

5. APPLICATIONS SUR LES STRATIFIES

Nous allons voir qu'à partir d'une même configuration donnée, nous pouvons obtenir des stratifiés dont les comportements mécaniques diffèrent selon le type de renfort choisi. Nous utiliserons pour cela les mêmes monocouches déjà présentées.

Pour les stratifiés composés de monocouches à renfort unidirectionnel, nous vérifierons la validité des formules de PUCK en traçant l'évolution de la valeur du critère en fonction de la fraction volumique des fibres V_f que nous optimiserons par la suite. Par conséquent, on prendra les limites maximales en valeur absolue des données de base dans le repère d'orthotropie, soient :

$$X_c = -700 \text{ MPa}, X_t = 1100 \text{ MPa}, Y_c = -140 \text{ MPa}, Y_t = 40 \text{ MPa}, T = 65 \text{ MPa}$$

En supposant que pour une résine en polyester renforcée par de fibres de verre, la fraction volumique des fibres est comprise entre 0.1 et 0.4, nous prendrons $V_f = 0,3$.

Pour les monocouches à renfort par tissu équilibré, on aura les mêmes données utilisées précédemment.

Pour pouvoir comparer les contraintes moyennes admissibles avec les efforts généralisés, on prendra des monocouches de même épaisseur, on choisira $e_i = 1 \text{ mm}$.

Pour une résine en polyester renforcée par des fibres de verre, les données de chaque composante sont les suivantes :

$$E_f = 71\,500 \text{ MPa}$$

$$\nu_f = 0,25$$

$$V_f = 0,345$$

$$2000 \text{ MPa} \leq E_m \leq 4000 \text{ MPa} ; \text{ on prendra } E_m = 2900 \text{ MPa}$$

$$\nu_m = 0,4$$

5.1. Stratifié (90/0/0/90) – renfort unidirectionnel

Il s'agit d'une configuration orthogonale symétrique par rapport à son plan moyen géométrique, on a alors un modèle sans couplage membrane-flexion. Dans cet exemple on a quatre couches 1,2,3,4 à renfort unidirectionnel dont les fibres sont orientées respectivement par rapport au repère global par les angles $\theta_1 = 0^\circ, \theta_2 = 90^\circ, \theta_3 = 90^\circ, \theta_4 = 0^\circ$.

Nous adoptons la notation suivante : Stratifié ($\theta_1/\theta_2/.../\theta_i$), pour désigner un stratifié donné.

