Franz Linden
Elektrische Systeme I
May 22, 2023

Elektrische Systeme I Hausaufgaben A6 - A12a

Question 1. Gegeben ist eine Reihenschaltung von drei Widerständen $R_1 = 10\Omega$, $R_2 = 20\Omega$ und $R_3 = 50\Omega$, die mit der Spannung $U = 20V$ gespeist wird. Berechnen Sie die Teilspannungen an den einzelnen Widerständen.

geg.: $R_1 = 10\Omega$; $R_2 = 20\Omega$; $R_3 = 50\Omega$; $U = 20V$

ges.: $U_{R_1}; U_{R_2}; U_{R_3}$

Berechnung:

$R_{Ges} = R_1 + R_2 + ... + R_M$

$R_{Ges} = 10\Omega + 20\Omega + 50\Omega = 80\Omega$

Da in einer Reihenschaltung überall derselbe Strom fließt, können wie diesen mithilfe des Ohm'schen Gesetzes berechnen.

$I = \frac{U}{R_{Ges}} = \frac{20V}{80\Omega} = 0,25A$

$U_{R_1} = I \cdot R_1 = 0,25A \cdot 10\Omega = 2,5V$

$U_{R_2} = I \cdot R_2 = 0,25A \cdot 20\Omega = 5V$

$U_{R_3} = I \cdot R_3 = 0,25A \cdot 50\Omega = 12,5V$

Question 2. Gegeben ist eine Parallelschaltung von drei Widerstanden $R_1 = 10\Omega$, $R_2 = 20\Omega$ und $R_3 = 50\Omega$, die mit dem Gesamtstrom $I_{Ges} = 2A$ gespeist wird. Berechnen Sie die einzelnen Teilströme durch die drei Widerstände.

geg.: $R_1 = 10\Omega$; $R_2 = 20\Omega$; $R_3 = 50\Omega$; $I_{Ges} = 2A$

ges.: I_{G_1}; I_{G_2}; I_{G_3}

Berechnung:

Zusammenfassen der Leitwerte.

$$G_{Ges} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} = \frac{1}{10\Omega} + \frac{1}{20\Omega} + \frac{1}{50\Omega} = 0,17S$$

Berechnung der Gesamtspannung mithilfe des Ohm'schen Gesetzes,

sowie des Leitwertsatzes ($R = \frac{1}{G}$).

Da es sich um eine Parallelschaltung handelt, liegt überall dieselbe Spannung an, also Berechnen wir wie folgt:

$$U_{Ges} = \frac{I_{Ges}}{G_{Ges}} = \frac{2A}{0,17S} \approx 11,76V$$

Nun können wir die Teilströme berechnen:

$$I_{G_1} = U \cdot G_1 = 11,76V \cdot \frac{1}{10\Omega} = 1,176A$$

$$I_{G_2} = U \cdot G_2 = 11,76V \cdot \frac{1}{20\Omega} = 0,588A$$

$$I_{G_3} = U \cdot G_3 = 11,76V \cdot \frac{1}{50\Omega} = 0,2352A$$

Question 3. Zwei noch unbekannte Widerstände R_1 und R_2 zeigen folgendes Verhalten: In Reihenschaltung nehmen sie zusammen $2.2A$, bei Parallelschaltung dagegen $10A$ an $220V$ auf. Wie groß sind sie?

geg.: $I_R = 2,2A$; $I_P = 10A$; $U = 220V$

ges.: R_1; R_2

Berechnung:

Berechnung der Reihenschaltung.

$R_{R_{Ges}} = \frac{U}{I_R} = \frac{220V}{2,2A} = 100\Omega$

$R_{R_{Ges}} = R_1 + R_2$

$R_2 = R_{R_{Ges}} - R_1$

$R_1 = 100\Omega - R_2$

Berechnung der Parallelschaltung.

