

Вопросы к экзамену по математике (3 семестр)

1. Действия с матрицами, их свойства.
2. Транспонированная матрица.
3. Обратная матрица, ее построение.
4. Ортогональная матрица. Ранг матрицы.
5. Линейная независимость строк, теорема о базисном миноре.
6. Системы линейных уравнений. Правило Крамера.
7. Метод Гаусса. Теорема Кронекера-Капелли.
8. Однородные системы линейных уравнений. Фундаментальная система решений.
9. Неоднородные системы линейных уравнений.
10. Линейное пространство. Базис.
11. Подпространство линейного пространства. Переход от одного базиса к другому.
12. Евклидово пространство. Неравенство Коши-Буняковского. Неравенство треугольника.
13. Норма евклидова пространства. Угол между векторами. Ортонормированный базис.
14. Линейный оператор. Матрица линейного оператора. Действия над операторами.
15. Ортогональный оператор. Замена базиса. Изменение матрицы линейного оператора при переходе к новому базису.
16. Сопряженный и самосопряженный оператор.
17. Собственные векторы и собственные значения линейного оператора.
18. Свойства собственных чисел и собственных векторов самосопряженного оператора.
19. Квадратичные формы и их приведение к каноническому виду.
20. ДУ первого порядка (основные определения, геометрическая интерпретация, задача Коши, теорема существования и единственности).
21. Уравнения с разделяющимися переменными, однородные уравнения, линейные уравнения первого порядка, уравнение Бернулли.
22. Уравнения высших порядков (основные определения, задача Коши, теорема существования и единственности). Уравнения высших порядков, допускающие понижение порядка.
23. Линейные ДУ n -ого порядка (основные определения). Линейные однородные ДУ (линейно-зависимые функции, фундаментальная система решений, определитель Вронского).
24. Линейные ДУ n -ого порядка (основные определения). Линейные однородные ДУ с постоянными коэффициентами (основные определения, характеристическое уравнение).
25. Линейные неоднородные ДУ n -ого порядка (основные определения). Метод вариации произвольной постоянной.
26. Линейные неоднородные ДУ n -ого порядка с постоянными коэффициентами (основные определения, ДУ со специальной правой частью).
27. Системы ДУ (основные определения, задача Коши, теорема существования и единственности). Сведение системы ДУ к однородному ДУ n -ого (метод исключения).
28. Системы ДУ (основные определения, задача Коши, теорема существования и единственности). Системы линейных однородных ДУ первого порядка с постоянными коэффициентами.
29. Числовые ряды (определение ряда, суммы ряда), необходимое условие сходимости, свойства сходящихся рядов.
30. Признак сравнения, предельный признак сравнения, признак Даламбера.
31. Признак Даламбера, радикальный признак Коши, интегральный признак Коши.
32. Критерий сходимости Коши. Знакопеременные ряды, признак Лейбница, свойства сходящихся знакопеременных рядов.
33. Функциональные ряды (основные определения), критерий Коши, признаки Даламбера и Коши для функционального ряда.

- 34. Равномерная сходимость (определение), критерий Коши равномерной сходимости, признак Вейерштрасса равномерной сходимости. Условие мажорируемости.
- 35. Функциональные свойства суммы ряда (непрерывность, интегрирование и дифференцирование рядов).
- 36. Степенные ряды (основные определения), теорема Абеля, область сходимости степенного ряда, радиус сходимости.
- 37. Свойства степенных рядов (интегрирование, дифференцирование).
- 38. Ряд Тейлора (основные определения), теорема Тейлора.
- 39. Разложение элементарных функций в ряд Тейлора.
- 40. Ортогональные и нормированные функции. Ортогональные и нормированные системы функций.
- 41. Нормировка систем функций. Разложение по системам функций.
- 42. Тригонометрические ряды Фурье (основные определения, сходимость рядов Фурье), теорема Дирихле.
- 43. Сдвиг сегмента разложения. Изменение длины сегмента разложения.
- 44. Разложение четной функции в ряд Фурье. Разложение нечетной функции в ряд Фурье. Разложение в ряд Фурье функции на отрезке $[0, \pi]$.
- 45. Комплексная форма записи ряда Фурье.