

八皇后启发式搜索

一、实验目的：

- ①掌握逻辑与推理的相关知识基础知识点
- ②了解算法推理的相关基础知识
- ③掌握搜索算法的主要步骤
- ④熟悉 python 编程

二、实验环境：

软件环境：python3.7

开发环境：Modelarts: pytorch1.4-cuda10.1-cudnn7-ubuntu18.04

三、待解决的问题：

如何能够在 8×8 的国际象棋棋盘上放置八个皇后，使得任何一个皇后都无法直接吃掉其他的皇后？为了达到此目的，任两个皇后都不能处于同一条横行、纵行或斜线上。

四、问题分析：

状态空间：用 $N \times N$ 的矩阵 $Qans[N][N]$ 表示当前棋盘皇后放置的位置，若第 i 行第 j 列放置了皇后，则 $Qans[i-1][j-1] = 1$, $i, j = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8$ 否则 $Qans[i-1][j-1] = 0$

操作规则：从第一行开始摆皇后，第一个皇后 Q 放在第 1 行，第 k 个皇后 Q 放在第 k 行且不能与之前所有的皇后互相攻击。

初始状态：初始时棋盘中没有放置皇后，矩阵 $Qans[N][N]$ 中所有元素的值为 0

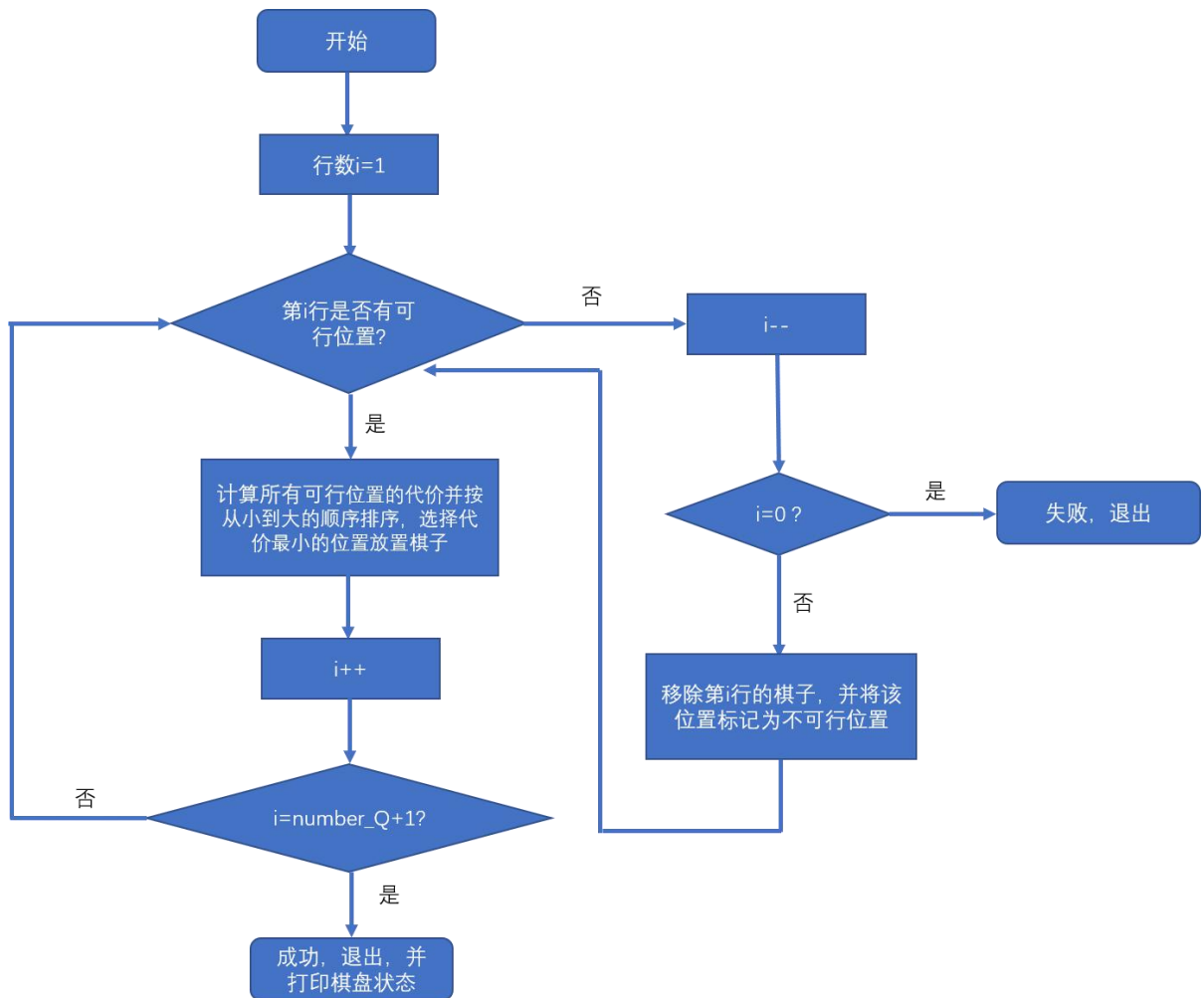
目标状态：每一行中均有一个皇后 即 $\text{Sum}(Qans[i-1,:]) = 1$, $i = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8$

