## 5. APPLICATIONS SUR LES STRATIFIES

Nous allons voir qu’à partir d’une même configuration donnée, nous pouvons obtenir des stratifiés dont les comportements mécaniques diffèrent selon le type de renfort choisi. Nous utiliserons pour cela les mêmes monocouches déjà présentées.

Pour les stratifiés composés de monocouches à renfort unidirectionnel, nous vérifierons la validité des formules de PUCK en traçant l’évolution de la valeur du critère en fonction de la fraction volumique des fibres Vf que nous optimiserons par la suite. Par conséquent, on prendra les limites maximales en valeur absolue des données de base dans le repère d’orthotropie, soient :

Xc = -700 MPa, Xt = 1100 MPa, Yc = -140 MPa, Yt = 40 MPa, T = 65 MPa

En supposant que pour une résine en polyester renforcée par de fibres de verre, la fraction volumique des fibres est comprise entre 0.1 et 0.4, nous prendrons Vf = 0,3.

Pour les monocouches à renfort par tissu équilibré, on aura les mêmes données utilisées précédemment.

Pour pouvoir comparer les contraintes moyennes admissibles avec les efforts généralisés, on prendra des monocouches de même épaisseur, on choisira e i = 1 mm.

Pour une résine en polyester renforcée par des fibres de verre, les données de chaque composante sont les suivantes :

E f = 71 500 MPa

ν f = 0,25

V f = 0,345

2000 MPa ≤ E m ≤ 4000 MPa ; on prendra E m = 2900 MPa

ν m = 0,4

### 5.1. Stratifié (90/0/0/90) – renfort unidirectionnel

Il s’agit d’une configuration orthogonale symétrique par rapport à son plan moyen géométrique, on a alors un modèle sans couplage membrane-flexion. Dans cet exemple on a quatre couches 1,2,3,4 à renfort unidirectionnel dont les fibres sont orientées respectivement par rapport au repère global par les angles θ1 = 0°,θ2 = 90°,θ3 = 90°,θ4 = 0°.

Nous adoptons la notation suivante : Stratifié (θ1/θ2/…./θi), pour désigner un stratifié donné.

#### 5.1.1. Contraintes moyennes admissibles en membrane

Avec quelques valeurs de α, regroupons sous forme de tableau les résultats obtenus à partir de la relation (83)

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 0 ° | 15 ° | 30 ° | 45 ° |
| σm1c [MPa]  ] | -274.17 | -229.70 | -168.65 | -152.69 |
| σm1t [MPa] | 77.96 | 77.07 | 77.88 | 86.54 |
| σm2c [MPa] | -274.17 | -229.70 | -168.65 | -152.69 |
| σm2t [MPa] | 77.96 | 77.07 | 77.88 | 86.54 |
| σm6+ [MPa] | 65.00 | 62.89 | 73.68 | 87.15 |
| σm6- [MPa] | -65.00 | -62.89 | -73.68 | -87.15 |
| σmb+ [MPa] | 68.73 | 68.73 | 68.73 | 68.73 |
| σmb- [MPa] | -220.38 | -220.38 | -220.38 | -220.38 |

Tableau 10 : Contraintes moyennes admissibles [σm]ad - – stratifié à renfort unidirectionnel

**Commentaires des contraintes moyennes admissibles en membrane en fonction d’alpha :**

Les **contraintes en traction** (σₘ1t et σₘ2t) sont **quasi constantes ou légèrement croissantes**, tandis que celles en **compression** diminuent fortement en valeur absolue avec α.

Le **cisaillement σₘ6⁺** augmente avec l’angle α, atteignant son maximum à **45°**, signe que les couches à fibres inclinées supportent mieux ce type de sollicitation.

Les **contraintes biaxiales** σb⁺ et σb⁻ sont constantes, indépendantes de l’orientation, ce qui reflète un critère isotrope dans le cas biaxial.

Ce stratifié symétrique (90/0/0/90) est **bien équilibré dans les directions principales**, ce qui explique la symétrie des résultats σₘ1 = σₘ2.

L’augmentation du cisaillement admissible avec l’angle traduit une **meilleure redistribution des efforts entre fibres et matrice** à 45°, position d’inclinaison optimale pour le cisaillement.

