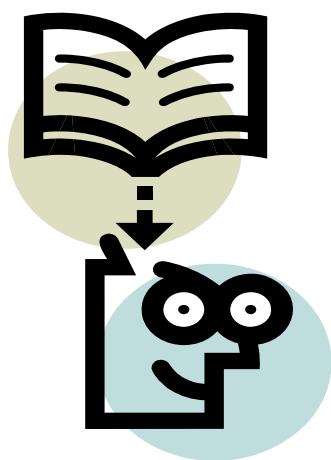


П.С. Довгий, В.И. Поляков

СИНТЕЗ КОМБИНАЦИОННЫХ СХЕМ

Учебное пособие к курсовой работе
по дисциплине "Дискретная математика"



$$f = \varphi \cdot (\bar{x}_2 \bar{x}_4 \vee \bar{x}_5) \vee x_2 x_4 x_5 \vee \bar{\varphi} \cdot \bar{x}_2 \bar{x}_4$$

$$\varphi = x_1 \vee \bar{x}_3$$

Санкт-Петербург

2009

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО ПО ОБРАЗОВАНИЮ
САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ, МЕХАНИКИ И ОПТИКИ



ПОБЕДИТЕЛЬ КОНКУРСА ИННОВАЦИОННЫХ ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫХ ПРОГРАММ ВУЗОВ

Довгий П.С., Поляков В.И.

СИНТЕЗ КОМБИНАЦИОННЫХ СХЕМ

Учебное пособие к курсовой работе
по дисциплине "Дискретная математика"



Санкт-Петербург

2009

Довгий П.С., Поляков В.И. Синтез комбинационных схем. Учебное пособие к курсовой работе по дисциплине "Дискретная математика". – СПб: СПбГУ ИТМО, 2009. – 64 с.

В учебном пособии приводятся теоретические сведения, необходимые при решении задач синтеза и анализа комбинационных схем, реализующих заданную булеву функцию или систему булевых функций. Детально рассмотрен пример выполнения части курсовой работы, связанной с минимизацией, факторизацией и декомпозицией не полностью определенной булевой функции от пяти переменных, а также с построением комбинационных схем, реализующих заданную функцию в различных базисах, и последующим анализом этих схем. Для части работы, связанной с реализацией системы булевых функций, рассмотрено два примера: синтез двухразрядного комбинационного сумматора (система из трех булевых функций от четырех переменных) и синтез комбинационной схемы реверсивного счетчика по модулю 13 (система из пяти булевых функций от пяти переменных). В приложении приводится большое число вариантов разнообразных заданий, что позволяет в полной мере решить проблему индивидуализации ее выполнения.

Пособие предназначено для использования в учебном процессе при подготовке бакалавров и магистров по направлению 230100.68 “ИНФОРМАТИКА И ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ ТЕХНИКА”, а также инженеров по специальности 230101.65 “ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫЕ МАШИНЫ, КОМПЛЕКСЫ, СИСТЕМЫ И СЕТИ” и аспирантов.

Рекомендовано Советом факультета Компьютерных технологий и управления 15 сентября 2009 г., протокол №2



СПбГУ ИТМО стал победителем конкурса инновационных образовательных программ вузов России на 2007-2008 годы и успешно реализовал инновационную образовательную программу «Инновационная система подготовки специалистов нового поколения в области информационных и оптических технологий», что позволило выйти на качественно новый уровень подготовки выпускников и удовлетворять возрастающий спрос на специалистов в информационной, оптической и других высокотехнологичных отраслях науки. Реализация этой программы создала основу формирования программы дальнейшего развития вуза до 2015 года, включая внедрение современной модели образования.

© Санкт-Петербургский государственный университет информационных технологий, механики и оптики, 2009

© П.С.Довгий, В.И. Поляков, 2009

Введение

Основной целью курсовой работы по дисциплине "Дискретная математика" является закрепление практических навыков при решении задачи синтеза комбинационных схем в различных базисах.

В качестве критерия эффективности синтезируемой схемы в рамках курсовой работы принята цена схемы по Квайну. В связи с этим возникает необходимость решения задач минимизации, факторизации и декомпозиции булевых функций. Для решения задачи минимизации применяются два метода: метод Квайна-Мак-Класки, основанный на кубическом представлении булевых функций и являющийся формализованным, и метод минимизирующих карт (карт Карно), который в большой степени является интуитивным.

Курсовая работа состоит из двух независимых частей. В первой части в качестве исходной задается не полностью определенная булева функция от пяти переменных. Итогом этой части курсовой работы являются комбинационные схемы, реализующие заданную функцию и построенные на логических элементах различных базисов. Часть схем строится с учетом ограничения на коэффициент объединения по входам. Для каждой схемы определяются цена схемы по Квайну и задержка и проводится анализ схемы путем определения ее реакции на нескольких произвольных наборах входных сигналов.

Вторая часть курсовой работы состоит в синтезе многовыходной комбинационной схемы, представляющей собой комбинационную часть операционного устройства, реализующего элементарные арифметические операции. Итогом этой части работы являются многовыходные комбинационные схемы, построенные на логических элементах различных базисов и обладающие минимальной ценой по Квайну. В связи с этим необходимыми этапами этой части курсовой работы являются минимизация, факторизация и декомпозиция системы булевых функций.

В приложении приводится большое число вариантов заданий, что позволяет в полной мере решить проблему индивидуализации.

Более детально с материалом, изложенным в методических указаниях, можно ознакомиться по литературе [1-7].

1. ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ПОЛОЖЕНИЯ

1.1. Задачи синтеза и анализа комбинационных схем

Логическую схему, имеющую n входов $X=\{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ и m выходов $Y=\{y_1, y_2, \dots, y_m\}$, можно представить в обобщенном виде (рис. 1).

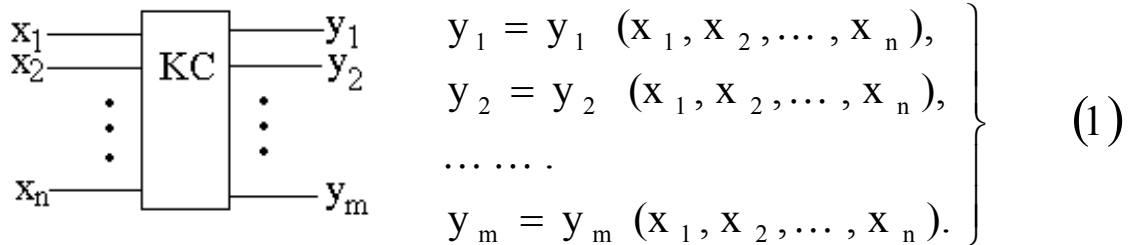


Рис.1

Логическая схема называется *комбинационной (КС)*, если значения множества $Y=\{y_1, y_2, \dots, y_m\}$ ее выходов могут быть выражены как система m булевых функций от множества входных переменных $X=\{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ следующего вида:

Каждая функция $y_i = y_i(x_1, x_2, \dots, x_n)$ при $i=1, 2, \dots, m$ определяет значение на выходе схемы $y_i \in \{0, 1\}$ для любого двоичного набора (e_1, e_2, \dots, e_n) , $e_j \in \{0, 1\}$ при $j=1, 2, \dots, n$, подаваемого на независимые входы схемы.

Система (1) описывает зависимость между входами и выходами схемы, но не дает представления о ее внутренней структуре.

Функционирование комбинационной схемы можно выразить также в виде *таблицы истинности*, имеющей 2^n строк (по строке для каждого набора входных переменных) и $(n+m)$ столбцов (n столбцов для входов и m столбцов для выходов схемы).

Задача синтеза комбинационной схемы состоит в построении схемы для заданной булевой функции или системы булевых функций на основе определенной системы логических элементов. Как правило, исходное описание для синтеза схемы задается либо в виде таблицы истинности, либо в аналитической форме в виде системы (1). При решении задачи синтеза комбинационной схемы, реализующей заданную булеву функцию, предварительно производится минимизация булевой функции и дальнейшее упрощение минимальной формы путем факторизации и декомпозиции. Комбинационная схема строится в заданном базисе, как правило, с учетом коэффициента объединения по входам и коэффициента разветвления по выходу.

Задача анализа комбинационной схемы состоит в определении функции заданной схемы и показателей ее качества. В частном случае задача анализа состоит в определении реакции схемы на заданные наборы входных сигналов (переменных).

1.2. Представление булевой функции в аналитическом виде

Для представления булевых функций в аналитическом виде обычно используются нормальные формы.

В качестве элементов аналитических форм булевых функций используются буквы, объединяемые в выражения знаками булевых операций (конъюнкции и дизъюнкции). Под буквой понимается булева переменная, представляющая аргумент булевой функции, или ее отрицание. Для представления нормальных форм булевых функций используются простейшие булевы выражения, называемые элементарной конъюнкцией (конъюнктивным термом) и элементарной дизъюнкцией (дизъюнктивным термом).

Элементарной конъюнкцией (дизъюнкцией) или конъюнктивным (дизъюнктивным) термом называется выражение, представляющее собой конъюнкцию (дизъюнкцию) любого конечного множества попарно различных букв или состоящее из одной буквы.

Для представления булевых функций могут использоваться дизъюнктивная и конъюнктивная нормальные формы.

Дизъюнктивной нормальной формой (ДНФ) называется дизъюнкция любого конечного множества попарно различных элементарных конъюнкций.

Конъюнктивной нормальной формой (КНФ) называется конъюнкция любого конечного множества попарно различных элементарных дизъюнкций.

В частном случае, как ДНФ, так и КНФ могут состоять из одного терма.

Элементарные конъюнкции (дизъюнкции) называются *конституентами единицы (нуля)*, если они содержат в прямом или инверсном виде все переменные, являющиеся аргументами булевой функции. Конституента единицы принимает единичное значение тогда и только тогда, когда все входящие в конституенту буквы принимают значения, равные единице. Конституента нуля принимает нулевое значение тогда и только тогда, когда все входящие в конституенту буквы принимают значение, равное нулю. Из этого следует, что конституента единицы (нуля) принимает единичное (нулевое) значение на одном и только одном наборе аргументов булевой функции.