$R_{P_{Ges}} = \frac{U}{I_P} = \frac{220V}{10A} = 22\Omega$

$R_{P_{Ges}} = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2}$

Umstellen:

$R_1 \cdot R_2 = R_{P_{Ges}} \cdot (R_1 + R_2) \qquad |(R_1 + R_2 = 100\Omega)$

$R_1 \cdot R_2 = 22\Omega \cdot 100\Omega = 2200\Omega$

Quadratische Gleichung Normalform erstellen

$x^2 + px + q = 0$

$R_2 \cdot R_1 = 2200\Omega$

einsetzen

$R_2 \cdot (100\Omega - R_2) = 2200\Omega \qquad |\text{Klammer auflösen und umstellen}$

$-R_2^2 + 100\Omega \cdot R_2 = 2200\Omega \qquad |\text{Nach 0 umstellen}$

$-R_2^2 + 100\Omega \cdot R_2 - 2200\Omega = 0 \qquad |\text{Umstellen}$

$-R_2^2 - 100\Omega \cdot R_2 + 2200\Omega = 0$

pq-Formel nutzen

$p = -100$

$q = 2200$

$x_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}$

$R_2\left(\frac{a}{b}\right) = 50 \pm \sqrt{2500 - 2200}$

$R_2\left(\frac{a}{b}\right) = 50 \pm 17,32$

$R_2 \text{oder} R_1 = 67,32\Omega$

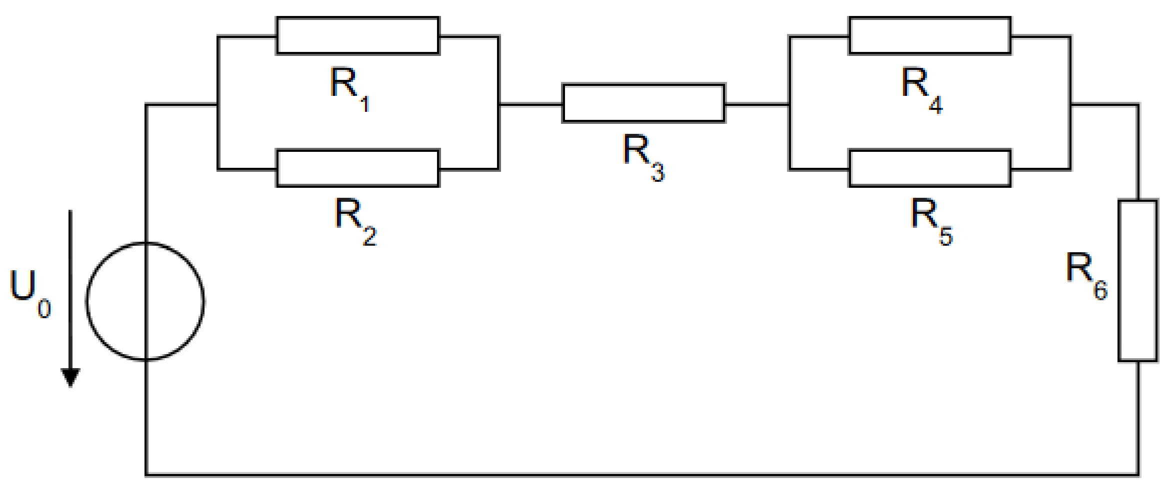
$R_1 \text{oder} R_2 = 32,68\Omega$

Question 4. Berechnen Sie in dem dargestellten Netzwerk alle Spannungen, Ströme, und Leistungen, mit $U_0 = 10V$, $R_1 = 10k\Omega$, $R_2 = 50\Omega$, $R_3 = 200\Omega$, $R_4 = 200\Omega$, $R_5 = 200\Omega$ und $R_6 = 1\Omega$. Schätzen Sie den Gesamtwiderstand der Schaltung mit einer Genauigkeit von 1% ab.

