相机标定

电子科技大学 信通学院 梁熙民

0 概要

最近为了入门结构光三维测量，查阅了一些相关文献和博客，有了一些初步的认识，写篇总结备忘。这篇总首先介绍相机针孔模型介绍，然后完成相机标定

1 相机针孔模型

在计算机视觉中，相机成像模型需要解决的问题是：如何建立场景中三维空间点与其在图像平面中的对应和关联。摄像机几何模型与三维空间点的位置、摄像机焦距信息以及其相对运动参数有关。这种成像模型是对于光学成像过程的简化。在摄像机成像模型中，最简单与常用的模型为针孔模型。针孔模型的原理图如图 1 所示：

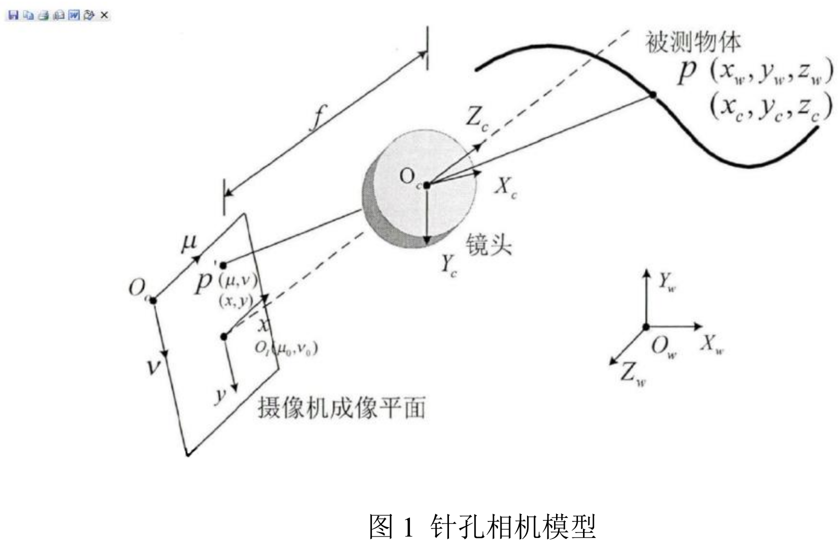

图 1 针孔相机模型

根据示意图可以看出，针孔相机模型涉及四个坐标系之间的转换，分别是世界坐标系(X_W, Y_w, Z_w)，代表点在真实世界中的坐标；相机坐标系(X_c, Y_c, Z_c)，世界平面上的一个面被摄像机拍摄捕获实际上，相当于从三维的世界坐标系上的一个面经过旋转平移的物体变换，转换为了三维的相机坐标系上的一个面；图像坐标系(x, y)，而三维的摄像机座标系上平面变成二维的成像面上的图像面则是经过了相机内参数矩阵的转换；像素坐标系(u, v)就是最终设备屏幕上的数字图像平面。下面介绍一下坐标系之间的数学关系。

从三维的世界坐标系上的一个点经过旋转平移得到三维的摄像机坐标系上的一个点过程，可以用下面的式子表示：

$$\begin{bmatrix} X_C \\ Y_C \\ Z_c \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R & t \\ 0^T & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathrm{X_w} \\ \mathrm{Y_w} \\ \mathrm{Z_w} \\ 1 \end{bmatrix} \qquad 1-1$$