На основе конституент единицы (нуля) составляются канонические дизъюнктивные (конъюнктивные) нормальные формы булевых функций. ДНФ (КНФ) называется *канонической* или *совершенной*, если все ее элементарные конъюнкции (дизъюнкции) являются конституентами единицы (нуля).

Канонические дизъюнктивную нормальную форму (КДНФ) и конъюнктивную нормальную форму (ККНФ) можно составить по таблице истинности следующим образом.

Для получения КДНФ в таблице истинности выделяются наборы аргументов, на которых функция принимает значение, равное единице. Для каждого из них составляются конституенты единицы. При этом переменная, принимающая значение, равное единице, входит в конституенту в прямом виде, а переменная, принимающая нулевое значение - в инверсном. Конституенты единицы объединяются знаками дизъюнкции, образуя КДНФ.

Для получения ККНФ выделяются наборы аргументов, на которых функция принимает значение, равное нулю. Для каждого из них составляются конституенты нуля. При этом переменная, принимающая значение, равное единице, входит в конституенту в инверсном виде, а переменная, принимающая нулевое значение - в прямом. Конституенты нуля объединяются знаками конъюнкции, образуя ККНФ.

1.3. Минимизация булевых функций методом Квайна–Мак-Класки

1.3.1. Основные положения

При проектировании комбинационной схемы возникает задача минимизации оборудования, используемого в схеме. Простейшей оценкой затрат оборудования на построение схемы, реализующей заданную функцию, является *цена схемы по Квайну* S_Q , которая представляет собой суммарное количество входов во все логические элементы схемы. Задача минимизации цены схемы связана с задачей минимизации булевой функции, описывающей закон функционирования этой схемы.

Обычно задача минимизации булевых функций решается с применением нормальных форм (ДНФ или КНФ). Нормальная форма булевой функции, содержащая минимальное количество букв, называется *минимальной нормальной формой* (МДНФ или МКНФ). Нахождение минимальных форм булевой функции методом Квайна-Мак-Класки базируется на ее кубическом представлении [2-4]. При этом куб минимальной размерности (0-куб) отождествляется с набором аргументов булевой функции, на котором он принимает значение, равное единице. Над кубами одинаковой размерности определена операция склеивания, соответствующая правилу склеивания конъюнктивных термов. Склеивание двух k -кубов (размерность k куба определяется числом независимых координат, отмечаемых в записи куба символом X) в результате дает один $(k+1)$ -куб. Проводя всевозможные операции склеивания между кубами можно получить множество кубов различных размерностей, образующих кубический комплекс $K(f)$ заданной функции $f(x)$. С использованием кубического представления булевой функции решение задачи минимизации сводится к получению так называемого минимального покрытия, т.е. покрытия, обладающего мини-

мальной ценой. При этом для получения МДНФ используется единичное покрытие, а для получения МКНФ – нулевое.

Ценой покрытия S^a называется сумма цен кубов, образующих покрытие. Цена k -куба (S_k) определяется количеством зависимых (не X -ых) координат в его записи и определяется в виде: $S_k = n - k$ (n – число аргументов минимизируемой булевой функции). Ценой покрытия S^b называется сумма цены S^a и количества кубов, входящих в покрытие. Цены покрытия S^a и S^b при соблюдении определенных условий являются нижней и верхней границами цены схемы по Квайну, т.е. $S^a \leq S_Q \leq S^b$.

Обычно задача нахождения аналитических форм булевых функций, обеспечивающих минимум цены схемы, решается в два этапа. На первом этапе определяется МДНФ и/или МКНФ функции. На втором этапе проводится их упрощение путем решения задач факторизации и, возможно, декомпозиции.

В задачах минимизации булевых функций используется понятие простой импликанты. Некоторый куб $z \in K(f)$ называется *простой импликантой*, если он не содержится ни в одном кубе комплекса $K(f)$, т.е. является *максимальным* [2, 3]. Совокупность всех таких кубов образует множество $Z(f)$ простых импликант данной функции. Любой куб минимального покрытия $C_{min}(f)$ является простой импликантой, следовательно, $C_{min}(f) \subseteq Z(f)$.

Замечания.

1. Используемое в учебном пособии понятие простой импликанты как максимального куба из покрытия булевой функции является упрощенным. В классической булевой алгебре [1, 4] под импликантой понимается булева функция, причем понятие импликанты определяет отношение покрытия (включения) между двумя булевыми функциями: $g(x)$ является импликантой $f(x)$, если $g(x) \subseteq f(x)$. В соответствии с этим под простой (первичной) импликантой булевой функции понимается конъюнктивный терм, который сам по себе является импликантой этой функции, но никакая его собственная часть уже не является импликантой.

В рамках кубического представления булевых функций простая импликанта как конъюнктивный терм составляется для каждого максимального куба минимального покрытия и дизъюнкция простых импликант представляет собой МДНФ булевой функции.

2. Понятие импликанты и простой импликанты связаны с минимизацией булевой функции по единичному покрытию. При нахождении минимального нулевого покрытия и, соответственно, МКНФ используется понятие *имплиценты*. В упрощенном представлении (в рамках курсовой работы) под *простой имплицентой* понимается максимальный куб нулевого покрытия булевой функции. В классическом представлении простая имплицента является дизъюнктивным термом, соответствующем некоторому максимальному кубу нулевого покрытия булевой функции. Таким образом,

МКНФ булевой функции представляет собой конъюнкцию простых импликант соответствующих максимальным кубам минимального нулевого покрытия этой функции.

Решение задачи минимизация булевых функций методом Квайна-Мак-Класки состоит из определенной последовательности этапов.

1.3.2. Определение множества простых импликант

Все 0-кубы комплекса $K^0(f)$ сравниваются между собой попарно. Если два 0-куба различаются только по одной координате (т.е. являются соседними), то они вступают в операцию склеивания и образуют один 1-куб (0-кубы, образующие 1-кубы, отмечаются). После получения всех 1-кубов, образующих комплекс $K^1(f)$, производится получение 2-кубов путем склеивания соседних 1-кубов и т.д. При получении r -кубов, все $(r-1)$ -кубы, образующие r -кубы, отмечаются. Этап заканчивается получением комплекса $K^r(f)$, когда ни один $(r+1)$ -куб не может быть получен. Все неотмеченные кубы комплекса $K(f)$ являются простыми импликантами и образуют покрытие $Z(f)$ функции f , которое, в частном случае, может быть минимальным.

Очевидно, что 1-куб может быть образован двумя 0-кубами с числом единичных координат, отличающимся на единицу. Поэтому для сокращения числа попарных сравнений упорядочим 0-кубы, объединяя их в группы по числу единичных координат. Очевидно, что 1-куб может быть образован склеиванием 0-кубов, относящихся только к двум соседним группам. То же самое относится и к кубам большей размерности.

При минимизации не полностью определенной функции осуществляется ее доопределение единицей на всех безразличных (несущественных) наборах, что позволяет получить кубы большей размерности. Поэтому комплекс $K^0(f)$ на данном этапе дополняется комплексом $N(f)$ безразличных наборов.

1.3.3. Составление импликантной таблицы

Для отображения покрытия простыми импликантами существенных вершин функции (0-кубов) составляется таблица, в которой каждая строка соответствует простой импликанте, а каждый столбец - 0-кубу. На пересечении i -й строки и j -го столбца ставится метка, если i -я импликанта покрывает j -й 0-куб, т.е. отличается от него только независимыми координатами.

Для не полностью определенных функций в столбцы импликантной таблицы включаются только существенные вершины и не включаются безразличные наборы, т.е. на этом этапе булева функция доопределяется нулем на безразличных наборах.

1.3.4. Выделение множества существенных импликант

Если в каком – либо столбце импликантной таблицы имеется только одна метка, то импликанта с этой меткой является *существенной* и обязательно входит в минимальное покрытие, поскольку, не используя ее, невозможно покрыть все существенные вершины функции. В связи с этим в минимальное покрытие включаются все существенные импликанты, а из импликантной таблицы удаляются строки, соответствующие этим импликантам, и столбцы, соответствующие 0-кубам, покрываемым ими. Множество всех существенных импликант образует *ядро покрытия* $T(f)$.

Если после удаления строк и столбцов в упрощенной импликантной таблице появляются строки, не содержащие ни одной метки, то эти строки также удаляются.

1.3.5. Определение минимального покрытия

В упрощенной импликантной таблице выделяется подмножество простых импликант, которое обеспечивает покрытие оставшихся существенных вершин с минимальной ценой.

Можно использовать следующие способы решения этой задачи:

1. Метод полного перебора;
2. Формализованный алгебраический метод (метод Петрика);
3. Дальнейшее упрощение импликантной таблицы.

Метод полного перебора достаточно трудоемок и заключается в выделении всех вариантов покрытий непосредственно по импликантной таблице и выборе из них минимального.

Метод Петрика основан на составлении булева выражения, определяющего условие покрытия всех существенных вершин булевой функции из упрощенной импликантной таблицы. Булево выражение представляет собой конъюнкцию дизъюнктивных термов, каждый из которых включает в себя совокупность всех простых импликант, покрывающих одну существенную вершину функции. Полученное выражение преобразуется в дизъюнктивную форму и минимизируется с использованием законов поглощения и тавтологии. Каждый конъюнктивный терм дизъюнктивной формы соответствует одному из вариантов покрытия, из которых выбирается минимальное.

Дальнейшее упрощение импликантной таблицы базируется на применении двух операций: удаление “лишних” строк (простых импликант) и удаление “лишних” столбцов (существенных вершин). При этом используются следующие правила:

1. Если множество существенных вершин, покрываемых импликантой z_i , является подмножеством существенных вершин, покрываемых импликантой z_j и размерность куба, соответствующего z_i , не больше размер-

ности куба, соответствующего z_j , то импликанта z_i является “лишней”, так как существенные вершины, покрываемые ею, могут быть покрыты импликантой z_j .