geg.: $U_0 = 10V$; $R_1 = 10.000\Omega$; $R_2 = 50\Omega$; $R_3 = 200\Omega$; $R_4 = 200\Omega$; $R_5 = 200\Omega$; $R_6 = 1\Omega$

ges.: U_1; U_2; U_3; U_4; U_5; U_6; I_0; I_1; I_2; I_3; I_4; I_5; I_6; P_0; P_1; P_2; P_3; P_4; P_5; P_6

Berechnung:



$$R_{1;2} = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} = 49,75\Omega$$
$$R_{4;5} = \frac{R_4 \cdot R_5}{R_4 + R_5} = 100\Omega$$

$$R_{Ges} = R_{1;2} + R_3 + R_{4;5} + R_6 = 350,75\Omega$$
$$I_{Ges} = \frac{U_0}{R_{Ges}} = 28,5mA$$

$$I_1 = \frac{R_2 \cdot I_0}{R_1 + R_2} = \frac{50 \cdot 28,5}{10 + 0,05} = 142\mu A$$
$$I_2 = \frac{R_1 \cdot I_0}{R_1 + R_2} = \frac{10 \cdot 28,5}{10 + 0,05} = 28,358mA$$
$$I_3 = I_6 = I_0$$
$$I_4 = \frac{R_5 \cdot I_0}{R_4 + R_5} = \frac{200 \cdot 28,5}{200 + 200} = 14,25mA$$
$$I_5 = \frac{R_4 \cdot I_0}{R_4 + R_5} = \frac{200 \cdot 28,5}{200 + 200} = 14,25mA$$

$$U_1 = I_1 \cdot R_1 = 142 \cdot 10 = 1,42V$$
$$U_2 = I_2 \cdot R_2 = 28,358 \cdot 50 = 1,42V$$
$$U_3 = I_3 \cdot R_3 = 28,5 \cdot 200 = 5,7V$$
$$U_4 = I_4 \cdot R_4 = 14,25 \cdot 200 = 2,85V$$
$$U_5 = I_5 \cdot R_5 = 14,25 \cdot 200 = 2,85V$$

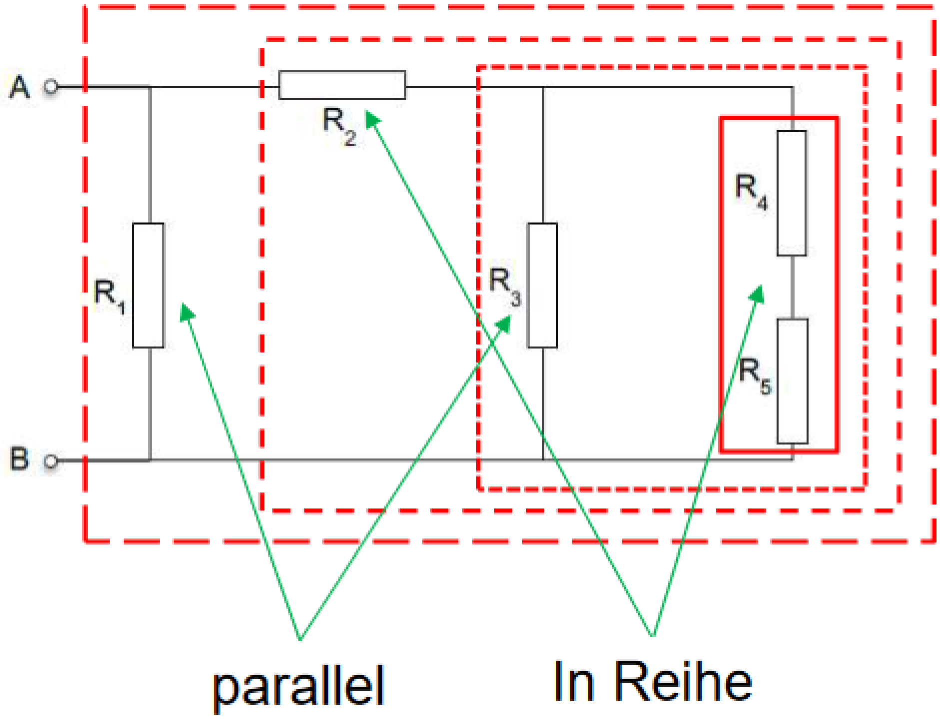
$$P_0 = I_0 \cdot U_0 = 28,5 \cdot 10 = 285mW$$
$$P_1 = I_1 \cdot U_1 = 142 \cdot 1,42 = 0,202mW$$
$$P_2 = I_2 \cdot U_2 = 28,358 \cdot 1,42 = 40,27mW$$
$$P_3 = I_3 \cdot U_3 = 28,5 \cdot 5,7 = 162,45mW$$
$$P_4 = I_4 \cdot U_4 = 14,25 \cdot 2,85 = 40,6mW$$
$$P_5 = I_5 \cdot U_5 = 14,25 \cdot 2,85 = 40,6mW$$