启发式函数：在第 i 行的某一个格子放置皇后之后，会导致剩下的 $8-i$ 行中部分格子无法放置皇后，我们将此步导致的剩下 $8-i$ 行中无法放置皇后的格子数目记作此步的代价。我们令 $C(x,y)$ 是在第棋盘第 x 行，第 y 列放置皇后后，导致剩余 $8-x$ 行中无法放置皇后的格子数目。以 $C(x,y)$ 作为搜索时的启发式函数。

算法概要：启发式+dfs+回溯算法

在第 i 行放置皇后时，先判断该行是否有格子能放置皇后。若有，计算出所有可行格子的代价 $C(x,y)$ ，按从小到大的顺序排序，优先选择在 $C(x,y)$ 最小的格子放置皇后，之后在第 $i+1$ 行放置皇后。若第 i 行没有格子可以放置皇后，则回溯到上一行（即第 $i-1$ 行），将第 $i-1$ 行的皇后放置在该行 $C(x,y)$ 次小的位置，直到搜索出目标状态。

算法流程：



程序代码：见附录

运行结果：利用启发式搜索成功搜索出了八皇后问题的一个解，其中 1 代表该位置放置了皇后，0 代表没有放置皇后。

```
if self.check_chess(m, n):
    self.cost[m, n] = self.cost_f(m, n)
    while self.cost.sum(axis=1)[n] != self.number+1:
        nump.argmax(self.cost, axis=1)[n]
        self.board[m, n] = 1
        self.chess_puted.append((m, n))
        self.cost[m, n] = self.number * self.number
        if m == self.number:
            print("启发式求解:")
            print(self.board)
            return
        self.dfs_cost(m + 1)
        self.board[m, n] = 0
        self.cost[m, n] = self.number * self.number
        self.chess_puted.remove((m, n))
    return

if __name__ == '__main__':
    ans = EightQueens(8)
    ans.dfs(0)
    ans.__init__(8)
    ans.dfs_cost(0)
```

启发式求解:
棋盘结果:
[[1, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0],
[0, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 0],
[0, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 0],
[0, 0, 0, 0, 1, 0, 0, 0],
[0, 0, 1, 0, 0, 0, 0, 0],
[0, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 0],
[0, 1, 0, 0, 0, 0, 0, 0],
[0, 0, 1, 0, 0, 0, 0, 0]]

五、实验收获

通过本次实验，我了解并掌握了回溯算法，对 DFS 算法有了更加熟练的应用。同时，对于启发式搜索，我有了更深层次的理解

六、附录

```
1. import numpy as np
2. class NQueens:
3.
4.     def __init__(self,number):
5.         #number 为皇后的数量
6.         self.number=number
7.         self.board=np.zeros((number,number))
8.         self.chess_puted = []
9.         #将棋子下在(m,n)的代价
10.        self.cost=(number*number)*np.ones((number,number))
11.
12.        #检查(m,n)是否可以放置皇后
13.        def check_chess(self, m, n):
14.            if len(self.chess_puted)==0:
15.                #棋盘为空则(m,n)处一定可以放置皇后
16.                return True
17.            else:
18.                #棋盘非空，判定是否会相互攻击
19.                coordinate = np.array([m, n])
20.                for i in range(len(self.chess_puted)):
21.                    # 坐标之差
22.                    diff = coordinate-self.chess_puted[i]
23.                    # 在(m,n)放置皇后之后，是否会与已放置的皇后是否相互攻击
24.                    if diff[0] != diff[1] and diff[0] != -diff[1] and diff[0] !=
0 and diff[1] != 0:
25.                        continue
26.                    else:
27.                        #相互攻击则该位置不能放置
28.                        return False
29.                return True
30.
31.        #计算代价
32.        def cost_f(self,m,n):
33.            cost=0
34.            row,col=m,n
35.            while row<self.number and col>=1:
36.                row+=1
37.                col-=1
```

```
38.         cost+=1
39.         row,col=m,n
40.         while row<self.number and col<self.number:
41.             row+=1
42.             col-=1
43.             cost+=1
44.         return cost
45.
46.     #启发式搜索
47.     def dfs_cost(self, m):
48.         for n in range(self.number):
49.             if self.check_chess(m, n):
50.                 self.cost[m,n] =self.cost_f(m, n)
51.                 while self.cost.sum(axis=1)[m] != self.number**3:
52.                     n=np.argmin(self.cost, axis=1)[m]
53.                     self.board[m, n] = 1
54.                     self.chess_puted.append([m, n])
55.                     self.cost[m][n]=self.number*self.number
56.                     if m+1 == self.number:
57.                         print("启发式求解:")
58.                         print("棋盘结果")
59.                         print(self.board)
60.                         return
61.                     self.dfs_cost(m + 1)
62.                     self.board[m, n]=0
63.                     #self.cost[m][n]=self.number*self.number
64.                     self.chess_puted.remove([m, n])
65.         return
66. if __name__ == '__main__':
67.     ans=NQueens(8)
68.     #ans.dfs(0)
69.     #ans.__init__(8)
70.     ans.dfs_cost(0)
```