2. Если множество импликант, покрывающих существенную вершину t_i , является подмножеством импликант, покрывающих существенную вершину t_j , то вершина t_j является “лишней”, так как ее покрытие обеспечивается любой из импликант, покрывающих оставшуюся в таблице вершину t_i .

После вычеркивания “лишних” импликант и вершин могут появиться новые существенные импликанты. Упрощение таблицы продолжается до тех пор, пока это возможно.

1.4. Минимизация булевых функций на картах Карно

Карты Карно являются одним из способов таблично-графического представления булевых функций. Они используются для минимизации булевых функций от небольшого числа переменных (как правило, от трех до шести). С использованием карт Карно достаточно просто выделяется минимальное покрытие функции, по которому составляется МДНФ (для единичного покрытия) или МКНФ (для нулевого). Для этой цели на карте выделяются максимальные кубы, представляемые прямоугольниками из клеток, отмеченных единицами или нулями. Две соседние клетки карты образуют 1-куб, четыре - 2-куб, восемь - 3-куб и т.д.

Покрытие с минимальной ценой формируется, если каждая существенная вершина будет покрыта максимальным кубом наибольшей размерности и для покрытия всех существенных вершин будет использовано наименьшее число кубов.

1.5. Факторизация и декомпозиция булевых функций

Факторизация булевой функции состоит в вынесении общих частей из термов с целью уменьшения цены схемы. В некоторых случаях факторизация может привести и к увеличению цены схемы.

Если булева функция имеет несколько минимальных форм, для наиболее эффективного факторного преобразования необходимо выбрать такую форму, у которой удастся вынести наибольшее число букв из наибольшего числа термов.

Задача декомпозиции булевой функции $f(x)$ в простейшем случае, называемом разделительной декомпозицией, состоит в разбиении множества аргументов X на ряд подмножеств, в частном случае на два – V и W – таким образом, чтобы $V \cup W = X$ и $f(x) = f(\varphi(V), W)$, где $\varphi(V)$ – вспомогательная булева функция. В некоторых случаях применение декомпозиции позволяет уменьшить цену схемы.

1.6. Синтез комбинационных схем в различных базисах

1.6.1. Основные положения

В результате синтеза должны быть определены состав логических элементов, входящих в комбинационную схему, и порядок их соединения между собой [2, 4, 5]. При построении комбинационной схемы рекомендуется опираться на следующие положения.

1. Качество синтезируемой схемы оценивается двумя основными показателями: затратами оборудования и быстродействием. Затраты оборудования определяются ценой схемы по Квайну, а быстродействие схемы – задержкой распространения сигналов от входов схемы до ее выхода. Задержка схемы T определяется в виде: $T = k\tau$, где τ – задержка на одном логическом элементе, k – максимальное число элементов на пути по схеме от ее входов до выхода.

2. В зависимости от того, какой из показателей качества выбирается за основной, задача синтеза комбинационных схем может решаться в одной из двух постановок:

- синтезировать схему с минимальной ценой;
- синтезировать схему с минимальной задержкой.

В первом случае для получения аналитической формы булевой функции, дающей минимум цены схемы, последовательно решаются задачи минимизации, факторизации и декомпозиции.

Во втором случае в качестве аналитической формы булевой функции выбирают МДНФ или МКНФ, пренебрегая решением задач факторизации и декомпозиции, которые уменьшая цену схемы, увеличивают ее задержку.

В рамках курсовой работы решается задача синтеза комбинационной схемы в первой постановке. Однако, при наличии нескольких аналитических форм, обеспечивающих одинаковое и минимальное значение цены схемы, предпочтение следует отдавать той из них, которая приводит к построению схемы с меньшей задержкой.

3. Как правило, синтезируемая схема строится на логических элементах, относящихся к некоторому базису. Система элементов, образующих базис, должна обладать свойством *функциональной полноты*, т.е. быть достаточной для построения комбинационной схемы, реализующей любую сколь угодно сложную булеву функцию. К основным функционально полным системам элементов относятся:

- (И, ИЛИ, НЕ) – булев базис;
- (И-НЕ), (ИЛИ-НЕ) – универсальные базисы;
- (И, НЕ), (ИЛИ, НЕ) – сокращенные булевы базисы;
- (И, М2) – базис Жегалкина.

В базисе Жегалкина элемент М2 реализует функцию сложения по модулю два.

4. При синтезе комбинационных схем необходимо учитывать, в каком виде представляются входные сигналы схемы (входные переменные, интерпретирующие в схеме аргументы реализуемой функции): в прямом и инверсном или только в прямом. В первом случае синтезируется схема с *парафазными входами*, во втором – с *однофазными входами*. В схемах с однофазными входами отрицания входных переменных реализуются отдельными элементами – инверторами.

5. При построении схем в реальной системе элементов необходимо учитывать ряд конструктивных требований, основным из которых является ограничение на число входов в логические элементы, определяемое *коэффициентом объединения по входам*.

В рамках курсовой работы принимается значение этого коэффициента, равное двум.

1.6.2. Булев базис

Логические элементы этого базиса (И, ИЛИ, НЕ) реализуют булевы функции, с помощью которых представлено аналитическое выражение заданной функции, используемое для построения схемы с минимальной ценой. В связи с этим синтез схемы осуществляется непосредственной интерпретацией операций булева базиса (конъюнкции, дизъюнкции, отрицания) в соответствующие логические элементы (И, ИЛИ, НЕ). Аргументы булевой функции и их инверсии интерпретируются входами в логические элементы для схем с парафазными входами. Для схем с однофазными входами отрицания аргументов интерпретируются входными инверторами.

1.6.3. Универсальные базисы

Для построения схем в универсальных базисах можно использовать следующие подходы:

а) Преобразование аналитического выражения к соответствующему универсальному базису путем замены операций булева базиса на операции штрих Шеффера (отрицание конъюнкции) для базиса (И-НЕ) или стрелка Пирса (отрицание дизъюнкции) для базиса (ИЛИ-НЕ) и построение схемы по полученному выражению. Переход к универсальным базисам осуществляется с использованием законов двойного отрицания и двойственности (правил де-Моргана).

б) Преобразование схемы из булевого базиса в универсальный базис.

Такое преобразование осуществляется путем замены элементов булевого базиса соответствующими логическими эквивалентами универсального базиса. Логические эквиваленты универсальных базисов элементам булева базиса приведены в табл. 1.

После формального построения схемы по логическим эквивалентам из нее исключаются входные инверторы с заменой прямых значений входных переменных на их инверсии (только для схем с парафазными входами) и

инверсий входных переменных на их прямые значения. Кроме того из схемы исключаются пары последовательных инверторов.

Таблица 1

Элемент булева базиса	Универсальный базис И-НЕ		Универсальный базис ИЛИ-НЕ	
	Формула	Логический эквивалент	Формула	Логический эквивалент
	$\bar{a} = \overline{a \cdot a}$		$\bar{a} = \overline{a \vee a}$	
	$a \vee b = \overline{\overline{a} \cdot \overline{b}}$		$a \vee b = \overline{\overline{a \vee b}}$	
	$a \cdot b = \overline{\overline{a \cdot b}}$		$a \cdot b = \overline{\overline{a \vee b}}$	

Замечание.

Преобразование дизъюнктивной формы в базис (ИЛИ-НЕ) приводит к использованию в схеме дополнительного выходного инвертором, также как и преобразование конъюнктивной формы в базис (И-НЕ), что, в свою очередь, увеличивает цену и задержку схемы.

1.6.4. Сокращенные булевы базисы

Построение комбинационных схем в базисах (И, НЕ) и (ИЛИ, НЕ) производится по исходному аналитическому выражению, в котором предварительно все операции дизъюнкции для базиса (И, НЕ) или конъюнкции для базиса (ИЛИ, НЕ) заменяются следующим образом:

$$a \vee b = \overline{\overline{a} \cdot \overline{b}}, \quad a \cdot b = \overline{\overline{a \vee b}}.$$

Замечание.

Преобразование дизъюнктивной формы в базис (И, НЕ) приводит к схеме с дополнительным выходным инвертором, также как и преобразование конъюнктивной формы в базис (ИЛИ, НЕ), что, в свою очередь, увеличивает цену и задержку схемы.

1.6.5. Базис Жегалкина

Классическим подходом к построению комбинационных схем в этом базисе является предварительное преобразование исходной аналитической формы путем замены операций дизъюнкции на операции конъюнкции и сложения по модулю два в соответствии с выражением:

$$a \vee b = a \oplus b \oplus ab.$$

В качестве упрощенного подхода можно использовать предварительное преобразование аналитической формы в базис (И, НЕ) с последующей реализацией инверсий над конъюнкциями с помощью двухвходовых элементов М2, на один вход которых подается инвертируемая переменная, а на другой - логическая константа «единица». Это преобразование соответствует соотношению:

$$\bar{a} = a \oplus 1.$$

1.7. Синтез комбинационных схем с учетом коэффициента объединения по входам

Коэффициент объединения по входам I задает число входов элемента, т.е. максимальное число элементов, выходы которых могут быть объединены через входы данного.

Преобразование схемы, построенной в булевом базисе, с учетом заданного значения I сводится к простому разделению логических элементов с числом входов, превышающим значение I , и дополнению схемы элементами того же типа для объединения выходов разделяемых элементов.

Для схемы в универсальном базисе при объединении разделяемых элементов добавляются промежуточные инверторы, функции которых реализуются элементами И-НЕ / ИЛИ-НЕ с запараллеленными входами.

2. СИНТЕЗ КОМБИНАЦИОННЫХ СХЕМ, РЕАЛИЗУЮЩИХ ЗАДАННУЮ ФУНКЦИЮ

Рассмотрим методику синтеза схем на примере решения следующей задачи:

Построить комбинационные схемы в различных базисах, реализующие не полностью определенную булеву функцию

$f(X) = f(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5)$, которая принимает значение 1 при условии: $2 \leq |X_4 X_5 X_1 - X_2 X_3| \leq 5$ и неопределенное значение на наборах, для которых $X_4 X_5 = 0$.

