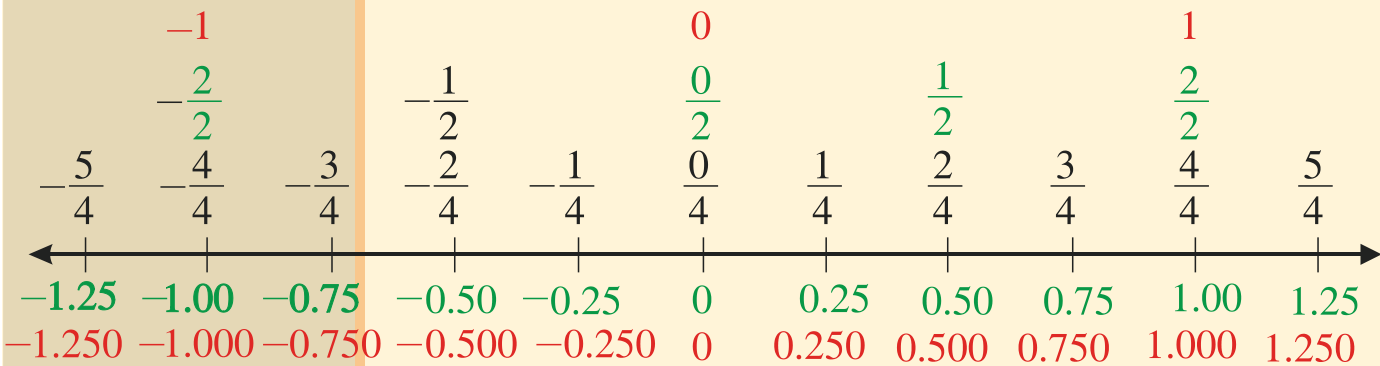
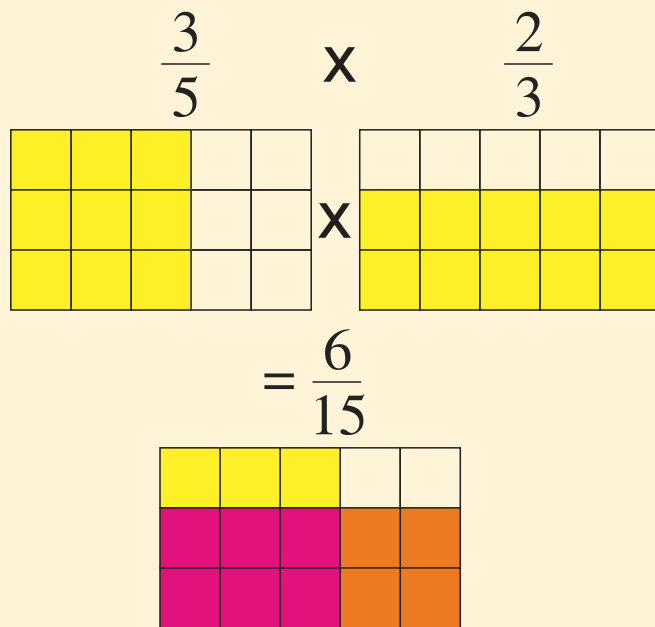




# ریاضی

## صنف ۱۰

(برای مدارس دینی)



کتاب های درسی متعلق به وزارت معارف بوده،  
خرید و فروش آن ممنوع است.

curriculum@moe.gov.af

# ریاضی صنف دهم

برای مدارس دینی

۱۳۹۸  
ه. ش.

## مؤلف

- پوهنيار عبيدالله صافي متخصص رياضيات پروژه انكشاف نصاب تعليمي و تأليف كتب درسي

## ايديت علمي و مسلکي

- حبيب الله راحل مشاور وزارت معارف در رياست انكشاف نصاب تعليمي.
- پوهنيار عبيدالله صافي متخصص رياضيات پروژه انكشاف نصاب تعليمي

## ايديت زباني

- معاون سرمولف عبدالرزاق کوهستاني مدير ديپارتمنت اديتوران

## کميته ديني، سياسي و فرهنگي

- حبيب الله راحل مشاور وزارت معارف در رياست انكشاف نصاب تعليمي
- محمد آصف کوچي متخصص ديپارتمنت تعليمات اسلامي

## إشراف

- دكتور شير علي ظريفي رئيس پروژه انكشاف نصاب تعليمي.



## پیام وزیر معارف

الحمد لله رب العالمين والصلاة والسلام على رسوله محمد وعلى آله وأصحابه أجمعين، أما بعد: نصاب تعلیمی معارف، اساس نظام تعلیم و تربیه را تشکیل داده و در رشد و توسعه علمی، فکری و سلوکی نسلهای امروز و فردای کشور نقش بنیادی و سرنوشت ساز دارد.

نصاب تعلیمی با گذشت زمان، تحول و پیشرفت در عرصه های مختلف زنده گی، مطابق با نیازهای جامعه، باید هم از نظر مضمون و محتوا و هم از نظر شیوه و روش عرضه معلومات، تطور و انکشاف نماید.

یکی از عرصه های نصاب تعلیمی که مورد توجه جدی برای تجدید نظر و بهبود می باشد، نصاب تعلیمات اسلامی است؛ زیرا از یک جانب، فارغان مدارس دینی به حیث پیشوایان معنوی جامعه، باید محور تلاشهای معارف قرار گیرند و از سوی دیگر نصاب تعلیمات اسلامی شامل عقاید، احکام و هدایات دین مبین اسلام است که به حیث نظام و قانون مکمل، تمام ابعاد زنده گی انسان ها را در بر گرفته و به عنوان آخرین پیام خالق و پروردگار جهان تا روز قیامت، رسالت رهنمایی و هدایت بشریت را انجام می دهد.

علمای امت اسلامی در طول تاریخ نقش مهمی را در ایجاد، توسعه و غنای سیستم تعلیمات و معارف اسلامی مخصوصاً انکشاف تدریجی نصاب تعلیمی مراکز و مؤسسات علمی جهان اسلام، ایفا کرده اند.

مطالعه دقیق در سیر تطور تاریخی علوم و معارف اسلامی در جهان نشان میدهد که نصاب تعلیمی مدارس و مراکز علمی ما، همواره بنا بر ضرورت های جامعه و در تطابق با احکام ثابت و پا بر جای دین اسلام، که برای همه انسانها در همه زمانها و مکانها می باشد، توسعه یافته است.

کشور عزیز ما افغانستان با سابقه درخشان علمی، روزگاری مهد علم و دانش و جایگاه بزرگترین مراکز علمی عصر بوده و در شکل گیری تمدن بزرگ اسلامی نقش عظیمی داشته است، وجود هزاران دانشمند و عالم در عرصه های مختلف علم و فرهنگ مخصوصاً در علوم شرعی؛ مانند: عقاید، تفسیر، حدیث، فقه، اصول فقه و غیره، گواه واضح آنچه گفته شد می باشد.

همزمان با رشد بیداری اسلامی در عصر حاضر، تعلیمات اسلامی در کشور ما شاهد تحول کمی و کیفی بوده و اطفال و جوانان کشور ما با شوق و رغبت فراوان به طرف مدارس و مراکز تعلیمات اسلامی رو می آورند. وزارت معارف جمهوری اسلامی افغانستان بر اساس مسؤولیت و رسالت خویش، در مطابقت با احکام قانون اساسی کشور، به منظور رشد و توسعه کمی و کیفی تعلیمات اسلامی و از جمله نصاب آن، اقدامات قابل توجه نموده است.

در این راستا وزارت معارف با دعوت از علماء، استادان و متخصصان باتجربه و قابل اعتماد کشور، به بهبود و انکشاف نصاب تعلیمی پرداخته و کتابهای رایج مدارس تعلیمات اسلامی را با شرح و توضیح متون، جا به جا ساختن فعالیتهای، ارزیابی و تمرینها با معیارهای کتب درسی عیار ساخت.

امیدوارم این تلاشهای قابل تمجید علماء و متخصصان وزارت معارف، در بهبود و انکشاف هر چه بیشتر تعلیمات اسلامی در افغانستان عزیز مفید واقع شده و سبب کسب رضای خداوند متعال قرار گیرد.

وبالله التوفیق

دکتور محمد میرویس بلخی

وزیر معارف

## مقدمه

### استادان عالیقدر و شاگردان گرامی،

ریاضی زبان علوم طبیعی است و قوانینی را که خداوند در طبیعت حاکم ساخته فورمول بندی می کند همچنان مسائل مربوط به اعداد و مقادیر را به زبان حساب ارائه می نماید. انسان ها در زنده گی روز مره به علم ریاضی احتیاج دارند، این علم برای ساینس حیثیت کلید را دارد، زیرا که اکثر قوانین طبیعت به زبان ریاضی بیان می شود و در مسائل شرعی نیز به علم ریاضی ضرورت می باشد، در تقسیم میراث، تقسیم زمین و دریافت مساحت آن، تعیین حقوق شرکا، تعیین زکات و غیره موارد، از علم ریاضی استفاده صورت می گیرد. برای اینکه فارغان مدارس علوم شرعی قابلیت های ضروری را آموخته، مسائل روزمره زنده گی مربوط ریاضی را حل کرده بتوانند و مسائل؛ مانند: میراث، مشارکت، تقسیمات اموال و محتوای مضامین ساینسی را بفهمند، ریاست عمومی انکشاف نصاب تعلیمی وزارت معارف جمهوری اسلامی افغانستان مسائل ضروری ریاضی را در نصاب تعلیمی مدارس جابه جا نمود.

به گونه یی که ضرورت های اساسی شاگردان مدارس شرعی، تخصص آینده ایشان و ساعات تعیین شده در پلان تعلیمی برای مضمون ریاضی را در نظر گرفته و مسائل ضروری این علم را با در نظر داشت فن معاصر نصاب نویسی بر میتود آسان و مؤثر تألیف نمود، تا فارغان مدارس شرعی در پهلوی علوم دینی بعضی علوم ضروری دنیوی را نیز فرا گیرند، ظرفیت های شان بلند برود و نقش مؤثر و مثمر را در جامعه بازی نمایند.

و الله ولی التوفیق

## فصل اول: اعداد نسبتی:

- سیستم اعداد..... ۳
- عملیه های جمع و تفریق اعداد نسبتی..... ۷
- عملیه های ضرب و تقسیم اعداد نسبتی..... ۱۱
- موارد استعمال کسور در حل مسایل روزمره زنده گی..... ۱۷
- قوس ها و ساده ساختن افاده ها ..... ۲۳
- قوانین طاقت اعداد نسبتی..... ۲۷
- روش علمی عدد نویسی..... ۳۳
- نکات مهم فصل ..... ۳۶
- تمرین فصل..... ۳۸

## فصل دوم: پولینوم

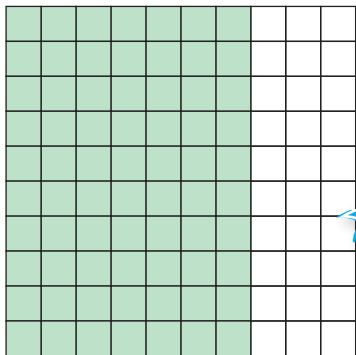
۳۹	..... افاده های الجبری
۴۳	..... اقسام پولینوم و درجه آن
۴۹	..... دریافت قیمت یک پولینوم
۵۳	..... عملیه های چهارگانه پولینوم ها
۵۷	..... ضرب پولینوم ها
۶۱	..... تقسیم پولینوم ها
۶۳	..... مطابقت ها $((a+b)^2$ و $(a-b)^2$ )
۶۹	..... مطابقت $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$
۷۳	..... تجزیه
۷۷	..... تجزیه افاده های الجبری که شکل $a^2 - b^2$ را داشته باشند
۸۰	..... نکات مهم فصل
۸۲	..... تمرین فصل



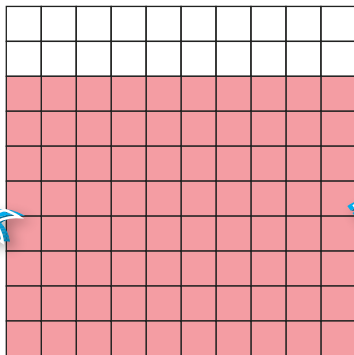


# فصل اول

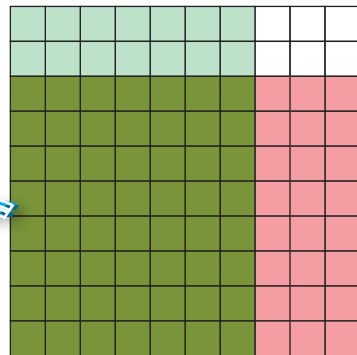
اعداد نسبتی  
(Rational Numbers)



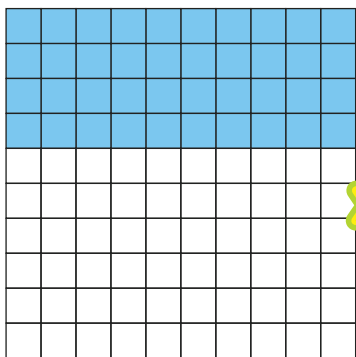
0.7



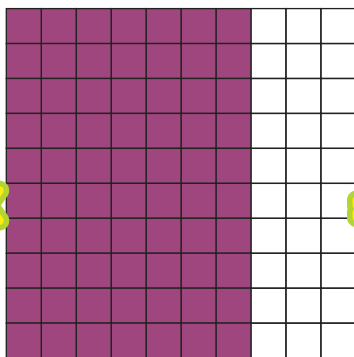
0.8



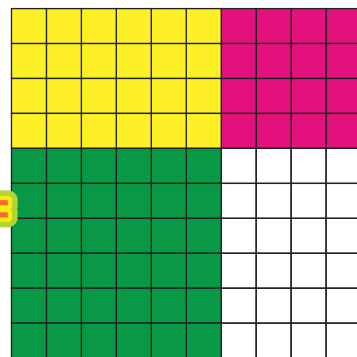
0.56



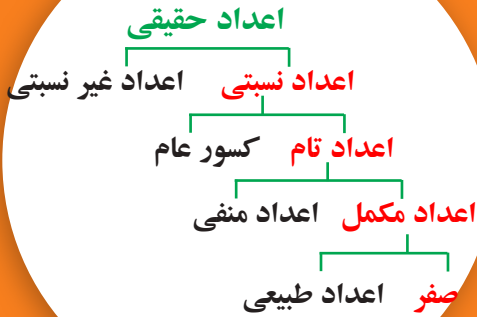
0.4



0.7



0.28



آیا  $0.\overline{3}$  عدد نسبتی است؟

در زمان های قدیم، زنده گی انسان ها بسیار ساده و بسیط بوده، چوپان ها، گوسفندان خویش را وقتی که به چراگاه می بردند و می آوردند با مجموعه سنگچل ها مقایسه می کردند، که به این ترتیب حیوانات گم شده را معلوم می کردند.

در زمان های قدیم انسان ها به عوض اعداد  $1, 2, 3, 4, \dots$  سمبول های  $||, |||, ||||, \dots$  را استعمال می کردند. مصری ها تقریباً 5000 سال قبل از میلاد برای شمارش، ده انگشت دست را استعمال می کردند یعنی سیستمی به قاعده (10) داشت. علامه  $\cap$  را برای (10) و علامه  $\cap$  را برای (100) به کار می بردند. به هر اندازه یی که ضرورت می بود یک سمبول طور تکراری نوشته می شد؛ طور مثال: عدد (13) را به شکل  $(||| \cap)$  و عدد (324) را به شکل  $||| \cap ||| \cap |||$  می نوشت، و این عدد را به شکل ذیل ترتیب می کردند:

$$1+1+1+1+1+10+10+100+100+100$$

مردم کشور های مختلف برای خود سیستم های مختلف اعداد را اختراع کرده بودند. که این سیستم ها برای جامعه پیشرفته قابل قبول نبود؛ بنابراین این سیستم های مختلف رد شدند و سیستم واحد عدد نویسی به وجود آمد.

1 - **ست اعداد طبیعی** که به نام ست اعداد شمارش (Count numbers) نیز یاد می شود و این طور نشان داده می شود:  $IN = \{1, 2, 3, 4, 5, \dots\}$

اما معادله  $x + 2 = 2$  در ست اعداد طبیعی حل ندارد  $x = 2 - 2 = 0$ ، چون در ست اعداد طبیعی صفر وجود ندارد، بنابراین به ست دیگری ضرورت احساس شد.

2 - **ست اعداد مکمل (Whole numbers)** که عبارت از  $w = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, \dots\}$  می باشد؛ اما در این ست مساوات  $x + 3 = 0$  حل ندارد، زیرا  $x = -3$  میشود.

3 - **ست اعداد تام** یا  $Z = \{\dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots\}$  مساوات  $2x + 1 = 2$  در ست اعداد

تام حل ندارد زیرا که  $x = \frac{1}{2}$  می شود و  $\frac{1}{2}$  در ست اعداد تام وجود ندارد.

4 - **ست اعداد نسبتی (ناطق):** می دانیم که عدد ناطق عددیست که به شکل  $\frac{p}{q}$  که

$q \neq 0$  و  $p$  و  $q$  اعداد تام اند) نوشته شود. مانند  $\frac{2}{3}, \sqrt{16}, 4, 3, 7$  و غیره اعداد نسبتی اند

$$\sqrt{16} = 4 = \frac{4}{1} \text{ زیرا}$$

a - **کسرهای اعشاری مختوم (Terminating decimals):** کسور اعشاری که

تعداد ارقام اعشاری آن معین باشد به نام کسور اعشاری مختوم یاد می شود که  $0.202$ ,  $0.0000415$ ,  $100000.41237895$ ، مثال های کسور اعشاری مختوم می باشند.

b - **کسرهای اعشاری متوالی (Recurring Decimal Fractions):** عبارت از

کسر های اعشاری اند که یک یا چند رقم آن تکرار می شود؛ طور مثال:

$$0.3\overline{6}, 4.1\overline{23}, 0.\overline{23}, 2.\overline{3}$$

این کسر های اعشاری نیز به شکل کسر عام نوشته شده می تواند پس هر کسر اعشاری متوالی نیز یک عدد ناطق می باشد.

**مثال اول:**

$$0.36 = \frac{36}{100} = \frac{18}{50} = \frac{9}{25}$$

$$\frac{2}{9} = 0.\overline{2}$$

$$0.\overline{36} = \frac{36}{99} = \frac{12}{33} = \frac{4}{11}$$

$$\frac{4}{7} = 0.\overline{571428}$$

$$0.3\overline{6} = \frac{33}{90} = \frac{11}{30}$$

$$\frac{9}{11} = 0.\overline{81}$$

$$0.1\overline{23} = \frac{123}{999} = \frac{41}{333}$$

$$\frac{7}{12} = 0.\overline{583}$$

$$0.25 = \frac{25}{100} = \frac{1}{4}$$

$$0.333\ldots = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$$

اعداد زیر را به شکل کسر های اعشاری متوالی بنویسید:

$\frac{2}{3}$	$\frac{5}{6}$	$\frac{5}{11}$	$\frac{10}{13}$	$\frac{4}{15}$	$\frac{17}{18}$
$\frac{5}{22}$	$\frac{13}{24}$	$\frac{13}{27}$	$\frac{29}{33}$	$\frac{9}{11}$	

**5 - اعداد غیرنسبتی یا اعداد گنگ (Irrational numbers):** اعدادی که به

شکل کسر عام نوشته شده نتوانند و یا به عبارت دیگر که به شکل  $\frac{p}{q}$  در آورده نشود (  $p$  و  $q$  اعداد تام و  $q \neq 0$  می باشد) مثل  $\sqrt{2}, \sqrt{3}, \frac{7}{\sqrt{5}}, \sqrt{\frac{5}{16}}$  و غیره.

کسر های اعشاری که ارقام اعشاری آن ها نه ختم می شود و نه تکرار می شود اعداد غیرنسبتی اند مانند:  $0.01001000100001, \dots, 7.3205080, \dots, 1.709975947, \dots, 3.141592654, \dots$

که این عدد به نام  $\pi = 3.14159 \dots$  یاد می شود.

$$\pi = \frac{\text{محیط دایره}}{\text{طول قطر دایره}}$$

**6 - ست اعداد حقیقی:** از اتحاد اعداد نسبتی (Q) و اعداد غیر نسبتی (Q') تشکیل می

شود.  $Q \cup Q' = \mathbb{R}$

**7 - ست اعداد مختلط:** معادله  $x^2 + 1 = 0$  در ست اعداد حقیقی حل ندارد؛ اما در ست اعداد مختلط حل دارد. یا اعداد منفی در ست اعداد حقیقی که درجه جذر آن جفت باشد، جذر ندارد. طور مثال: اعداد  $\sqrt{-16}, \sqrt{-64}, \sqrt{-36}$  و غیره که در ست اعداد مختلط دارای جذر دوم می باشد.

