

Elektrische Systeme I Hausaufgaben A1 - A5

Question 1. Ein Kupferdraht mit dem Querschnitt $A = 1.5 \text{ mm}^2$ enthält 8.4×10^{20} freie Elektronen pro mm^3 . Wie groß ist bei einer Stromdichte von $S = 6 \text{ A/mm}^2$ die mittlere Geschwindigkeit v der Leitungselektronen, und wie viele Elektronen durchlaufen pro Sekunde einen beliebigen Querschnitt des Drahtes ($e = 1.6 \times 10^{-19} \text{ As}$)?

geg.: $A = 1,5 \text{ mm}^2$ (der Querschnitt des Drahtes (in mm^2)), $n_e = 8,4 \cdot 10^{20} \text{ mm}^3$ (die Anzahl der freien Elektronen pro Volumeneinheit (in Elektronen pro mm^3)), $S = 6 \frac{\text{A}}{\text{mm}^2}$ (die Stromdichte (in A/mm^2)), $e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ As}$ (die Elementarladung ($1,6 \cdot 10^{-19} \text{ As}$)))

ges(a): v (die mittlere Geschwindigkeit der Elektronen (in mm/s))

Berechnung(a):

$$v = \frac{I}{e \cdot n \cdot A} \quad \text{und} \quad S = \frac{I}{A}$$

Formel der Stromstärke nach I Umstellen und in v einsetzen, anschließend A kürzen.

$$v = \frac{S}{e \cdot n}$$

$$v = \frac{6}{1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 8,4 \cdot 10^{20}} = \left[\frac{A}{\text{mm}^2 \cdot \text{As} \cdot \text{mm}^3} \right]$$

$$v = 0,0446 \frac{\text{mm}}{\text{s}}$$

ges(b): n (Anzahl der Elektronen pro Sekunde)

Berechnung(b):

$$Q = n \cdot e \rightarrow n = \frac{Q}{e}$$

$$I = \frac{Q}{t} \rightarrow Q = I \cdot t$$

$$S = \frac{I}{A} \rightarrow I = A \cdot S$$

In die Formel Q und I einsetzen.

$$n = \frac{A \cdot S \cdot t}{e}$$

$t = 1$, da es die Anzahl der Elektronen pro Sekunde ist.

$$\frac{n}{t} = \frac{1,5 \cdot 6}{1,6 \cdot 10^{-19}} = \left[\frac{\text{mm}^2 \cdot \text{A}}{\text{As} \cdot \text{mm}^2} \right] = \left[\frac{1}{\text{s}} \right]$$

$$\frac{n}{t} = 5,625 \cdot 10^{19} \frac{1}{\text{s}}$$

Question 2. Welche Länge muss ein Kupferdraht mit einem Querschnitt von 1.5 mm^2 aufweisen, damit sein Widerstand gerade 1.0Ω beträgt ($\rho_{Cu} = 0.0179 \Omega \cdot \text{mm}^2 / \text{m}$)?

geg.: $A = 1,5 \text{ mm}^2$ (der Querschnitt des Drahtes (in mm^2)); $R = 1,0 \Omega$ (der Widerstand (in Ohm));
 $\rho_{Cu} = 0.0179 \frac{\Omega \cdot \text{mm}^2}{\text{m}}$ (die spezifische elektrische Widerstand des Kupfers (in $\Omega \cdot \text{mm}^2 / \text{m}$))

ges.: l (die Länge in Meter)

Berechnung:

$$R = \rho \cdot \frac{l}{A} \rightarrow l = R \cdot \frac{A}{\rho}$$

$$l = 1,0 \cdot \frac{1,5}{0,0179} = \left[\frac{\cancel{\Omega} \cdot \cancel{\text{mm}^2} \cdot \text{m}}{\cancel{\Omega} \cdot \cancel{\text{mm}^2}} \right] = [m]$$

$$l \approx 83,8 \text{ m}$$

Question 3. Die Wicklung eines Elektromotors ist defekt und muss erneuert werden. In dem Motor war eine Aluminiumwicklung mit einem Querschnitt von $A = 1.5 \text{ mm}^2$ vorhanden. Diese Wicklung soll durch eine Kupferwicklung ersetzt werden. Wie groß ist bei gleicher Windungszahl der Querschnitt der Kupferwicklung zu wählen, wenn deren Länge und ihr Widerstand gleich bleiben sollen?