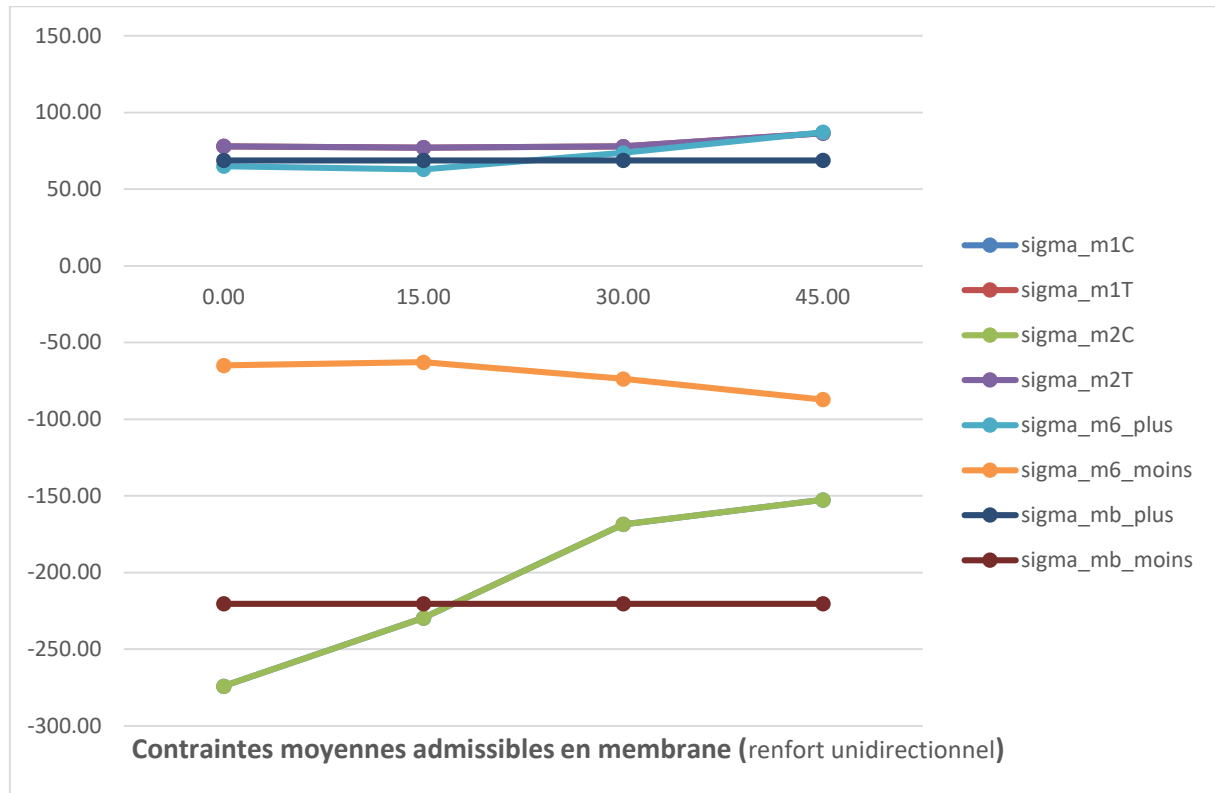
5.1.1. Contraintes moyennes admissibles en membrane

Avec quelques valeurs de α , regroupons sous forme de tableau les résultats obtenus à partir de la relation (83)

	0 °	15 °	30 °	45 °
σ_{m1c} [MPa]	-274.17	-229.70	-168.65	-152.69
σ_{m1t} [MPa]	77.96	77.07	77.88	86.54
σ_{m2c} [MPa]	-274.17	-229.70	-168.65	-152.69
σ_{m2t} [MPa]	77.96	77.07	77.88	86.54
σ_{m6+} [MPa]	65.00	62.89	73.68	87.15
σ_{m6-} [MPa]	-65.00	-62.89	-73.68	-87.15
σ_{mb+} [MPa]	68.73	68.73	68.73	68.73
σ_{mb-} [MPa]	-220.38	-220.38	-220.38	-220.38

Tableau 10 : Contraintes moyennes admissibles $[\sigma_m]_{ad}$ – stratifié à renfort unidirectionnel

Commentaires des contraintes moyennes admissibles en membrane en fonction d' α :



Les contraintes en traction (σ_{m1t} et σ_{m2t}) sont quasi constantes ou légèrement croissantes, tandis que celles en compression diminuent fortement en valeur absolue avec α .

Le cisaillement σ_{m6}^+ augmente avec l'angle α , atteignant son maximum à 45° , signe que les couches à fibres inclinées supportent mieux ce type de sollicitation.

Les contraintes biaxiales σ_b^+ et σ_b^- sont constantes, indépendantes de l'orientation, ce qui reflète un critère isotrope dans le cas biaxial.

Ce stratifié symétrique (90/0/0/90) est bien équilibré dans les directions principales, ce qui explique la symétrie des résultats $\sigma_{m1} = \sigma_{m2}$.

L'augmentation du cisaillement admissible avec l'angle traduit une meilleure redistribution des efforts entre fibres et matrice à 45° , position d'inclinaison optimale pour le cisaillement.

