکته (ناکام) نمرې اخیستي دي.
- د کثرت جدول یې جوړ کړئ او د زده کوونکو د درجو نسبی کثرت د عالي، دېر بنه، بنه او ناکام لپاره محاسبه کړئ.
 - په ټولګي کې د پاتې شوي یا ناکامو زده کوونکو شمېر په سلوکې خو دي؟
 - که په ټولګي کې یو تن په پچې وتاکل شي، دې احتمال، چې تاکل شوي زده کوونکي په لاندې دله کې وي، پیدا کړئ:
 - عالي وي.
 - بنه وي.
 - پاتې یا ناکام وي.
 - د نوموري هر تاکلې حالت د احتمال پايلې د هغه حالت له نسبی کثرت سره پرتله کړئ.
له نوموري فعالیت خخه لاندې پايلې په لاس راځي:
 - احتمال، د پښې له پښيدو نه د مخه وراندونه ده. مګر نسبی کثرت د یوه ازماښت له پايلې نه وروسته د لاسته راولې شوو ارقامو په اساس حسابېږي.
 - د یوې ناخاپې پښې لپاره د تجربې احتمال د پښې د نسبی کثرت سره مساوی دي.
 - خرنګه چې د ټپولو حالتونو د نسبی کثرت مجموعه له 1 سره مساوی ده. له دې امله د احتمال د ټپولو حالتونو مجموعه هم له یوه (1) سره مساوی ده.

مثال:

- تیر کال د ليندي په مياشت کې 10 ورخې وريغ او اوربنت وو.
 a) د اوربنت او د وربخو ورخونسي کثرت دليندي په مياشت کې پيداکړي.
 b) ستاسي وراندوينه به د راتلونکي ليندي مياشتی په هکله خرنګه وي؟
 c) آيا دا وراندوينه قطعي ده چې هر کال به د ليندي په مياشت کې داسي وي؟

حل:

- a) خرنګه چې د ليندي د مياشتې له 30 ورخو خخه 10 ورخې وريغ او يا اوربنت دی. نو له دي
 کبله د اوربنت او يا وربخو ورخونسي کثرت د $\frac{10}{30} = \frac{1}{3} \approx 0.33 = 33\%$ سره برابر دی.
 b) د راتلونکي ليندي مياشتې لپاره وارندوينه به د تيرکال د نسي کثرت له معخي هم 33% ده.
 c) دا وراندوينه قطعي نه ده دا امكان شته چې د راتلونکي ليندي په مياشت کې د وريغ او اوربنت
 ورخې له 10 خخه ډبرې او يا لېږي وي.

تمرین

- 1- E_1 : يوه ناخاپي پښه (ديوه ماشوم زېږيدل): په دي پښه کې نسي کثرت يعني $h(E_1) = 0.51$ او احتمال يعني $P(E_1) = 0.51$ ده. خرنګه کولاي شئ چې د نسي کثرت او احتمال ترمنځ توپير خرنګند کړي؟
- 2- هرکال د زده کونکو د اوري رخصتي د زمري د مياشتې لومړي 10 ورخې وي. تيرکال د زياتې گرمي له امله په رخصتي 10 ورخې نوري هم زياتې شوي، غواړو:
 د تيرکال د زمري مياشت د اوري د رخصتيو، نسي کثرت او د هغې پرتله کول د راتلونکي کال د اوري له رخصتيو سره پيدا کړو.

په نمونه يي فضاکي برابر او نا برابر چانس



له هري کخورپي خخه يو پنديوس اخلو.
له کومپي کخورپي خخه پنديوس واخلو
تر خو دشنه پنديوس دراوتلو چانس دبر
وي؟

فعاليت

- دوه تنه زده کونونکي غوارپي چې د رمل په يوه لویه کې له 1 خخه تر 6 پوري شمېره وقاکي؟
• آيا له 1 خخه تر 6 شمېرو پوري د راوتلو چانس برابر دي؟
 - که چېږي د رمل د داني په دوو خواو کې د 6 شمېره وي؟ په دي صورت کې د تاکلو چانس به لاندې کوم حالت کې په خپله ګټه ګئي؟
- که تاکلې شمېره 6 وي.
 - که د مخامنځ لوري لویغارپي تاکلې شمېره (1) وي.
 - آيا د (1) او (6) شمېرو احتمال سره برابر دي؟
- له نوموري فعالیت خخه لاندې پایله په لاس راړو.