شکل عمومی یک عدد مختلط  $(a+bi)$  می باشد که  $a$  و  $b$  اعداد حقیقی و  $i = \sqrt{-1}$  می باشد.

**مثال دوم:** در اعداد زیر اعداد نسبتی، غیر نسبتی و اعداد حقیقی را نشان دهید:

$$\sqrt{3} \quad -56.85 \quad \frac{\sqrt{9}}{3} \quad \sqrt{10} \quad \frac{3}{0} \quad \sqrt{\frac{1}{4}} \quad \sqrt{-17}$$

## حل

$\sqrt{3}$  عدد غیر نسبتی، عدد حقیقی می باشد.

$-56.85$  یک کسر اعشاری مختوم و در نتیجه عدد نسبتی و عدد حقیقی می باشد.

$\frac{\sqrt{9}}{3}$  عدد مکمل، عدد تام، عدد نسبتی، عدد حقیقی می باشد.

$\sqrt{10}$  عدد غیر نسبتی می باشد.

$\frac{3}{0}$  تعریف نه شده، پس عدد حقیقی نیز نمی باشد.

$\sqrt{\frac{1}{4}}$  عدد نسبتی است.

$\sqrt{-17}$  عدد حقیقی نیست.

## فعالیت

بین اعداد حقیقی  $2\frac{1}{3}$  و  $2\frac{2}{3}$  چند عدد حقیقی وجود دارد؟

## تمرین

1- در اعداد زیر کدام عدد نسبتی، غیر نسبتی و یا عدد حقیقی نیست:

$\sqrt{4}$	$\sqrt{\frac{4}{25}}$	$\sqrt{72}$	$-\sqrt{-2}$
$-\sqrt{36}$	$\sqrt{-4}$	$\sqrt{\frac{16}{-25}}$	$\frac{0}{0}$

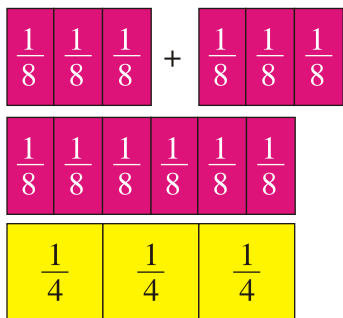
2- اعداد نسبتی زیر را به شکل کسر اعشاری بنویسید:

$\frac{9}{11}$	$\frac{4}{7}$	$\frac{2}{9}$	$\frac{7}{12}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{3}$
----------------	---------------	---------------	----------------	---------------	---------------	---------------

## عملیه های جمع و تفریق اعداد نسبتی

آیا عملیه  $\frac{3}{8} + \frac{3}{8} = \frac{6}{8} = \frac{3}{4}$  را در شکل

تطبیق کرده می توانید؟



شما با عملیه های چهارگانه اعداد نسبتی در صنف 7 آشنا شده اید غرض تکرار و وضاحت بطور مختصر بعضی از مثال ها را یادآوری می نمایم.

**مثال اول:**

$$\frac{3}{7} + \frac{4}{7} = \frac{3+4}{7} = \frac{7}{7} = 1$$

$$\frac{8}{11} - \frac{(-2)}{11} = \frac{8 - (-2)}{11} = \frac{8+2}{11} = \frac{10}{11}$$

$$\frac{3}{4} + \frac{2}{5} = ?$$

$$\frac{3 \cdot 5}{4 \cdot 5} = \frac{15}{20}, \quad \frac{2 \cdot 4}{5 \cdot 4} = \frac{8}{20}$$

$$\frac{15}{20} + \frac{8}{20} = \frac{15+8}{20} = \frac{23}{20} = 1\frac{3}{20}$$

### فعالیت

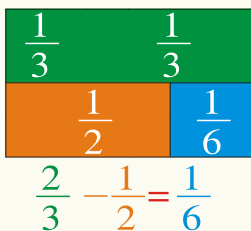
اعداد نسبتی زیر را جمع و تفریق نمایید:

a)  $\frac{5}{6} + \frac{1}{3}$

b)  $\frac{5}{6} - \frac{5}{9}$

c)  $3\frac{1}{2} + 7\frac{4}{5}$

d)  $7\frac{1}{10} - 2\frac{3}{4}$



**مثال دوم:** حاصل تفریق  $\frac{2}{3} - \frac{1}{2}$  را در شکل مشاهده کنید.

**مثال سوم**

$$\begin{aligned}\frac{6}{19} + \frac{(-25)}{19} &= \frac{6}{19} - \frac{25}{19} = \frac{-19}{19} = -1 \\ \frac{1}{5} + \left(-\frac{3}{35}\right) + \frac{1}{60} &= \frac{84 - 36 + 7}{420} = \frac{91 - 36}{420} = \frac{55}{420} = \frac{11}{84} \\ -\frac{3}{8} - \frac{5}{8} &= \frac{-3}{8} + \frac{-5}{8} = \frac{-3 + (-5)}{8} = \frac{-8}{8} = -1\end{aligned}$$

**مثال چهارم:** اگر  $t = 2\frac{5}{8}$  باشد، قیمت  $t - \frac{1}{8}$  را معلوم کنید.

**حل**

$$-\frac{1}{8} + 2\frac{5}{8} = \frac{-1}{8} + \frac{21}{8} = \frac{-1 + 21}{8} = \frac{20}{8} = \frac{5}{2} = 2\frac{1}{2}$$

**مثال پنجم:** مجموع دو عدد نسبتی  $\frac{11}{21}$  می باشد، اگر یک عدد  $\frac{-2}{7}$  باشد عدد دیگری را دریابید.

**حل**

$$x + \left(-\frac{2}{7}\right) = \frac{11}{21} \Rightarrow x - \frac{2}{7} = \frac{11}{21} \Rightarrow x = \frac{11}{21} + \frac{2}{7} = \frac{17}{21}$$

**مثال ششم:**

$$\frac{2}{3} + \frac{1}{5} = \frac{10 + 3}{15} = \frac{13}{15}$$

$$3\frac{2}{5} + \left(-3\frac{1}{2}\right) = \frac{17}{5} + \left(-\frac{7}{2}\right) = \frac{34 - 35}{10} = -\frac{1}{10}$$

**مثال هفتم:** اگر  $n = -\frac{1}{3}$  باشد قیمت  $n - \frac{11}{6}$  را دریابید.

**حل**



$$-\frac{1}{3} - \frac{11}{16} = \frac{-16-33}{48} = -\frac{49}{48} = -1\frac{1}{48}$$

$$2\frac{2}{5} + 9\frac{1}{3} = \frac{12}{5} + \frac{28}{3} = \frac{36+140}{15} = \frac{176}{15} = 11\frac{11}{15}$$

## فعالیت

$$15\frac{1}{2} - 11\frac{11}{15} = ?$$

**نوت:** کسور معادل را در اشکال ذیل مشاهده کنید:

$$-1.25 = -1.250$$

$$-0.75 = -0.750$$

$$-0.50 = -0.0500$$

$$-0.25 = -0.250$$

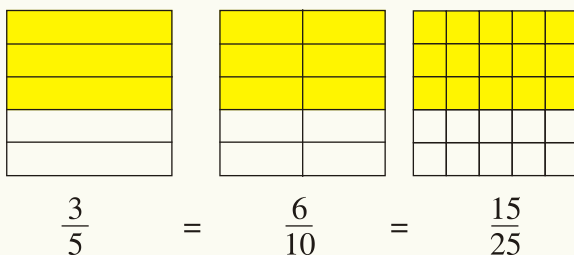
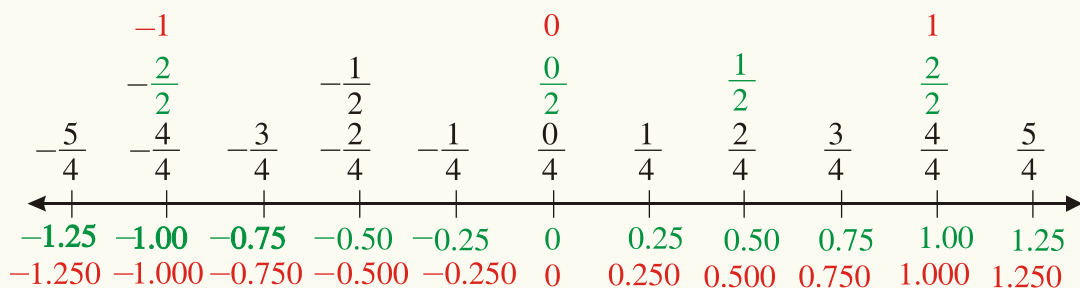
$$0.25 = -0.250$$

$$0.50 = 0.500$$

$$0.75 = 0.750$$

$$1.25 = 1.250$$

$$-\frac{2}{4} = -\frac{1}{2}$$



1 - جمع و تفریق کنید.

a)  $\frac{8}{11} - \frac{3}{11}$

b)  $-\frac{3}{4} + (-\frac{3}{4})$

c)  $-0.9 + 2.5$

d)  $-\frac{1}{12} + (-\frac{7}{12})$

e)  $-1.7 + 3.6$

f)  $-\frac{7}{10} + (-\frac{3}{10})$

g)  $-4 + 1.3$

h)  $-\frac{15}{16} + (-\frac{9}{16})$

i)  $\frac{31}{45} - \frac{5}{9}$

j)  $-\frac{13}{24} - (-\frac{11}{16})$

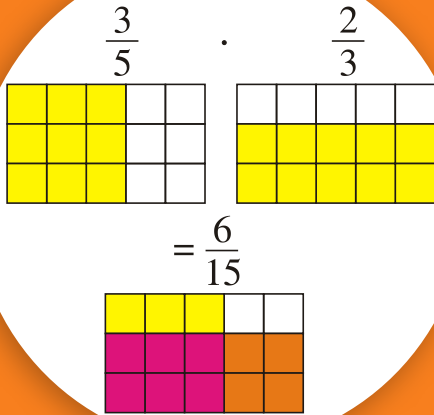
2 - از عدد نسبتی  $\frac{-3}{11}$  کدام عدد تفریق شود که مساوی به  $\frac{2}{17}$  شود؟

3 - ساده سازید:

$$-\frac{1}{3} + \frac{8}{7} - \frac{2}{21} + \frac{1}{9} - \frac{1}{12}$$

4 - حاصل جمع  $\frac{2}{3}$  و  $-\frac{5}{6}$  را از حاصل جمع  $-\frac{2}{9}$  و  $-\frac{7}{18}$  تفریق کنید.

## عملیه های ضرب و تقسیم اعداد نسبی

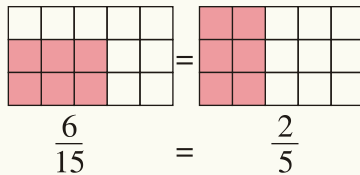


آیا حاصل ضرب دو عدد نسبی  $\frac{3}{5}$  و  $\frac{2}{3}$  را در شکل تطبیق کرده می‌توانید؟

$$6\left(\frac{2}{3}\right) = \frac{6 \cdot 2}{3} = \frac{12}{3} = 4$$

$$-4\left(2\frac{3}{5}\right) = -4\left(\frac{13}{5}\right) = -\frac{52}{5} = -10\frac{2}{5}$$

**مثال اول:** در شکل ذیل شکل ساده حاصل ضرب  $\frac{3}{5} \cdot \frac{2}{3}$  را مشاهده کنید.



**مثال دوم:**

$$\left(-\frac{1}{2}\right)\left(-\frac{3}{5}\right) = \frac{3}{10}$$

$$\frac{5}{12}\left(-\frac{12}{5}\right) = \frac{-60}{60} = -1$$

$$\left(6\frac{2}{3}\right)\left(\frac{7}{20}\right) = \left(\frac{20}{3}\right)\left(\frac{7}{20}\right) = \frac{7}{3} = 2\frac{1}{3}$$

$$(-2.5)(-8) = 20$$

$$-0.07(4.6) = -0.322$$

**مثال سوم:** اگر  $t = -\frac{2}{3}$  باشد قیمت  $5\frac{1}{2}t$  را معلوم کنید.

$$(-5\frac{1}{2})(-\frac{2}{3}) = (-\frac{11}{2})(-\frac{2}{3}) = \frac{22}{6} = \frac{11}{3} = 3\frac{2}{3}$$

## فعالیت

اگر  $t = 8$  باشد قیمت  $-5\frac{1}{2}t$  را معلوم کنید.

## مثال چهارم:

$$(100)(0.1) = 10$$

$$(1000)(0.001) = 1$$

$$(0.1)(0.1)(0.1) = 0.001$$

$$(0.3)(0.03) = 0.009$$

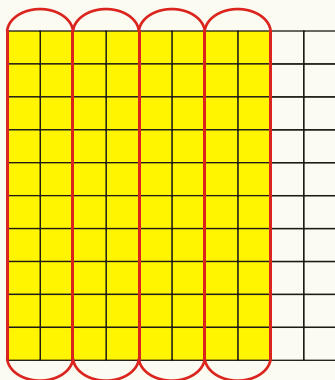
$$(10)(0.1) = 1$$

$$(100)(0.01) = 1$$

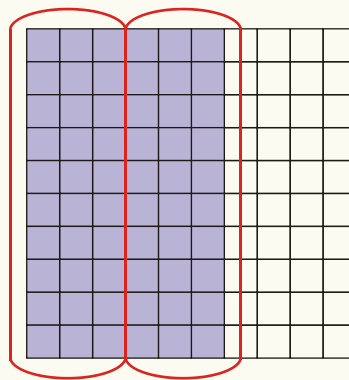
$$(10000)(0.0001) = 1$$

عملیه تقسیم اعداد نسبتی: حاصل ضرب عدد نسبتی با معکوس ضربی آن مساوی به (1) می باشد.

عدد	معکوس ضربی	حاصل ضرب
$\frac{4}{3}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{4}{3}(\frac{3}{4}) = 1$
$-\frac{12}{5}$	$-\frac{5}{12}$	$(-\frac{5}{12})(-\frac{12}{5}) = 1$
6	$\frac{1}{6}$	$6(\frac{1}{6}) = 1$



$$0.8 \div 4 = 0.2$$



$$0.6 \div 0.3 = 2$$

مثال پنجم:

$$\frac{7}{12} \div \frac{2}{3} = \frac{7}{12} \cdot \frac{3}{2} = \frac{21}{24} = \frac{7}{8}$$

$$3\frac{1}{4} \div 4 = \frac{13}{4} \div \frac{4}{1} = \frac{13}{4} \left(\frac{1}{4}\right) = \frac{13}{16}$$

فعالیت

$$2.92 \div 0.4 = ?$$

مثال ششم:

$$100 \div 0.1 = 1000 = 10^3$$

$$1000 \div 0.01 = 100000 = 10^5$$

$$10000 \div 0.001 = 10000000 = 10^7$$

$$0.1 \div 10 = \frac{0.1}{10} = \frac{1}{100} = 0.01 = 10^{-2}$$

$$0.01 \div 10 = \frac{0.01}{10} = \frac{1}{1000} = 0.001 = 10^{-3}$$

مثال هفتم: اگر  $n = 0.24$  باشد قیمت  $\frac{7.2}{n}$  را معلوم کنید.

$$\frac{7.2}{0.24} = \frac{720}{24} = 30$$

اگر  $m = 7\frac{1}{2}$  باشد قیمت  $m \div \frac{3}{8}$  را معلوم کنید.

$$7\frac{1}{2} \div \frac{3}{8} = \frac{15}{2} \cdot \frac{8}{3} = \frac{120}{6} = 20$$

خواص اعداد نسبتی  
خواص عملی جمع اعداد نسبتی:

1 - خاصیت بسته گی:  $\frac{3}{7}$  و  $\frac{5}{2}$  دو عدد نسبتی می باشد:

$$\frac{5}{2} + \frac{3}{7} = \frac{35+6}{14} = \frac{41}{14}$$

که  $\frac{41}{14}$  نیز یک عدد نسبتی می باشد.

## 2 - خاصیت تبدیلی:

$$\frac{2}{3} + \frac{4}{5} = \frac{4}{5} + \frac{2}{3}$$

$$\frac{22}{15} = \frac{22}{15}$$

## 3 - خاصیت اتحادی:

$$\left(\frac{2}{3} + \frac{3}{4}\right) + \frac{1}{2} = \frac{2}{3} + \left(\frac{3}{4} + \frac{1}{2}\right)$$

$$\frac{23}{12} = \frac{23}{12}$$

## 4 - صفر در عملیه جمع عنصر عینیت می باشد.

$$0 + \frac{3}{4} = \frac{3}{4} + 0 = \frac{3}{4}$$

## خواص عملیه ضرب اعداد نسبتی:

1 - اعداد نسبتی تحت عملیه ضرب نیز بسته می باشد.

طور مثال:  $\frac{5}{7}$  و  $\frac{3}{4}$  دو عدد نسبتی است و  $\frac{3}{4} \cdot \frac{5}{7} = \frac{15}{28}$  که  $\frac{15}{28}$  نیز یک عدد نسبتی می باشد.

## 2 - خاصیت تبدیلی عملیه ضرب اعداد نسبتی:

$$\frac{2}{3} \cdot \frac{4}{5} = \frac{4}{5} \cdot \frac{2}{3}$$

$$\frac{8}{15} = \frac{8}{15}$$

## 3 - خاصیت اتحادی عملیه ضرب اعداد نسبتی:

$$\left(\frac{2}{3} \cdot \frac{3}{4}\right) \cdot \frac{5}{6} = \frac{2}{3} \cdot \left(\frac{3}{4} \cdot \frac{5}{6}\right)$$

$$\frac{5}{12} = \frac{5}{12}$$

4 - خاصیت توزیعی ضرب بالای جمع اعداد نسبتی:

$$\frac{1}{2} \left( \frac{2}{3} + \frac{3}{4} \right) = \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} + \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{4}$$

$$\frac{1}{2} \left( \frac{17}{12} \right) = \frac{2}{6} + \frac{3}{8}$$

$$\frac{17}{24} = \frac{17}{24}$$

5 - عدد (1) در عملیه ضرب عنصر عینیت می باشد:

$$\frac{3}{4} \cdot 1 = 1 \cdot \frac{3}{4} = \frac{3}{4}$$

### تمرین

1 - ضرب کنید:

a)  $-\frac{1}{3}(-\frac{4}{7})$

b)  $\frac{3}{8}(-\frac{7}{10})$

c)  $6\frac{2}{5}(\frac{5}{9})$

d)  $\frac{5}{12}(-\frac{11}{6})$

e)  $-3.1(-4)$

f)  $0.04(3.6)$

g)  $-7.3(-5)$

h)  $-0.15(2.8)$

i)  $-0.08(5.2)$

j)  $0.5(7.3)$

k)  $-4.7(-3)$

l)  $-4(1\frac{5}{8})$

m)  $-7(3\frac{1}{5})$

n)  $-\frac{1}{2}(-\frac{11}{2})$

o)  $-2.9(-3)$

p)  $-0.02(5.9)$

2 - قیمت  $2\frac{3}{4}x$  را معلوم کنید، که اگر  $x = -\frac{7}{9}$ ,  $x = -\frac{3}{8}$ ,  $x = -4$ ,  $x = 2\frac{1}{3}$  و

$x = 6$  باشد.

3 - تقسیم کند:

a)  $\frac{2}{3} \div \frac{5}{6}$

b)  $2\frac{1}{4} \div 3\frac{2}{5}$

c)  $3.72 \div 0.3$

d)  $\frac{-5}{9} \div 6$

e)  $3.46 \div 0.9$

f)  $14.08 \div 0.8$

g)  $11.128 \div 0.52$

h)  $24 \div 0.75$

i)  $1 \div 0.1$

j)  $10 \div 0.01$

k)  $7.86 \div 0.006$

l)  $3.6864 \div 0.64$

m)  $0.1 \div 100$

n)  $0.1 \div 0.01$

o)  $144 \div 12$

p)  $1.44 \div 1.2$

q)  $144 \div 1.2$

r)  $0.144 \div 1.2$

s)  $14.4 \div 0.12$

t)  $2.56 \div 1.6$

u)  $0.256 \div 0.16$

v)  $0.00256 \div 1.6$

w)  $256000 \div 0.16$

x)  $0.00000256 \div 16$

y)  $256 \div 0.0016$

4 - اگر حاصل ضرب دو عدد نسبتی  $-\frac{12}{39}$  باشد، اگر یکی از آن عدد  $\frac{4}{3}$  باشد، عدد

دیگری را معلوم کنید.