这个式子表达的意思是从世界坐标系到相机坐标系之间的转化是一个刚体变换，其中 R 称为3×3旋转矩阵，t 为平移向量。

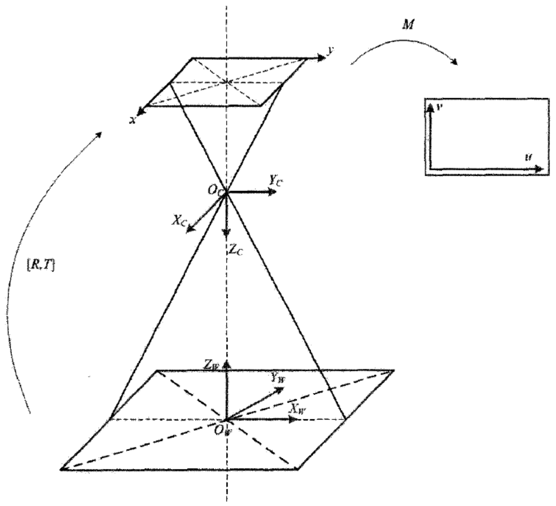

图 2-相机成像系统

从相机坐标系到图像坐标系之间的变换利用了三角形相似，根据图 2，有$x = \frac{fX_C}{Z_W}, y = \frac{fY_C}{Z_W}$，其中 f 是相机焦距，即焦点距离光心的距离。将前面两个公式写成一个矩阵的形式：

$$Z_C \begin{bmatrix} x \\ y \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f & 0 & 0 & 0 \\ 0 & f & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_C \\ Y_C \\ Z_C \\ 1 \end{bmatrix} \qquad 1-2$$

接下来介绍一下像素坐标系和图像坐标系。像素坐标系是二维图像平面的左上角点化为坐标原点，每个像素坐标点(u,v)代表二维图像所在矩阵的行和列。图像坐标系以图像内某一点为原点，x 轴和 y 轴分别和 u 轴与 v 轴平行。这两个坐标系

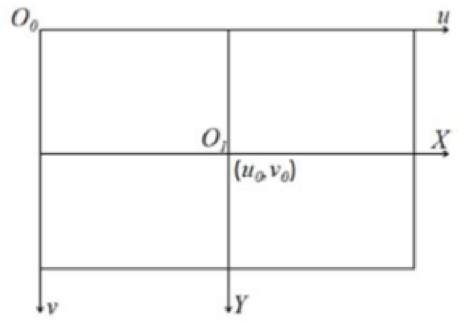

图 3-图像坐标系与像素坐标系

存在下列变换关系。

$$\begin{bmatrix} u \\ v \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{dX} & 0 & u_0 \\ 0 & \frac{1}{dY} & v_0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} \qquad 1-3$$

综合上述三个式子，可以得到从像素坐标系到世界坐标系的转换公式：

$$s\begin{bmatrix} u \\ v \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{dX} & 0 & u_0 \\ 0 & \frac{1}{dY} & v_0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f & 0 & 0 & 0 \\ 0 & f & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} R & t \\ 0^T & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathrm{X_w} \\ \mathrm{Y_w} \\ \mathrm{Z_w} \\ 1 \end{bmatrix} \qquad 1-4$$

化简一下

$$s\begin{bmatrix} u \\ v \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha_x & 0 & u_0 0 & 0 \\ 0 & \alpha_y & v_0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} R & t \\ 0^T & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathrm{X_w} \\ \mathrm{Y_w} \\ \mathrm{Z_w} \\ 1 \end{bmatrix} = M_1 M_2 X_W \qquad 1-5$$

称M_1为相机内参，M_2为相机外参。相机的标定就是指确定相机的内外参数。

2 相机标定

上一节讲述的是理想透镜成像的模型，但实际应用中，镜头的畸变对成像的影响非常大，在相机标定之前，先简要介绍含有畸变的透镜成像模型。

相机两个主要的畸变是径向畸变和切向畸变。径向畸变主要由透镜本身导致的，远离透镜中心的光线比靠近中心的光线弯曲的更严重。切向畸变是由于透镜

与成像平面不严格的平行。

设归一化图像平面上的理想像点为(x_p, y_p)，而令畸变点位置为(x_d, y_d)，$r^2 = x^2 + y^2$,r是理想点到光心的距离。可以通过下面的替换得到理想像素点的位置：

$$\begin{bmatrix} x_p \\ y_p \end{bmatrix} = [1 + k_1 r^2 + k_2 r^2 + k_3 r^6] \begin{bmatrix} x_d \\ y_d \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} p_1 x_d y_d + p_2(r^2 + 2x_d^2) \\ p_1(r^2 + 2y_d^2) + 2p_2 x_d y_d \end{bmatrix} \qquad 2-1$$