تر اوسي له داسي پېښو سره مخامنځ وو چې د غړو احتمال يې په يوه نمونه فضاکي يو شان او د هغې په اساس احتمال تعريف شوي دي.

عموما احتمال P په توري بشودل کيرپي او $P(A)$ د A د ناخاپې پېښي احتمال بنسي.
هرکله چې يوه نمونه فضا n غري ولري، په دي صورت کې د هري لومزنۍ E پېښي احتمال مساوي $\frac{1}{n} = P(E)$ سره دي.

لومړۍ مثال: د یوې داسي پېښي يا سکې اچول په پام کې نيسو چې دواړه مخونه پې شېر وي.
غونښته داده چې ددي سکې احتمال په لاندې حالتونو کې پيداکړئ.
(a) پېښه شير راشي.
(b) پېښه خط راشي.

(C) آیا په نوموري مثال کې د شېر او خط د اتفاقې پېښو احتمال د یو بل سره برابر دي؟
حل: پوهېړو چې د سکې دواړه مخونه شېر دي، نو نمونه فضا عبارت له {شېر} ده: $S = \{ \text{شېر} \}$

$$(a): P(\text{شېر}) = \frac{1}{1} = 1$$

$$(b): P(\text{خط}) = \frac{0}{1} = 0$$

دواړه خواوې یعنې شېر او خط برابر چانس نه لري، نو ځکه چې: $0 \neq 1$

دوييم مثال: د یوه نورمال رمل اچول په پام کې نيسو. پوهېړو چې د نمونې فضا ده نو له دي کبله: $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

$$P(E) = P(\{6\}) = P(\{5\}) = P(\{4\}) = P(\{3\}) = P(\{2\}) = P(\{1\}) = \frac{1}{6} \approx 0.17 = 17\%$$

تمرین

1- د یوې کڅورې څخه چې په هغې کې (3) سره توپونه، (4) داني اسماني او یو دانه زېړ توب پروت دې په اتفاقې دول یو دانه توب ترې اخلو د لاندې پېښو احتمال پیداکړئ:

(a) راوتلې توب سور وي.

(b) راوتلې توب زېړ وي.

(c) راوتلې توب اسماني وي.

(d) که چېږي سره توپونه د زېړ و توپونو دوه برابره وي، ایا د سرو او زېړ و توپونو د راوتلوا احتمال یو له بل سره برابر دي؟

د زده کوونکو د نومونو لومړۍ توري	مطلق کثرت
م	9
ع	8
ف	5
ک	3
د زده کوونکو توله شمېره	25

2- د یوه تولګي د زده کوونکو د نومونو لومړۍ توري را ټول شوي او په مخامنځ جدول کې لیکل شوي دي.
(a) د م، ع، ف او ک د تورو په اساس د زده کوونکو د ګروپ نسبې کثرت پیداکړئ.

(b) که چېږي له زده کوونکو څخه یو تن د استازې په توګه د پچې له مخې وټاکل شي، نو د لاندې پېښو احتمال پیداکړئ.
- د ټاکل شوي استازې نوم د (م) په توري پیل شوي وي.
- د ټاکل شوي استازې نوم د (ک) په توري پیل شوي وي.

د یوې نمونه يې فضا ناخاپي پېښه



اسمان وریغ دی!
خه به پېښ شی؟

فعالیت

د بىنار لە گنې گونې خخە پە ڈې برخې کې د احمد د جىب بتوه د سهار د 10 او 12 بجو ترمنځ غلا شوي ده. پوليسو ته د خبرتىيا نه وروسته لومنپىو كتنو خرگىنده كرە چې پە همداغه وخت او ئاي کې درې تنه گىكپان د X ، Y او Z پە نامه، چې د پوليسو سره جنايى سابقە ھم لرى لىدل شوي دى. ددى لپاره چې د غلو د پېژندىگلۇي پە ھكلە له پوليسو سره مرستە وشى، لاندى فعالیت سرتە ورسوئ: بىنايى چې دا بتوه یوه او ياخو شكمىنۇ غلو پە گلەھ غلا كېرى وي. د پېښې بە خېپنە كې كوم ترکىب باید پە پام كې ونيول شى؟
- كە چېرى د مشكوكو تورنو سىيت پە $S = \{x, y, z\}$ وبنوول شى نو د شكمىنۇ سپو كوم فرعىي سەت او يالىت كولاي شو جور كەپو.
- يادى احتمال موجود دى چې شكمىن نى يول شوي سېرى بې گناھ وي؟ پە دې صورت كې پە لاس راغلى سىيت، د رياضىي پە زېپە پە خە دۈل سىيت وبنىو؟

له نوموري فعالیت خخە لاندى پايلېي پە لاس راخي.