5.1.2. Constantes pratiques apparentes

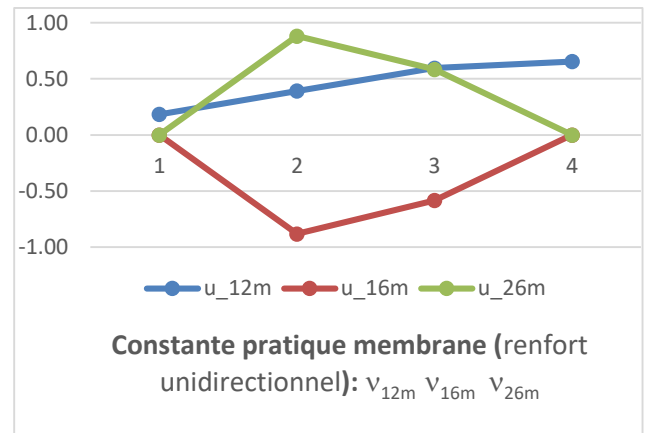
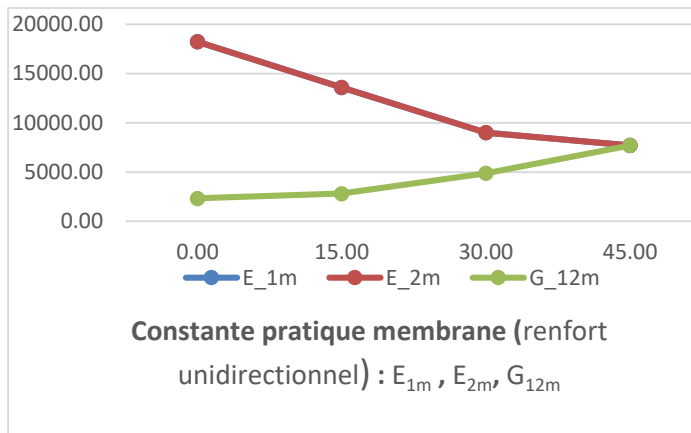
A partir des relations (75) et (85), regroupons dans le tableau ci-dessous les diverses caractéristiques apparentes du stratifié étudié, pour des modèles en membrane et en flexion

	0 °	15 °	30 °	45 °
E _{1m} [MPa]	18231.17	13589.94	9005.01	7705.23
E _{2m} [MPa]	18231.17	13589.94	9005.01	7705.23
G _{12m} [MPa]	2327.76	2819.55	4882.69	7699.77
V _{12m}	0.18	0.39	0.60	0.66
V _{16m}	0.00	-0.88	-0.58	0.00
V _{26m}	0.00	0.88	0.58	0.00
E _{1f} [MPa]	11718.37	10013.00	7889.55	7512.15
E _{2f} [MPa]	24561.17	16332.72	9574.95	7512.15
G _{12f} [MPa]	2327.76	2781.60	4559.53	6701.12
V _{12f}	0.14	0.29	0.51	0.61
V _{16f}	0.00	-0.50	-0.33	0.17
V _{26f}	0.00	1.17	0.77	0.17

Tableau 11 : Constantes pratiques apparentes – stratifié à renfort par tissu équilibré

Commentaires des constantes pratiques apparentes en fonction d'alpha

Rigidité en membrane :