Question 5. Berechnen Sie den Ersatzwiderstand des dargestellten passiven Zweipols. Es gelte: $R_1 = 1000\Omega$, $R_2 = 10\Omega$, $R_3 = 200\Omega$ und $R_4 = R_5 = 500\Omega$.

geg.: $R_1 = 1000\Omega$; $R_2 = 10\Omega$; $R_3 = 200\Omega$; $R_4 = 500\Omega$; $R_5 = R_4$;

ges.: $R_{A;B}$

Berechnung:



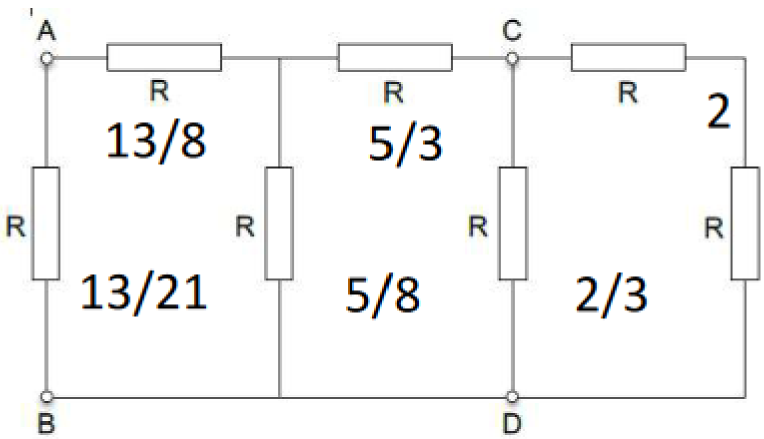
$$
\begin{aligned}
R_{4;5} &= R_4 + R_5 = 500 + 500 = 1000\Omega \\
G_{3;4;5} &= \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_{4;5}} = \frac{1}{200} + \frac{1}{1000} = 0,006 \\
R_{2;3;4;5} &= R_2 + \frac{1}{G_{3;4;5}} = 10 + \frac{1}{0,006} = 176,67 \\
G_{A;B} &= \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_{2;3;4;5}} = \frac{1}{1000} + \frac{1}{176,67} = 0,0067 \\
R_{A;B} &= \frac{1}{G_{A;B}} = \frac{1}{0,0067} = 149,2537\Omega
\end{aligned}
$$

Question 6. Welcher Widerstand abhängig von R wird in dem dargestellten Netzwerk zwischen den Anschlussklemmen A und B sowie zwischen C und D gemessen? Für die Lösung mit Matlab sei $R = 1\Omega$.

geg.: $R = 1\Omega$;

ges.: a) R zwischen A und B; b) R zwischen C und D

Berechnung A;B:



Wiederstand zwischen A und B.

$$R + R = R_{A;B} \qquad (2)$$

$$\frac{R \cdot R_{A;B}}{R + R_{A;B}} = R_{A;B} \qquad \left(\frac{2}{3}\right)$$

$$R + R_{A;B} = R_{A;B} \qquad \left(\frac{5}{3}\right)$$

$$\frac{R \cdot R_{A;B}}{R + R_{A;B}} = R_{A;B} \qquad \left(\frac{5}{8}\right)$$

$$R + R_{A;B} = R_{A;B} \qquad \left(\frac{13}{8}\right)$$

$$\frac{R \cdot R_{A;B}}{R + R_{A;B}} = R_{A;B} \qquad \left(\frac{13}{21}\right)$$

$$R_{A;B} = 0,6190\Omega$$

Wiederstand zwischen C und D.