5 - عدد نسبتی 0.1 به کدام عدد تقسیم گردد، تا حاصل تقسیم عدد 100 شود؟

6 - عدد نسبتی 0.01 بر کدام عدد تقسیم گردد، تا حاصل تقسیم 10000 شود؟



موارد استعمال کسور در حل  
مسائل روزمره زنده گی

0.5 حصه کدام عدد مساوی به عدد 128  
می شود؟

$$\frac{128}{0.5} = \frac{1280}{5} = 256$$

**مثال دوم:** در یک امتحان  $\frac{2}{3}$  حصه 111 شاگرد کامیاب گردیده اند تعداد شاگردان  
کامیاب و ناکام را معلوم کنید.  
**حل:**

$$111 \times \frac{2}{3} = \frac{222}{3} = 74 \text{ شاگردان کامیاب}$$

$$111 - 74 = 37 \text{ شاگردان ناکام}$$

**مثال دوم:**  $\frac{3}{5}$  حصه عدد 3335 چند می شود؟  
**حل**

$$3335 \times \frac{3}{5} = 2001$$

فعالیت

$\frac{3}{5}$  حصه کدام عدد 2001 می شود؟

**مثال سوم:**  $\frac{2}{3}$  حصه کدام عدد 74 می شود؟  
**حل:**

$$74 \div \frac{2}{3} = 74 \times \frac{3}{2} = 111$$

**مثال چهارم:** یک چوب 12m طول دارد اگر  $\frac{3}{4}$  حصه آن در یک حوض غرق شود  
عمق حوض را در این نقطه معلوم کنید.

حل:

$$12 \times \frac{3}{4} = \frac{36}{4} = 9m$$

مثال پنجم:  $\frac{3}{5}$  حصه سرمایه احمد 81000 می باشد، مقدار پول احمد را معلوم کنید.  
حل:

$$81000 \div \frac{3}{5} = 81000 \times \frac{5}{3} = \frac{405000}{3} = 135000$$

### فعالیت

0.01 حصه کدام عدد 1000 می شود.

مثال هشتم: در یک مکتب  $\frac{1}{10}$  حصه شاگردان در مضمون ریاضی  $\frac{1}{8}$  حصه آنها در مضمون بیولوژی و  $\frac{1}{5}$  حصه آنها در مضمون فزیک ناکام شده اند.

اگر تعداد شاگردانی که کامیاب گردیده اند 230 نفر باشند تعداد مجموعی شاگردان این مکتب را معلوم کنید.

2	10	8	5
5	5	4	5
	1	4	1

$$\frac{1}{10} + \frac{1}{8} + \frac{1}{5} = \frac{4+5+8}{40} = \frac{17}{40}$$

$$1 - \frac{17}{40} = \frac{40-17}{40} = \frac{23}{40}$$

$\frac{23}{40}$  حصه شاگردان مکتب کامیاب گردیده اند که 230 نفر می باشد پس تعدد داخله

مکتب مساوی است به:

$$\frac{23}{40} = 230 \quad x = \frac{230}{\frac{23}{40}} = \frac{230 \cdot 40}{23} = 400$$

$1 = x$

مثال هفتم: احمد 36 لیتر شیر داشت، اگر  $\frac{1}{12}$  حصه این شیر را به محمود،  $\frac{1}{9}$  حصه

آن را به قاسم و  $\frac{1}{6}$  حصه آن را به زلمی داده باشد و شیر باقیمانده را از قرار فی لیتر 18 افغانی بالای یک دوکاندار فروخته باشد مقدار پولی که دوکاندار تادیه کرده معلوم کنید.  
حل:

$$36 \times \frac{1}{12} = 3 \text{ حصه احمد به لیتر}$$

$$36 \times \frac{1}{9} = 4 \text{ حصه محمود به لیتر}$$

$$36 \times \frac{1}{6} = 6 \text{ حصه زلمی به لیتر}$$

$$3 + 4 + 6 = 13$$

$$36 - 13 = 23$$

$$23 \times 18 = 414$$

مقدار پولی که دوکاندار تادیه کرده است عبارت از 414 افغانی میباشد.

**مثال هشتم:** اگر احمد  $\frac{3}{8}$  حصه یک زمین و محمود  $\frac{5}{12}$  حصه این زمین را خریده باشند و

زمین متباقی را قاسم به مبلغ 31200 افغانی خریده است. قیمت های زمین احمد و محمود را معلوم کنید.

حل:

$$\frac{3}{8} + \frac{5}{12} = \frac{9+10}{24} = \frac{19}{24}$$

$$1 - \frac{19}{24} = \frac{24-19}{24} = \frac{5}{24}$$

یعنی  $\frac{5}{24}$  حصه این زمین را قاسم خریده است که قیمت آن 31200 می باشد. در نتیجه

قیمت مجموعی زمین مساوی است به:

$$\frac{\frac{5}{24}}{1} \times 31200 \Rightarrow x = \frac{31200 \cdot 1}{\frac{5}{24}} = \frac{31200 \cdot 24}{5} = 149760 \text{ افغانی}$$

$$149760 \times \frac{3}{8} = 56160 \text{ قیمت زمین احمد افغانی}$$

$$149760 \times \frac{5}{12} = 62400 \text{ قیمت زمین محمود افغانی}$$

$$149760 \times \frac{5}{24} = 31200 \text{ قیمت زمین قاسم افغانی}$$

**مثال نهم:** در یک طیاره 350 نفر مسافر می باشند اگر 0.2 حصه آن ها جوانان و 0.25 حصه مسافرین متباقی اطفال و 0.6 حصه مسافر این متباقی ریش سفیدان و مسافر باقیمانده زن ها باشند تعداد زن ها را معلوم کنید.  
حل:

$$350 \times 0.2 = 70 \text{ جوانان:}$$

$$350 - 70 = 280$$

$$280 \times 0.25 = 70 \text{ اطفال:}$$

$$280 - 70 = 210$$

$$210 \times 0.6 = 126 \text{ ریش سفیدان:}$$

$$210 - 126 = 84 \text{ تعداد زن ها:}$$

**مثال دهم:** نفوس یک قریه 32000 نفر است اگر 0.4 حصه آنها باسواد باشد تعداد باسواد و بی سواد را معلوم کنید.

$$32000 \times 0.4 = 12800 \text{ باسواد:}$$

$$32000 - 12800 = 19200 \text{ بی سواد:}$$

**مثال یازدهم:** 0.2 حصه کدام عدد 111 می شود.

$$\frac{111}{0.2} = \frac{1110}{2} = 555$$

## فعالیت

$\frac{3}{4}$  حصه کدام عدد 12 می شود و 0.1 حصه کدام عدد 857 می شود.

**تبدیل کسر اعشار به فیصد و فیصد به کسر اعشار:**

$$0.36 \times 100 = 36\%$$

$$0.24 = 24\%$$

$$0.1 \times 100 = 10\%$$

$$0.005 = 0.5\%$$

$$1.2 \times 100 = 120\%$$

$$2.01 \times 100 = 201\%$$

**مثال اول:** 2%, 20%, 80%, 0.1% و 0.02% را به کسر اعشار تبدیل کنید.

$$2\% = \frac{2}{100} = 0.02$$

$$20\% = \frac{20}{100} = \frac{2}{10} = 0.2$$

$$80\% = \frac{80}{100} = \frac{8}{10} = 0.8$$

$$0.1\% = \frac{0.1}{100} = \frac{1}{1000} = 0.001$$

$$0.02\% = \frac{0.02}{100} = \frac{2}{10000} = 0.0002$$

**مثال دوم:** اگر احمد 0.3 حصه معاش خود را در کرایه خانه داده باشد. آیا چند فیصد معاش خور را در کرایه خانه داده است؟

$$0.3 \times 100 = 30\%$$

در نتیجه احمد 30% معاش خود را در کرایه خانه داده است.

**مثال سوم:** اگر یک دهقان  $\frac{3}{4}$  حصه زمین خود را گندم و متباقی زمین را جواری کشت

کرده باشد. آیا چند فیصد زمین را گندم و چند فیصد را جواری کشت کرده است؟  
**حل:**

$$\frac{3 \times 25}{4 \times 25} = \frac{75}{100} = 75\% \text{ گندم}$$

$$100 - 75 = 25\% \text{ جواری}$$

## تمرین

- 1 - احمد 500 افغانی دارد، اگر روز اول  $\frac{1}{5}$  حصه، روز دوم  $\frac{1}{2}$  حصه پول متباقی را روز سوم  $\frac{3}{5}$  حصه پول متباقی را مصرف کرده باشد، حالا احمد چند افغانی دارد؟
- 2 - در یک شهر 250000 نفر زنده گی می کند. اگر 0.15 حصه آن ها باسواد باشد تعداد بی سواد را معلوم کنید.
- 3 - 0.00001 حصه عدد  $8.7 \times 10^6$  چند می شود؟
- 4 - احمد 72 جلد کتابچه داشت اگر  $\frac{5}{9}$  حصه آن را به محمود و محمود  $\frac{3}{5}$  حصه کتابچه های خود را به زلمی داده باشد، تعداد کتابچه های زلمی را دریابید.
- 5 - فاصله بین دو شهر A و B، 36km است اگر احمد  $\frac{7}{9}$  حصه این فاصله را توسط بایسکل و  $\frac{3}{4}$  حصه فاصله باقیمانده را پیاده طی کرده باشد، حالا فاصله بین احمد و شهر B چقدر است؟

## قوس ها و ساده ساختن افاده ها

میتوانید بگویید که حاصل

$$5\frac{6}{7} - \left[ 2\frac{1}{3} \left\{ 1\frac{7}{8} \div \left( 5\frac{1}{2} - 4\frac{3}{4} \right) \right\} \right]$$

چند می شود؟

در ریاضیات ( ) به حیث قوس کوچک، { } به حیث قوس متوسط و [ ] به حیث قوس بزرگ استعمال می شود؛ که نخست از همه ( ) سپس { } و در اخیر [ ] رفع می شود.

**مثال اول:** ساده کنید.

$$\begin{aligned} & 5\frac{6}{7} - \left[ 2\frac{1}{3} \left\{ 1\frac{7}{8} \div \left( 5\frac{1}{2} - 4\frac{3}{4} \right) \right\} \right] \\ &= \frac{41}{7} - \left[ \frac{7}{3} \left\{ \frac{15}{8} \div \left( \frac{11}{2} - \frac{19}{4} \right) \right\} \right] = \frac{41}{7} - \left[ \frac{7}{3} \left\{ \frac{15}{8} \div \frac{22-19}{4} \right\} \right] \\ &= \frac{41}{7} - \left[ \frac{7}{3} \left\{ \frac{15}{8} \div \frac{3}{4} \right\} \right] = \frac{41}{7} - \left[ \frac{7}{3} \left\{ \frac{15}{8} \cdot \frac{4}{3} \right\} \right] = \frac{41}{7} - \left[ \frac{7}{3} \cdot \frac{5}{2} \right] \\ &= \frac{41}{7} - \frac{35}{6} = \frac{246-245}{42} = \frac{1}{42} \end{aligned}$$

**مثال دوم:** ساده کنید.

$$\begin{aligned} & 1\frac{5}{6} \div \left[ 3\frac{1}{9} \div \left\{ 1\frac{1}{8} \cdot 1\frac{1}{8} + \left( 3\frac{2}{3} - 2\frac{7}{12} \right) \right\} \right] \\ &= \frac{11}{6} \div \left[ \frac{28}{9} \div \left\{ \frac{9}{8} \cdot \frac{10}{9} + \left( \frac{11}{3} - \frac{31}{12} \right) \right\} \right] \\ &= \frac{11}{6} \div \left[ \frac{28}{9} \div \left\{ \frac{5}{4} + \frac{13}{12} \right\} \right] = \frac{11}{6} \div \left[ \frac{28}{9} \div \left\{ \frac{15+13}{12} \right\} \right] \end{aligned}$$

$$= \frac{11}{6} \div \left[ \frac{28}{9} \div \frac{28}{12} \right] = \frac{11}{6} \div \left[ \frac{28}{9} \cdot \frac{12}{28} \right]$$

$$= \frac{11}{6} \div \frac{4}{3} = \frac{11}{6} \cdot \frac{3}{4} = \frac{33}{24} = \frac{11}{8} = 1\frac{3}{8}$$

مثال سوم: ساده کنید.

$$0.4[1.45 - \{0.37 \div (1.35 + 3.25 - 2.75)\}]$$

$$= 0.4[1.45 - \{0.37 \div (4.60 - 2.75)\}]$$

$$= 0.4[1.45 - \{0.37 \div 1.85\}]$$

$$= 0.4[1.45 - 0.2] = (0.4)(1.25) = 0.5$$

### فعالیت

ساده کنید.

$$5.321 - [3.07 - \{5.269 - (4.02 + 2.39 - 3.75)\}]$$

جواب:

$$(4.859)$$

### مثال چهارم:

$$5a - \{6a - (7a - 4a)\}$$

$$= 5a - \{6a - (3a)\} = 5a - 3a = 2a$$

اگر قوس ها وجود نداشته باشند و در افاده دو یا اضافه تر از دو عملیه اساسی موجود باشد عملیه ها به ترتیب تقسیم، ضرب، جمع و تفریق از چپ به راست انجام می شوند این ترتیب به نام (DMAS) نامیده می شود؛ طور مثال:

$$18 + 6 - 5 \times 2 + 11 - 3 = 18 + 6 - 10 + 11 - 3$$

$$= 18 + 6 + 11 - 10 - 3 = 35 - 13 = 22$$

$$48 \div 16 \times 3 = 3 \times 3 = 9$$

و اگر این افاده دارای قوس باشد:  $48 \div (16 \times 3) = 48 \div 48 = 1$  می شود.

به صورت عموم اگر در افاده قوس ها نیز وجود داشته باشد به ترتیب (BODMAS) ساده می شود که B از Brackets (قوس) و O از Operation (عملیه)، D از Division



(تقسیم)، M از Multiplication (ضرب)، A از Addition (جمع) و S از Subtraction (تفریق) اخذ شده است.

**مثالها:** ساده کنید:

a)  $144 \div 8 \times 6 = 18 \times 6 = 108$

b)  $25 - 42 \div 7 \times 2 + 45 \div 3 \times 5 - 5 \times 9 \div 3 \times 2$

$$25 - 6 \times 2 + 15 \times 5 - 5 \times 3 \times 2 = 25 - 12 + 75 - 30$$

$$(25 + 75) - (12 + 30) = 100 - 42 = 58$$

c)  $12 \div 3[-4 + 8\{-3 + 2(-7 + 10) + 3(8 - 2)\} - 1]$

$$12 \div 3[-4 + 8\{-3 + 2 \times 3 + 3 \times 6\} - 1]$$

$$12 \div 3[-4 + 8\{-3 + 6 + 18\} - 1]$$

$$12 \div 3[-4 + 8\{24 - 3\} - 1]$$

$$12 \div 3[-4 + 8 \cdot 21 - 1]$$

$$12 \div 3[168 - 5]$$

$$12 \div 3 \cdot 163$$

$$4 \cdot 163 = 652$$

ساده کنید:

- a)  $1.18 \div [3.45 - \{1.21 \div (5.69 - 3.27)\}] = ?$
- b)  $0.42 \div [8.35 - \{1.5(1.9 + 3.4)\}] = ?$
- c)  $5.321 - [3.071 - \{5.269 - (4.02 + 2.39 - 3.75)\}]$
- d)  $4\frac{5}{6} - (3\frac{1}{3} - 2\frac{5}{6}) - (5\frac{4}{9} - 4\frac{2}{3}) = ?$
- e)  $4\frac{1}{2} - \left\{1\frac{1}{4} + \frac{7}{8} - (3\frac{9}{16} - 1\frac{3}{4})\right\} = ?$
- f)  $25 \div 5 \times 3 + 4$
- g)  $319 + 40 \div 8$
- h)  $4 - [-5 + \{-4 + (-5 + 4) - 5\} + 4] - 5$

قوانین طاقت اعداد نسبتی (در صورتی که توان ها اعداد مثبت باشند)

$(-\frac{3}{4})^4$  چند می شود؟

$$(-\frac{5}{7})^5 = \frac{-3125}{16807}$$

**قانون اول:** اگر  $a$  عدد نسبتی و  $n, m$  اعداد مثبت تام باشند:  $a^m \times a^n = a^{m+n}$   
مثال اول:

$$(\frac{3}{4})^2 (\frac{3}{4})^5 = \frac{3}{4} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{3}{4} = (\frac{3}{4})^{2+5} = (\frac{3}{4})^7$$

$$(-\frac{1}{2})^2 (-\frac{1}{2})^3 (-\frac{1}{2})^5 = (-\frac{1}{2})^{2+3+5} = (-\frac{1}{2})^{10}$$

**قانون دوم:** اگر  $a$  عدد نسبتی خلاف صفر باشد و  $n, m$  اعداد تام مثبت و  $m > n$  باشد:

$$a^m \div a^n = \frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$$

مثال دوم:

$$4^3 \div 4^2 = \frac{4^3}{4^2} = \frac{4 \cdot 4 \cdot 4}{4 \cdot 4} = 4^{3-2} = 4$$

$$(-3)^4 \div (-3)^2 = \frac{(-3)^4}{(-3)^2} = (-3)^{4-2} = (-3)^2 = 9$$

$$(-\frac{2}{9})^8 \div (-\frac{2}{9})^5 = (-\frac{2}{9})^{8-5} = (-\frac{2}{9})^3 = (-\frac{2}{9})(-\frac{2}{9})(-\frac{2}{9}) = -\frac{8}{729}$$

فعالیت

$$(\frac{3}{5})^3 (\frac{3}{5})^2 = ?$$

**قانون سوم:** اگر  $a$  عدد نسبتی خلاف صفر و  $n, m$  اعداد تام مثبت و  $n > m$  باشد:

$$a^m \div a^n = \frac{1}{a^{n-m}} = \frac{a^m}{a^n}$$

مثال سوم:

$$3^2 \div 3^5 = \frac{3^2}{3^5} = \frac{3 \cdot 3}{3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3} = \frac{1}{3 \cdot 3 \cdot 3} = \frac{1}{3^{5-2}} = \frac{1}{3^3} = \frac{1}{27}$$

$$\frac{\left(-\frac{5}{9}\right)^2}{\left(-\frac{5}{9}\right)^5} = \frac{1}{\left(-\frac{5}{9}\right)^{5-2}} = \frac{1}{\left(-\frac{5}{9}\right)^3} = \frac{1}{-\frac{125}{729}} = -\frac{729}{125}$$

**قانون چهارم:** اگر  $a$  و  $b$  اعداد نسبتی و  $m$  عدد تام مثبت باشد:

$$a^m \cdot b^m = (ab)^m$$

مثال چهارم:

$$\left(\frac{1}{3}\right)^4 \left(\frac{5}{20}\right)^4 = \left(\frac{5}{60}\right)^4 = \left(\frac{1}{12}\right)^4 = \frac{1}{(12)^4}$$

**قانون پنجم:** اگر  $a$  یک عدد نسبتی و  $n, m$  اعداد تام مثبت باشند.

$$(a^m)^n = a^{mn}$$

مثال 5:

$$(2^2)^3 = 4^3 = 64$$

### فعالیت

$$\left[ \left(-\frac{1}{3}\right)^3 \right]^2 \text{ را ساده کنید.}$$

**قوانین طاقت وقتی که توان ها اعداد تام منفی و یا صفر باشند:**

مشاهده شد که معکوس ضربی عدد نسبتی  $\frac{p}{q}$  عبارت از  $\frac{q}{p}$  میباشد و یا معکوس ضربی

عدد  $\frac{p}{q}$  به شکل  $\left(\frac{p}{q}\right)^{-1}$  نشان داده می شود؛ پس:

$$\left(\frac{p}{q}\right)^{-1} = \frac{q}{p}$$

$$4^{-1} = \left(\frac{4}{1}\right)^{-1} = \frac{1}{4} \quad (-3)^{-1} = \left(\frac{-3}{1}\right)^{-1} = -\frac{1}{3}$$

به صورت عموم اگر  $x$  یک عدد نسبتی خلاف صفر باشد  $x^{-1} = \frac{1}{x}$  است  $4^{-2}$  معکوس

ضربی  $4^2$  و  $7^{-3}$  معکوس ضربی  $7^3$  می باشد بالاخره  $x^{-n}$  معکوس ضربی  $x^n$  می باشد.

$$x^{-n} = \frac{1}{x^n}$$

**قانون اول:** اگر  $x$  یک عدد نسبتی خلاف صفر و  $n$  یک عدد تام مثبت باشد؛ پس  $x^{-n}$

معکوس ضربی  $x^n$  می باشد  $(x^{-n} = \frac{1}{x^n})$

**مثال اول:** معکوس های ضربی اعداد نسبتی  $(\frac{11}{13})^{-4}$ ,  $(-\frac{31}{41})^{-5}$  را دریابید.

معکوس ضربی  $(\frac{11}{13})^{-4}$  عبارت از  $(\frac{11}{13})^4$  می باشد.

و معکوس ضربی  $(-\frac{31}{41})^{-5}$  عبارت از  $(-\frac{31}{41})^5$  می باشد.