Необходимо выполнить следующие этапы:

1. Составить таблицу истинности заданной булевой функции.
2. Представить булеву функцию в аналитическом виде с помощью КДНФ и ККНФ.
3. Найти МДНФ и/или МКНФ методом Квайна – Мак-Класки.
4. Найти МДНФ и МКНФ на картах Карно.
5. Преобразовать МДНФ и МКНФ к форме, обеспечивающей минимум цены схемы.
6. По полученной форме построить комбинационную схему в булевом базисе. Определить задержку схемы.
7. Построить схемы с минимальной ценой в универсальных базисах и сокращенных булевых базисах. Определить задержку каждой из схем.
8. Построить схему в базисе Жегалкина. Определить цену и задержку.
9. Построить схему в универсальном базисе с учетом заданного коэффициента объединения по входам. Определить цену и задержку схемы.
10. Выполнить анализ построенных схем, определив их реакцию на заданные комбинации входных сигналов.

Варианты заданий приведены в приложении 1.

2.1. Составление таблицы истинности

В таблице истинности перечисляются все возможные наборы аргументов и значения функции на этих наборах. Строки упорядочиваются по возрастанию двоичных наборов аргументов. Таким образом, первая строка содержит нулевой набор, а последняя – единичный с десятичным значением $2^n - 1$, где n – число аргументов функции. В целях наглядного представления порядка определения значений функции в таблицу вводятся дополнительные столбцы для значений операндов $(X_4 X_5 X_1)$ и $(X_2 X_3)$ исходного выражения и их десятичных эквивалентов, а также для значения модуля их разности, обозначенного $|-|$. Кроме того, представлено значение $(X_4 X_5)$, определяющее условие для безразличных наборов аргументов. Это условие обладает приоритетом по сравнению с условием для единичного значения функции.

Таблица истинности заданной функции представлена в табл. 2.

Таблица 2

N	X ₁ X ₂ X ₃ X ₄ X ₅	X ₄ X ₅ X ₁	(X ₄ X ₅ X ₁) ₁₀	X ₂ X ₃	(X ₂ X ₃) ₁₀	X ₄ X ₅	(X ₄ X ₅) ₁₀	−	f
0	0 0 0 0 0	0 0 0	0	0 0	0	0 0	0	0	d
1	0 0 0 0 1	0 1 0	2	0 0	0	0 1	1	2	1
2	0 0 0 1 0	1 0 0	4	0 0	0	1 0	2	4	1
3	0 0 0 1 1	1 1 0	6	0 0	0	1 1	3	6	0
4	0 0 1 0 0	0 0 0	0	0 1	1	0 0	0	1	d
5	0 0 1 0 1	0 1 0	2	0 1	1	0 1	1	1	0
6	0 0 1 1 0	1 0 0	4	0 1	1	1 0	2	3	1
7	0 0 1 1 1	1 1 0	6	0 1	1	1 1	3	5	1
8	0 1 0 0 0	0 0 0	0	1 0	2	0 0	0	2	d
9	0 1 0 0 1	0 1 0	2	1 0	2	0 1	1	0	0
10	0 1 0 1 0	1 0 0	4	1 0	2	1 0	2	2	1
11	0 1 0 1 1	1 1 0	6	1 0	2	1 1	3	4	1
12	0 1 1 0 0	0 0 0	0	1 1	3	0 0	0	3	d
13	0 1 1 0 1	0 1 0	2	1 1	3	0 1	1	1	0
14	0 1 1 1 0	1 0 0	4	1 1	3	1 0	2	1	0
15	0 1 1 1 1	1 1 0	6	1 1	3	1 1	3	3	1
16	1 0 0 0 0	0 0 1	1	0 0	0	0 0	0	1	d
17	1 0 0 0 1	0 1 1	3	0 0	0	0 1	1	3	1
18	1 0 0 1 0	1 0 1	5	0 0	0	1 0	2	5	1
19	1 0 0 1 1	1 1 1	7	0 0	0	1 1	3	7	0
20	1 0 1 0 0	0 0 1	1	0 1	1	0 0	0	0	d
21	1 0 1 0 1	0 1 1	3	0 1	1	0 1	1	2	1
22	1 0 1 1 0	1 0 1	5	0 1	1	1 0	2	4	1
23	1 0 1 1 1	1 1 1	7	0 1	1	1 1	3	6	0
24	1 1 0 0 0	0 0 1	1	1 0	2	0 0	0	1	d
25	1 1 0 0 1	0 1 1	3	1 0	2	0 1	1	1	0
26	1 1 0 1 0	1 0 1	5	1 0	2	1 0	2	3	1
27	1 1 0 1 1	1 1 1	7	1 0	2	1 1	3	5	1
28	1 1 1 0 0	0 0 1	1	1 1	3	0 0	0	2	d
29	1 1 1 0 1	0 1 1	3	1 1	3	0 1	1	0	0
30	1 1 1 1 0	1 0 1	5	1 1	3	1 0	2	2	1
31	1 1 1 1 1	1 1 1	7	1 1	3	1 1	3	4	1

2.2. Представление булевой функции в аналитическом виде

$$\text{КДНФ: } f = \bar{x}_1 \bar{x}_2 \bar{x}_3 \bar{x}_4 \bar{x}_5 \vee \bar{x}_1 \bar{x}_2 \bar{x}_3 \bar{x}_4 x_5 \vee \bar{x}_1 \bar{x}_2 \bar{x}_3 x_4 \bar{x}_5 \vee \bar{x}_1 \bar{x}_2 \bar{x}_3 x_4 x_5 \vee \bar{x}_1 \bar{x}_2 x_3 \bar{x}_4 \bar{x}_5 \vee \bar{x}_1 \bar{x}_2 x_3 \bar{x}_4 x_5 \vee \bar{x}_1 \bar{x}_2 x_3 x_4 \bar{x}_5 \vee \bar{x}_1 \bar{x}_2 x_3 x_4 x_5 \vee \bar{x}_1 x_2 \bar{x}_3 \bar{x}_4 \bar{x}_5 \vee \bar{x}_1 x_2 \bar{x}_3 \bar{x}_4 x_5 \vee \bar{x}_1 x_2 \bar{x}_3 x_4 \bar{x}_5 \vee \bar{x}_1 x_2 \bar{x}_3 x_4 x_5 \vee \bar{x}_1 x_2 x_3 \bar{x}_4 \bar{x}_5 \vee \bar{x}_1 x_2 x_3 \bar{x}_4 x_5 \vee \bar{x}_1 x_2 x_3 x_4 \bar{x}_5 \vee \bar{x}_1 x_2 x_3 x_4 x_5$$

$$\text{ККНФ: } f = (x_1 \vee x_2 \vee x_3 \vee x_4 \vee x_5)(\bar{x}_1 \vee \bar{x}_2 \vee \bar{x}_3 \vee \bar{x}_4 \vee \bar{x}_5)(x_1 \vee \bar{x}_2 \vee x_3 \vee x_4 \vee \bar{x}_5)(\bar{x}_1 \vee \bar{x}_2 \vee \bar{x}_3 \vee \bar{x}_4 \vee \bar{x}_5)(\bar{x}_1 \vee x_2 \vee x_3 \vee \bar{x}_4 \vee \bar{x}_5)(\bar{x}_1 \vee x_2 \vee \bar{x}_3 \vee \bar{x}_4 \vee \bar{x}_5)(\bar{x}_1 \vee x_2 \vee \bar{x}_3 \vee x_4 \vee \bar{x}_5)(\bar{x}_1 \vee x_2 \vee x_3 \vee x_4 \vee \bar{x}_5)(\bar{x}_1 \vee x_2 \vee x_3 \vee \bar{x}_4 \vee x_5)(\bar{x}_1 \vee x_2 \vee x_3 \vee x_4 \vee x_5)$$

2.3. Минимизация булевой функции методом Квайна–МакКласки

Нахождение простых импликант (максимальных кубов).

Получение кубов различной размерности кубического комплекса $K(f)$ и выделение из них простых импликант приведено в табл.3.

Таблица 3

$K^0(f) \cup N(f)$	$K^1(f)$	$K^2(f)$	$K^3(f)$	$Z(f)$
1. 00000 v	1. 0000X v 1-2	1. X000X 1-16 5-6	X0XX0 2-15	X0XX0
2. 00001 v	2. 000X0 v 1-3	2. 00XX0 v 2-10 3-7	4-10	XX0X0
3. 00010 v	3. 00X00 v 1-4	3. 0X0X0 v 2-13 4-8	6-8	XXX00
4. 00100 v	4. 0X000 v 1-5	4. X00X0 v 2-17 5-9	XX0X0 3-16	1XXX0
5. 01000 v	5. X0000 v 1-6	5. 0XX00 v 3-14 4-11	4-12	X000X
6. 10000 v	6. X0001 v 2-10	6. X0X00 v 3-18 5-12	7-9	10X0X
7. 00110 v	7. 00X10 v 3-7	7. XX000 v 4-19 5-15	XXX00 5-17	X101X
8. 01010 v	8. 0X010 v 3-8	8. X0X10 v 7-26 9-21	6-13	X1X11
9. 01100 v	9. X0010 v 3-11	9. XX010 v 8-27 9-23	7-11	11X1X
10. 10001 v	10. 001X0 v 4-7	10. X01X0 v 10-29 12-21	1XXX0 15-21	0011X
11. 10010 v	11. 0X100 v 4-9	11. XX100 v 11-30 12-24	16-20	0X111
12. 10100 v	12. X0100 v 4-12	12. X10X0 v 13-31 15-23	17-19	
13. 11000 v	13. 010X0 v 5-8	13. X1X00 v 14-32 15-24		
14. 00111 v	14. 01X00 v 5-9	14. 10X0X 16-28 18-25		
15. 01011 v	15. X1000 v 5-13	15. 10XX0 v 17-29 18-26		
16. 10101 v	16. 1000X v 6-10	16. 1X0X0 v 17-31 19-27		
17. 10110 v	17. 100X0 v 6-11	17. 1XX00 v 18-32 19-30		
18. 11010 v	18. 10X00 v 6-12	18. X101X 22-37 23-35		
19. 11100 v	19. 1X000 v 6-13	19. 1XX10 v 26-38 27-36		
20. 01111 v	20. 0011X 7-14	20. 1X1X0 v 29-39 30-36		
21. 11011 v	21. X0110 v 7-17	21. 11XX0 v 31-39 32-38		
22. 11110 v	22. 0101X v 8-15	22. X1X11 34-41 35-40		
23. 11111 v	23. X1010 v 8-18	23. 11X1X 37-42 38-41		
	24. X1100 v 9-19			
	25. 10X01 v 10-16			
	26. 10X10 v 11-17			
	27. 1X010 v 11-18			
	28. 1010X v 12-16			
	29. 101X0 v 12-17			
	30. 1X100 v 12-19			
	31. 110X0 v 13-18			
	32. 11X00 v 13-19			
	33. 0X111 14-20			
	34. 01X11 v 15-20			
	35. X1011 v 15-21			
	36. 1X110 v 17-22			
	37. 1101X v 18-21			
	38. 11X10 v 18-22			
	39. 111X0 v 19-22			
	40. X1111 v 20-23			
	41. 11X11 v 21-23			
	42. 1111X v 22-23			

Составление импликантной таблицы.