- پە نوموري فعالیت كې مولىيل د یوې پېښې پە درشل كې دا امکان شته چې ھر ممکن حالت پېښ شى، نو خەكە د اتفاقىي ياخاپىي پېښې پە نامه يادېپرى.
- د S د نمونه يې فضا ھر فرعىي سىيت، يوه اتفاقىي پېښە د چې پە E بندول كېپرى.
- ھر كلە كە د یوې نمونه يې فضا د غۇرۇ شىپەر لە n سره مساوى وي، د هېنى د اتفاقىي پېښو قول شىپەر مساوى د 2^n سره دى.

لومړۍ مثال: د نوموري فعالیت لپاره د $S = \{x, y, z\}$ د نمونه یې فضا اتفاقی یا ناخاپې پېښې پیدا کړئ.

حل: د نوموري نمونه یې فضا د اتفاقی پېښو یا په بل عبارت د S د نمونې فضا د فرعی سیونو، فهرست عبارت دی له:

په پېښه کې یوازی x غل دی.	$E_1 = \{x\}$
په پېښه کې یوازی y غل دی.	$E_2 = \{y\}$
په پېښه کې یوازی z غل دی.	$E_3 = \{z\}$
په پېښه کې دواړه x او y غله دی.	$E_4 = \{x, y\}$
په پېښه کې دواړه x او z غله دی.	$E_5 = \{x, z\}$
په پېښه کې دواړه y او z غله دی.	$E_6 = \{y, z\}$
په پېښه کې درې واړه x او z غله دی.	$E_7 = \{x, y, z\}$
په پېښه کې y, x, z او z یو هم غل نه دی.	$E_8 = \{\} = \emptyset$

له نوموري مثال خخه پایله یعنې د ناخاپې یا اتفاقی پېښو ټول شمېر چې $8^3 = 2^3$ دی په لاس راخي. چې د یوې 3 عنصره نمونه یې فضا د ناخاپې پېښو د پیداکولو لپاره د طاقت له فورمول خخه کار اخیستل شوي دی.

تمرین

- 1- د یوې پېښې یا سکې یه اچولو د ناخاپې پېښو فهرست جوړ کړئ.
- 2- د C, B, A او D خلور ګوندونه چې به پارلماني تاکنو کې یې ونډه اخستې ده، غواړي چې د بریالیتوب لپاره یو ممکن اتحاد جوړ کړئ:

 - د ګوندونو د یووالی ټول ممکنه حالتونه یا په څانګړې توګه برخه اخیستنه فهرست کړئ؟
 - د هر ګوند څانه ونډه او یا ناشونې یعنې (\emptyset) سېټې یې ستاسې له نظره د اتحاد په اړوند پېښې خرنګه د توضیح وړ دي؟

- 3- په یوه مثال کې $S = \{A, B, C, D\}$ د نمونې فضا لپاره د یوې ناممکنې یاناشونې (\emptyset) ناخاپې پېښې او حتمي یا ډادمنې پېښې S توضیح کړئ؟

د احتمال قاعدي



- آيا د کريكت په ډګر کې چې هر خه د لوڳاري زره غواړي، له توب سره یې کولای شي؟
- آيا قاعدي موجود دي او که نه؟

فعاليت

- د کريكت د لوڳي په شان د احتمال د علم د تيوري پرمخ ورلولپاره د پوهانو له خوا د تجربې مسایلو له مخې قاعدي وضع شوي دي هڅه وکړئ چې هغه پیدا کړي.
- آيا ويلاي شي چې د یوې ناخاپې پېښې احتمال مساوي په هر مثبت عدد سره دي؟
 - ولې د یوه عدد احتمال له یو خڅه کوچنی دي؟ خرګنده یې کړئ.
 - آيا کيداي شي د یوې ناخاپې پېښې احتمال مساوي په یو منفي عدد وي؟
 - آيا د یوې نمونه یې فضا ددوه لومړنيو پېښو احتمال د لومړنيو پېښو د احتمالونو له مجموعي سره مساوي دي او که نه؟
 - آيا د ناشونو یا ناممکنو پېښو احتمال د رياضي په ژبه ليکلائي شي.
- له پورتنيو معلوماتو خڅه لاندې پايله په لاس راورو.