**قانون دوم:** اگر  $a$  یک عدد نسبتی خلاف صفر و  $m, n$  اعداد تام مثبت و یا منفی باشد.

$$a^m \times a^n = a^{m+n}$$

**مثال دوم:**

$$(4^9)(4^{-7}) = (4^9)\left(\frac{1}{4^7}\right) = \frac{4^9}{4^7} = 4^{9-7} = 4^2 = 16$$

$$\left(-\frac{2}{5}\right)^6 \left(-\frac{2}{5}\right)^{-3} = \left(-\frac{2}{5}\right)^6 \left(\frac{1}{\left(-\frac{2}{5}\right)^3}\right) = \frac{\left(-\frac{2}{5}\right)^6}{\left(-\frac{2}{5}\right)^3} = \left(-\frac{2}{5}\right)^{6-3} = \left(-\frac{2}{5}\right)^3 = -\frac{8}{125}$$

**فعالیت**

$$\left(\frac{2}{5}\right)^{-3} \left(\frac{2}{5}\right)^8 \left(\frac{2}{5}\right)^{-5} = ?$$

مثال سوم:

$$\left(-\frac{7}{9}\right)^5 \div \left(-\frac{7}{9}\right)^3 = \left(-\frac{7}{9}\right)^{5-3} = \left(-\frac{7}{9}\right)^2 = \frac{49}{81}$$

مثال چهارم: نشان دهید که  $\left\{\left(-\frac{5}{3}\right)^{15} \left(-\frac{5}{3}\right)^{-8}\right\} \div \left(-\frac{5}{3}\right)^6 = -\frac{5}{3}$  می باشد.

حل:

$$\begin{aligned} \left\{\left(-\frac{5}{3}\right)^{15} \left(-\frac{5}{3}\right)^{-8}\right\} \div \left(-\frac{5}{3}\right)^6 &= \left(-\frac{5}{3}\right)^{15-8} \div \left(-\frac{5}{3}\right)^6 = \left(-\frac{5}{3}\right)^7 \div \left(-\frac{5}{3}\right)^6 \\ &= \left(-\frac{5}{3}\right)^{7-6} = -\frac{5}{3} \end{aligned}$$

قانون سوم: اگر  $a$  یک عدد نسبتی خلاف صفر و  $n, m$  اعداد تام مثبت یا منفی باشند:

$$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n} \quad \text{یا} \quad a^m \div a^n = a^{m-n}$$

$$a^m \div a^n = a^m \left(\frac{1}{a^n}\right) = (a^m)(a^{-n}) = a^{m-n}$$

مثال پنجم:

$$2^{-3} \div 2^{-5} = 2^{-3+5} = 2^2 = 4$$

$$5^2 \div 5^{-1} = 5^{2+1} = 5^3 = 125$$

$$\left(-\frac{1}{3}\right)^{-2} \div \left(-\frac{1}{3}\right)^2 = \left(-\frac{1}{3}\right)^{-2-2} = \left(-\frac{1}{3}\right)^{-4} = \frac{1}{\left(-\frac{1}{3}\right)^4} = \frac{1}{\frac{1}{81}} = 81$$

### فعالیت

$$\left(-\frac{1}{4}\right)^{-3} \div \left(-\frac{1}{4}\right)^3 = ?$$

قانون چهارم: اگر  $a$  یک عدد نسبتی و  $n, m$  اعداد تام مثبت یا منفی باشند، پس:

$$(a^m)^n = a^{mn}$$

مثال 6:

$$\left[ \left( -\frac{3}{4} \right)^{-2} \right]^3 = \left( -\frac{4}{3} \right)^6$$

$$\left[ \left( \frac{5}{7} \right)^3 \right]^{-4} = \left( \frac{5^3}{7^3} \right)^{-4} = \left( \frac{7^3}{5^3} \right)^4 = \frac{7^{12}}{5^{12}} = \left( \frac{7}{5} \right)^{12}$$

$$\left[ \left( \frac{3}{7} \right)^{-2} \right]^{-3} = \left( \frac{3}{7} \right)^6$$

فعالیت

$$\left[ \left( -\frac{4}{5} \right)^{-3} \right]^{-5} = ?$$

**قانون پنجم:**  $a^0 = 1$  می باشد (اگر  $a$  یک عدد نسبتی خلاف صفر باشد) پس:  
 $(a^n)(a^{-n}) = a^{n-n} = a^0$

درحالی که  $a$  یک عدد نسبتی مثبت یا منفی باشد، همچنین:

$$(a^n)(a^{-n}) = (a^n)\left(\frac{1}{a^n}\right) = 1 \Rightarrow a^0 = 1$$

همچنین:  $(ab)^m = (a^m)(b^m)$

**قانون ششم:** اگر  $a$  و  $b$  اعداد نسبتی خلاف صفر و  $m$  عدد تام باشد.

وقتی که  $m$  یک عدد تام مثبت باشد؛ پس  $m = -n$  که یک عدد تام مثبت میباشد.

$$(ab)^m = (ab)^{-n} = \frac{1}{(ab)^n} = \left(\frac{1}{a^n}\right)\left(\frac{1}{b^n}\right) = (a^{-n})(b)^{-n} = (a^m)(b)^m$$

اگر  $m = 0$  باشد

$$(ab)^0 = 1, \quad a^0 = 1, \quad b^0 = 1 \Rightarrow m = 0$$

**مثال هفتم:**

$$(-2x)^{-2} = \frac{1}{(-2x)^2} = \frac{1}{(-2)^2 x^2} = \frac{1}{4x^2} \quad \text{توان جفت}$$

$$(-2x)^{-3} = \frac{1}{(-2x)^3} = \frac{1}{(-2)^3 x^3} = \frac{1}{-8x^3} = -\frac{1}{8x^3} \quad \text{توان طاق}$$

## تمرین

1 - ساده کنید.

a)  $(\frac{2}{5})^2(-\frac{3}{2})^3$

b)  $(-\frac{2}{3})^4(-\frac{3}{4})^3$

c)  $(\frac{1}{9})^2 \div (-\frac{1}{3})^2$

d)  $(-\frac{1}{2})^4(-\frac{1}{2})^3$

e)  $(-\frac{2}{3})^2(-\frac{2}{3})^3$

f)  $\left[\left(\frac{2}{3}\right)^4\right]^2$

g)  $\left[(-\frac{5}{7})^3\right]^5$

h)  $(-\frac{5}{7})^4(-\frac{5}{7})^{-3}(\frac{7}{5})^2$

i)  $(-\frac{2}{3})^3(\frac{3}{2})^5 \div (\frac{3}{2})^2$

j)  $(\frac{5}{3})^{-1} + 10^{-1} + (\frac{15}{7})^{-1}$

k)  $\left[8^{-1} - (\frac{2}{3})^{-1}\right]^{-1}$

l)  $-(-\frac{1}{3})^{-7}(3^5)$

m)  $(4^2)^3(\frac{1}{2})^2 \div 8^{-3}$

n)  $-(-\frac{1}{2})^{-3}(2^{-7})$

$2^{-5} = ? - 2$

a)  $\frac{1}{10}$

b)  $\frac{1}{32}$

c)  $-\frac{1}{32}$

d)  $\frac{-1}{10}$

$8.1 \times 10^{-5} = ? - 3$

a) 8100000

b) 0.000081

c) 810000

d) 0.0000081




$$\begin{aligned} 1.2 &= 0.12 \times 10 = 0.012 \times 10^2 \\ &= 0.0012 \times 10^3 = 0.00012 \times 10^4 = \dots \\ 12 \times 10^{-1} &= 120 \times 10^{-2} = 1200 \times 10^{-3} \end{aligned}$$

روشن علمی عدد نویسی اعداد

875000	=	$8.75 \times 10^5$
87500	=	$8.75 \times 10^4$
8750	=	$8.75 \times 10^3$
875	=	$8.75 \times 10^2$
87.5	=	$8.75 \times 10^1$
8.75	=	$8.75 \times 10^0$
0.875	=	$8.75 \times 10^{-1}$
0.0875	=	$8.75 \times 10^{-2}$
0.00875	=	$8.75 \times 10^{-3}$
0.000875	=	$8.75 \times 10^{-4}$

نتیجه می شود که:

1 - اگر عدد داده شده بزرگتر یا مساوی به 10 باشد توان (10) عدد تام مثبت می باشد.

$$\text{مانند: } 56.8 = 5.68 \times 10^1$$

2 - اگر عدد داده شده بزرگتر یا مساوی به یک و کوچکتر از (10) باشد توان (10) صفر

$$\text{است. مانند: } 5.68 = 5.68 \times 10^0$$

3 - اگر عدد داده شده کوچکتر از (1) باشد توان (10) عدد تام منفی می باشد.

$$\text{مانند: } 0.568 = 5.68 \times 10^{-1}$$

**مثال دوم:** اعداد ذیل را به روش علمی عدد نویسی بنویسید.

$$5370000 = 5.370000 \times 10^6 = 5.37 \times 10^6$$

$$89573850123 = 8.9573850123 \times 10^{10}$$

$$0.98392051 = 9.8392051 \times 10^{-1}$$

$$0.000000000002 = 2 \times 10^{-11}$$

$$8.53427501 = 8.53427501 \times 10^0$$

$$63.52893 = 6.352893 \times 10^1$$

$$8253 \times 10^{-4} = 8.523 \times 10^3 \times 10^{-4} = 8.253 \times 10^{-1}$$

### فعالیت

اعداد ذیل را به روش علمی عدد نویسی بنویسید.

a) 0.0012

b) 10.0101

c) 23.567

d)  $22.52 \times 10^{-18}$

e) 23

f)  $823.97 \times 10^{43}$

**مثال سوم:** فاصله اوسط زمین از آفتاب  $1.5 \times 10^8 \text{ km}$  می باشد اگر سرعت آفتاب  $3 \times 10^5 \text{ km/sec}$  باشد وقت تقریبی بر حسب ساعت (hr) را معلوم کنید، که شعاع آفتاب در آن وقت به زمین میرسد جواب خود را به روش علمی عدد نویسی بنویسید.

**حل:**

$$t = \frac{d}{v} = \frac{1.5 \times 10^8}{3 \times 10^5} \text{ sec} = \frac{10^{8-5}}{2} \text{ sec} = \frac{10^3}{2} \text{ sec} = 500 \text{ sec} = 5 \times 10^2 \text{ sec}$$

$$1 \text{ hr} = 60 \times 60 \text{ sec} = 3600 \text{ sec} = 3.6 \times 10^3 \text{ sec}$$

$$5 \times 10^2 \text{ sec} = \frac{5 \times 10^2}{3.6 \times 10^3} \text{ h} = \frac{50}{36 \times 10} = \frac{5}{36} \text{ h} = 0.139 \text{ h} = 1.39 \times 10^{-1} \text{ hr}$$

## تمرین

1 - اعداد ذیل را به روش علمی عدد نویسی بنویسید.

- |                             |                           |
|-----------------------------|---------------------------|
| a) $346 \times 10^9$        | b) $23456392 \times 10^0$ |
| c) $0.001 \times 10^{-5}$   | d) $23.01 \times 10^3$    |
| e) $0.4342 \times 10^{-19}$ | f) 35.8                   |
| g) $935 \times 10^4$        | h) $94.1 \times 10^5$     |
| i) $0.00035 \times 10^{11}$ |                           |

2 - اعداد ذیل را به روش علمی عدد نویسی بنویسید:

سرعت نور در خلا  $299792.5 \text{ km/sec}$  می باشد.

اوسط فاصله آفتاب از زمین  $150000000 \text{ km}$  می باشد.

اوسط کتله زمین  $5980000000000000000000$  تن متریک می باشد.

فاصله تقریبی مهتاب از زمین  $380000 \text{ km}$  است.

قطر یک اتم  $0.000000015 \text{ cm}$  می باشد.

یک مایکرون  $\frac{1}{1000000} \text{ m}$  می باشد.

## نکات مهم فصل

• اعدادیکه به شکل  $\frac{p}{q}$  ( $q \neq 0$ ) و  $p$  و  $q$  اعداد تام اند) نوشته شده بتوانند اعداد نسبتی می باشند.

• کسور اعشاری متوالی و کسور اعشاری مختوم اعداد نسبتی (ناطق) اند.  
• قوانین طاقت: اگر  $a$  و  $b$  اعداد حقیقی خلاف صفر و  $m$  و  $n$  اعداد تام باشند، پس:

$$\begin{array}{lll} \text{a) } a^m \cdot a^n = a^{m+n} & \text{b) } \frac{a^m}{a^n} = a^{m-n} & \text{c) } (a^m)^n = a^{mn} \\ \text{d) } (ab)^n = a^n \cdot b^n & \text{e) } \left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n} & \text{c) } a^{-m} = \frac{1}{a^m} \end{array}$$

• اگر  $a$  و  $b$  دو عدد نسبتی (ناطق) باشد  $a-b$ ,  $a+b$ , و  $ab$  اعداد نسبتی (ناطق) اند.

•  $a \div b$  عدد نسبتی (ناطق) است که  $(b \neq 0)$  باشد.

•  $a+b = b+a$  و  $ab = ba$  می باشد.

• اگر  $a \neq b$   $a-b \neq b-a$  باشد.

• اگر  $a \div b \neq b \div c$  و  $a \neq 0$  و  $b \neq 0$  و  $c \neq 0$  باشد.

• اگر  $a$  یک عدد نسبتی (ناطق) باشد؛ پس:

$$a+0=0+a=a$$

$$a \times 0 = 0 \times a = 0$$

$$a \div 1 = 1 \div a$$

• برای هر سه عدد نسبتی (ناطق)  $a, b$  و  $c$  داریم که:

$$(a+b)+c=a+(b+c)$$

$$(a \times b) \times c = a \times (b \times c)$$

• اگر  $c \neq 1$   $(a \div b) \div c \neq a \div (b \div c)$  باشد.

$$a \times (b+c) = a \times b + a \times c$$

• اگر  $c \neq 0$   $(a-b) \div c = (a \div c) - (b \div c)$  باشد.

• معکوس ضربی عدد نسبتی (ناطق)  $\frac{p}{q}$  ( $q \neq 0$ ) عبارت از  $\frac{q}{p}$  ( $p \neq 0$ ) می باشد.

• اگر  $a = \frac{p}{q}$  یک عدد نسبتی باشد؛ پس معکوس ضربی  $a$  با  $a^{-1}$  نشان داده می شود و

$$a^{-1} = \frac{q}{p} \text{ می باشد.}$$

• اگر  $a$  یک عدد نسبتی (ناطق) خلاف صفر باشد؛ پس  $(a^{-1})^{-1} = a$  است.

• صفر معکوس ضربی ندارد.

$$(ab)^{-1} = a^{-1}b^{-1} \quad \bullet$$

• بین دو عدد نسبتی (ناطق)، بی نهایت اعداد نسبتی (ناطق) وجود دارند.

• اعداد بزرگتر و اعداد کوچکتر را به شکل  $k \times 10^n$  نوشته کرده می توانیم طوری که

$1 \leq k < 10$  که این روش را به نام روش علمی عدد نویسی یاد می کنند.

• اگر  $a, b$  و  $c$  اعداد نسبتی (ناطق) باشند:

$$a \div b \neq b \div a$$

$$(a \div b) \div c \neq a \div (b \div c)$$

$$a \div (b + c) \neq (a \div b) + (a \div c)$$

$$a \div (b - c) \neq (a \div b) - (a \div c)$$

• در ساده ساختن افاده ها، در قدم نخست ( ) سپس { } و در اخیر [ ] رفع می شود.

• عملیه های اساسی از طرف چپ به ترتیب تقسیم، ضرب، جمع و تفریق انجام می شوند.

## تمرینات فصل

1- ساده کنید:

a)  $10 + \frac{8}{9}$

b)  $\frac{7}{-4} + (-\frac{5}{6}) + \frac{17}{20} + 2$

c)  $-\frac{1}{6} + \frac{3}{14} + (-\frac{3}{7})$

d)  $\frac{2}{3} + (\frac{11}{15}) + \frac{3}{20} + \frac{1}{-5}$

e)  $-\frac{1}{3} + \frac{8}{7} - \frac{2}{21} + \frac{1}{9} - \frac{1}{12}$

f)  $0.01 - 0.75 + 2.25 - 1.1 + 12$

2- کسره‌های ذیل را به شکل کسر اعشاری بنویسید:

$\frac{2}{3}, \frac{5}{6}, \frac{2}{11}, -\frac{33}{20}, \frac{7}{8}, \frac{3}{5}, \frac{1}{8}, \frac{5}{12}$

3- جمع کنید:

a)  $-3.4 + 1.8$

b)  $-\frac{3}{4} + (-\frac{3}{4})$

c)  $-0.9 + 2.5$

d)  $-\frac{1}{12} + (-\frac{7}{12})$

4- اگر  $x = 1$  باشد قیمت  $x - \frac{3}{5}$  را معلوم کنید.

5- در مساوات‌های زیر هر خاصیت اعداد نسبتی (ناطق) را در مقابل آن بنویسید:

a)  $\frac{9}{11} + \frac{5}{7} = \frac{5}{7} + \frac{9}{11}$

b)  $\frac{3}{4} \times \frac{2}{5} = \frac{2}{5} \times \frac{3}{4}$

c)  $2 + (\frac{1}{2} + \frac{1}{3}) = (2 + \frac{1}{2}) + \frac{1}{3}$

d)  $\frac{3}{5} (\frac{1}{2} \times \frac{1}{7}) = (\frac{3}{5} \times \frac{1}{2}) \frac{1}{7}$

e)  $\frac{2}{3} (\frac{1}{4} + \frac{1}{5}) = (\frac{2}{3} \cdot \frac{1}{4}) + (\frac{2}{3} \cdot \frac{1}{5})$

f)  $\frac{2}{3} + 0 = 0 + \frac{2}{3} = \frac{2}{3}$

6- ساده کنید:

a)  $220 - 64 \div 2$

b)  $(-8) \times (-5) \div 5 - 5$

c)  $4[28 \div \{-8 + 3(5 - 7)\}]$

7- نشان دهید که:

$\frac{3}{4} + (\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{5}) \neq (\frac{3}{4} + \frac{1}{2})(\frac{3}{4} + \frac{1}{5})$

8- ضرب کنید:

a)  $(0.5)(-0.5)(-0.5)$

b)  $500 \times (0.01)$

c)  $2000 \times 0.001$

d)  $\frac{2}{8} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{8}{2} \cdot \frac{4}{3}$

e)  $(1.6)(1.6)$

f)  $(-0.25)(-0.25)$

9- اگر  $n = 0.24$  باشد قیمت  $\frac{7.2}{n}$  را معلوم کنید.