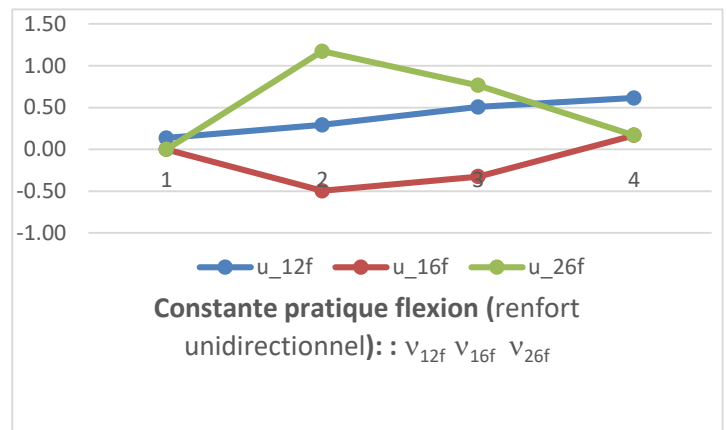
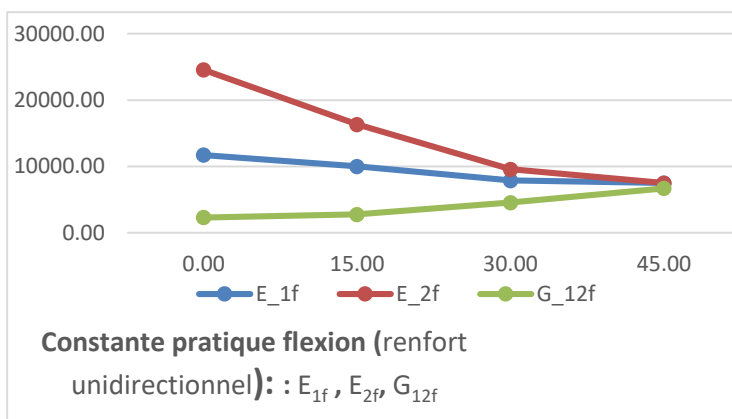


Les modules d'élasticité apparents (E_{1m} et E_{2m}) diminuent fortement avec α : de 18 200 MPa à 7700 MPa à 45°, ce qui montre la perte de rigidité axiale quand les couches sont moins alignées avec les efforts.

Le module de cisaillement apparent G_{12m} augmente de 2300 MPa à plus de 7600 MPa, atteignant un maximum à 45°, ce qui reflète à nouveau l'efficacité du cisaillement à orientation inclinée. Cela est cohérent avec les résultats des contraintes admissibles.

Les coefficients de Poisson v_{12m} , v_{16m} , v_{26m} évoluent fortement, notamment v_{16m} et v_{26m} qui atteignent des valeurs extrêmes à 15°–30°, indiquant une importante interaction entre les directions normales et transversales.

Rigidité en flexion :



En flexion, les modules E_{1f} et E_{2f} suivent la même tendance de baisse, avec E_{2f} plus élevé que E_{1f} aux faibles angles.

Le module G_{12f} augmente également jusqu'à 6700 MPa, ce qui montre que la capacité en flexion-cisaillement est renforcée autour de 45°, comme en membrane.

Les coefficients v_{12f} , v_{16f} , v_{26f} varient fortement avec l'angle, notamment v_{26f} qui atteint 1.17 à 15°, révélant un fort couplage flexion-torsion dans cette zone.

5.2. Stratifié (45/90/90/45) – renfort par tissu équilibré

Avec la même configuration que précédemment, on prendra des monocouches renforcées par un tissu équilibré obtenu par croisement des fibres à 90°. Les couches sont alors empilées de la même façon.