1- د E د اتفاقې پېښې احتمال تل د 0 او 1 ترمنځ دي. يعني: $0 \leq P(E) \leq 1$

2- که چېږي S د یوه ازماښت نمونه یې فضا وي، $P(S) = 1$

د ناخاپې پېښه د حتمي (ډامنې) پېښې په نامه هم يادېږي.

3- د ناشونې یا ناممکنې پېښې لپاره لرو: $P(\emptyset) = 0$ یوه ناشونې اتفاقې حادثه یا ناخاپې پېښه ده

مثال: د دوه سکو د اچولو د نمونې فضا يعني $S = \{TT, TH, HT, HH\}$ په پام کې نيسو.

(خط T ، شېر H) د لاندې پېښو احتمال مطلوب دي:

a) دواړه سکې شېر وي.

- (b) يوه سکه شپر وي.
 (c) دواړه سکې يو شان وي.
 (d) دواړه سکې يو شان نه وي.
 (e) د سکو يوه هم خط نه وي.

حل : لرو چې:

- (a) د دواړو سکو لپاره چې شپر وي. ناخاپې پېښه يې عبارت ده، له: $E_1 = \{HH\}$ له دې کبله:
 $P(E_1) = \frac{1}{4} = 0.25 = 25\%$
- (b) يوه سکه شپر وي $E_2 = \{TH, HT\}$ ، له دې کبله:
 $P(E_2) = \frac{2}{4} = 0.5 = 50\%$
- (c) د دواړو يو شان سکو لپاره ناخاپې پېښه عبارت ده، له: $E_3 = \{TT, HH\}$ نو ليکلی شو:
 $P(E_3) = \frac{2}{4} = \frac{1}{2} = 0.5 = 50\%$
- (d) د دواړو سکو لپاره چې يو شان نه وي ناخاپې پېښه عبارت ده، له: $E_4 = \{TH, HT\}$ له دې کبله:
 $P(E_4) = \frac{2}{4} = \frac{1}{2} = 0.5 = 50\%$
- (e) د سکو چې يوه يې هم خط نه وي، ناخاپې پېښه عبارت ده له: $E_5 = \{HH\}$ له دې کبله:
 $P(E_5) = \frac{1}{4} = 0.25 = 25\%$

تمرین

- د لاندې پونښتو سم څوابونه په تشو څایونو کې د ✓ په علامه په نښه کړئ.
 1- هر کله که S د یو ناخاپې ازماښت نمونه يې فضا او E يوه ناخاپې پېښه وي په دې صورت کې
 د احتمال مساوی دی په:

a) $P(E) = \frac{E}{S}$

b) $P(E) = \frac{\text{د عناصر و شمېر}}{\text{د عناصر و}}$

2- که A يوه ناخاپې پېښه وئيېږيابا:

a) $P(A) \geq 1$

b) $0 \leq P(A) \leq 1$

3- که چېري S يوه نمونه يې فضا وي لاندې کوم جز سم دی؟

a) $P(S) = 0$

b) $P(S) = 1$

4- د یوې ناشونې يا ناممکنه پېښې احتمال برابر دي په:

a) $P(\emptyset) = 0$

b) $P(\emptyset) = 1$

خرنگه کولای شو چې د A ټکې ته
ورسيرو.