10- تقسیم کنید:

a)  $11.128 \div 0.52$

b)  $10.86 \div 0.6$

c)  $0.1 \div 0.01$

d)  $0.1 \div 0.0001$

11- ساده سازید:

a)  $\left\{ \left( \frac{3}{2} \right)^4 \div \left( \frac{9}{4} \right)^2 \right\} \div \left( \frac{5}{6} \right)^2$

b)  $\left( -\frac{2}{3} \right)^3 \div \left( \frac{4}{-5} \right)^2 - \left( -\frac{1}{5} \right)^3 \div \left( \frac{-1}{5} \right)^2$

c)  $\left( \frac{1}{4} \right)^{-1}$

d)  $\left( \frac{2}{5} \right)^{-2}$

e)  $\left( -\frac{1}{3} \right)^{-3}$

f)  $(81)^{\frac{-3}{2}}$

12- اعداد ذیل را به روش علمی عدد نویسی بنویسید:

a) 0.000000002

b) 0.9839

c)  $52.8 \times 10^{11}$

d) 0.00001

e) 0.00512

f) 6.456

g) 73.89

h)  $411.5 \times 10^{-11}$

13- عدد نسبتی که صورت آن  $3^2 + 2^3$  و مخرج آن  $3^2 + 2^2$  باشد عبارت است از:

a)  $\frac{17}{13}$

b)  $\frac{12}{31}$

c)  $\frac{15}{13}$

d)  $\frac{17}{31}$

14- عدد نسبتی  $\frac{0.12}{12}$  مساوی است به:

a)  $\frac{1}{10}$

b)  $\frac{1}{1}$

c)  $\frac{1}{100}$

d)  $\frac{10}{1}$

15- عدد نسبتی  $\frac{13}{11}$  مساوی است به:

a)  $11.\bar{8}$

b)  $1.1\bar{8}$

c)  $1.\bar{18}$

d) هیچ کدام

16- قیمت  $8.597 \times 26.523 + 3.477 \times 8.597$  مساوی است به:

- a) 256.19      b) 257.19      c) 256.91      d) 257.91

17- عدد  $[(\frac{2}{3})^3]^4$  مساوی است به:

- a)  $(\frac{2}{3})^{81}$       b)  $(\frac{2}{3})^{12}$       c)  $(\frac{2}{3})^7$       d)  $(\frac{2}{3})^{34}$

18-  $(-\frac{5}{7})^{-1}$  مساوی است به:

- a)  $-\frac{7}{5}$       b)  $\frac{5}{7}$       c)  $\frac{7}{5}$       d)  $-\frac{5}{7}$

19-  $(-\frac{27}{31})^{-5} \div (-\frac{27}{31})^{-7}$  مساوی است به:

- a)  $(-\frac{27}{31})^{-12}$       b)  $(\frac{27}{31})^{-12}$       c)  $(-\frac{27}{31})^2$       d)  $(-\frac{27}{31})^{-2}$

20- در اعداد نسبتی زیر، کدام عدد کسر مختوم اعشاری را نشان نمی دهد؟

- a)  $\frac{1}{16}$       b)  $\frac{1}{12}$       c)  $\frac{1}{25}$       d)  $\frac{1}{40}$

21- کدام یک از اعداد زیر عدد نسبتی نیست؟

- a)  $\frac{2}{3}$       b) 2.020020002      c)  $2.\overline{52}$       d) 7.9

22- عدد  $\frac{1}{8}$  مساوی است به:

- a) 0.125%      b) 125%      c) 12.5%      d) 45%

23- عدد  $\frac{4}{5}$  مساوی است به:

- a) 40%      b) 80%      c) 50%      d) 45%

24- عدد 0.05 مساوی است به:

- a) 0.5%      b) 0.05%      c) 50%      d) 5%





# فصل دوم

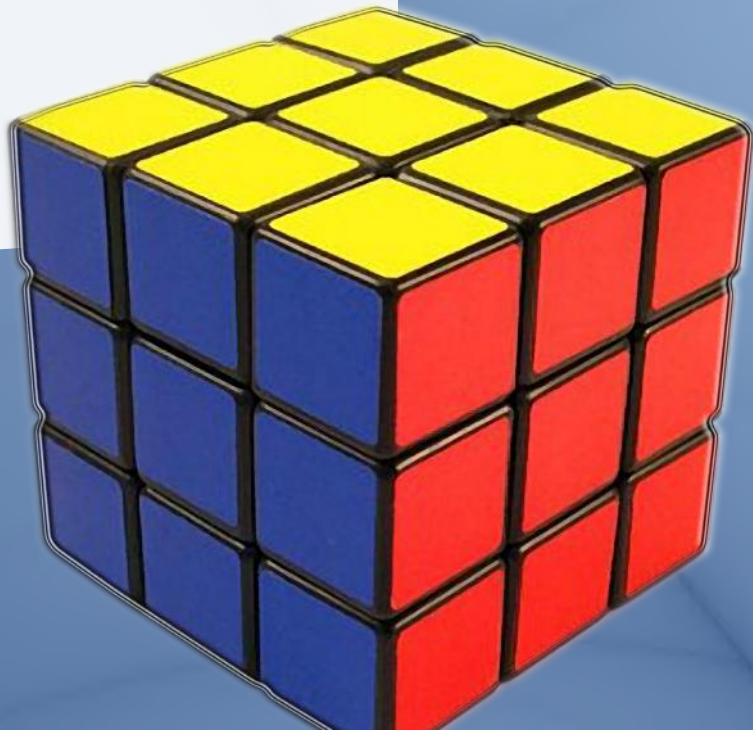
پولینوم (Polynome)  
یا (Polynomial)

$$(3x^2 + 5x + 2) + (5x + 6)$$

$$= 3x^2 + 5x + 2 + 5x + 6$$

$$= 3x^2 + 5x + 5x + 6 + 2$$

$$= 3x^2 + 10x + 8$$



## افاده های الجبری (Algebraic Expressions)



آیا می توانید بگویید که از افاده های الجبری

$x^3 + \frac{y}{x^2} + \frac{y^2}{x} + y^3$  و  $\sqrt{y^2 + 1}$ ،  $\frac{x^4 - 1}{x^2}$   
کدام یک افاده الجبری ناطق و کدام یک افاده  
غیرناطق می باشد؟

**متحول و ثابت (variable and constant):** متحول یک سمبول است که به جای

هر عنصر یک ست غیر خالی وضع می شود؛ طور مثال: اگر  $A = \{x / x \in \mathbb{N} \text{ و } x \leq 10\}$  باشد.

$x$  می تواند در ست  $A$  قیمت های اعداد طبیعی از یک الی 10 را بگیرد.  $x$  را متحول (Variable) می گویند. متحولین به صورت عموم توسط حروف کوچک زبان انگلیسی  $x, y, z$  و غیره نشان داده می شوند.

قیمت یک عدد تغییر نمی کند؛ به طور مثال: عدد 4 هیچگاه با 5 یا 3 و یا با کدام عدد دیگری مساوی شده نمی تواند، پس تمام اعداد حقیقی، ثابت ها (Constants) می باشند. علاوه از اعداد حقیقی، حروف زبان انگلیسی مثل  $a, b, c, \dots$  و غیره به عوض ثابت ها نیز استعمال میگردند.

**افاده الجبری (Algebraic Expression):** افاده الجبری آنست که از یک ثابت یا یک متحول و یا از ترکیب ثوابت و متحول ها تشکیل شده باشد.  
در مثال های زیر افاده های الجبری را مشاهده کنید:

$$5\sqrt{x}, \frac{15}{t^2}, 4x + 5 + \sqrt{3}x, x^2 - x + 1, x, -12, 12 \text{ و غیره.}$$

که در افاده الجبری  $3x^2$  عدد 3 را ضریب (Coefficient) میگویند. در افاده  $-\frac{1}{2}y$

عدد  $-\frac{1}{2}$  و در افاده  $x$  عدد یک ضریب می باشد،  $-3x^5y^5$  و  $15x^5y^5$  حدود مشابه (Liketerms) می باشند، که متحولین مشابه، دارای توان های مساوی بوده؛ اما ضریب های عددی آن ها باهم فرق دارند.

اقسام افاده های الجبری: افاده های الجبری به سه قسم اند:

### 1. افاده های الجبری پولینومی (Polynomial algebraic expressions):

**پولینوم:** افاده الجبری یک یا چند حده که توان های متحول شان در ست اعداد مکمل شامل باشند، پولینوم نامیده می شود.

یا  $\frac{1}{x} + x$  ،  $x^{-2} + x - 1$  اما غیره پولینوم اند،  $12$  ،  $x - 1$  ،  $2x^2 + x - 1$  ،  $x^3 - x + 1$  یا  $x^3 + \sqrt{x} + \frac{y}{x^2}$  پولینوم نمی باشند.  
مشخصات پولینوم عبارت اند از:

- توان تمام متحولین اعداد مکمل باشد
- در مخرج متحول نداشته باشد.
- متحول زیر جذر نباشد.

**مثال اول:** در افاده های a)  $\sqrt{2x}$  ، b)  $2\sqrt{x}$  ، c)  $\frac{1}{y^2} - \frac{2}{x^3}$  ، d)  $x^{\frac{1}{2}}$  ، e)  $x^{-3} + x^2$  ، f)  $8p^2 + p^{2.2}$  ، g)  $9x^2 - \frac{7}{x^2}$  ، h)  $88$  ، i)  $6a^2 - 4a$  ،  $a, h$  و  $i$  پولینوم ها هستند؛ اما  $f, e, d, c, b$  و  $g$  پولینوم ها نیستند.

به یاد داشته باشید که هر پولینوم، یک افاده الجبری ناطق می باشد؛ اما هر افاده الجبری ناطق، پولینوم نمی باشد؛ به طور مثال:  $x^3 + \frac{y}{x^2} + \frac{y}{x} + y^3$  یک افاده الجبری ناطق است، لیکن پولینوم نیست.

$12$  نیز یک پولینوم است، زیرا که  $12 = 12x^0$  است صفر نیز در ست اعداد مکمل شامل می باشد؛ اما  $5\sqrt{x}$  و  $\frac{5}{x^3}$  پولینوم نیست؛ زیرا  $5\sqrt{x} = 5x^{\frac{1}{2}}$  و  $\frac{5}{x^3} = 5x^{-3}$  که  $\frac{1}{2}$  و  $-3$  در ست اعداد مکمل شامل نمی باشد.

یک پولینوم توسط یک حرف مثل P نشان داده می شود؛ شکل عمومی یک پولینوم که از

یک حرف (متحول) تشکیل شده باشد طور زیر می باشد:

$$P(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + a_{n-2} x^{n-2} + \dots + a_1 x + a_0$$

$n$  یک عدد مکمل و ضرایب  $a_1, a_2, \dots, a_{n-1}, a_n$  اعداد حقیقی اند؛ اگر  $a_n \neq 0$  باشد؛ پس  $n$  درجهٔ پولینوم می باشد.

### فعالیت

در افاده های الجبری  $-8, -8x^2, \sqrt{8x^3}, \frac{1}{x}, x, 2x^3 - x^2$  و  $8\sqrt{x}$  کدام یک پولینوم و کدام یک پولینوم نمی باشد؟

**مثال دوم:** در پولینوم  $P(x) = -5x^3 + x^2 - x + 12$  ،  $n = 3$  ،  $a_n = -5$  ،  $a_2 = 1$  ،  $a_1 = -1$  و  $a_0 = 12$  می باشد و در پولینوم  $11x^2 - 1$  ،  $n = 2$  ،  $a_n = 11$  ،  $a_1 = 0$  و  $a_0 = -1$  می باشد.

## 2. افاده الجبری ناطق (Rational algebraic expression): اگر بتوانیم که

یک افاده الجبری را به شکل  $\frac{p}{q}$  ( $q \neq 0$ ) بنویسیم طوری که  $p$  و  $q$  پولینوم ها باشند این

گونه افاده الجبری را افاده الجبری ناطق می گویند، به طور مثال: افاده  $x^2 - \frac{1}{x^2}$  که یک

متحول دارد به شکل  $\frac{x^4 - 1}{x^2}$  میتوانیم بنویسیم و یک افاده الجبری ناطق می باشد؛ چون مخرج هر افاده الجبری میتواند عدد یک باشد؛ پس  $(x^2 - 1)$  نیز یک افاده الجبری ناطق

می باشد؛ زیرا که  $\frac{x^2 - 1}{1} = x^2 - 1$  می باشد.

## 3. افاده غیر ناطق (Irrational algebraic expression): عبارت از افاده الجبری

است که آن را به شکل خارج قسمت دو پولینوم نوشته کرده نمیتوانیم؛ طور مثال:  $\sqrt{xy}$  ،

$\frac{1}{\sqrt{x^2+5}}$  و  $\sqrt{y^2+1}$  مثال های افاده های الجبری غیرناطق می باشند.

یک افاده الجبری امکان دارد ناطق، غیرناطق و یا پولینوم باشد. پولینوم افاده الجبری یک یا چند حده بی است که توان های متحول و یا متحولین آن در ست اعداد مکمل شامل باشند.

### تمرین

1. از افاده های الجبری زیر کدام یک افاده الجبری ناطق، غیر ناطق و یا پولینوم می باشد؟

$$13 \text{ و } 3x^2 + \frac{xy}{2}, \quad x + \frac{1}{x}, \quad \frac{m+3}{6}, \quad \frac{3x^2}{2}, \quad \sqrt{x} - \frac{1}{2}, \quad \frac{1}{x}$$

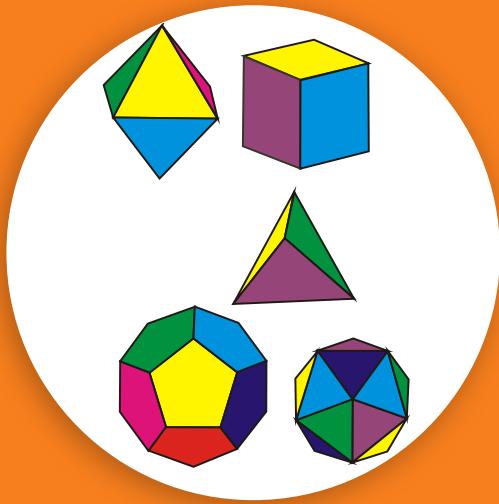
2. در افاده های الجبری زیر کدام یک، پولینوم و کدام یک پولینوم نمی باشد؟

$$3x, \quad \frac{1}{7}x^3 - x, \quad -20a^3b + 28ab^4, \quad 3x^2 + \frac{xy}{2}, \\ \sqrt{8}x^8, \quad -0.03, \quad 3x, \quad 8x^{-8}, \quad 8\sqrt{x}, \quad \frac{1}{x} - \frac{x^2}{5}$$

3. در پولینوم  $Px^4 - ax^3 + bx^2 + cx + d$  ،  $a_1, a_2, a_3, a_n$  و  $a_0$  را نشان دهید.

4. در پولینوم  $P(x) = \frac{x^3}{2} - 2x^2 - 1$  ،  $a_1, a_2, a_3$  و  $a_0$  را نشان دهید.

## اقسام پولینوم و درجه آن:



آیا می توانید بگویید که درجه پولینوم های  
 $12y^5x^3 + x^4y^3$ ،  $12x^3$ ،  $-x^2 - x$   
 12 چند می باشد؟

$16x$  یا  $3x$  مونوم یا (Monomial) یک افاده الجبری یک حده است و  $x-4$  یا  $ab-y$  یک افاده الجبری دو حده (Binome) یا (Binomial) و  $2x^3 - x - 1$  افاده

الجبری سه حده (Trinomial) می باشد و افاده الجبری  $\sqrt{2x} - \frac{1}{y} + 1$  به نام مولتینوم (Multinomial) یاد می شود.

بعضی اوقات پولینوم از یک، دو، سه و یا چندین متحول تشکیل شده می باشد. پولینوم  $2x^3 - 8x^2 + 7x + 11$  دارای یک متحول، پولینوم  $2x^3 - 3y$  دارای دو متحول و پولینوم  $x + y + z$  دارای سه متحول می باشد که در جدول زیر نشان داده شده است:

متحول	مونوم (یک حده)	باینوم (دو حده)	ترینوم (سه حده)
یک متحول	$5x^3$	$5y^2 + 3y$	$3x^2 + 2x - 4$
دو متحول	$7x^2y$	$7x^2 - 4y^3$	$6x^2 + 5x - 3y^2$
سه متحول	$4xyz^2$	$8a^2b + 4c$	$3a^2b^2 + 6c^2 - z^5a$

### فعالیت

در افاده های الجبری  $ax^2 + bx + c$ ،  $2x - y$ ،  $15$ ،  $-3x$  و  $4x^2 - 4y$  مونوم، باینوم و ترینوم را نشان دهید.

**درجه یک پولینوم (Degree of a Polynome):** اگر پولینوم از یک حرف تشکیل

شده باشد، بزرگترین توان این حرف عبارت از درجه پولینوم می باشد؛ طور مثال: درجه پولینوم  $x^5 + 2x + 1 - x^3$  عبارت از 5 می باشد. اگر پولینوم از چند حرف (متحول) تشکیل شده باشد درجه مونومی که توان بزرگتر دارد؛ عبارت از: درجه پولینوم می باشد؛ مثلاً درجه پولینوم  $2x^2y^3 - 5xy^5 + x^3y$  عبارت از  $(1 + 5 = 6)$  است و این پولینوم نظر به  $x$  درجه سوم و نظر به  $y$  درجه پنجم می باشد؛ اگر درجه یک پولینوم عدد 1 باشد پولینوم را پولینوم خطی (Liner Polynome) و اگر درجه پولینوم عدد 2 باشد پولینوم را پولینوم درجه دوم (Quadratic Polynome) می گویند و اگر درجه پولینوم عدد 3 باشد به نام پولینوم درجه سوم (Cubic Polynomial) و هم مونوم  $3x^2$  درجه دوم، و درجه مونوم  $3x^2y^3$  عبارت از 5 و درجه مونوم 12 صفر می باشد، این گونه پولینوم را پولینوم ثابت می گویند؛ زیرا  $12 = 12x^0$ .

**پولینوم ثابت:** پولینومی است که درجه آن صفر باشد یا به عبارت دیگر پولینومی است که ضرایب تمام متحولین آن صفر باشد.

**مثال اول:** اگر  $(2m-4)x^2 + (5-n)x + 13$  یک پولینوم ثابت باشد قیمت های  $m$  و  $n$  را دریابید.

**حل:** چون پولینوم داده شده ثابت می باشد؛ پس ضریب هر حد متحول صفر است.

$$2m - 4 = 0$$

$$5 - n = 0$$

$$2m = 4$$

$$n = 5$$

$$m = 2$$

**پولینوم صفری (Zero Polynome):** اگر حد ثابت پولینوم ثابت صفر باشد این گونه پولینوم به نام پولینوم صفری یاد می شود؛ به طور مثال:  $P(x) = 0$ ، درجه پولینوم صفری تعریف نشده است.

**مثال دوم:** قیمت  $a$  را دریابید اگر  $(b-4)x^3 - (2c+6)x + (a-b+c)$  یک پولینوم صفری باشد.

**حل:** در پولینوم صفری هر حد صفر می باشد؛ پس:



$$\begin{array}{lll} b-4=0 & 2c+6=0 & a-b+c=0 \\ b=4 & 2c=-6 & a-4-3=0 \\ & c=-3 & a=7 \end{array}$$

**مثال سوم:** درجهٔ پولینوم های  $P(x) = x^2 - 1 + 3x^5$  ،  $g(x) = 2xy^2 - x^2y^3$  و  $h(x) = \sqrt{3}$  را دریابید.

**حل:** درجهٔ پولینوم  $P(x)$  عبارت از 5 است و درجهٔ پولینوم  $g(x)$  نیز 5،  $(n=5)$  می باشد، اما درجهٔ پولینوم  $h(x)$  صفر می باشد.

### فعالیت

a: درجهٔ پولینوم های زیر را تعیین کنید:

$$x^2 - x^3 + 2x + 5x^5, \quad x-1, \quad 15, \quad 2m^3n^2 - 3mn^3 - mn$$

b: درجهٔ این پولینوم ها را نظر به هر متحول تعیین کنید:

$$x^2 - x^3 + 2x + 5x^5, \quad x-1, \quad 15, \quad 2m^3n^2 - 3mn^3 - mn$$

**پولینوم مکمل و ناقص:** پولینوم مکمل پولینومی است که تمام حدود آن از بزرگترین توان متحول تا عدد ثابت موجود باشد.

پولینوم های  $x^3 + 1 + 2x - x^2$  ،  $x-1$  و 51 پولینوم های مکمل، اما پولینوم های  $x^2 - 1$  و  $x^3 + x + 1$  پولینوم های ناقص می باشند ما می توانیم که پولینوم های ناقص را به شکل پولینوم های مکمل بنویسیم؛ مانند:  $x^2 - 1 = x^2 + 0.x - 1$  و  $x^3 + x - 1 = x^3 + 0.x^2 + x - 1$

**پولینوم های منظم و غیر منظم:** پولینوم های  $2x^3 - 3x^2 + 4x - 1$  و  $3x^4 - x + 1 + x^3 + x^2$  یک پولینوم غیر منظم می باشد، که می توانیم یک پولینوم غیر منظم را به شکل پولینوم منظم بنویسیم؛ به طور مثال  $3x^4 + x^3 + x^2 - x + 1$  یا  $1 - x + x^2 + x^3 + 3x^4$  پولینوم های منظم اند.

## پولینوم های نزولی و صعودی

### (Descending and ascending Polynomes):

اگر یک پولینوم از بزرگترین توان یک متحول به طرف کوچکترین توان ترتیب شده باشد نزولی و اگر از کوچکترین به بزرگترین توان ترتیب شده باشد ترتیب صعودی می گویند. طور مثال: پولینوم  $1 + x + x^2 + 3x^3 + x^4$  به شکل نزولی و پولینوم  $x^4 + 3x^3 + x^2 + x + 1$  به شکل صعودی ترتیب شده است.

اگر یک پولینوم از دو یا چند متحول تشکیل شده باشد، می توانیم که پولینوم را نظر به هر حرف به شکل صعودی یا نزولی ترتیب نماییم، طوریکه پولینوم  $x^3y + 3x^2y^2 + 2xy^3 - 5y^4$  نظر به  $x$  به طور نزولی و نظر به  $y$  به طور صعودی ترتیب شده است.

### فعالیت

پولینوم های زیر را به شکل صعودی ترتیب کنید:

$$4x - 5 + 6x^2 + 8x^3, 2y^2 - 4y + 3 - 3y^4 + y^3, 2a^3 - 5 + 4a^4 + a^5 + 3a^2 + a$$

**مثال چهارم:** پولینوم  $P(y) = 4xy^4 - 3x^3y^2 + 2x^2y^3 + x^4 + y^5$  را نظر به  $y$  به شکل صعودی بنویسید.

$$P(y) = x^4 - 3x^3y^2 + 2x^2y^3 + 4xy^4 + y^5$$

**حل:**

**پولینوم های معادل:** پولینوم هایی اند که دارای یک متحول بوده و ضرایب حدود مشابه آن ها باهم مساوی باشند.

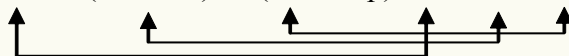
**مثال 5:** اگر پولینوم  $x^2 + 3x + 2$  با پولینوم  $m(x-1)^2 + n(x-1) + P$  معادل باشد، قیمت های  $m, n$  و  $p$  را دریابید.