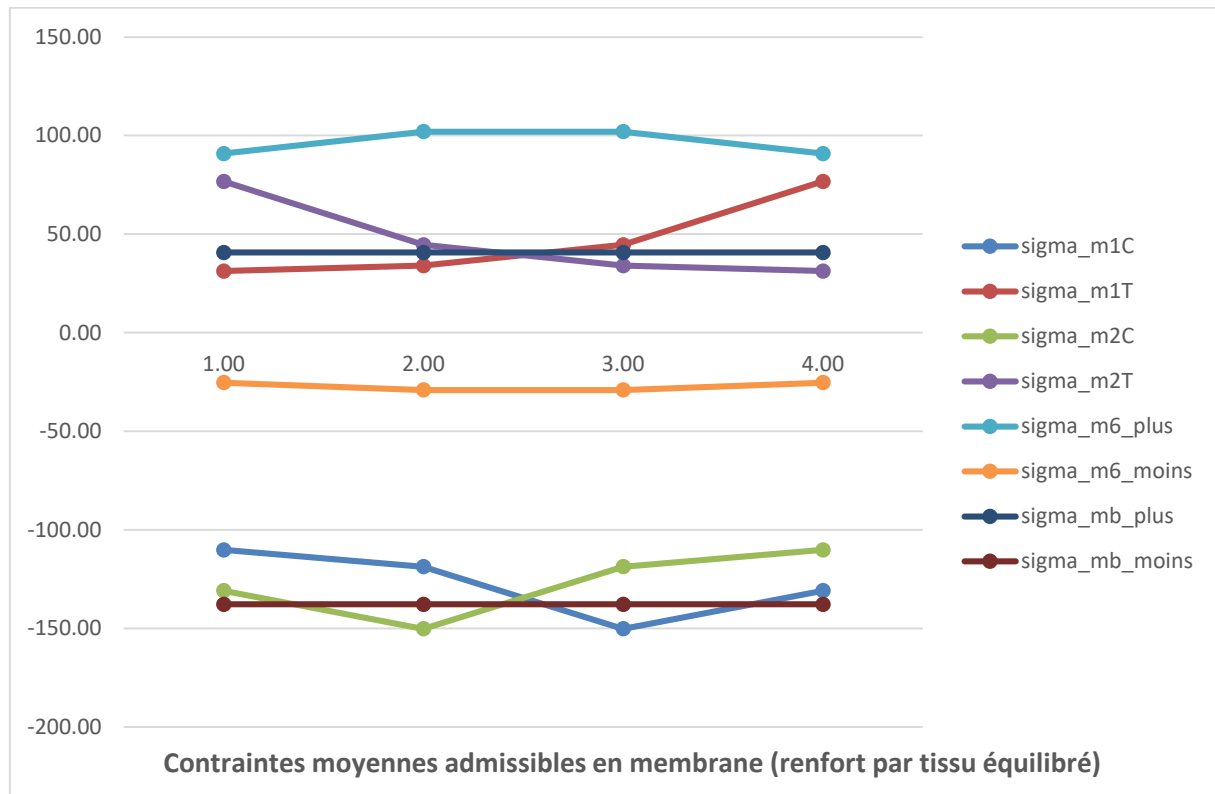
5.2.3. Contraintes moyennes admissibles en membrane

Avec quelques valeurs de α , regroupons sous forme de tableau les résultats obtenus à partir de la relation (83)

	0 °	15 °	30 °	45 °
σ_{m1c} [MPa]	-110.11	-118.66	-150.16	-130.85
σ_{m1t} [MPa]	31.28	34.00	44.56	76.78
σ_{m2c} [MPa]	-130.85	-150.16	-118.66	-110.11
σ_{m2t} [MPa]	76.78	44.56	34.00	31.28
σ_{m6+} [MPa]	90.88	102.00	102.00	90.88
σ_{m6-} [MPa]	-25.35	-29.04	-29.04	-25.35
σ_{mb+} [MPa]	40.65	40.65	40.65	40.65
σ_{mb-} [MPa]	-137.75	-137.75	-137.75	-137.75

Tableau 14 : Contraintes moyennes admissibles $[\sigma_m]_{ad}$ – stratifié à renfort par tissu équilibré

Commentaires des contraintes moyennes admissibles en membrane en fonction d' α :



Les contraintes en traction (σ_{m1t} et σ_{m2t}) varient en fonction de l'angle α . On remarque une inversion progressive de leurs valeurs :

À $\alpha = 0^\circ$, σ_{m1t} est minimale (31 MPa), tandis que σ_{m2t} est maximale (77 MPa).

À $\alpha = 45^\circ$, c'est l'inverse : σ_{m1t} augmente à 77 MPa, et σ_{m2t} chute à 31 MPa.

Cette inversion démontre que le comportement du stratifié reste directionnel, bien que le tissu soit équilibré. Cela est dû à la façon dont les couches sont empilées : même si le matériau est isotrope à l'échelle de la monocouche, l'orientation des couches dans le stratifié global crée une orientation mécanique préférentielle.