Импликантная таблица (табл. 4) в первоначальном виде содержит 11 строк (по числу простых импликант) и 15 столбцов (по числу существенных вершин).

Таблица 4

Простые импликанты (максимальные кубы)		0-кубы														
		0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1
		0	0	0	0	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
		0	0	1	1	0	0	1	0	0	1	1	0	0	1	1
		0	1	1	1	1	1	1	0	1	0	1	1	1	1	1
		1	0	0	1	0	1	1	1	0	1	0	0	1	0	1
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
1	1XXX0									*		*	*		*	
2	X0XX0		*	*						*		*				
3	XX0X0		*			*				*			*			
4	XXX00															
5	X101X					*	*						*	*		
6	X1X11						*	*						*		*
7	11X1X												*	*	*	*
8	X000X	(*)							*							
9	0011X			*	*											
10	10X0X								*		(*)					
11	0X111				*			*								

Определение существенных импликант

Импликанты 8 и 10 – существенные, так как они покрывают вершины 1 и 10 соответственно, не покрытые другими импликантами. Вычеркнем из таблицы строки, соответствующие этим импликантам, а также столбцы, соответствующие вершинам, покрываемым существенными импликантами. Это вершины 1, 8 и 10. Импликанта 4, не покрывающая ни одной вершины, также вычеркивается из таблицы. В результате получаем упрощенную импликантную таблицу (табл.5).

Таблица 5

Простые импликанты (максимальные кубы)		0-кубы											
		0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1
		0	0	0	1	1	1	0	0	1	1	1	1
		0	1	1	0	0	1	0	1	0	0	1	1
		1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
		0	0	1	0	1	1	0	0	0	1	0	1
		a	b	c	d	e	f	g	h	k	l	m	n
1XXX0	A							*	*	*		*	
X0XX0	B	*	*					*	*				
XX0X0	C	*			*			*		*			
X101X	D				*	*				*	*		
X1X11	E					*	*				*		*
11X1X	F									*	*	*	*
0011X	G		*	*									
0X111	H			*			*						

Множество существенных импликант (максимальных кубов) образует ядро покрытия как его обязательную часть:

$$T = \left\{ \begin{matrix} X000X \\ 10X0X \end{matrix} \right\}.$$

Определение минимального покрытия

Метод Петрика. Выпишем булево выражение Y , определяющее условие покрытия всех 0-кубов (существенных вершин), не покрываемых существенными импликантами, в соответствии с табл.5.

$$Y = (B \vee C)(B \vee G)(G \vee H)(C \vee D)(D \vee E)(E \vee H)(A \vee B \vee C)(A \vee B) \\ (A \vee C \vee D \vee F)(D \vee E \vee F)(A \vee F)(E \vee F).$$

Применим закон поглощения к дизъюнктивным термам, в результате чего в выражении остаются только двухбуквенные термы

$$Y = (B \vee C)(B \vee G)(G \vee H)(C \vee D)(D \vee E)(E \vee H)(A \vee B)(A \vee F)(E \vee F). \quad (2)$$

Выполняя операции попарного логического умножения применительно к термам, содержащим одинаковые буквы, с последующим применением закона поглощения, приведем исходную конъюнктивную форму Y (2) к дизъюнктивной

$$Y = ABDEG \vee ACEG \vee ABCEH \vee ABDEH \vee ACDFGH \vee \\ \vee BDEFG \vee BCEFG \vee BCEFH \vee BDFH.$$

В полученном выражении каждый из девяти конъюнктивных термов соответствует одному из вариантов покрытия, среди которых находятся и минимальные (в частном случае оно единственное).

Возможны следующие варианты покрытия:

$$C_1 = \left\{ \begin{matrix} T \\ A \\ B \\ D \\ E \\ G \end{matrix} \right\}; \quad C_2 = \left\{ \begin{matrix} T \\ A \\ C \\ E \\ G \end{matrix} \right\}; \quad C_3 = \left\{ \begin{matrix} T \\ A \\ B \\ C \\ E \\ H \end{matrix} \right\}; \quad C_4 = \left\{ \begin{matrix} T \\ A \\ B \\ D \\ E \\ H \end{matrix} \right\}; \quad C_5 = \left\{ \begin{matrix} T \\ A \\ C \\ D \\ F \\ G \\ H \end{matrix} \right\};$$

$$S_1^a = 20, \quad S_2^a = 17, \quad S_3^a = 19, \quad S_4^a = 20, \quad S_5^a = 24,$$

$$S_1^b = 27, \quad S_2^b = 23, \quad S_3^b = 26, \quad S_4^b = 27, \quad S_5^b = 32,$$

$$C_6 = \begin{Bmatrix} T \\ B \\ D \\ E \\ F \\ G \end{Bmatrix}; \quad C_7 = \begin{Bmatrix} T \\ B \\ C \\ E \\ F \\ G \end{Bmatrix}; \quad C_8 = \begin{Bmatrix} T \\ B \\ C \\ E \\ F \\ H \end{Bmatrix}; \quad C_9 = \begin{Bmatrix} T \\ B \\ D \\ F \\ H \end{Bmatrix}$$

$$S_6^a = 21, \quad S_7^a = 20, \quad S_8^a = 20, \quad S_9^a = 18$$

$$S_6^b = 28, \quad S_7^b = 27, \quad S_8^b = 27, \quad S_9^b = 24,$$

Минимальное покрытие функции – C_2 .

$$C_{\min}(f) = \begin{Bmatrix} X000X \\ 10X0X \\ 1XXX0 \\ XX0X0 \\ X1X11 \\ 0011X \end{Bmatrix} \quad S^a = 17, \quad S^b = 23.$$

Этому покрытию соответствует МДНФ следующего вида:

$$f = \bar{x}_2 \bar{x}_3 \bar{x}_4 \vee x_1 \bar{x}_2 \bar{x}_4 \vee x_1 \bar{x}_5 \vee \bar{x}_3 \bar{x}_5 \vee x_2 x_4 x_5 \vee \bar{x}_1 \bar{x}_2 x_3 x_4$$

Можно отметить, что число букв (аргументов булевой функции и их отрицаний) в МДНФ совпадает с ценой покрытия S^a , а суммарное число букв и число термов совпадает с ценой покрытия S^b .

Дальнейшее упрощение импликантной таблицы

К упрощенной импликантной таблице (табл. 5) применим операцию удаления “лишних” столбцов (существенных вершин). В отношении “множество-подмножество” находятся отметки следующих пар столбцов: g и a , g и h , k и d , k и m , l и e , l и n .

Таким образом из табл. 5 можно удалить столбцы g , k и l , после чего получим табл. 6.

Дальнейшие упрощения табл. 6 невозможны. Для определения минимального покрытия можно использовать *метод Петрика*.

Таблица 6

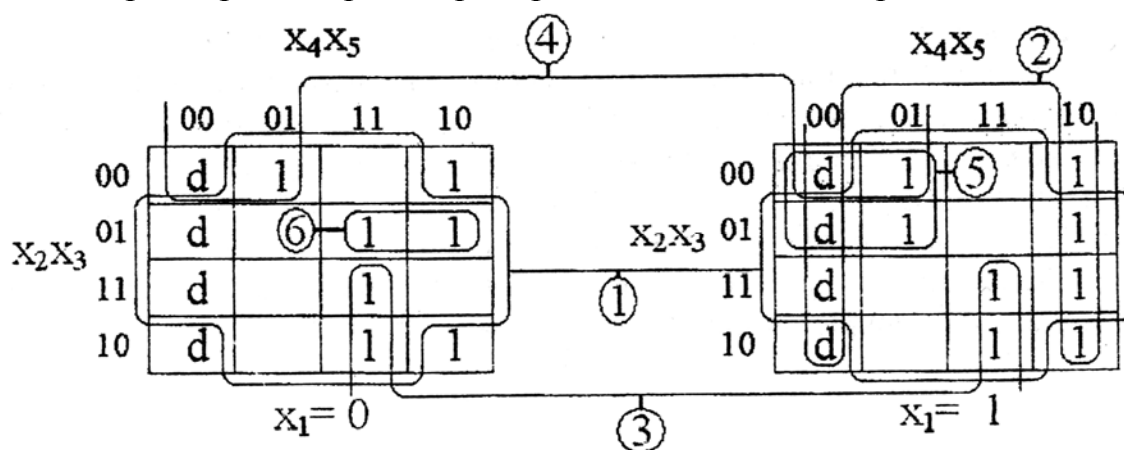
Простые импликанты (максималь- ные кубы)		0-кубы								
		0	0	0	0	0	0	1	1	1
		0	0	0	1	1	1	0	1	1
		0	1	1	0	0	1	1	1	1
		1	1	1	1	1	1	1	1	1
		0	0	1	0	1	1	0	0	1
		a	b	c	d	e	f	h	m	n
1XXX0	A							*	*	
X0XX0	B	*	*					*		
XX0X0	C	*			*					
X101X	D				*	*				
X1X11	E					*	*			*
11X1X	F								*	*
0011X	G		*	*						
0X111	H			*			*			

Исходное булево выражение Y , определяющее условие покрытия существенных вершин по табл. 6, будет иметь вид (2).

