

Отчёт по лабораторной работе

Лабораторная №1

Панкратьев Александр Владимирович

Содержание

1	Цель работы	5
2	Задание	6
3	Теоретическая справка	7
4	Выполнение лабораторной работы	8
4.1	Первый случай	8
4.2	Второй случай.	9
5	Вывод	11

List of Tables

List of Figures

4.1	Графики изменения численности трех групп при $I \leq I^*$	9
4.2	График изменения численности трех групп при $I > I^*$	10

1 Цель работы

Ознакомиться с задачей об эпидемии, рассмотреть ее модель и построить графики по этой модели.

2 Задание

На одном острове вспыхнула эпидемия. Известно, что из всех проживающих на острове $N=14000$ в момент начала эпидемии $t = 0$ число заболевших людей (являющихся распространителями инфекции) $I(0) = 114$, а число здоровых людей с иммунитетом к болезни $R(0) = 14$. Таким образом, число людей восприимчивых к болезни, но пока здоровых, в начальный момент времени $S(0) = N - I(0) - R(0)$. Построить графики изменения числа особей в каждой из трех групп. Рассмотреть, как будет протекать эпидемия в случае: 1) если $I(0) \leq I^*$ 2) если $I(0) > I^*$

3 Теоретическая справка

В рассматриваемой модели существуют три группы: восприимчивые - $S(t)$, инфицированные - $I(t)$ и особи с иммунитетом - $R(t)$.

До того, как число заболевших не превышает критического значения I^* , считаем, что все больные изолированы и не заражают здоровых. Когда $I(t) > I^*$, тогда инфицированные способны заражать восприимчивых к болезни особей.

Таким образом, скорость изменения числа $S(t)$ меняется по закону:

$$\frac{dS}{dt} = \begin{cases} -aS, & I(t) > I^* \\ 0, & I(t) \leq I^* \end{cases}$$

Поскольку каждая восприимчивая к болезни особь, которая, в конце концов, заболевает, сама становится инфекционной, то скорость изменения числа инфекционных особей представляет разность за единицу времени между заразившимися и теми, кто уже болеет и лечится, т.е.:

$$\frac{dI}{dt} = \begin{cases} -aS - bI, & I(t) > I^* \\ -bI, & I(t) \leq I^* \end{cases}$$

А скорость изменения выздоравливающих особей (при этом приобретающие иммунитет к болезни):

$$\frac{dR}{dt} = bI$$

Постоянные пропорциональности a , b , - это коэффициенты заболеваемости и выздоровления соответственно.

4 Выполнение лабораторной работы

Для работы я использовала язык Python. Я задала необходимые начальные параметры и определила системы дифференциальных уравнений, описывающие изменение популяций. Для решения системы использовала функцию `solve_ivp()` из библиотеки `scipy`.

4.1 Первый случай

Случай, когда число заболевших не превышает критического значения I^* , считаем, что все больные изолированы и не заражают здоровых.