其中，k_1, k_2, k_3称作径向畸变系数，p_1, p_2为切向畸变系数。相机标定时也要求出上述 5 个参数。

目前相机标定的方法大多使用张正友提出的标定方法。张正友提出的标定算法的具体细节这里就不展开了，这里简单讲讲完成标定需要做的工作。首先是准备一些定义好模式的示例图像，比如棋盘格和圆形格。我这里用的是棋盘格，如图 4 所示。为了取得较好的标定效果，一般要准备 10 张左右不同角度拍摄的同一张棋盘格图片。

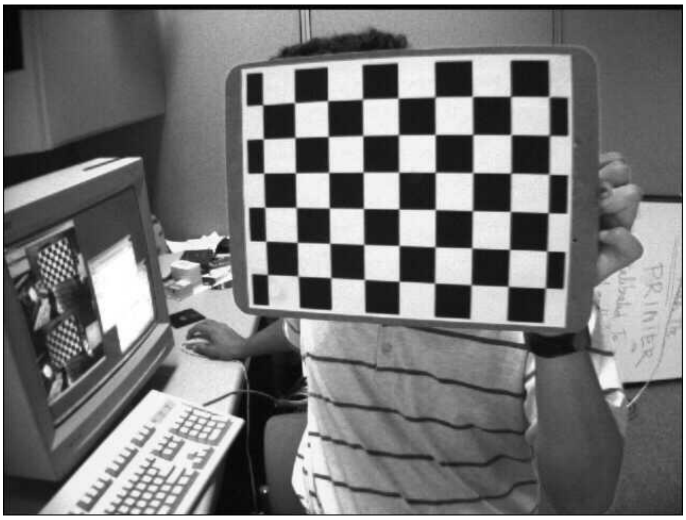

图 4 棋盘格图片

准备好棋盘格图片后使用 python 的 opencv 库对棋盘格图片进行处理，如果在图片上匹配到模式，就返回角点信息。根据这些角点信息，就可以完成相机的标定。图 5 展示了某张标定了角点信息的棋盘格图片。

有了物体坐标和图片坐标之后，调用函数即可得到内参矩阵、畸变系数、旋转和平移向量等参数。

本次标定使用了 13 章棋盘格照片，得到的结果如下：

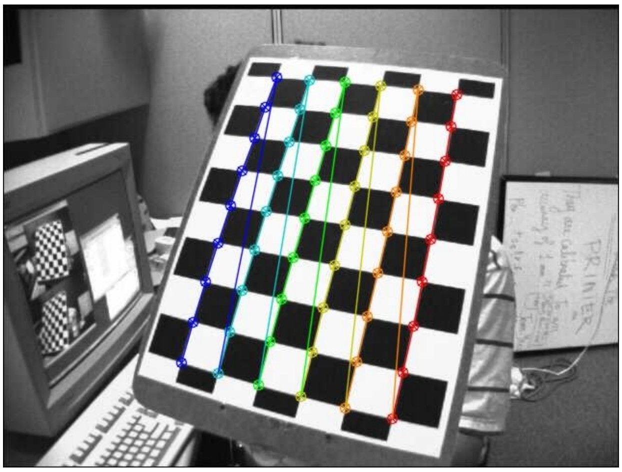

图 5-标定角点的图片

内参矩阵：$\begin{bmatrix} 532.84 & 0 & 342 \\ 0 & 532.94 & 233.85 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

畸变系数：$[k_1,k_2,k_3,p_1,p_2] = [-0.28,0.0251,0.163,1.21 \times 10^{-3},-1.35 \times 10^{-4}]$,每幅照片有其对应得旋转矩阵和平移向量，这里就不列举了。