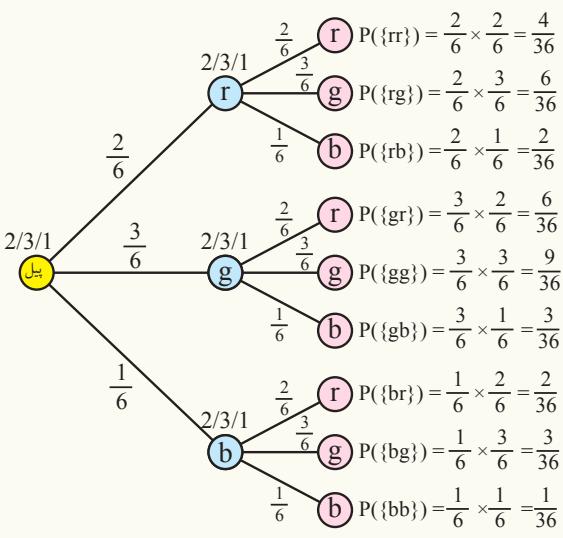


فعالیت

- د پلار له نیکه خخه را په دې خوا د خپلې کورنۍ د نسب د شجري ګراف تر خپل ځانه پوري رسم کړئ.
- له یوه سیند خخه یو کانال بېلېږي، کانال د O له ټکې خخه تیر او به درې ویالو کې، چې یو له بل سره د 30 درجو زاویه جوړه وي بېلېږي، درې واړه ويالي بیا د A,B,C له ټکو نه تېږېږي. له پاس درې ټکو نه په ترتیب سره له هر ټکې خخه، درې سیمومه لکه (3,2,1)، (4,6,5,4)، (9,8,7) ته رسېږي. د نوموري پلان ګراف رسم کړئ.
- هر کله که یوه سکه درې څله واچوو، پوهېړو چې د هر ممکن حالت شير یا خط په لومړي خل اچولو سره برابر دي او په دویم خل اچولو د 2 ممکنو حالتونو په شمېر چې موجود دي هر یوه ته دوه حالته شير یا خط پېښډلای شي، له هغې وروسته په درېم خل اچولو هره شونې یا ممکنه پایله، لکه: تیر حالتونه، د شير او خط دوه حالتونه شته په لاس راخې. موضوع د یوه ګراف په مرسته رسم کړئ؟
- د لومړنيو پېښو د احتمالاتو قیمت د هغه خانګو د احتمالونو د ضرب له حاصل سره پرتله کړئ چې په دغه مسیر یا لارې کې پراته دي.

- کولای شو هر ناخاپې ازمابېنت د یوه دیاگرام په مرسته، چې ازمابېنت له پيل خخه پيل کېږي، د خانګو د ممکنه پایلو په شمېر رسم کړو. د دویم خل د سرته رسولو لپاره تجربه یا ازمابېنت یو خل بیا د لومړي پړاو په شان، د خانګې په هره ممکنه پایله رسېږېږي. نوموري ګراف چې د نې په شان بناخ او خانګې کوي د ونه ییز دیاگرام په نامه یادېږي.
- د احتمالونو د جمع حاصل د خانګو د نشرې دو په هر ټکې کې له (1) سره مساوی دي.
- د ټپولو لومړنيو پېښو د احتمالاتو د جمع حاصل هم مساوی له (1) سره دي.

مثال: په یوه کخوره کې 6 توبونه پراته دي. دوه توبونه په سره رنگ (r) درې توبونه په شنه رنگ (g) او يو توب په تور رنگ (b)، ددي کخورپي له منځ نه دوه توبونه يو په بل پسې راخستل کېږي او وروسته له کتلوا بيا په کخورپي کې اچول کېږي. د ازماښت د ټولو لومړنيو پېښو احتمال وکاکئ. دا په پام کې ونیسي چې په هر پراو کې د وېشونکې تکي پر مخ عدونه هريو درنګ په پام د توبونو د شمېر بنودونکې او له هرې خانګې پر مخ عددونه، د هرې ناخاچي پېښې احتمالونه په هر پراو کې سنېي. د پېښو په اړوند په لاس راغلي احتمالونه په لاندې جدول کې ليکو:



ددې لپاره چې د پېښو د احتمالونو په پرتله کولوکې يو خې اسانۍ او، نو ټول احتمالونه په جدول کې له لنډونې يا اختصار پرته په واحد مخرج لیکل شوي دي.

تمرین

1- که چېږي یوه پېښه یا سکه درې خلې په پرله پسې ډول واقول شي د لاندې ممکنه پېښو پایلې او احتمال د نه یېز دیاګرام په مرسته محاسبه کړئ.

دا احتمال چې:

- a) پېښه يو خلې پې خط راشي.
- b) پېښه دوه خلې پې خط راشي.
- c) پېښه لبر تر لبره يو خلې خط راشي.
- d) پېښه يو شير وي.
- e) پېښه په اکثر ډول يو خل شپر راشي.