2.4. Минимизация булевой функции на картах Карно

2.4.1. Определение МДНФ

Для минимизации булевой функции от пяти переменных используем две четырехмерные карты Карно, различающиеся по переменной x_1 .



На карте выделены максимальные кубы, образующие минимальное покрытие. Кубы 1 и 2 являются 3-кубами. Куб 2 представляется на правой карте ($x_1=1$) прямоугольником из восьми клеток, а куб 1 – на обеих картах. Кубы 3, 4 и 5 являются 2-кубами и состоят из четырех клеток. При этом куб 5 образует квадрат на правой карте ($x_1=1$), а кубы 3 и 4 являются объединением соседних клеток, принадлежащих обеим картам. Куб 6 является 1-кубом и представляется двумя соседними клетками на левой карте ($x_1=0$).

Получаем $C_{\min}(f) = \left\{ \begin{array}{l} \text{XX0X0} \\ 1\text{XXXX} \\ \text{X1X11} \\ \text{X000X} \\ 10\text{X0X} \\ 0011\text{X} \end{array} \right\} \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \\ 6 \end{pmatrix} S^a = 17, S^b = 23$

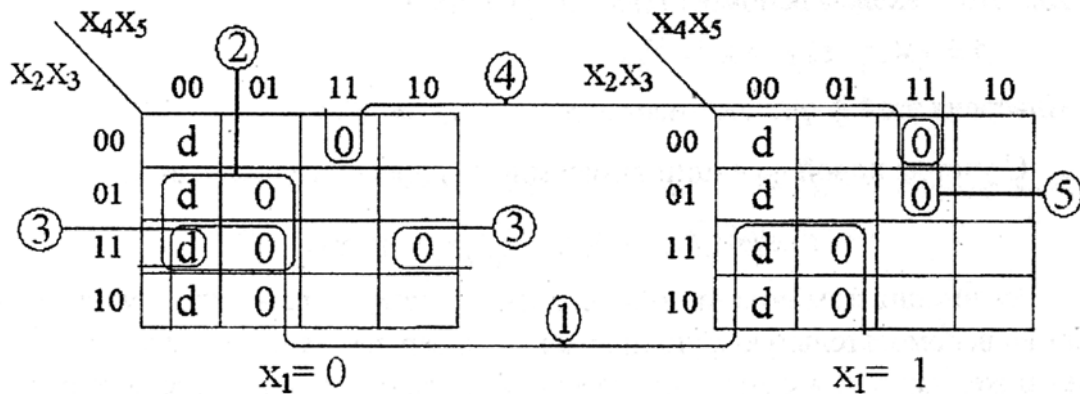
Отметим, что цены минимальных покрытий, полученных методом Квайна – Мак-Класки и с помощью карт Карно, совпадают, так как цена минимального покрытия булевой функции не зависит от метода его нахождения.

МДНФ имеет следующий вид:

$$f = \bar{x}_3 \bar{x}_5 \vee x_1 \bar{x}_5 \vee x_2 x_4 x_5 \vee \bar{x}_2 \bar{x}_3 \bar{x}_4 \vee x_1 \bar{x}_2 \bar{x}_4 \vee \bar{x}_1 \bar{x}_2 x_3 x_4.$$

2.4.2. Определение МКНФ

Получение МКНФ производится по нулевому покрытию булевой функции. Для этой цели на карте Карно выделяются клетки, соответствующие наборам аргументов, на которых функция принимает нулевое значение (клетки отмечаются нулем). Минимальное нулевое покрытие определяется по тем же принципам, что и единичное, но обозначается $C_{\min}(\bar{f})$.



Получаем $C_{\min}(\bar{f}) = \left\{ \begin{array}{l} \text{X1X0X} \\ 0\text{X10X} \\ 011\text{X0} \\ \text{X0011} \\ 10\text{X11} \end{array} \right\} \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \end{pmatrix} S^a = 17, S^b = 2 = 22$

МКНФ имеет следующий вид:

$$f = (\bar{x}_2 \vee x_4) \cdot (x_1 \vee \bar{x}_3 \vee x_4) \cdot (x_1 \vee \bar{x}_2 \vee \bar{x}_3 \vee x_5) \cdot (x_2 \vee x_3 \vee \bar{x}_4 \vee \bar{x}_5) \cdot (\bar{x}_1 \vee x_2 \vee \bar{x}_4 \vee \bar{x}_5).$$

2.5. Преобразование минимальных форм булевой функции

МНФ, как правило, не дают абсолютного минимума цены схемы S_Q , реализующей заданную функцию. В связи с этим после нахождения МДНФ и МКНФ производится их дальнейшее преобразование путем решения задач факторизации и декомпозиции.

Эффект факторного преобразования, связанный с изменением цены схемы ΔS_Q за счет вынесения m букв из k термов МНФ, можно оценить выражением

$$\Delta S_Q = m(k-1) + p - \Delta,$$

где p – число термов, в которых после вынесения m букв остается одна буква ($p \leq k$); $\Delta=1$, если вынесение производится из всех термов МНФ, или $\Delta=2$, если не из всех.

Факторное преобразование для МДНФ:

$$\begin{aligned} f &= \bar{x}_3 \bar{x}_5 \vee x_1 \bar{x}_5 \vee x_2 x_4 x_5 \vee \bar{x}_2 \bar{x}_3 \bar{x}_4 \vee x_1 \bar{x}_2 \bar{x}_4 \vee \bar{x}_1 \bar{x}_2 x_3 x_4 = (S_Q=23) \\ &= \bar{x}_5 (x_1 \vee \bar{x}_3) \vee x_2 x_4 x_5 \vee \bar{x}_2 \bar{x}_4 (x_1 \vee \bar{x}_3) \vee \bar{x}_1 \bar{x}_2 x_3 x_4 = (S_Q=20) \\ &= (x_1 \vee \bar{x}_3) (\bar{x}_2 \bar{x}_4 \vee \bar{x}_5) \vee x_2 x_4 x_5 \vee \bar{x}_1 \bar{x}_2 x_3 x_4. (S_Q=18) \end{aligned} \quad (3)$$

Решим задачу декомпозиции применительно к полученной форме. Для этого введем вспомогательную функцию

$$\varphi = \varphi(x_1, x_3) = x_1 \vee \bar{x}_3.$$

Инверсия этой функции имеет вид $\bar{\varphi} = \bar{x}_1 x_3$.

С учетом новой функции выражение (3) преобразуется к виду:

$$\begin{aligned} f &= \varphi \cdot (\bar{x}_2 \bar{x}_4 \vee \bar{x}_5) \vee x_2 x_4 x_5 \vee \bar{\varphi} \cdot \bar{x}_2 x_4. \\ \varphi &= x_1 \vee \bar{x}_3. \quad S_Q^\varphi = 2, \quad S_Q^f = 16. \end{aligned} \quad (4)$$

Реализация комбинационной схемы по выражению (4) с учетом затрат на вспомогательную функцию φ и ее инверсию дает цену схемы $S_Q=18$, такую же, как и для схемы, построенной по форме (3), но задержка схемы будет больше ($T=4\tau$).

Факторное преобразование для МКНФ:

$$\begin{aligned} f &= (\bar{x}_2 \vee x_4) \cdot (x_1 \vee \bar{x}_3 \vee x_4) \cdot (x_1 \vee \bar{x}_2 \vee \bar{x}_3 \vee x_5) \cdot \\ &\cdot (x_2 \vee x_3 \vee \bar{x}_4 \vee \bar{x}_5) \cdot (\bar{x}_1 \vee x_2 \vee \bar{x}_4 \vee \bar{x}_5) = (S_Q=22) \\ &= (x_4 \vee \bar{x}_2 (x_1 \vee \bar{x}_3)) \cdot (x_2 \vee \bar{x}_4 \vee \bar{x}_5 \vee \bar{x}_1 x_3) \cdot \\ &\cdot (x_1 \vee \bar{x}_2 \vee \bar{x}_3 \vee x_5). (S_Q = 19) \end{aligned} \quad (5)$$

Следует отметить, что вынесение x_4 из первых двух термов МКНФ не дает уменьшения цены схемы: $\Delta S_Q = 0$ ($m=1, k=2, p=1, \Delta=2$), однако являет-

ся целесообразным для дальнейшей декомпозиции за счет введения вспомогательной функции φ , такой же как и в предыдущем случае. Выражение (5) после декомпозиции примет вид:

$$\varphi = x_1 \vee \bar{x}_3, \quad f = (x_4 \vee \bar{x}_2 \cdot \varphi)(x_2 \vee \bar{x}_4 \vee \bar{x}_5 \vee \bar{\varphi})(\bar{x}_2 \vee x_5 \vee \varphi), \quad (S_Q = 17) \quad (6)$$

для которого цена схемы дает абсолютный минимум при условии, что синтезируемая схема строится на элементах булева базиса с парафазными входами.

2.6. Синтез комбинационных схем в булевом базисе

Комбинационная схема, реализующая заданную функцию по аналитической форме (6), в булевом базисе с парафазными входами представлена на рис. 2а, а с однофазными входами – на рис. 2б.