geg.: $A_{Al} = 1,5 \text{ mm}^2$; $\rho_{Cu} = 0,01786 \Omega \cdot \frac{\text{mm}^2}{\text{m}}$; $\rho_{Al} = 0,02857 \Omega \cdot \frac{\text{mm}^2}{\text{m}}$

ges.: A_{Cu}

Berechnung:

$$l_{Cu} = l_{Al}$$

$$R_{Cu} = R_{Al}$$

$$R_{Cu} = \rho_{Cu} \cdot \frac{l}{A} \quad \text{und} \quad R_{Al} = \rho_{Al} \cdot \frac{l}{A}$$

$$\rho_{Cu} \cdot \frac{l}{A_{Cu}} = \rho_{Al} \cdot \frac{l}{A_{Al}}$$

Durch l (Länge) und ρ_{Cu} teilen.

$$\frac{\rho_{Al}}{\rho_{Cu}} \cdot \frac{1}{A_{Al}} = \frac{1}{A_{Cu}}$$

Durch 1 teilen.

$$A_{Cu} = \rho_{Cu} \cdot \frac{A_{Al}}{\rho_{Al}} = \left[\frac{\Omega \cdot \text{mm}^2 \cdot \text{mm}^2 \cdot \text{m}}{\Omega \cdot \text{mm}^2} \right]$$

$$A_{Cu} = 0,9377 \text{ mm}^2$$

Question 4. Der elektrische Widerstand der Erregerwicklung eines Gleichstrommotors wurde bei 20°C mit $160 \text{ } \Omega$ gemessen. Nach mehrstündigem Betrieb ist der Wicklungswiderstand auf $188 \text{ } \Omega$ angestiegen. Auf welche mittlere Temperatur hat sich die Wicklung aufgrund des fließenden Stromes erwärmt ($\alpha_{20} = 0,004 \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$)?

geg.: $R_{20} = 160 \Omega$ (Kaltwiderstand bei 20°C [Ω]); $R_v = 188 \Omega$ (Warmwiderstand [Ω]); $\alpha_{20} = 0,004^\circ\text{C}^{-1}$ (Temperaturkoeffizient [$\frac{1}{K}$]);

ges.: ϑ_v (Temperatur nach Erwärmung [$^\circ\text{C}$])

Berechnung:

$$\begin{aligned}\Delta \vartheta &= \frac{R_v - R_{20}}{\alpha_{20} \cdot R_{20}} \\ \Delta \vartheta &= \frac{188 - 160}{0,004 \cdot 160} = \left[\frac{\Omega - \Omega}{^\circ\text{C}^{-1} \cdot \Omega} \right] \\ \Delta \vartheta &= 43,75 \text{ K} \\ \vartheta_v &= \Delta \vartheta + 20 = 63,75^\circ\text{C}\end{aligned}$$

Question 5. Eine elektrisch angetriebene Pumpe fördert pro Stunde 80 m^3 Wasser in ein 5 m höher gelegenes Becken. Welche Leistung entnimmt der Motor einer Spannungsquelle von 200 V und welcher Strom fließt durch die Wicklung des Motors, unter der Voraussetzung, dass der Wirkungsgrad 80% betrage?

geg.: $h = 5 \text{ m}$; $U = 200 \text{ V}$; $t = 3600 \text{ s}$; $g = 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$; $\rho_{\text{H}_2\text{O}}$; $V = 80 \text{ m}^3$; $\eta = 0,8$

ges.: P ; I

Berechnung:

$$P = U \cdot I \rightarrow I = \frac{P}{U}$$

$$\eta = \frac{P}{P_{elek}} \rightarrow P_{elek} = \frac{P}{\eta}$$

$$W = U \cdot I \cdot t$$

$$P = \frac{W}{t}$$

$$m = \rho_{H_2O} \cdot V$$

$$m = 80 \cdot 0,99997 = \left[\frac{\cancel{m^3} \cdot kg}{\cancel{m^3}} \right]$$

$$m = 79,9 kg$$

$$W = m \cdot g \cdot h$$

$$W = 79,9 \cdot 9,81 \cdot 5 = \left[\frac{kg \cdot m^2}{s^2} \right] = [Nm]$$

$$W = 3919,1 Nm$$

$$P = \frac{W}{t}$$

$$P = \frac{3919,1}{3600} = \left[\frac{kg \cdot m^2}{s^3} \right] = [W]$$

$$P = 1,088 W$$

$$P_{elek} = \frac{P}{\eta}$$

$$P = \frac{1,088}{0,8}$$

$$P = 1,36 \frac{W}{s}$$

$$I = \frac{P_{elek}}{U}$$

$$I = \frac{1,36}{200} = \left[\frac{s}{V \cdot W} \right]$$

$$I = 6,805 A$$