#### 5.1.2. Constantes pratiques apparentes

A partir des relations (75) et (85), regroupons dans le tableau ci-dessous les diverses caractéristiques apparentes du stratifié étudié, pour des modèles en membrane et en flexion

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 0 ° | 15 ° | 30 ° | 45 ° |
| E1m [MPa] | 18231.17 | 13589.94 | 9005.01 | 7705.23 |
| E2m [MPa] | 18231.17 | 13589.94 | 9005.01 | 7705.23 |
| G12m [MPa] | 2327.76 | 2819.55 | 4882.69 | 7699.77 |
| ν12m | 0.18 | 0.39 | 0.60 | 0.66 |
| ν16m | 0.00 | -0.88 | -0.58 | 0.00 |
| ν26m | 0.00 | 0.88 | 0.58 | 0.00 |
| E1f [MPa] | 11718.37 | 10013.00 | 7889.55 | 7512.15 |
| E2f [MPa] | 24561.17 | 16332.72 | 9574.95 | 7512.15 |
| G12f [MPa] | 2327.76 | 2781.60 | 4559.53 | 6701.12 |
| ν12f | 0.14 | 0.29 | 0.51 | 0.61 |
| ν16f | 0.00 | -0.50 | -0.33 | 0.17 |
| ν26f | 0.00 | 1.17 | 0.77 | 0.17 |

Tableau 11 : Constantes pratiques apparentes – stratifié à renfort par tissu équilibré

**Commentaires des constantes pratiques apparentes en fonction d’alpha**

***Rigidité en membrane :***

Les modules d’élasticité apparents (E₁ₘ et E₂ₘ) diminuent fortement avec α : de 18 200 MPa à 7700 MPa à 45°, ce qui montre la **perte de rigidité axiale** quand les couches sont moins alignées avec les efforts.

Le module de cisaillement apparent G₁₂ₘ augmente de 2300 MPa à plus de 7600 MPa, atteignant un maximum à 45°, ce qui reflète à nouveau **l’efficacité du cisaillement à orientation inclinée**. Cela est cohérent avec les résultats des contraintes admissibles.

Les coefficients de Poisson ν₁₂ₘ, ν₁₆ₘ, ν₂₆ₘ évoluent fortement, notamment ν₁₆ₘ et ν₂₆ₘ qui atteignent des valeurs extrêmes à 15°–30°, indiquant une **importante interaction entre les directions normales et transversales.**

***Rigidité en flexion :***

En flexion, les modules E₁𝒇 et E₂𝒇 suivent la même tendance de baisse, avec E₂𝒇 plus élevé que E₁𝒇 aux faibles angles.

Le module G₁₂𝒇 augmente également jusqu’à 6700 MPa, ce qui montre que la **capacité en flexion-cisaillement est renforcée** autour de 45°, comme en membrane.

Les coefficients ν₁₂𝒇, ν₁₆𝒇, ν₂₆𝒇 varient fortement avec l’angle, notamment ν₂₆𝒇 qui atteint 1.17 à 15°, révélant un **fort couplage flexion-torsion** dans cette zone.

### 5.2. Stratifié (45/90/90/45) – renfort par tissu équilibré

Avec la même configuration que précédemment, on prendra des monocouches renforcées par un tissu équilibré obtenu par croisement des fibres à 90°. Les couches sont alors empilées de la même façon.

#### 5.2.3. Contraintes moyennes admissibles en membrane

Avec quelques valeurs de α, regroupons sous forme de tableau les résultats obtenus à partir de la relation (83)

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 0 ° | 15 ° | 30 ° | 45 ° |
| σm1c [MPa]  ] | -110.11 | -118.66 | -150.16 | -130.85 |
| σm1t [MPa] | 31.28 | 34.00 | 44.56 | 76.78 |
| σm2c [MPa] | -130.85 | -150.16 | -118.66 | -110.11 |
| σm2t [MPa] | 76.78 | 44.56 | 34.00 | 31.28 |
| σm6+ [MPa] | 90.88 | 102.00 | 102.00 | 90.88 |
| σm6- [MPa] | -25.35 | -29.04 | -29.04 | -25.35 |
| σmb+ [MPa] | 40.65 | 40.65 | 40.65 | 40.65 |
| σmb- [MPa] | -137.75 | -137.75 | -137.75 | -137.75 |

Tableau 14 : Contraintes moyennes admissibles [σm]ad – stratifié à renfort par tissu équilibré

**Commentaires des contraintes moyennes admissibles en membrane en fonction d’alpha :**

Les contraintes en traction(σₘ1t et σₘ2t) varient en fonction de l’angle α. On remarque une inversion progressive de leurs valeurs :

À α = 0°, σₘ1t est minimale (31 MPa), tandis que σₘ2t est maximale (77 MPa).