**حل:**

$$m(x^2 - 2x + 1) + nx - n + p = x^2 + 3x + 2$$

$$mx^2 - 2mx + m + nx - n + p = x^2 + 3x + 2$$

$$mx^2 + (-2m + n)x + (m - n + p) = 1x^2 + 3x + 2$$



$$\begin{array}{ll}
 m = 1 & \text{در نتیجه:} \\
 -2m + n = 3 & \Rightarrow n = 5 \\
 m - n + p = 2 & \Rightarrow p = 6
 \end{array}$$

پولینوم هایی که از یک متحول تشکیل شده باشند بزرگترین توان این حرف درجه پولینوم می باشد و اگر پولینوم از چند حرف تشکیل شده باشد درجه مونومی که بزرگترین توان را دارا باشد عبارت از درجه پولینوم است، و پولینوم هایی که دارای یک متحول بوده و ضریب های حدود مشابه آن ها باهم مساوی باشند به نام پولینوم های معادل یاد می شوند.

1. در افاده های زیر مونوم، باینوم و ترینوم را نشان دهید و نیز درجه های آن ها را دریابید.

$$\frac{1}{2}x^2y^5, \quad x^2 - y + 4, \quad x - 1$$

$$x - x^2 - x^3, \quad 12x, \quad -12$$

2. در پولینوم های زیر پولینوم های مکمل و ناقص را نشان دهید و پولینوم های ناقص را به شکل پولینوم های مکمل بنویسید.

$$x, \quad x + 1, \quad x^2 - 1,$$

$$2x^2 - 2x - 2, \quad 15, \quad x^3 + x - 1$$

3. اول درجه هر پولینوم را که در زیر داده شده است دریابید و بعد به شکل نزولی ترتیب نمایید.

$$4x - 5 + 6x^2 + 8x^3$$

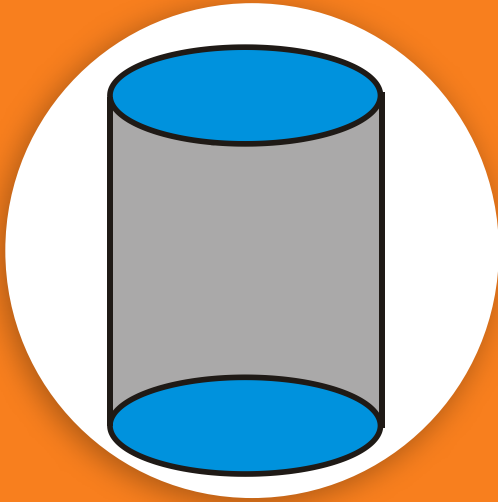
$$2y^2 - 4y + 3 - 3y^4 + y^3$$

$$1 - x^3 + x^2 + 2x^4 - x^5 + x$$

4. اگر  $P(x-1)^2 + n(x+3) + c = 2x^2 - x + 22$  باشد قیمت های  $n, p$  و  $c$  را دریابید.

5. قیمت های  $a, b$  و  $c$  را دریابید؛ اگر:  $P(x) = 7x^4 - (2a-3)x^3 + 5x - (c-3)$  و  $Q(x) = (3b+4)x^4 + 2x^3 + 5x$  پولینوم های معادل باشند.

## دریافت قیمت پولینوم



آیا می توانید بگویید که برای  $x = -1$

قیمت پولینوم  $P(x) = x^3 - x^2 - x - 1$

یعنی  $P(-1) = ?$  چند می شود؟

اگر در یک پولینوم به عوض متحول یک عدد حقیقی را وضع کنیم یک عدد حقیقی به دست می آید که همین عدد حقیقی قیمت این پولینوم می باشد. برای  $x = 2$  قیمت پولینوم  $P(x) = 3x + 2$  عبارت از  $P(2) = 3 \cdot 2 + 2 = 8$  می باشد.

**مثال اول:**  $P(5)$ ،  $P(-1)$  و  $P(0)$  پولینوم  $P(x) = 2x^2 - 7x + 1$  را دریابید.

**حل:**

$$P(5) = 2 \cdot 5^2 - 7(5) + 1 = 50 - 35 + 1 = 16$$

$$P(0) = 1$$

$$P(-1) = 2(-1)^2 - 7(-1) + 1 = 2 + 7 + 1 = 10$$

## فعالیت

$P(0)$ ،  $P(-1)$  و  $P(1)$  پولینوم  $P(x) = x^5 - x^3 - x - 1$  را دریابید.

**مثال دوم:** اگر  $P(x) = 16x^3 - 8x^2 + \frac{3}{4}$  باشد  $P(-\frac{1}{4})$  را دریابید.

**حل**

$$\begin{aligned} P(-\frac{1}{4}) &= 16(-\frac{1}{4})^3 - 8(-\frac{1}{4})^2 + \frac{3}{4} = 16(-\frac{1}{64}) - 8(\frac{1}{16}) + \frac{3}{4} \\ &= -\frac{1}{4} - \frac{1}{2} + \frac{3}{4} = \frac{-1-2+3}{4} = \frac{-3+3}{4} = \frac{0}{4} = 0 \end{aligned}$$

**مثال سوم:** طوری که میدانید محیط دایره (Circumference) از فرمول  $C = 2\pi r$

به دست می آید، اگر  $\pi = \frac{22}{7}$  و  $r$  شعاع دایره باشد.

در صورتی که شعاع دایره  $r = 3\frac{1}{2}$  cm باشد، محیط این دایره ( $C$ ) را دریابید.  
**حل:**

$$C = 2\pi r = 2 \cdot \frac{22}{7} \cdot \frac{7}{2} \text{ cm} = 22 \text{ cm}$$

**مثال چهارم:** اگر  $a, b, c$  و طول اضلاع مثلث و  $p$  نصف محیط مثلث باشد یعنی

$$p = \frac{a+b+c}{2} \quad \text{مساحت مثلث از فرمول } S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)} \quad \text{به دست}$$

می آید.

اگر طول اضلاع مثلث  $a = 9 \text{ cm}$ ,  $b = 12 \text{ cm}$  و  $c = 15 \text{ cm}$  باشد مساحت این مثلث را دریابید.

**حل:**

$$p = \frac{a+b+c}{2} = \frac{9+12+15}{2} = \frac{36}{2} = 18 \text{ cm}$$

$$\begin{aligned} S &= \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)} = \sqrt{18(18-9)(18-12)(18-15)} \\ &= \sqrt{18 \cdot 9 \cdot 6 \cdot 3} = \sqrt{2 \cdot 9 \cdot 9 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3} = \sqrt{2^2 \cdot 3^2 \cdot 9^2} = 2 \cdot 3 \cdot 9 = 54 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

### فعالیت

حجم استوانه از فرمول  $V = \pi r^2 h$  به دست می آید که  $V$  حجم استوانه،  $r$  شعاع قاعده و  $h$  ارتفاع استوانه می باشد. اگر  $r = 5 \text{ cm}$  و  $h = 2 \text{ cm}$  باشد حجم استوانه را دریابید.

**مثال پنجم:** اگر شعاع این توپ  $6 \text{ cm}$  باشد حجم این توپ را دریابید.

حل:

$$V = \frac{4}{3} \pi r^3 = \frac{4}{3} \pi (6\text{cm})^3 = \frac{4}{3} \pi (216\text{cm}^3) = 288\pi\text{cm}^3$$



اگر در یک پولینوم  $P(x)$  عوض  $x$  قیمت داده شده را وضع کنیم، قیمت پولینوم به دست می آید.

1. اگر پولینوم  $p(x) = -x^4 - x^3 - x^2 - x - 1$  باشد،  $p(-1)$  و  $p(\frac{1}{2})$  را دریابید.

2. اگر در پولینوم  $p(x) = kx^3 - x^2 + 3x - 1$  قیمت  $p(2) = 17$  باشد قیمت  $k$  را

دریابید.

3. قیمت پولینوم  $p(x) = \frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{2}x - \frac{1}{2}$  را برای  $x = -\frac{1}{2}$  دریابید.

4. در پولینوم های  $A = x^2 - 4x + 4$  ،  $B = -4x^3 + 10x^2$  ،  $C = -x + 3x^4 - 6x^3$  ،

و  $D = x^2 + 4x - 4$  برای  $x = 4$  قیمت کدام پولینوم از عدد 100 زیاد می باشد؟

a) C      b) D      c) A      d) B

5. در پولینوم های زیر برای  $x = 5$  کدام پولینوم بزرگترین قیمت را دارا می باشد؟

a)  $x^2 - 2x + 6$

b)  $3x^4 + 6x + 12$

c)  $-x^3 - 40x - 300$

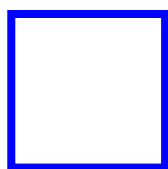
d)  $x^5 - 120x^4 + 10$

6. اگر  $p(x) = x^4 - x^3 - x^2 - x - 1$  باشد،  $p(-1)$  ،  $p(0)$  ،  $p(\frac{1}{2})$  و  $p(-\frac{1}{2})$  را

دریابید.



## عملیه های چهار گانهٔ پولینوم ها



$$3W-4$$



$$W+2$$

• اگر هر ضلع مربع  $3W-4$  و هر ضلع مثلث متساوی الاضلاع  $W+2$  باشد یک افادهٔ الجبری را بنویسید که محیط هر دو شکل را نشان دهد.

• اگر  $A = 8x^2 - 2x + 3$  و  $B = 9x - 5$  باشد  $A+B$  و  $A-B$  را دریابید.

**1- عملیهٔ جمع:** حدود مشابه (Like terms) باهم جمع و نیز حدود مشابه یکی از دیگری تفریق می شود که این هر دو عملیه به صورت افقی و عمودی انجام شده می تواند **مثال 1:** اگر  $A = -3cd^2 - 2cd + 5$  و  $B = 9cd - 7cd^2 - 5$  باشد  $A+B$  را دریابید.

**حل:**

$$\begin{aligned} A+B &= (-3cd^2 - 2cd + 5) + (9cd - 7cd^2 - 5) \\ &= -3cd^2 - 2cd + 5 + 9cd - 7cd^2 - 5 = -10cd^2 + 7cd \end{aligned}$$

### فعالیت

اگر  $A = ab^2 + 3a$  ,  $B = 2ab^2 + 3a - 2$  و  $C = 2a + 4$  باشد مجموع این سه پولینوم را دریابید. ( $A+B+C=?$ )

**مثال دوم:**  $A+B+C$  را دریابید اگر:

$$\begin{aligned} A &= 1 + 2x + 3x^2, \quad B = 3x - 5 - 2x^2, \quad C = x^2 - 5x + 4 \\ A &= a^4b - 2a^3b^2 - 3a^2b^3 - 4c - 2b, \quad B = a^3b^2 - 2a^2b^3 + 4b - 4 \\ C &= a^4b + a^3b^2 - 2c. \end{aligned}$$

**حل:** در اول پولینوم ها را به شکل منظم می نویسیم و بعد حدود مشابه را باهم جمع می کنیم:

$$\begin{array}{r}
 3x^2 + 2x + 1 \quad a^4b - 2a^3b^2 - 3a^2b^3 - 4c - 2b \\
 -2x^2 + 3x - 5 \quad a^3b^2 - 2a^2b^3 + 4b - 4 \\
 + \quad x^2 - 5x + 4 \quad a^4b + a^3b^2 - 2c \\
 \hline
 2x^2 \quad 2a^4b - 5a^2b^3 - 6c + 2b - 4
 \end{array}$$

**2- عملیۀ تفریق:** در عملیۀ تفریق معکوس جمعی مفروق را با مفروق منه جمع می کنیم یا به عبارت دیگر علامه های مفروق را تغییر می دهیم.

**مثال اول:** پولینوم B را از پولینوم A تفریق نمایید اگر  $A = -x^3 + x^2 + x - 7$  و  $B = -x^3 + x^2 + 4x + 3$  باشد و نیز اگر  $A = 2b^2 - 2c^2 - 2d^2 - 2e^2$  و  $B = b^2 - 3c^2 - 3d^2 - 3e^2 - f^2$  باشد.

**حل:**

$$\begin{array}{r}
 A = -x^3 + x^2 + x - 7 \\
 -B = +x^3 - x^2 - 4x + 3 \\
 \hline
 A - B = -3x - 10
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{r}
 A = 2b^2 - 2c^2 - 2d^2 - 2e^2 \\
 -B = -b^2 + 3c^2 + 3d^2 + 3e^2 + f^2 \\
 \hline
 A - B = b^2 + c^2 + d^2 + e^2 + f^2
 \end{array}$$

یا

$$\begin{aligned}
 & -x^3 + x^2 + x - 7 - (-x^3 + x^2 + 4x + 3) \\
 & = -x^3 + x^2 + x - 7 + x^3 - x^2 - 4x - 3 \\
 & = -3x - 10
 \end{aligned}$$

باید به یاد داشته باشیم که غرض ساده ساختن یک پولینوم حدود مشابه (Like terms) را باهم جمع و یا از یکدیگر تفریق می کنیم. به طور مثال:

- a)  $x^2 + 6x^4 - 8 + 9x^2 + 2x^4 - 6x^2 = 8x^4 + 4x^2 - 8$
- b)  $3x - x - 1 + 3 - 2x = 2$
- c)  $2x^2 - x - x^2 - x - 2 = x^2 - 2x - 2$
- d)  $6xy - xy - x - y + 2x = 5xy + x - y$
- e)  $mn - 4 + mn - 5 = 2mn - 9$

## فعالیت

در پولینوم های زیر حدود مشابه (Like terms) را نشان دهید.

$$-t + 5t^2 - 6t^2 + 6t - 3$$

$$9rs - 2r^2s^2 + 4r^2s^2 + 3rs - 7$$

$$3p - 4p^2 + 6p + 10p^2$$

$$2fg + f^2g - fg^2 - 2fg + 3f^2g + 5fg^2$$

**مثال دوم:** با پولینوم  $a^4 + 2a^3b - 3ab^3 + a^2b^2$  کدام پولینوم را جمع کنیم تا حاصل جمع  $2a^4 - 3a^3b - 3ab^3 - b^4 + a^2b^2$  شود؟  
**حل:**

$$\begin{array}{r} 2a^4 - 3a^3b + a^2b^2 - 3ab^3 - b^4 \\ -a^4 \pm 2a^3b \pm a^2b^2 \mp 3ab^3 \\ \hline a^4 - 5a^3b \qquad \qquad -b^4 \end{array}$$

## فعالیت

مجموع پولینوم های  $4x + 6 - 2x^2$  و  $3x^2 - x^3 - 3$  را از مجموع پولینومهای  $x^3 + x^2 - 2x$  و  $-2x^3 + 3x - 7$  تفریق کنید.

**مثال سوم:** تفریق کنید.

$$\begin{array}{r} 202x^4y - 303x^3y^2 - 101x^2y^3 - 404xy^4 - 505y^5 \\ -101x^4y \mp 303x^3y^2 \pm 101x^2y^3 \mp 404xy^4 \pm 505y^5 \\ \hline 101x^4y \qquad \qquad -202x^2y^3 \qquad \qquad -1010y^5 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3ax - 5bx - 8cx - 11dx \\ -3ax \mp 5bx \mp 8cx \mp 11dx \\ \hline 0 \end{array}$$

**مثال چهارم:** حدود مشابه (Like terms) را باهم جمع و ساده کنید.

$$20 - k - k - 10 - 6 - k^2 = -k^2 - 2k + 4$$

$$8 - 10 + x - 7 + x = 2x - 9$$

$$y^2 - 1 + y^2 - 1 = 2y^2 - 2$$

$$ab + a - b - a = ab - b$$

$$4b^3 - 2b^2 - 2 + b - 4b^3 + b^2 + b^2 - b + 2 = 0$$

$$x^2 - 5x - 2x^2 + 5 = -x^2 - 5x + 5$$

باید به یاد داشته باشیم که اگر  $Q, P$  و  $R$  پولینوم ها باشند؛ پس:

$$P + Q = Q + P \text{ ..... (خاصیت تبدیلی عملیه جمع)}$$

$$P + (Q + R) = (P + Q) + R \text{ ..... (خاصیت اتحادی عملیه جمع)}$$

$$P(Q + R) = PQ + PR \text{ ..... (خاصیت توزیعی ضرب بالای جمع)}$$

$$(Q + R)P = QP + RP \text{ یا:}$$

در عملیه های جمع و تفریق پولینوم ها حدود مشابه باهم جمع و یا از یکدیگر تفریق می شوند. در عملیه جمع پولینوم ها خاصیت های تبدیلی و اتحادی صدق می کند و در عملیه تفریق معکوس جمعی مفروق با مفروق منه جمع می شود و خاصیت توزیعی ضرب بالای جمع پولینوم ها نیز صدق می کند.

## تمرین

1. مجموعه دو پولینوم  $x^2 + 2x - y^2$  است اگر یک پولینوم  $x^2 - 2xy + 3$  باشد، پولینوم دیگری را دریابید.

2. پولینوم  $3x^4 + 5x^3 + 2x^2 - x + 1$  را از پولینوم  $4x^4 + 2x^2 + x^3 - x + 1$  تفریق کنید.

3. از پولینوم  $a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$ ، پولینوم  $a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$  را تفریق کنید.

4. اگر  $A = a^3 + 2a^2 - 6a + 7$ ،  $B = a^3 + 2a + 5$  و  $C = 2a^3 - a^2 + 2a - 8$  باشد مجموعه این سه پولینوم را دریابید. ( $A + B + C = ?$ )

5. حاصل جمع افاده  $(2a + 4) + (2ab^2 + 3a - 2) + (ab^2 + 3a)$  مساوی است به:

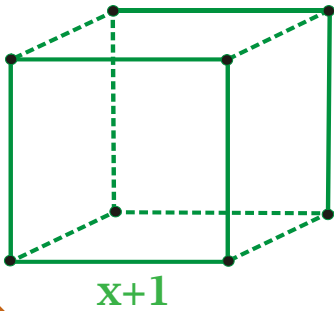
$$a) -3ab^2 + 8a + 2 \quad b) 3ab^2 + 8a \quad c) 3ab^2 + 8a + 2$$

6. جمع کنید:

$$(3a^2b^2 + 2a^2 - 5ab) + (-3ab + a^2 - 2) + (1 + 6ab)$$

7. اگر دو طیاره از یک میدان هوایی در جهت مقابل همدیگر پرواز کنند، در صورتی که 2 ساعت بعد فاصله یک طیاره از میدان هوایی  $x^2 + 2x + 400$  میل و فاصله طیاره دیگر از همین میدان هوایی  $3x^2 - 50x + 100$  میل باشد فاصله بین این دو طیاره را دریابید.

## ضرب پولینوم ها



حجم مکعبی را دریابید که هر ضلع آن  $(x+1)$  سانتی متر باشد.

**ضرب مونوم در مونوم:** اگر مونوم  $3r^2s^3$  را در مونوم  $5r^4s^5$  ضرب کنیم حاصل ضرب آن  $(3r^2s^3)(5r^4s^5) = 15r^6s^8$  می شود.

### فعالیت

حاصل ضرب  $(7x^2y)(-3x^4yz^8)$  ,  $(-\frac{1}{3}x)(-x)$  و  $(-30a^2b)(-5ab)$  را دریابید.

**مثال اول:** حاصل ضرب های زیر را به دست آورید:

$$\frac{1}{4}(4)^2(\frac{1}{2})^2 = (\frac{16}{4})(\frac{1}{4}) = \frac{16}{16} = 1$$

$$(-2a)^3(-2a)^2 = -32a^5$$

$$x(x^m) = x^{m+1} = x^{1+m}$$

$$(\frac{5}{2}mn)(\frac{5}{2}mn)(\frac{5}{2}mn) = \frac{125}{8}m^3n^3$$

$$(-a^b)(-a) = a^{b+1} = a^{1+b}$$

$$(0.01p)(0.01p) = 0.0001p^2$$

$$(0.1x^2)(0.1x^2) = 0.01x^4$$

$$(-5y^a)(5y) = -25y^{a+1}$$

$$(-4s^2t^2)(2st^3) = -8s^3t^5$$

$$-a^{2x}(-2a) = 2a^{2x+1}$$

$$(-\frac{1}{2}a)(-\frac{1}{2}a) = \frac{1}{4}a^2$$

$$(-0.1)(-0.1)(-0.1) = -0.001$$

$$(-mn)(-mn^2) = m^2n^3$$

**ضرب مونوم در پولینوم:**

**مثال دوم:** حاصل ضرب های زیر را دریابید.

$$x^3(x - x^2y^4) = x^4 - x^5y^4$$

$$(2m^2n^3)(1 - 4mn^4) = 2m^2n^3 - 8m^3n^7$$

$$-3b(5b^4 - 8b + 12) = -15b^5 + 24b^2 - 36b$$

$$-4s^2t^2(5s^2t + 6st - 2s^2t^2) = -20s^4t^3 - 24s^3t^3 + 8s^4t^4$$

حجم مکعبی را دریابید که طول آن  $2x$ ، عرض آن  $x$  و ارتفاع آن  $x+2$  باشد.