$$R + R = R_{C;D} \qquad (2)$$

$$\frac{R \cdot R_{C;D}}{R + R_{C;D}} = R_{C;D} \qquad \left(\frac{2}{3}\right)$$

$$R + R = R_{C;D} \qquad (2)$$

$$\frac{R \cdot R_{C;D}}{R + R_{C;D}} = R_{C;D} \qquad \left(\frac{2}{3}\right)$$

$$R + R_{C;D} = R_{C;D} \qquad \left(\frac{5}{3}\left(\frac{3}{3} + \frac{2}{3}\right)\right)$$

$$\frac{R_{C;D} \cdot R_{C;D}}{R_{C;D} + R_{C;D}} \qquad \left(\frac{10}{21}\right)$$

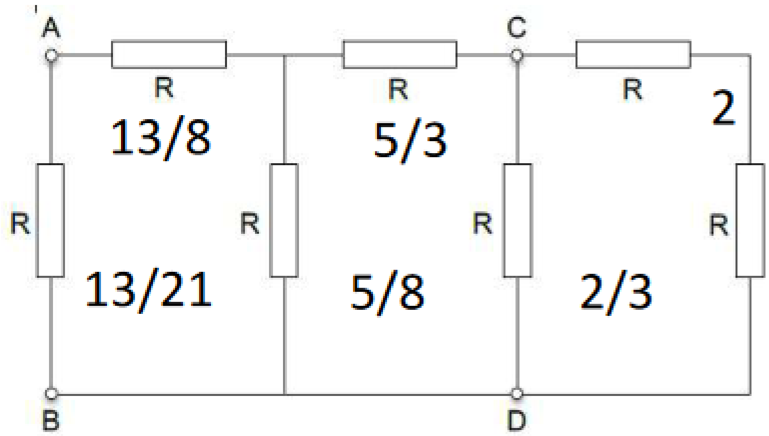
$$R_{C;D} = 0,4s762\Omega$$

Question 7. Berechnen Sie die Ströme I_1, I_2 und I_3 in dem dargestellten Netzwerk mit folgenden Parametern: $U_{01} = 10V$, $U_{02} = 20V$, $R_1 = 100\Omega$, $R_2 = 200\Omega$, $R_3 = 300\Omega$, $R_4 = 1k\Omega$. Verwenden Sie hierzu alternativ folgende Verfahren und vergleichen Sie die Lösungswege sowie den Rechenaufwand: a) Systematische Anwendung der Kirchhoff'schen Gesetze

geg.: $R = 1\Omega$;

ges.: a) R zwischen A und B; b) R zwischen C und D

Berechnung A;B:



Wiederstand zwischen A und B.

$$R + R = R_{A;B} \qquad (2)$$

$$\frac{R \cdot R_{A;B}}{R + R_{A;B}} = R_{A;B} \qquad \left(\frac{2}{3}\right)$$

$$R + R_{A;B} = R_{A;B} \qquad \left(\frac{5}{3}\right)$$

$$\frac{R \cdot R_{A;B}}{R + R_{A;B}} = R_{A;B} \qquad \left(\frac{5}{8}\right)$$

$$R + R_{A;B} = R_{A;B} \qquad \left(\frac{13}{8}\right)$$

$$\frac{R \cdot R_{A;B}}{R + R_{A;B}} = R_{A;B} \qquad \left(\frac{13}{21}\right)$$

$$R_{A;B} = 0,6190\Omega$$

Wiederstand zwischen C und D.

$$R + R = R_{C;D} \qquad (2)$$

$$\frac{R \cdot R_{C;D}}{R + R_{C;D}} = R_{C;D} \qquad \left(\frac{2}{3}\right)$$

$$R + R = R_{C;D} \qquad (2)$$

$$\frac{R \cdot R_{C;D}}{R + R_{C;D}} = R_{C;D} \qquad \left(\frac{2}{3}\right)$$

$$R + R_{C;D} = R_{C;D} \qquad \left(\frac{5}{3}\left(\frac{3}{3} + \frac{2}{3}\right)\right)$$

$$\frac{R_{C;D} \cdot R_{C;D}}{R_{C;D} + R_{C;D}} \qquad \left(\frac{10}{21}\right)$$

$$R_{C;D} = 0,4762\Omega$$