ددې بندو لارو خخه نانځکه په کومه لار
وتلای شي؟

فعالیت

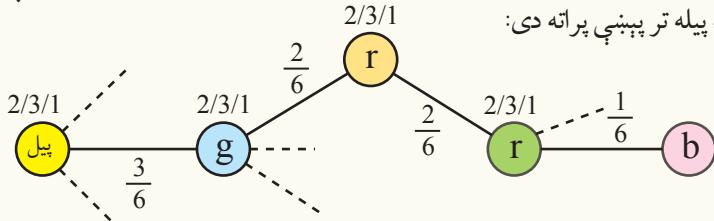
- د پلار له نیکه خخه خپله شجره پیل او د خپل نیکه د اپوندي کورنۍ تر کوچني غږي پوري بې د شجري ګراف رسم کړئ.
- په ګراف کې له نیکه سره د خپلو اړیکو لاره يا مسیر په سره رنگ خرگند کړئ.
- د خپل تره د زوي د اړیکو لاره يا مسیر له خپل نیکه سره خرگند کړئ.
- د پلار د تره د لمسي په اړیکو لاره يا مسیر د خپل پلار د نیکه سره پیدا کړئ.

له پاسني فعالیت خخه لاندې پایله په لاس راپرو:

- هر مسیر يا لاره مورديو څانګړې پایله په رسوي.
- د ډيو ازماښت په پاي ته رسولو کې د هري شجري د ګراف مسیر په یوې لومړنۍ ناخاپې پېښې پاي ته رسپري.
- هري لومړنۍ ناخاپې پېښې ته رسپدل د بيلو مسironو او د خانګو له بیلابلو منتشره ټکو خخه تيرپري.
- د ډيو لومړنۍ پېښې احتمال عبارت دی د مسیر له پیل نه ترپېښې پوري د احتمالونو د ضرب له حاصل خخه.

مثال: له یوې کڅورې خخه چې په هغې کې 2 سري مری (I) ، او درې شنې مری (g) او یوه تور رنګه مری (b) پرته ده ، د ډيو مری راویستلو لپاره د ونه یېز ډیاګرام په داسې حال په پام کې ونیسې چې مری له راویستلو او کټلو وروسته بیا کڅورې ته اچول کېږي او غونښته مو د $W = \{grrb\}$ (شنې، سري، سري او تورې) د پېښې احتمال وي.

حل: په دې صورت کې د ضرور نه ده چې د ونې دیاګرام د شکل په خلور پراونوکې تول په مکمله توګه رسم کړو. بلکې هغه لاره یا مسیر په پام کې نیسو چې مور ناخاپې مطلوبې پېښې ته رسوی او د پېښې احتمال د نوموري مسیر له پلوه د هغه احتمالونو د ضرب له حاصل خخه عبارت دی چې په هملي مسیر کې له پیله تر پېښې پراته دی:



له دې کبله د مسپر د لوړنۍ قاعدي په مرسته د نوموري پېښې د احتمال قيمت عبارت دی له:

$$P(\{w\}) = P(\{grrb\}) = \frac{3}{6} \cdot \frac{2}{6} \cdot \frac{2}{6} \cdot \frac{1}{6} = \frac{12}{1296} = 0.0092 = 0.92\%$$

$$\Rightarrow P(\{w\}) = 0.0092 = 0.92\%$$

يعني: د (شنې، سري، سري، توري) مريو د وتلو احتمال 0.92% دی.

تمرین

1- د مسیر د لوړۍ قاعدي په مرسته له کڅوري خخه د مريو د ناخاپې راولو احتمال، د لاندې ناخاپې پېښو لپاره پیدا کړئ.

$$w_1 = \{gbbr\} \bullet$$

$$w_2 = \{rggb\} \bullet$$

$$w_3 = \{brrg\} \bullet$$

د فصل مهم تکي

• **نسبي کثرت او احتمال:** د يوې تجربې نسبي کثرت عبارت دی د مطلق کثرت نسبت، نظر د هغو تولو پېښو شمېر ته چې په يوه تجربه يا ازماېښت کې يې د پېښدو امكان موجود وي. مګر د احتمال شمېرنه د يوې بېښې له پېښدو نه د مخه حسابېږي. د \bar{A} پېښې نسبې کثرت په $h(A)$ بنودل کېږي. او $0 \leq h(A) \leq 1$ په داسې حال کې چې $0 = h_n(\phi)$ او $1 = h_n(S)$ دی.

• **برابر چانس:** هغه پېښې چې دېوې ناخاپه (تصادفي) تجربې په سره رسولو کې ھېڅ دول برلاسې د يوې او بلې پېښې تر منځ موجود نه وي د برابر چانس د پېښو په نامه یادېږي.

مثلا: د رمل د شمېرو راتگ هريو، برابر چانس یعنې مساوي په $\frac{1}{6}$ سره وي.