À α = 45°, c’est l’inverse : σₘ1t augmente à 77 MPa, et σₘ2t chute à 31 MPa.

Cette inversion démontre que le comportement du stratifié reste directionnel, bien que le tissu soit équilibré. Cela est dû à la façon dont les couches sont empilées : même si le matériau est isotrope à l’échelle de la monocouche, l’orientation descouches dans le stratifié global crée une orientation mécanique préférentielle.

En compression (σₘ1c et σₘ2c), on observe le même phénomène d’inversion. Les contraintes passent de –110 MPa à –150 MPa selon l’axe, toujours avec une variation en fonction de l’orientation. Ce phénomène confirme que le stratifié présente une pseudo-anisotropie effective.

Le comportement en cisaillement (σₘ6⁺ et σₘ6⁻) est très particulier :

σₘ6⁺ est très élevé, atteignant 102 MPa entre 15° et 30°, ce qui dépasse largement les valeurs observées dans le stratifié unidirectionnel.

σₘ6⁻ est bien plus faible (autour de –25 à –29 MPa), ce qui montre une forte dissymétrie en cisaillement, probablement liée à des effets non-linéaires de la matrice ou au comportement asservi du tissu.

Enfin, les contraintes biaxiales (σb⁺ = 40.65 MPa, σb⁻ = –137.75 MPa) sont constantes, ce qui est logique puisqu'elles sont évaluées selon un critère limite indépendant de l’orientation.

#### 5.2.4. Constantes pratiques apparentes

A partir des relations (75) et (85), regroupons dans le tableau ci-dessous les diverses caractéristiques apparentes du stratifié étudié, pour des modèles en membrane et en flexion

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 0 ° | 15 ° | 30 ° | 45 ° |
| E1m [MPa] | 14248.19 | 14248.19 | 14248.19 | 14248.19 |
| E2m [MPa] | 14248.19 | 14248.19 | 14248.19 | 14248.19 |
| G12m [MPa] | 5148.45 | 5148.45 | 5148.45 | 5148.45 |
| ν12m | 0.38 | 0.38 | 0.38 | 0.38 |
| ν16m | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 |
| ν26m | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 |
| E1f [MPa] | 9610.35 | 10863.48 | 14696.05 | 17843.60 |
| E2f [MPa] | 9610.35 | 10863.48 | 14696.05 | 17843.60 |
| G12f [MPa] | 7263.97 | 5385.67 | 3549.85 | 3032.93 |
| ν12f | 0.58 | 0.53 | 0.36 | 0.23 |
| ν16f | 0.00 | 0.45 | 0.61 | 0.00 |
| ν26f | 0.00 | -0.45 | -0.61 | 0.00 |

Tableau 15 : Constantes pratiques apparentes – stratifié à renfort par tissu équilibré

**Commentaires des constantes pratiques apparentes en fonction d’alpha**

***Rigidité en membrane :***

Contrairement au stratifié unidirectionnel, les constantes E₁ₘ, E₂ₘ et G₁₂ₘ sont invariables avec l’angle α, preuve d’un comportement quasi-isotrope dans le plan. Cela confirme que le tissu équilibré distribue la rigidité uniformément dans toutes les directions principales.

De même, les coefficients de Poisson ν₁₂ₘ, ν₁₆ₘ et ν₂₆ₘ restent constants (ou nuls), ce qui indique l’absence de couplage membrane-torsion.

***Rigidité en flexion :***

En flexion, le comportement devient nettement plus directionnel. Les modules E₁𝒇 et E₂𝒇 augmentent fortement avec l’angle α, passant de 9600 MPa à plus de 17 800 MPa. À l’inverse, G₁₂𝒇 diminue, ce qui montre un transfert progressif de la rigidité vers les directions normales, au détriment du cisaillement.

Les coefficients ν₁₂𝒇, ν₁₆𝒇 et ν₂₆𝒇 montrent des valeurs extrêmes à 30°, marquant un fort couplage flexion-torsion transversal.