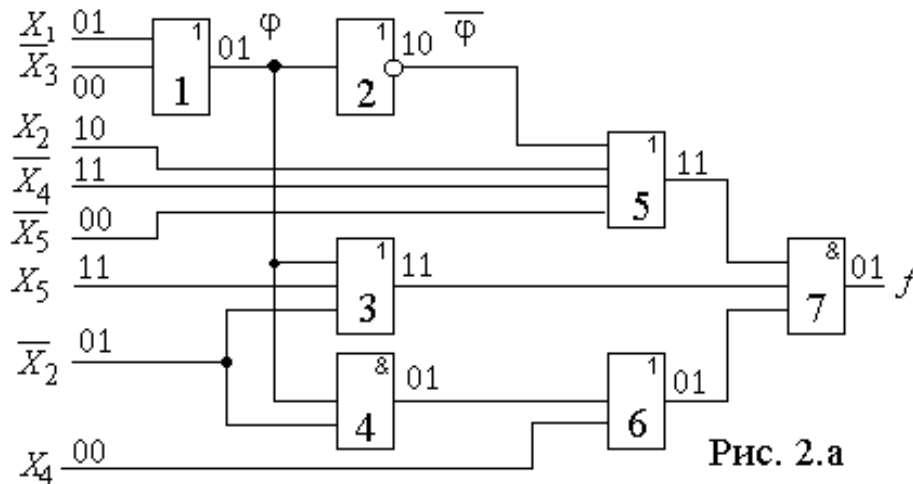


Рис. 2.а

Задержка схемы с парафазными входами $T=4\tau$, цена схемы $S_Q=17$.
Для схемы с однофазными входами $T=5\tau$, цена схемы $S_Q=21$.

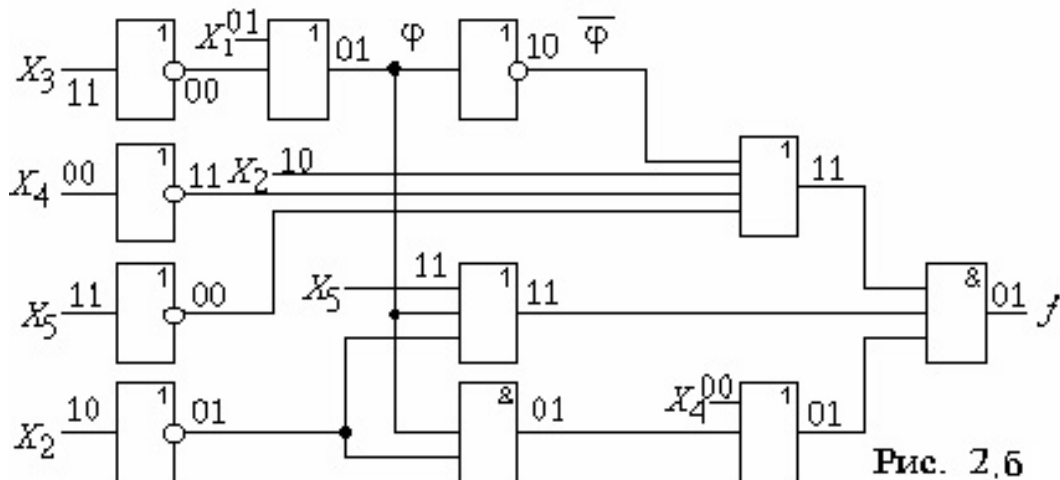


Рис. 2.б

Замечание.

В качестве исходной аналитической формы, по которой построена схема с однофазными входами выбрана форма (6), та же что и для схемы с

парафазными входами. В этой форме все входные переменные кроме x_1 используются в инверсном виде. Тем самым в схему потребуется дополнительно включить четыре входных инвертора, в результате чего цена схемы увеличилась на четыре.

В принципе может оказаться, что для схемы с однофазными входами целесообразнее использовать выражение, не обладающее минимальной ценой для схемы с парафазными входами. Такое может иметь место, если альтернативное выражение содержит меньшее число инверсных входных переменных по сравнению с выражением оптимальным по цене схемы с парафазными входами. Таким образом при построении схемы с однофазными входами целесообразно проводить предварительный анализ конкурирующих выражений для выбора оптимального.

Для рассматриваемого примера конкурирующими являются выражения (3) и (4), полученные по МДНФ и приводящие к получению схемы с парафазными входами с ценой $S_Q=18$. Выражение (3) содержит инверсии всех пяти переменных, следовательно цена схемы с однофазными входами, построенной по этому выражению $S_Q=18 + 5 = 23$. В свою очередь выражение (4) содержит инверсии четырех входных переменных и инверсию вспомогательной переменной $\bar{\varphi}$, которая учтена в исходной цене схемы. В связи с этим цена схемы с однофазными входами, построенной по выражению (4), $S_Q=18 + 4 = 22$, также больше, цены схемы, приведенной на рис. 2б.

Аналогичным образом целесообразно проводить предварительный анализ исходного выражения и при построении схем с однофазными входами в других базисах. При этом необходимо учитывать, что цена инвертора в сокращенных базисах равна единице, а в универсальных базисах и базисе Жегалкина равна двум.

2.7. Синтез комбинационных схем в универсальных базисах

2.7.1. Базис (ИЛИ-НЕ)

а) Приведение аналитического выражения (6) к базису (ИЛИ-НЕ) осуществляется заменой операций булева базиса на операцию стрелка Пирса (отрицание дизъюнкции) путем использования законов двойственности.

$$\begin{aligned}
 \varphi &= x_1 \vee \bar{x}_3 = \overline{\overline{x_1 \vee \bar{x}_3}} = \overline{x_1 \downarrow \bar{x}_3}; \quad \bar{\varphi} = x_1 \downarrow \bar{x}_3. \\
 f &= (x_4 \vee \bar{x}_2 \cdot \varphi)(x_2 \vee \bar{x}_4 \vee \bar{x}_5 \vee \bar{\varphi})(\bar{x}_2 \vee x_5 \vee \varphi) = \\
 &= \overline{\overline{x_4 \vee \bar{x}_2 \vee \bar{\varphi} \vee x_2 \vee \bar{x}_4 \vee \bar{x}_5 \vee \bar{\varphi} \vee \bar{x}_2 \vee x_5 \vee \varphi}} = \\
 &= (x_4 \downarrow (x_2 \downarrow \bar{\varphi})) \downarrow (x_2 \downarrow \bar{x}_4 \downarrow \bar{x}_5 \downarrow \bar{\varphi}) \downarrow (\bar{x}_2 \downarrow x_5 \downarrow \varphi).
 \end{aligned} \tag{7}$$

По полученному выражению строим схему с парафазными входами в базисе (ИЛИ-НЕ) (рис.3).

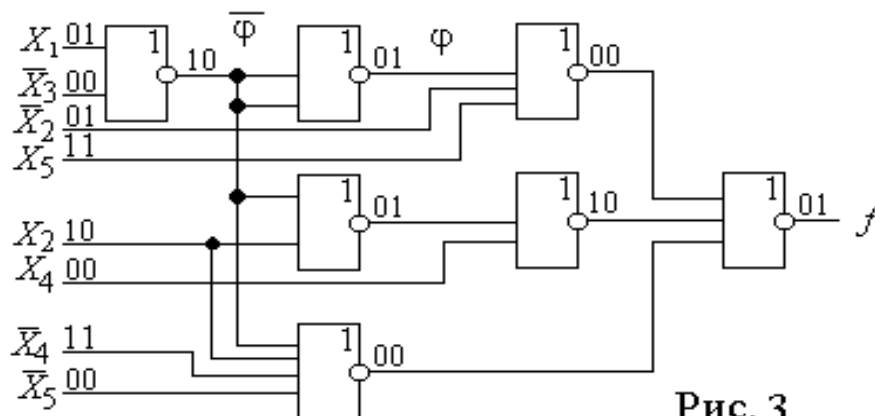


Рис. 3

Задержка схемы $T=4\tau$, цена схемы $S_Q=18$. По сравнению с ценой схемы S_Q , определенной по выражению (6), цена построенной схемы увеличилась за счет того, что в качестве инвертора используется двухвходовой элемент (ИЛИ-НЕ).

б) Преобразование схемы из булева базиса в универсальный

Заменим элементы булева базиса для схемы на рис.2а в соответствии с логическими эквивалентами из табл.1. В результате получим схему, приведенную на рис.4. Пунктирной линией на ней выделены логические эквиваленты элементов булева базиса.

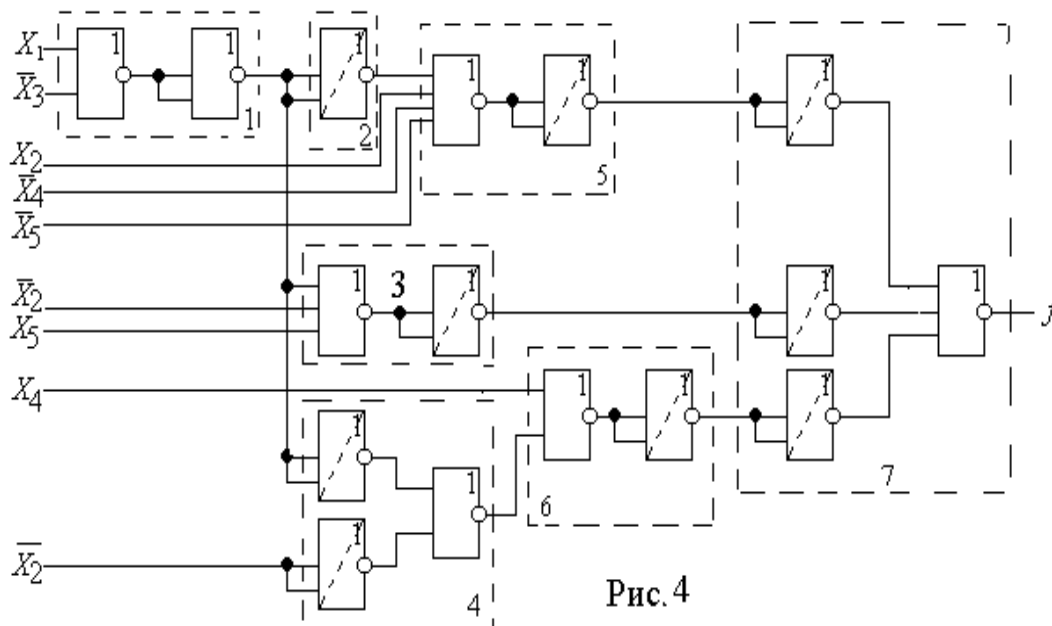


Рис. 4

Исключим из схемы лишние инверторы. К ним относятся:

- входной инвертор для инверсии переменной x_2 (логический эквивалент элемента 4);

- пары последовательных инверторов на связях с выходов логических эквивалентов элементов 3, 5 и 6 на входы логического эквивалента элемента 7.