• **اتفاقې پېښه:** د يوې نمونه يې فضا هر فرعې سیټ د هماغې تجربې د يوې ناخاپې پېښې په توګه شمېرل کېږي. تشن سټ يوه ناشونې يا ناممکنه ناخاپې پېښه او S يوه حتمي ناخاپې پېښه ده.

• **د احتمال قاعدي:** هر کله که E يوه ناخاپې پېښه د S د نمونې فضا وي

$$1) \quad 0 \leq P(E) \leq 1$$

$$2) \quad P(\phi) = 0 \quad , \quad P(S) = 1$$

• **ونه يېز دیاګرام:** هره ناخاپه تجربه د پېل له تکې خخه پې ناخاپې ممکنه پېښې په بېلو خانګو وېشل کېږي. د هغې د دومې مرتبې سره رسول، لکه د لومړۍ پړاو په خېر ممکنه پایله پې د پېل د تکې په خېر یو خل بیا د ناخاپې پېښو د خانګو ګراف يې رسماېږي په همداې ترتیب دغه لاره ادامه مومې. د هري لومړنې پېښې په لاس راول شوې احتمال، عبارت دی له هغو خانګو خخه چې په يوه بند کې راتولېږي. په دې دول دهه بناخ يا خانګې د احتمالاتو د ضرب له حاصل خخه چې مورډ د پېل له تکې خخه د مطلوبه مسیر پرمخ په ناخاپې پېښه پای ته رسوې.

- د خانګو د انتشارې هر تکې کې د احتمالاتو د جمع حاصل له 1 سره مساوي دی.

- د هماغه مسیرونو تولو لوړنې پېښو د احتمالاتو د جمع حاصل له 1 يوه سره مساوي دی.

• **د احتمال د مسیر لومړۍ قاعده:**

پر ونه يېز ګراف باندې د هر تاکلې مسیر په پای کې، د هري ناخاپه پېښې احتمال مساوي دی د مطلوبه مسیر په لار د هري خانګې د احتمالونو د ضرب له حاصل سره.

عمومي پونتنې

- 1- که چېرې يوه سکه 200 خلپې واچول شي او د دغو جملې خخه 92 خله شېر راشي. په دي صورت کې تاسې د لاندې پېښو نسيي کثرت په لاس راوري.
- سکه شير راشي
 - سکه خط راشي
 - د خط د راتلو او د شېر د راتلو د نسيي کثرت مجموعه خو ده؟ بې له محاسبې خخه خواب ووائی.
- 2- که چېرې په کال کې د اوربنتې ورخو د مطلق کثرت ورخو په شمېر 62 ورځي وي. غوبنتل کېږي:
- په کال کې د اوربنتې یا باراني ورخو نسيي کثرت (که چېرې کال 365 ورځي په پام کې ونیول شي)
 - نسبتې کثرت د باران ورځي وي.
 - دا احتمال چې باران يوه ورڅي.
 - نسبتې کثرت او د یوې اوربنتې ورځي لپاره احتمال، توضیح کړئ.
 - د رمل د یوې داني د اچولو لپاره نمونه فضا جوره کړئ. هغه اتفاقې پېښې چې د برابر چانس لرونکي وي فهرست کړئ.
- 3- یوه سکه او یو رمل واچوئ غوبنتنه داده چې د تجربې نمونه فضا او ونه یېز دیاګرام په پیدا کړئ.
- 4- په داسې احتمال چې سکه شېر او د رمل دانه 6 راوتلي وي.
- 5- د پوي تيارې کوټې په الماري کې دوه (تور او سپین) کميسونه پراته دي. ددي دواړو ترمنځ درې خله کميس تاکو (دیبرته اپښو دلو په صورت کې) لاندې احتمال پیدا کړئ که:
- (E₁): دويم کميس تور وي
 - (E₂): یوازی دويم کميس تور وي
 - (E₃): لبرتلريه یو کميس تور وي
 - (E₄): له یو نه زيات کميسونه تور وي.
 - (E₅): لوړنۍ او یا اخیرنۍ کميس تور وي
 - (E₆): لوړنۍ او اخیرنۍ کميس تور وي.
- 6- په یوې الماري کې د رياضي 5 کتابونه او د فزيک 6 کتابونه پراته دي. د تصادف په صورت کې د دوى له منځه 6 کتابونه تاکو. داسې احتمال پیدا کړئ چې دوه کتابونه رياضي وي.