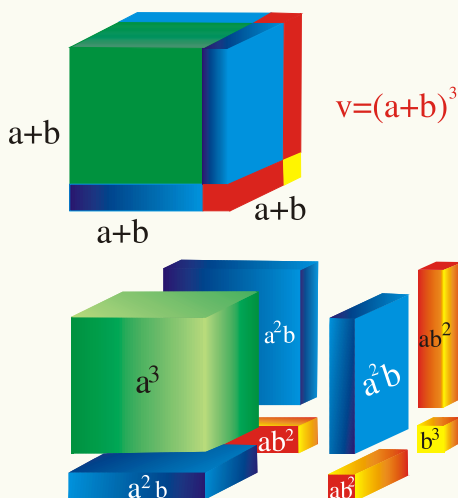
### ضرب پولینوم در پولینوم

مثال سوم: (a) حاصل ضرب  $(x-4)(x-5)$  را دریابید.

حل:  $(x-4)(x-5) = x^2 - 5x - 4x + 20 = x^2 - 9x + 20$

	$x$	$-4$
$x$	$x^2$	$-4x$
$-5$	$-5x$	$20$

b)  $(a+b)(a+b)(a+b) = (a+b)(a^2 + 2ab + b^2) = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$



c: اگر  $P(x) = x^3 + 2x$  و  $Q(x) = 2x^2 - x + 1$  باشد.

$$P(x) \cdot Q(x) = (x^3 + 2x) \cdot (2x^2 - x + 1)$$

$$= x^3 \cdot 2x^2 + x^3 \cdot (-x) + x^3 \cdot 1 + 2x \cdot 2x^2 + 2x \cdot (-x) + 2x \cdot 1$$

$$= 2x^5 - x^4 + x^3 + 4x^3 - 2x^2 + 2x = 2x^5 - x^4 + 5x^3 - 2x^2 + 2x$$

به یاد داشته باشید اگر  $P, Q$  و  $R$  پولینوم ها باشند:

$$P \cdot Q = Q \cdot P \quad (\text{خاصیت تبدیلی ضرب})$$

$$P \cdot (Q \cdot R) = (P \cdot Q) \cdot R \quad (\text{خاصیت اتحادی ضرب})$$

### فعالیت

اگر  $P(x) = 2x^2 - x - 1$  و  $Q(x) = 4x - 8$  باشد خاصیت های تبدیلی و اتحادی ضرب را در آن ها بررسی کنید.

در جدول زیر مساحت (Area) اشکال هندسی را دریابید.

اشکال هندسی	طول داده شده	مساحت
مستطیل	طول آن $n+5$ ، و عرض آن $n-4$	$n^2 + n - 20$
مستطیل	طول آن $3y+3$ ، و عرض آن $2y-1$	$6y^2 + 3y - 3$
مثلث	قاعده آن $2b-5$ ، و ارتفاع آن $b^2+2$	$b^3 - \frac{5}{2}b^2 + 2b - 5$
مربع	هر ضلع آن $m+13$ ، می باشد	$m^2 + 26m + 169$
مربع	هر ضلع آن $2g-4$ می باشد	$4g^2 - 16g + 16$
دایره	شعاع آن $3c+2$ می باشد	$(9c^2 + 12c + 4)\pi$

### فعالیت

حاصل ضرب  $(a+b+c)(a^2+b^2+c^2-ab-bc-ac)$  را دریابید.

**سؤال:** پیاده روهای چهار سمت یک حوض مستطیل شکل، سمت شده است که عرض آن  $x$  متر و طول و عرض حوض به ترتیب  $50m$  و  $25m$  می باشد مساحت پیاده رو را دریابید.

**حل:** مساحت مجموعی پیاده رو و حوض

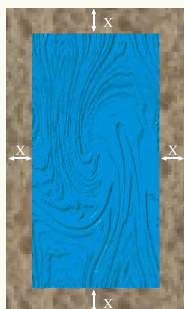
$$A = (25+2x)(50+2x) = 1250 + 150x + 4x^2$$

مساحت حوض:

$$(25\text{m})(50\text{m}) = 1250\text{m}^2$$

پس مساحت راه:

$$1250 + 150x + 4x^2 - 1250 = 4x^2 + 150x \text{ می باشد.}$$



در ضرب پولینوم ها میتوان مونوم را در مونوم، مونوم را در پولینوم و یا پولینوم را در پولینوم با هم ضرب کرد و در عملیۀ ضرب خاصیت های تبدیلی، اتحادی و خاصیت توزیعی ضرب بالای جمع نیز صدق می کند.

## تمرین

1. ضرب کنید:  $(4x^2y^2z)(-5xy^3z^2)$  ،  $-2xy(2x^2 + 2y^2 - 2)$
2. ارتفاع یک بکس  $x$  انچ، طول آن  $(x+1)$  انچ و عرض آن  $2x-4$  انچ می باشد، اگر ارتفاع بکس 3 انچ باشد حجم این بکس مساوی است به:

- a)  $40\text{in}^3$     b)  $24\text{in}^3$     c)  $48\text{in}^3$     d)  $20\text{in}^3$





## تقسیم پولینوم بر مونوم

آیا حاصل تقسیم

$$\frac{4m^2}{\frac{n}{n}}, \quad \frac{1}{\frac{a}{1}}, \quad \frac{3mn^2}{-mn}, \quad \frac{-x^2}{x}$$

$$\frac{14x^5}{2x^2} \text{ و } \frac{-n^a}{n^b} \text{ را به دست آورده}$$

می توانید؟ (اگر تمام مخارج ها خلاف صفر باشند؟)

## تقسیم مونوم بر مونوم (Dividing monomial by monomial):

مثال دوم: تقسیم کنید.

$$\frac{36a^5b^5c^7}{12a^4bc^3} = 3ab^4c^4, \quad \frac{6x^9y^3}{4x^6y^2} = \frac{3}{2}x^3y, \quad \frac{-a^2}{-a^x} = a^{2-x}, \quad \frac{-n^a}{n^b} = -n^{a-b}$$

## تقسیم پولینوم بر مونوم:

$$(x^4 + 5x^3 - 7x^2) \div x^2$$

$$\frac{x^4 + 5x^3 - 7x^2}{x^2} = \frac{x^4}{x^2} + \frac{5x^3}{x^2} - \frac{7x^2}{x^2} = x^2 + 5x - 7 \quad (x^2 \neq 0)$$

مثال دوم: تقسیم کنید:

$$\frac{x^8y^2 - x^4y^6 - 4x^3y^9}{x^3y} = x^5y - xy^5 - 4y^8 \quad (x^3y \neq 0)$$

$$\frac{r^6s^2 - r^5s - 4r^3s^4}{r^2s} = r^4s - r^3 - 4rs^3 \quad (r^2s \neq 0)$$

## فعالیت

حاصل تقسیم را به دست آورید (مخرج ها خلاف صفر اند)

$$a: \frac{27x^6y^{13} - 18x^{12}y^8}{9x^3y^8}$$

$$b: \frac{x^2}{y^2 - 1} \div \frac{x^2}{y - 1}$$

$$c: \frac{10b^3c^7}{6b^2c^7}$$

**تقسیم پولینوم بر پولینوم:** وقتی که یک پولینوم را بالای پولینوم دیگر تقسیم می‌نماییم مقسوم (Dividend) و مقسوم علیه (Divisor) هر دو باید به طور منظم ترتیب شوند.

**مثال سوم:** حاصل تقسیم  $(13x + 2x^4 + 12 + 3x^3 - 4x^2) \div (3 + x^2 - 2x)$  را به دست آرید.

$$\begin{array}{r|l}
 2x^4 + 3x^3 - 4x^2 + 13x + 12 & x^2 - 2x + 3 \\
 - 2x^4 + 4x^3 + 6x^2 & 2x^2 + 7x + 4 \\
 \hline
 7x^3 - 10x^2 + 13x & \\
 - 7x^3 + 14x^2 + 21x & \\
 \hline
 4x^2 - 8x + 12 & \\
 - 4x^2 + 8x + 12 & \\
 \hline
 0 & 
 \end{array}$$

### فعالیت

حاصل ضرب دو پولینوم  $6y^3 - 11y^2 + 6y - 1$  می‌باشد. اگر یک پولینوم  $3y^2 - 4y + 1$  باشد پولینوم دیگری را دریابید.

در تقسیم پولینوم می‌توانیم مونوم را بر مونوم، پولینوم را بر مونوم و یا پولینوم را بر پولینوم تقسیم کنیم طوری که مقسوم و مقسوم علیه به طور نزولی ترتیب گردد و عملیه تقسیم تا وقتی ادامه داده می‌شود که درجه باقیمانده به اندازه یک از درجه مقسوم علیه کم باشد.

### تمرین

1. به کدام قیمت  $P$  پولینوم  $3x^3 - 7x^2 - 9x + p$  بر  $x - 13$  پوره تقسیم می‌شود؟

2. خارج قسمت‌ها را دریابید.

$$(a^3 + b^3 + c^3 - 3abc) \div (a + b + c)$$

$$(x^2 + x - 6) \div (x - 2)$$

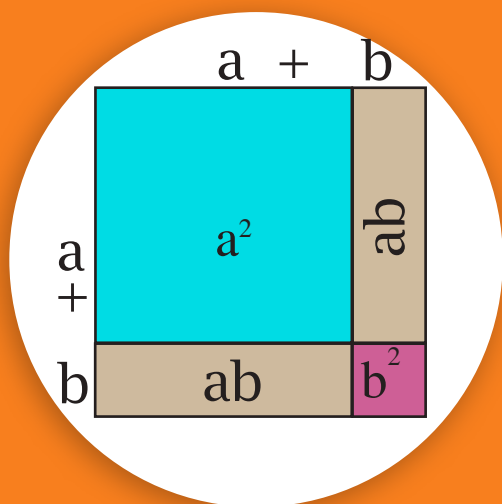
$$(x^5 - y^5) \div (x - y)$$

$$\frac{j^5k^2 - 3j^8k^4}{2j^4k}$$

$$\frac{12x^5 + 9x^4 + 15x^2}{3x^3}$$

$$\frac{27a^6b^{13} - 18a^{12}b^8}{9a^3b^8}$$

## مطابقت ها (حاصل ضرب های خاص)



اگر  $x + \frac{1}{x} = 3$  باشد آیا قیمت  $x^2 + \frac{1}{x^2}$

را معلوم کرده می توانید؟

طوری که قبلاً مشاهده گردید توانستیم که حاصل ضرب دو یا اضافه تراز دو افاده الجبری را به دست آوریم.

توسط مطابقت ها، حاصل ضرب افاده های خاص را به آسانی به دست آورده می توانیم و نیز توسط مطابقت ها، افاده های الجبری را تجزیه کرده می توانیم.

**-1**

$$(a + b)^2 = (a + b)(a + b) = a^2 + 2ab + b^2$$

**ثبوت:**

$$a + b$$

$$\underline{a + b}$$

$$a^2 + ab$$

$$\underline{+ ab + b^2}$$

$$a^2 + 2ab + b^2$$

**مثال اول:**  $(2a + 3b)^2$  را انکشاف دهید.

**حل:**

$$\begin{aligned}(2a + 3b)^2 &= (2a)^2 + 2(2a)(3b) + (3b)^2 \\ &= 4a^2 + 12ab + 9b^2\end{aligned}$$

$(4m+p)^2$  را انکشاف دهید.

**مثال دوم:**  $(2x+3y)^2 + (x+2y)^2$  را ساده کنید.  
**حل:**

$$\begin{aligned}(2x+3y)^2 + (x+2y)^2 &= (2x)^2 + 2(2x)(3y) + (3y)^2 + x^2 + 4xy + (4y)^2 \\ &= 4x^2 + 12xy + 9y^2 + x^2 + 4xy + 4y^2 \\ &= 5x^2 + 16xy + 13y^2\end{aligned}$$

**مثال سوم:** اگر  $a+b=5$  و  $ab=6$  باشد قیمت  $a^2+b^2$  را معلوم کنید.  
**حل:**

$$\begin{aligned}a+b &= 5 \\ (a+b)^2 &= 5^2 \\ a^2 + 2ab + b^2 &= 25 \\ a^2 + 2(6) + b^2 &= 25 \\ a^2 + b^2 &= 25 - 12 \\ a^2 + b^2 &= 13\end{aligned}$$

**مثال چهارم:** اگر  $x + \frac{1}{x} = 3$  باشد، قیمت  $x^2 + \frac{1}{x^2}$  را معلوم کنید.  
**حل:**

$$\begin{aligned}x + \frac{1}{x} &= 3 \\ \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 &= (3)^2 \\ x^2 + 2 \cdot x \cdot \frac{1}{x} + \left(\frac{1}{x}\right)^2 &= 9 \\ x^2 + 2 + \frac{1}{x^2} &= 9\end{aligned}$$

$$x^2 + \frac{1}{x^2} = 9 - 2$$

$$x^2 + \frac{1}{x^2} = 7$$

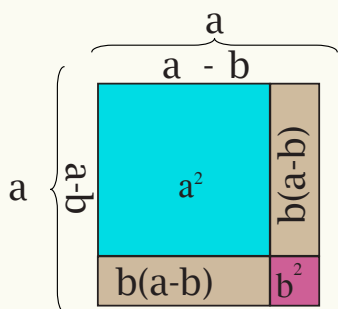
**مثال پنجم:** توسط مطابقت قمیت  $(101)^2$  را معلوم کنید.

$$\begin{aligned}(101)^2 &= (100+1)^2 = (100)^2 + 2(100)(1) + (1)^2 \\ &= 10000 + 200 + 1 = 10201\end{aligned}$$

**-2**

$$(a-b)^2 = (a-b)(a-b) = a^2 - 2ab + b^2$$

**ثبوت:**



$$\begin{array}{r} a-b \\ a-b \\ \hline a^2 - ab \\ -ab + b^2 \\ \hline a^2 - 2ab + b^2 \end{array}$$

**مثال اول:**  $(3x-4y)^2$  را انکشاف دهید.

**حل:**

$$\begin{aligned}(3x-4y)^2 &= (3x)^2 - 2(3x)(4y) + (4y)^2 \\ &= 9x^2 - 24xy + 16y^2\end{aligned}$$

**مثال دوم:**  $(2x-3y)^2 + (7x-4y)^2$  را ساده کنید.

**حل:**

$$\begin{aligned}&(2x-3y)^2 + (7x-4y)^2 \\ &= (2x)^2 - 2(2x)(3y) + (3y)^2 + (7x)^2 - 2(7x)(4y) + (4y)^2 \\ &= 4x^2 - 12xy + 9y^2 + 49x^2 - 56xy + 16y^2 \\ &= 53x^2 - 68xy + 25y^2\end{aligned}$$

## فعالیت

$(2a - 5b)^2$  را انکشاف دهید.

**مثال سوم:** اگر  $a - b = 12$  و  $ab = 35$  باشد قیمت  $a^2 + b^2$  را معلوم کنید.  
**حل:**

$$a - b = 12$$

$$(a - b)^2 = (12)^2$$

$$a^2 - 2ab + b^2 = 144$$

$$a^2 - 2(35) + b^2 = 144$$

$$a^2 + b^2 = 144 + 70 = 214$$

**مثال چهارم:** اگر  $ab = 10$  و  $a^2 + b^2 = 29$  باشد، قیمت  $a - b$  را معلوم کنید.  
**حل:**

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$= a^2 + b^2 - 2ab$$

$$= 29 - 2(10) = 9$$

$$(a - b)^2 = 3^2$$

$$(a - b) = 3$$

## فعالیت

$(1 - 2x)^2$  را انکشاف دهید.

**مثال پنجم:** اگر  $x - \frac{1}{x} = 8$  باشد، قیمت  $x^2 + \frac{1}{x^2}$  را معلوم کنید.  
**حل:**

$$x - \frac{1}{x} = 8$$

$$\left(x - \frac{1}{x}\right)^2 = (8)^2$$

$$x^2 - 2 \cdot x \cdot \frac{1}{x} + \left(\frac{1}{x}\right)^2 = 64$$

$$x^2 + \frac{1}{x^2} = 64 + 2 = 66$$

**مثال ششم:** توسط مطابقت قیمت  $(99)^2$  را معلوم کنید.

**حل:**

$$\begin{aligned}(99)^2 &= (100 - 1)^2 = (100)^2 - 2(100)(1) + (1)^2 \\ &= 10000 - 200 + 1 = 9801\end{aligned}$$

**مثال هفتم:**  $\left(\frac{x}{y} - \frac{y}{x}\right)^2$  را انکشاف دهید.

**حل:**

$$\begin{aligned}\left(\frac{x}{y} - \frac{y}{x}\right)^2 &= \left(\frac{x}{y}\right)^2 - 2 \cdot \frac{x}{y} \cdot \frac{y}{x} + \left(\frac{y}{x}\right)^2 \\ &= \frac{x^2}{y^2} - 2 + \frac{y^2}{x^2}\end{aligned}$$

1 - انکشاف دهید:

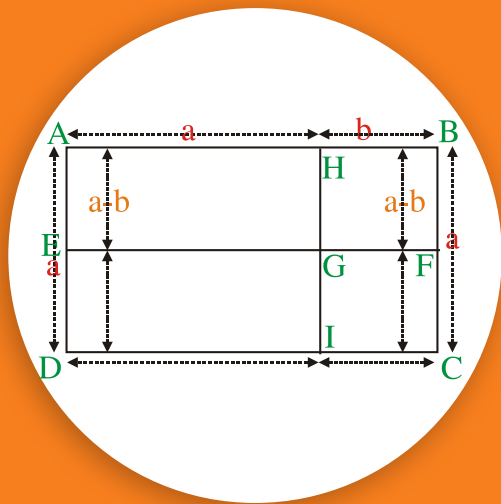
$$(3x - \frac{1}{y})^2 \quad (2a - 3)^2 \quad (2xy + 3z)^2 \quad (3a + 1)^2$$

2 - توسط مطابقت قیمت های  $(97)^2$ ,  $(998)^2$ ,  $(1005)^2$ ,  $(76)^2$ ,  $(301)^2$  را دریابید.

3 - اگر  $xy = 24$  و  $x - y = 2$  باشد، قیمت  $x^2 + y^2$  را معلوم کنید.

4 - اگر  $a + b = 7$  و  $a^2 + b^2 = 29$  باشد قیمت  $ab$  را معلوم کنید.





$$(a + b)(a - b) = a^2 - b^2 - 3$$

$$(2x + y)(2x - y) = ?$$

ثبوت:

$$\begin{array}{r} a + b \\ a - b \\ \hline a^2 + ab \\ -ab - b^2 \\ \hline a^2 - b^2 \end{array}$$

مثال اول:  $(3x + 4y)(3x - 4y)$  را ساده سازید.

حل:

$$(3x + 4y)(3x - 4y) = (3x)^2 - (4y)^2 = 9x^2 - 16y^2$$

مثال دوم: توسط مطابقت حاصل ضرب  $105 \times 95$  را معلوم کنید.

حل:

$$105 \times 95 = (100 + 5)(100 - 5) = (100)^2 - (5)^2 = 10000 - 25 = 9975$$

فعالیت

توسط مطابقت حاصل ضرب  $97 \times 103$  را به دست آورید.

**مثال سوم:** اگر  $a - b = 6$  و  $a^2 - b^2 = 54$  باشد قیمت  $a + b$  را دریابید.  
**حل:**

$$(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$$

$$6(a + b) = 54$$

$$a + b = \frac{54}{6} = 9$$

- 4

$$(ax + b)(cx + d) = acx^2 + (ad + bc)x + bd$$

یا در حالت خاص:

$$(x + a)(x + b) = x^2 + (a + b)x + ab$$

$$ax + b$$

$$cx + d$$

$$acx^2 + bcx$$

$$+ adx + bd$$

$$acx^2 + bcx + adx + bd$$

$$acx^2 + (bc + ad)x + bd$$

$$acx^2 + (ad + bc)x + bd$$

**مثال اول:** توسط مطابقت حاصل ضرب  $(2x + 3)(3x + 1)$  را معلوم کنید.  
**حل:**

$$(2x + 3)(3x + 1) = (2 \times 3)x^2 + (2 \times 1 + 3 \times 3)x + 3 \times 1$$

$$= 6x^2 + 11x + 3$$

**مثال دوم:** توسط مطابقت حاصل ضرب  $(2a + 3)(5a - 1)$  را معلوم کنید.  
**حل:**

$$\begin{aligned}
 (2a + 3)(5a - 1) &= (2 \times 5)a^2 + [(2)(-1) + (3)(5)]a + 3(-1) \\
 &= 10a^2 + (-2 + 15)a - 3 \\
 &= 10a^2 + 13a - 3
 \end{aligned}$$

### فعالیت

توسط مطابقت حاصل ضرب  $(4x - 2b)(3x + b)$  را معلوم کنید.