En compression (σ_{m1c} et σ_{m2c}), on observe le même phénomène d'inversion. Les contraintes passent de -110 MPa à -150 MPa selon l'axe, toujours avec une variation en fonction de l'orientation. Ce phénomène confirme que le stratifié présente une pseudo-anisotropie effective.

Le comportement en cisaillement (σ_{m6+} et σ_{m6-}) est très particulier :

σ_{m6+} est très élevé, atteignant 102 MPa entre 15° et 30° , ce qui dépasse largement les valeurs observées dans le stratifié unidirectionnel.

σ_{m6-} est bien plus faible (autour de -25 à -29 MPa), ce qui montre une forte dissymétrie en cisaillement, probablement liée à des effets non-linéaires de la matrice ou au comportement asservi du tissu.

Enfin, les contraintes biaxiales ($\sigma_b^+ = 40.65$ MPa, $\sigma_b^- = -137.75$ MPa) sont constantes, ce qui est logique puisqu'elles sont évaluées selon un critère limite indépendant de l'orientation.

5.2.4. Constantes pratiques apparentes

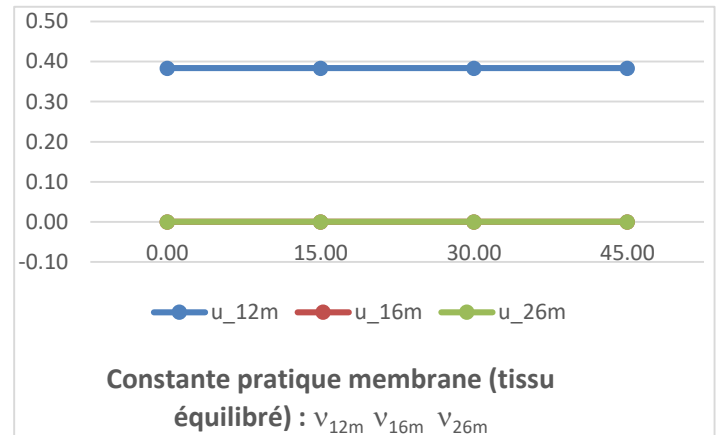
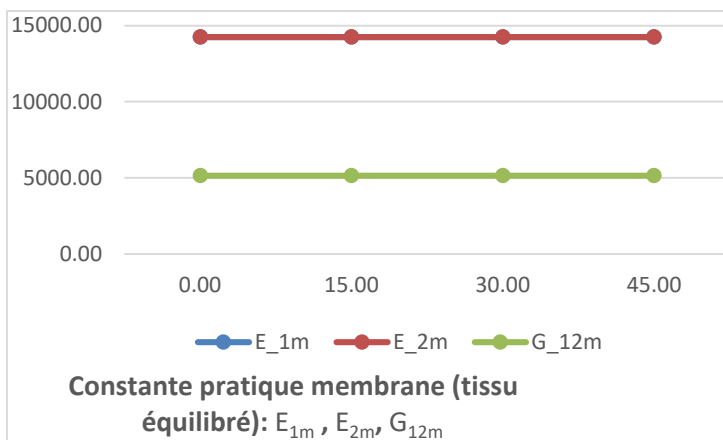
A partir des relations (75) et (85), regroupons dans le tableau ci-dessous les diverses caractéristiques apparentes du stratifié étudié, pour des modèles en membrane et en flexion

	0 °	15 °	30 °	45 °
E _{1m} [MPa]	14248.19	14248.19	14248.19	14248.19
E _{2m} [MPa]	14248.19	14248.19	14248.19	14248.19
G _{12m} [MPa]	5148.45	5148.45	5148.45	5148.45
V _{12m}	0.38	0.38	0.38	0.38
V _{16m}	0.00	0.00	0.00	0.00
V _{26m}	0.00	0.00	0.00	0.00
E _{1f} [MPa]	9610.35	10863.48	14696.05	17843.60
E _{2f} [MPa]	9610.35	10863.48	14696.05	17843.60
G _{12f} [MPa]	7263.97	5385.67	3549.85	3032.93
V _{12f}	0.58	0.53	0.36	0.23
V _{16f}	0.00	0.45	0.61	0.00
V _{26f}	0.00	-0.45	-0.61	0.00