На рис. 4.1 показан график изменения численности трех групп

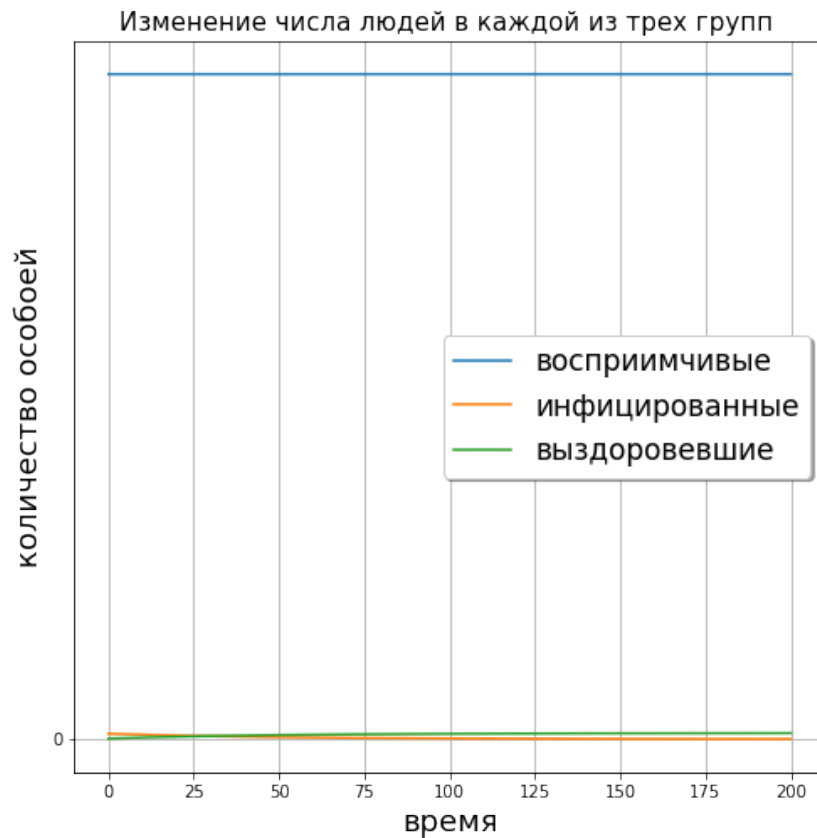


Figure 4.1: Графики изменения численности трех групп при $I \leq I^*$

Для более наглядного результата я установил общее количество популяции равным 2000. Как видно из рисунка, численность группы восприимчивых не изменяется, численность инфицированных уменьшается, а численность выздоровевших увеличивается.

4.2 Второй случай.

Во втором случае $I(t) > I^*$ и инфицированные способны заражать восприимчивых к болезни особей. На рис. 4.2 показан график изменения численности трех групп

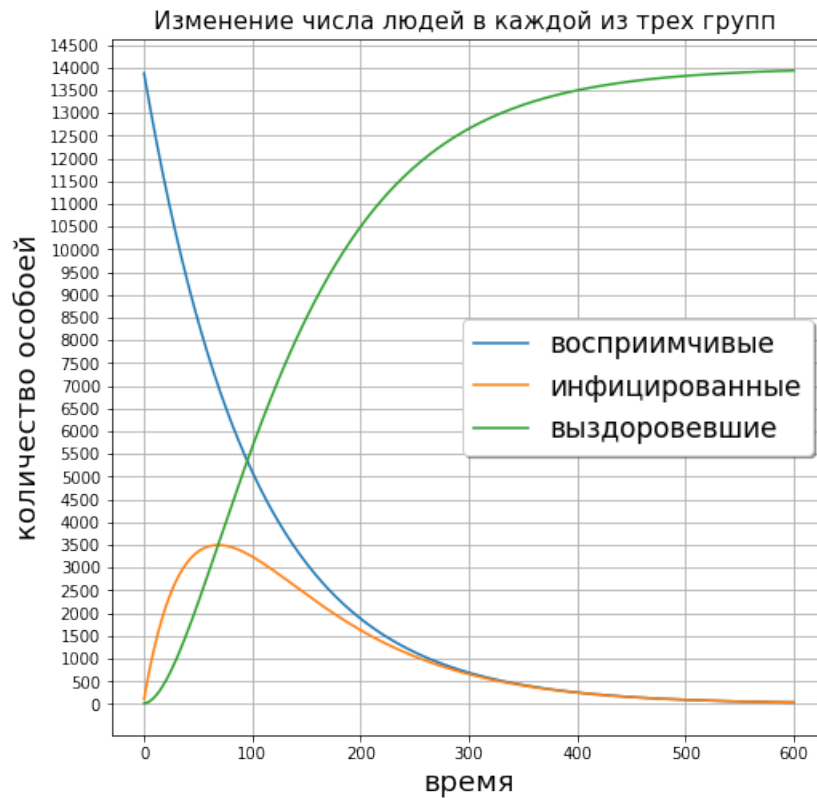


Figure 4.2: График изменения численности трех групп при $I > I^*$

Как видно из рисунка, число восприимчивых резко уменьшается и доходит до нуля, так как люди начинают заболеть. Число выздоровевших резко увеличивается и доходит до количества всей популяции. Число инфицированных сначала быстро растет, но с уменьшением количества инфицированных постепенно падает и доходит до нуля.

5 Вывод

Я построил и проанализировал модель эпидемии для двух случаев, когда инфицированные изолированы и когда происходит заражение восприимчивых.