**مثال سوم:** توسط مطابقت حاصل ضرب های زیر را دریابید:

a:  $(\frac{x}{2} + y)(\frac{x}{2} - y)$

b:  $(0.1x + 0.2y)(0.1x - 0.2y)$

**حل:**

a:  $(\frac{x}{2} + y)(\frac{x}{2} - y) = (\frac{x}{2})^2 - y^2 = \frac{x^2}{4} - y^2$

b:  $(0.1x + 0.2y)(0.1x - 0.2y) = (0.1x)^2 - (0.2y)^2 = 0.01x^2 - 0.04y^2$

## تمرین

1 - توسط مطابقت، حاصل ضرب های زیر را دریابید:

$$(x + 2y)(x - 2y)$$

$$(2x^2 + 3y^2)(2x^2 - 3y^2)$$

$$\left(x + \frac{1}{x}\right)\left(x - \frac{1}{x}\right)$$

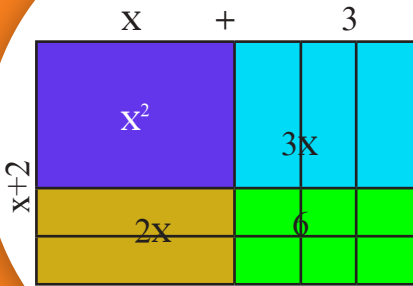
$$(2x + 1)(3x + 1)$$

$$(6x^2 + 5)(3x^2 + 2)$$

$$(9x^2 + 16y^2)(9x^2 - 16y^2)$$

2 - اگر  $a + b = 8$  و  $a^2 - b^2 = 6$  باشد، قیمت  $a - b$  را معلوم کنید.

3 - اگر  $x + y = 5$  و  $x^2 - y^2 = 100$  باشد، قیمت  $x - y$  را معلوم کنید.



آیا نشان داده می توانید که

$$x^2 + 5x + 6 = (x + 3)(x + 2)$$

می باشد؟

می دانیم که  $15 = 3 \cdot 5$  می باشد که 3 و 5 اجزای ضربی عدد 15 می باشند.

### تجزیه افاده های الجبری

#### مثال اول:

$x^2 = x \cdot x$ ، پس اجزای ضربی  $x^2$  عبارت از  $x$  و  $x$  می باشد. اجزای ضربی  $3xyz$  عبارت از  $3, x, y, z$  می باشند.

اجزای ضربی افاده  $4x^2yz = 2 \cdot 2 \cdot x \cdot x \cdot y \cdot z$  که  $2, 2, x, x, y, z$  اجزای ضربی افاده  $4x^2yz$  می باشد.

#### مثال دوم:

$$x^2 + 4x = x(x + 4)$$

$x$  و  $x + 4$  اجزای ضربی  $x^2 + 4x$  می باشد.

#### مثال سوم:

$$(x + 2)(x + 3) = x^2 + 5x + 6$$

$$x^2 + 5x + 6 = (x + 2)(x + 3)$$

پس:  $x + 2$  و  $x + 3$  عبارت از اجزای ضربی افاده  $x^2 + 5x + 6$  می باشد.

1- تجزیه افاده های الجبری که به شکل  $ka + kb + kc$  باشد.

$$ka + kb + kc = k(a + b + c)$$

همچنین:

$$ka - kb + kc = k(a - b + c)$$

$$ka + kb - kc = k(a + b - c)$$

**مثال چهارم:** افاده های زیر را تجزیه کنید.

$$6x + 4y + 8z = 2(3x + 2y + 4z)$$

$$x^2 + 2x = x(x + 2)$$

$$2x^2y + 3xy = xy(2x + 3)$$

**مثال پنجم:**  $5a^2b^2 + 15ab^3 + 5b^4$  را تجزیه کنید.  
حل:

$$5a^2b^2 + 15ab^3 + 5b^4 = 5b^2(a^2 + 3ab + b^2)$$

### فعالیت

افاده های الجبری  $bm+am$ ،  $x^2+3x$  و  $4x^2y^2+3xy$  را تجزیه کنید.

2- تجزیه افاده های الجبری که شکل  $a^2 \pm 2ab + b^2$  را داشته باشند.  
میدانیم که:

$$a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)(a + b)$$

$$a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)(a - b)$$

**مثال اول:** افاده  $a^2 + 2a + 1$  را تجزیه کنید.  
حل:

$$\begin{aligned} a^2 + 2a + 1 &= (a)^2 + 2(a)(1) + (1)^2 = (a + 1)^2 \\ &= (a + 1)(a + 1) \end{aligned}$$

**مثال دوم:** افاده  $4x^2 + 12xy + 9y^2$  را تجزیه کنید.  
حل:

$$\begin{aligned} 4x^2 + 12xy + 9y^2 &= (2x)^2 + 2(2x)(3y) + (3y)^2 = (2x + 3y)^2 \\ &= (2x + 3y)(2x + 3y) \end{aligned}$$

**مثال سوم:** افاده  $16x^2 - 40xy + 25y^2$  را تجزیه کنید.  
**حل:**

$$\begin{aligned} 16x^2 - 40xy + 25y^2 &= (4x)^2 - 2(4x)(5y) + (5y)^2 \\ &= (4x - 5y)^2 = (4x - 5y)(4x - 5y) \end{aligned}$$

**مثال چهارم:** افاده  $9x^2 + 54xy + 81y^2$  را تجزیه کنید.  
**حل:**

$$\begin{aligned} 9x^2 + 54xy + 81y^2 &= (3x)^2 + 2(3x)(9y) + (9y)^2 \\ &= (3x + 9y)^2 = (3x + 9y)(3x + 9y) \end{aligned}$$

**مثال پنجم:**  $\frac{x^2}{y^2} + 2 + \frac{y^2}{x^2}$  را تجزیه کنید.  
**حل:**

$$\begin{aligned} \frac{x^2}{y^2} + 2 + \frac{y^2}{x^2} &= \left(\frac{x}{y}\right)^2 + 2 \cdot \frac{x}{y} \cdot \frac{y}{x} + \left(\frac{y}{x}\right)^2 = \left(\frac{x}{y} + \frac{y}{x}\right)^2 \\ &= \left(\frac{x}{y} + \frac{y}{x}\right)\left(\frac{x}{y} + \frac{y}{x}\right) \end{aligned}$$

### فعالیت

افاده  $x^2 + 6xy + 9y^2$  را تجزیه کنید.

## تمرین

تجزیه کنید.

$$10x^3y + 15x^2y^2 + 25xy^3$$

$$3x^2 + 6$$

$$4x^2 - 2 + \frac{1}{4x^2}$$

$$\frac{x^2}{y^2} - 2 + \frac{y^2}{x^2}$$

$$6x^3 + 5x^2 + 2x$$

$$9x^2 + 24xy + 16y^2$$

$$9x^2 - 48xy + 64y^2$$

$$a^2x^2 - 6abxy + 9b^2y^2$$



3- تجزیه افاده های الجبری که  
شکل  $a^2 - b^2$  را داشته باشند.

$$81m^2 - 36n^2 = (9m - 6n)(9m + 6n)$$

آیا افاده  $9y^2 - 100$  را تجزیه کرده می  
توانید؟

چون می دانیم که  $(a - b)(a + b) = a^2 - b^2$   
**مثال اول:** افاده  $9x^2 - 16y^2$  را تجزیه کنید.  
**حل:**

$$9x^2 - 16y^2 = (3x)^2 - (4y)^2 = (3x - 4y)(3x + 4y)$$

**مثال دوم:** افاده  $x^2 - \frac{1}{x^2}$  را تجزیه کنید.  
**حل:**

$$x^2 - \frac{1}{x^2} = (x)^2 - \left(\frac{1}{x}\right)^2 = \left(x - \frac{1}{x}\right)\left(x + \frac{1}{x}\right)$$

**مثال سوم:** افاده  $a^4 - b^4$  را تجزیه کنید.  
**حل:**

$$\begin{aligned} a^4 - b^4 &= (a^2)^2 - (b^2)^2 = (a^2 - b^2)(a^2 + b^2) \\ &= (a - b)(a + b)(a^2 + b^2) \end{aligned}$$

### فعالیت

افاده  $9x^2 - 64$  را تجزیه کنید.

4- تجزیه افاده های که شکل  $ax^2 + bx + c$  را داشته باشد.  
**مثال اول:** افاده  $x^2 + 5x + 6$  را تجزیه کنید.  
**حل:**

$$x^2 + 5x + 6 = x^2 + 3x + 2x + 6 = x(x + 3) + 2(x + 3) \\ = (x + 2)(x + 3)$$

**مثال دوم:** افاده  $x^2 - 5x + 6$  را تجزیه کنید.  
**حل:**

$$x^2 - 5x + 6 = x^2 - 3x - 2x + 6 = x(x - 3) + 2(x - 3) \\ = (x - 2)(x - 3)$$

**مثال سوم:** افاده  $x^2 + 7x + 10$  را تجزیه کنید.  
**حل:**

$$x^2 + 7x + 10 = x^2 + 2x + 5x + 10 = x(x + 2) + 5(x + 2) \\ = (x + 2)(x + 5)$$

## فعالیت

افاده  $x^2 + 2x - 15$  را تجزیه کنید.

**مثال چهارم:** افاده  $2x^2 + 11x + 14$  را تجزیه کنید.  
**حل:**

$$2x^2 + 11x + 14 = 2x^2 + 4x + 7x + 14 = 2x(x + 2) + 7(x + 2) \\ = (2x + 7)(x + 2)$$

**مثال پنجم:** افاده  $12x^2 + 7x - 10$  را تجزیه کنید.  
**حل:**

$$(15)(-8) = 120$$

$$15 - 8 = 7$$

$$12x^2 + 7x - 10 = 12x^2 + 15x - 8x - 10 = 3x(4x + 5) - 2(4x + 5) \\ = (3x - 2)(4x + 5)$$

**مثال ششم:** افاده  $6x^2 - 4x - 2$  را تجزیه کنید.

حل:

$$\begin{aligned}6x^2 - 4x - 2 &= 6x^2 - 6x + 2x - 2 \\&= 6x(x - 1) + 2(x - 1) = (6x + 2)(x - 1)\end{aligned}$$

### تمرین

1- تجزیه کنید.

$$x^2 - y^2$$

$$x^2 - 25$$

$$81a^2 - 25b^2$$

$$18x^2 - 50y^2$$

$$1 - 16y^4$$

$$x^8 - y^8$$

2- تجزیه کنید.

$$x^2 + 4x + 3$$

$$x^2 + 9x + 20$$

$$x^2 + 15x + 54$$

$$y^2 + 15y + 56$$

$$b^2 - 7b + 12$$

$$x^2 - 3x - 180$$

$$3x^2 + 14x - 5$$

$$8x^2 + 2x - 3$$

$$3a^2 - a - 4$$

$$3y^2 - y - 10$$

- افاده الجبری به سه نوع میباشد، افاده الجبری ناطق، افاده الجبری غیر ناطق و افاده الجبری پولینومی.
- حدودی که متحولین و درجه های شان عین چیز باشند حدود مشابه (Like terms) نامیده می شوند. مثل  $3x^2$  و  $5x^2$  یا  $4x^2y^2$  و  $-6x^2y^2$  حدود مشابه اند.
- پولینوم عبارت از افاده الجبری یک یا چند حده می باشد که توان های حروف شان در ست اعداد مکمل شامل باشند.
- درجه یک پولینومی که از یک حرف (متحول) تشکیل شده باشد عبارت از بزرگترین توان این حرف می باشد و اگر پولینوم از چند حرف تشکیل شده باشد درجه مونومی که بزرگترین توان را داراست عبارت از درجه پولینوم می باشد.
- به فکتور عددی (Numerical Factor) یک حد، ضریب می گویند؛ طور مثال: در  $3x^2$  عدد 3 ضریب  $x^2$  می باشد.
- تمام اعداد ثابت پولینوم ها اند که به نام پولینوم های ثابت یاد می شوند، که درجه پولینوم های ثابت صفر است، اما درجه پولینوم صفری تعریف نشده است.
- پولینوم هایی که دارای یک متحول باشد و ضرایب حدود مشابه آن ها با هم مساوی باشند، به نام پولینوم های معادل یاد می شوند.
- قیمت یک پولینوم عددی است، که در نتیجه وضع کردن قیمت داده شده متحول در پولینوم به دست می آید.
- اگر یک پولینوم از بزرگترین توان متحول تا عدد ثابت تمام حدود را داشته باشد به نام پولینوم مکمل و اگر یک یا چند حد نداشته باشد به نام پولینوم ناقص یاد می شود.
- اگر یک پولینوم از کوچکترین توان متحول تا بزرگترین توان متحول ترتیب شود، پولینوم منظم صعودی و اگر از بزرگترین توان متحول تا کوچکترین توان ترتیب شود به نام پولینوم منظم نزولی یاد می شود.
- در عملیه جمع پولینوم ها، حدود مشابه (Like terms) با هم جمع و در عملیه تفریق علامه مفروق تغییر می کند و متباقی مراحل مثل عملیه جمع، انجام می شود. (معکوس)

جمع می مفروق با مفروق منه جمع می شود).

• در عملیه های جمع و ضرب پولینوم ها خاصیت های تبدیلی و اتحادی و نیز خاصیت توزیعی ضرب بالای جمع صدق می کند.

• در عملیه ضرب پولینوم ها می توانیم مونوم را در مونوم، مونوم را در پولینوم و یا پولینوم را در پولینوم ضرب کنیم.

• به همین ترتیب در عملیه تقسیم پولینوم ها، میتوانیم مونوم را بر مونوم، پولینوم را بر مونوم و یا پولینوم را بر پولینوم تقسیم نماییم.

•  
$$(a + b)^2 = (a + b)(a + b) = a^2 + 2ab + b^2$$

•  
$$(a - b)^2 = (a - b)(a - b) = a^2 - 2ab + b^2$$

•  
$$a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$$

•  
$$(ax + b)(cx + d) = acx^2 + (ad + bc)x + bd$$

1- اگر  $k = 3a(x-1)^2 - a(x-1) - 4$  و  $L = 16 + b(x-1) - 3b(x-1)^2$  باشد  $Kb + La$  را دریابید.

2- به کدام قیمت  $x$  پولینوم  $P(x) = 12x^4 + 3x^3 - 13x^2 + x + 5$  بالای  $(3x^2 - 1)$  پوره قابل تقسیم می باشد؟

3- به کدام قیمت  $P$  پولینوم  $K(x) = 3x^3 - 7x^2 - 9x + P$  بالای  $(x - 13)$  پوره قابل تقسیم می باشد؟

4- اگر  $x = 4$  ,  $y = -3$  و  $z = 2$  باشد، قیمت افاده های الجبری زیر را دریابید.

$$a : x^2yz + zxy^2 + 3xyz^2 \quad b : \frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{3}y^2 + \frac{1}{4}z^2$$

5- اگر  $P(x) = 0$  باشد درجه پولینوم  $P(x)$  چند است؟

تعریف نشده است d) صفر c)  $-1$  b)  $1$  a)

6- از مساحت مستطیلی که ابعاد آن  $(x+5)$  و  $(x+2)$  می باشد مساحت مستطیل را تفریق کنید که ابعاد آن  $(x+3)$  و  $(x+1)$  باشند.

7- اگر  $A = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$  و  $a = 13$  ,  $b = 5$  ,  $c = 12$  و  $p = \frac{a+b+c}{2}$  باشد قیمت  $A$  را دریابید.

8- اگر  $(x-1)^3$  و  $x^3 + ax^2 + bx + c$  پولینوم های معادل باشند قیمت  $b$  مساوی است به:

$1$  a)  $3$  b)  $-3$  c)  $-1$  d)

9- حاصل افاده  $(a - \frac{2}{a-1})(a \div \frac{a+1}{a-1})$  مساوی است به:

$a(a+1)$  a)  $a(a-2)$  b)  $\frac{a-2}{a}$  c)  $\frac{a-1}{a}$  d)

10- حاصل ضرب  $(\sqrt{x} + \sqrt{y})(\sqrt{x} - \sqrt{y})(x+y)$  مساوی است به:

$x^2 - y^2$  a)  $x^2 + y^2$  b)  $2x^2 - y$  c)  $x - y$  d)

11 - پولىنوم هاى زير را به طور نزولى (Descending Order) ترتيب و نيز درجه هاى آنها را معلوم كنيد:

a)  $-5x^2 + 3x^5 + 9$       b)  $-x^2 + xy^2z^3 - x^5$       c) 3

12 - در پولىنوم  $Q(x) = x^2 + 3x - 5$  قيمت  $Q(-1)$  مساوى است به:

a) 7      b) -7      c) 1      d) -1

13 - اگر  $P(x) = x^2 - 2x + 3$  و  $Q(x) = 2x^2 + 3x - 1$  باشد قيمت افاده هاى زير را

دريابيد:  $P(1) - Q(-1)$        $P(0) + Q(0)$        $P(x) - Q(x)$   
 $[P(x) + Q(x)] + p(x)$        $P(x) - P(x)$

14 - پولىنوم هاى زير را نظر به  $y$  به طور نزولى ترتيب نماييد.

$4xy^3 - 3x^3y + 2x^2y^2 + x^4 + y^4$        $4x^2y - 3xy^2 + x^3 + y^3$

15 - در افاده هاى الجبرى زير، پولىنوم ها، افاده هاى ناطق و غيرناطق الجبرى را نشان دهيد.

13      ,       $\sqrt{2}x$       ,      0  
 $\frac{3x^2}{2}$       ,       $\sqrt{x} - \frac{1}{x}$       ,       $y^2 - \frac{1}{y^2}$

16 - حاصل افاده  $(1 + 2x + 3x^2) + (3x - 5 - 2x^2) + (-x^2 - 5x + 4)$  مساوى است به:

a) 1      b) صفر      c) -1      d) 2

17 - حاصل ضرب دو افاده الجبرى  $(a^3 + b^3 + c^3 - 3abc)$  مى باشد. اگر يك افاده الجبرى  $(a + b + c)$  باشد افاده ديگرى را معلوم كنيد.

18 - خارج قسمت ها را دريابيد.

$$\begin{array}{ll} (12x^4 + 3x^3 - 13x^2 + x + 5) \div (3x^2 - 1) & (a^3 + b^3) \div (a + b) \\ (4x^3 - 10x^2 + 12x + 6) \div (2x + 1) & (a^5 - b^5) \div (a - b) \\ \frac{x^{a-2}}{x} & \frac{-m^a}{m^b} \end{array}$$

19 - ضرب کنید.

$$\begin{array}{ll} (a^{2x} - 2)(a^{2x} - 2) & (\frac{1}{4}x + \frac{1}{2})(\frac{1}{2}x + \frac{1}{4}) \\ (e^x + 1)(e^x - 1) & (m^2 - 2n^2)(2m^2 - n^2) \\ (0.1x^2)(0.1x^2)(0.1x^2) & (2\frac{1}{2}mn)(2\frac{1}{2}mn)(2\frac{1}{2}mn) \end{array}$$

20 - افاده های زیر را ساده و جمع کنید.

$$\begin{array}{ll} (a-1) + 1 - (a-1) - 3 & -(10mn - m) - (m^2 + m) + m^2 \\ (y^2 - 1) + (y^2 - 1) & [-4(a-b) - 5] + [(2a+b) - (a-b)] \\ 10[-\{(x^2 - 1) + 5\} - x(x-2)] & 10(x+1) - (x+1) - 3(x+2) \\ mn - 4 + mn - 5 & \end{array}$$

21 - تجزیه کنید.

$$\begin{array}{lll} x^2 - x - 12 & , & a^2 + 9a + 8 \\ 9y^2 - 81 & , & a^2 - 36 \\ 12a^3 - 8a^2 + 4a & , & 13n - 26n^3 + 39n^5 \end{array}$$

22 - اگر  $a^2 - b^2 = 4$  و  $a - b = 8$  باشد قیمت  $a+b$  را معلوم کنید.

23 - توسط مطابقت ها قیمت های  $(95)^2, (105)^2, (99)^2, (104 \times 96), (34 \times 26)$  را

معلوم کنید.

24 - انکشاف دهید.

$$\begin{array}{l} (2x+5)^2 \\ (3a-8)^2 \\ (7a-5)^2 \end{array}$$