Tableau 15 : Constantes pratiques apparentes – stratifié à renfort par tissu équilibré

Commentaires des constantes pratiques apparentes en fonction d'alpha

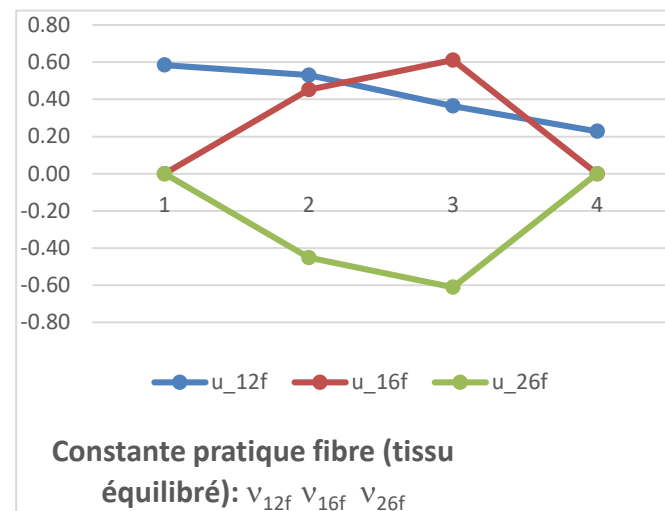
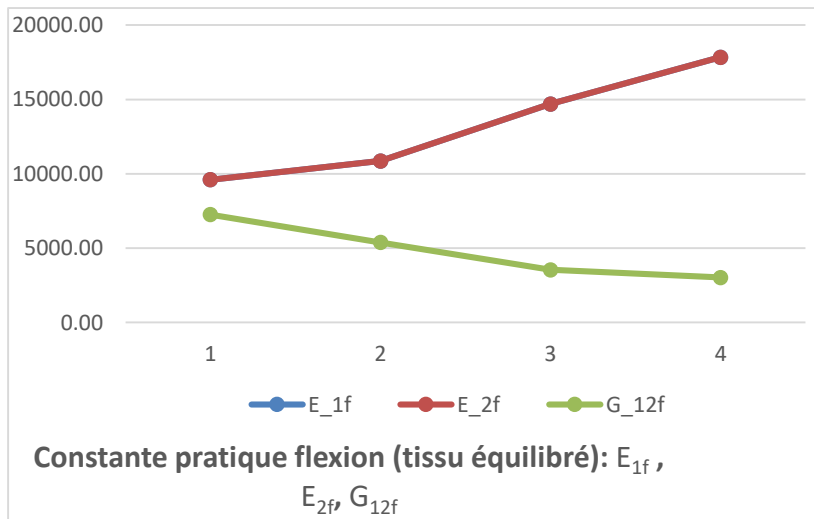
Rigidité en membrane :



Contrairement au stratifié unidirectionnel, les constantes E_{1m} , E_{2m} et G_{12m} sont invariables avec l'angle α , preuve d'un comportement quasi-isotrope dans le plan. Cela confirme que le tissu équilibré distribue la rigidité uniformément dans toutes les directions principales.

De même, les coefficients de Poisson ν_{12m} , ν_{16m} et ν_{26m} restent constants (ou nuls), ce qui indique l'absence de couplage membrane-torsion.

Rigidité en flexion :



En flexion, le comportement devient nettement plus directionnel. Les modules E_{1f} et E_{2f} augmentent fortement avec l'angle α , passant de 9600 MPa à plus de 17 800 MPa. À l'inverse, G_{12f} diminue, ce qui montre un transfert progressif de la rigidité vers les directions normales, au détriment du cisaillement.

Les coefficients ν_{12f} , ν_{16f} et ν_{26f} montrent des valeurs extrêmes à 30°, marquant un fort couplage flexion-torsion transversal.