Кроме того, пары последовательных инверторов составляют выходной инвертор логического эквивалента элемента 1, на котором реализуется вспомогательная функция φ , и входной инвертор логического эквивалента элемента 4, а также логический эквивалент элемента 2. Однако из двух последовательных инверторов обеих пар исключается только один, замыкающий пару, на котором реализуется инверсия вспомогательной функции φ . Лидирующий инвертор пары сохраняется для подачи значения φ на вход логического эквивалента элемента 3. После удаления замыкающих инверторов обеих пар, на выходах которых реализуется инверсия φ , входы логических эквивалентов элементов 4 и 5, связанные с выходом удаляемых инверторов, переключаются к выходу первого элемента логического эквивалента 1, на котором формируется требуемое значение инверсии φ .

После исключения лишних инверторов получим окончательную схему в базисе (ИЛИ-НЕ), аналогичную приведенной на рис.3.

2.7.2. Базис (И-НЕ)

а) Приведение аналитического выражения (6) к базису (И-НЕ) осуществляется заменой операций булева базиса на операцию штрих Шеффера (отрицание конъюнкции) путем использования законов двойственности.

$$\begin{aligned}
 \varphi &= x_1 \vee \bar{x}_3 = \overline{\overline{x_1 \vee \bar{x}_3}} = \overline{\bar{x}_1 x_3} = \bar{x}_1 | x_3. \\
 f &= (x_4 \vee \bar{x}_2 \cdot \varphi)(x_2 \vee \bar{x}_4 \vee \bar{x}_5 \vee \bar{\varphi})(\bar{x}_2 \vee x_5 \vee \varphi) = \\
 &= \overline{\bar{x}_4 \bar{x}_2 \cdot \varphi \cdot \bar{x}_2 x_4 x_5 \varphi \cdot x_2 \bar{x}_5 \bar{\varphi}} = \\
 &= \overline{(\bar{x}_4 | (\bar{x}_2 | \varphi)) | (\bar{x}_2 | x_4 | x_5 | \varphi) | (x_2 | \bar{x}_5 | \bar{\varphi})}. \quad (8)
 \end{aligned}$$

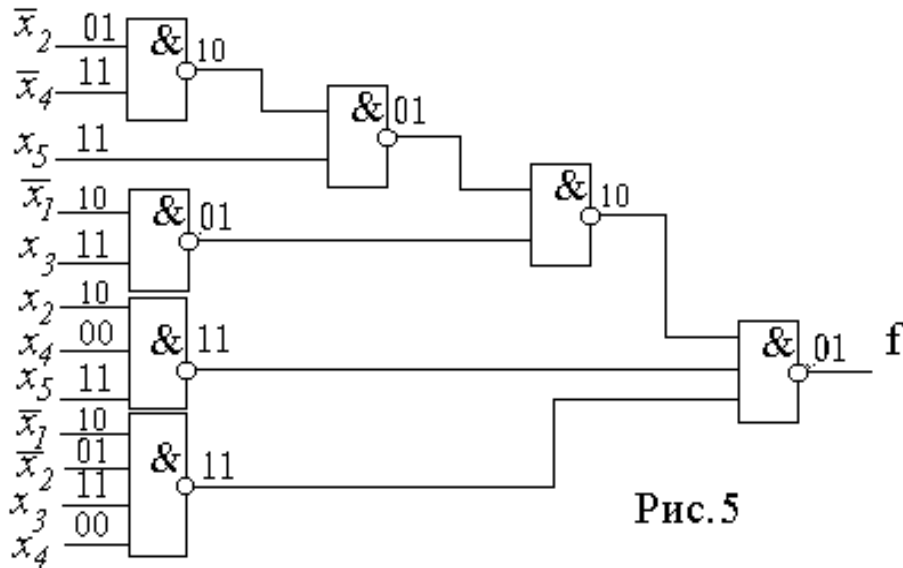
По выражению (8) можно определить цену схемы в базисе (И-НЕ): $S_Q=20$. Увеличение цены схемы на три по сравнению со схемой в булевом базисе связано, во-первых, с реализацией инверсии вспомогательной функции φ (увеличение цены схемы на единицу) и, во-вторых, с использованием выходного инвертора (увеличение цены схемы на два).

Для построения схемы с меньшей ценой целесообразно использовать форму (3), полученную по МДНФ с ценой $S_Q=18$ для булева базиса.

$$\begin{aligned}
 f &= (x_1 \vee \bar{x}_3)(\bar{x}_2 \bar{x}_4 \vee \bar{x}_5) \vee x_2 x_4 x_5 \vee \bar{x}_1 \bar{x}_2 x_3 x_4 = \\
 &= \overline{\overline{x_1 \vee \bar{x}_3} \cdot \overline{x_2 x_4 \vee \bar{x}_5} \vee \overline{x_2 x_4 x_5} \vee \overline{\bar{x}_1 \bar{x}_2 x_3 x_4}} =
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \overline{x_1 x_3 \cdot x_2 x_4 \cdot x_5} \vee \overline{x_2 x_4 x_5} \vee \overline{\bar{x}_1 \bar{x}_2 x_3 x_4} = \\
&= \overline{x_1 x_3 \cdot x_2 x_4 \cdot x_5 \cdot x_2 x_4 x_5 \cdot \bar{x}_1 \bar{x}_2 x_3 x_4} = \\
&= ((\bar{x}_1 | x_3) | ((\bar{x}_2 | x_4) | x_5)) | (x_2 | x_4 | x_5) | (\bar{x}_1 | \bar{x}_2 | x_3 | x_4) \quad (9)
\end{aligned}$$

Схема, построенная по выражению (9) приведена на рис.5. Задержка схемы $T=4\tau$, цена схемы $S_Q=18$ совпадает с ценой для булева базиса.



б) Преобразование схемы из булевого базиса в базис (И-НЕ) осуществляется так же как и для базиса (ИЛИ-НЕ).

2.8. Синтез комбинационных схем в сокращенных булевых базисах

2.8.1. Базис (ИЛИ, НЕ)

В качестве исходного для построения схемы можно, в принципе использовать выражение (7), что приведет к следующим значениям параметров схемы: $S_Q=22$, задержка схемы: $T=8\tau$. Недостатком этой схемы будет наличие выходного инвертора, что обусловлено преобразованием в базис исходной МКНФ. В связи с этим целесообразно рассмотреть преобразование и выражения (3), полученного по МДНФ. Результат преобразования:

$$f = \overline{x_1 \vee \bar{x}_3 \vee x_2 \vee x_4 \vee \bar{x}_5 \vee \bar{x}_2 \vee \bar{x}_4 \vee \bar{x}_5 \vee x_1 \vee x_2 \vee \bar{x}_3 \vee \bar{x}_4}$$

приводит к получению схемы с ценой: $S_Q=24$, задержка схемы: $T=6\tau$.

Еще одним вариантом, который целесообразно рассмотреть является преобразование в базис выражения (4), полученного из (3) применением декомпозиции функции. Результат такого преобразования примет вид:

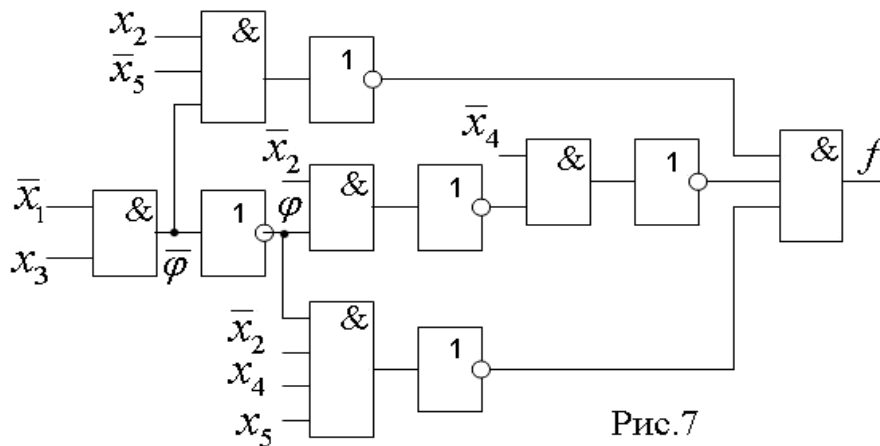


Рис. 7

По схеме можно убедиться в правильности определенных по выражению (8) ее параметров: $S_Q=21$, $T=7\tau$.

2.9. Синтез комбинационных схем в базисе Жегалкина

Упрощенным подходом к построению схемы в базисе (И, М2) является преобразование схемы из сокращенного булева базиса (И, НЕ) в базис Жегалкина. Для этой цели инверторы (элементы НЕ) заменяются двухвходовыми элементами М2, реализующими операции сложения по модулю два (см. подраздел 1.6.5). Комбинационная схема, полученная таким образом из схемы, приведенной на рис. 7, будет обладать ценой $S_Q=26$ и задержкой $T=7\tau$.

Другим, более сложным, подходом является преобразование аналитического выражения для булева базиса в базис Жегалкина путем замены операций дизъюнкции и отрицания операциями конъюнкции и сложения по модулю два (см. подраздел 1.6.5). При этом в целях сокращения достаточно громоздких преобразований в качестве исходного выражения целесообразно выбирать то, в котором используется меньшее число членов в операциях дизъюнкции.

Кроме того, при прочих равных условиях для упрощения преобразований выгоднее использовать выражение, в котором конъюнктивные термы, составляющие дизъюнкцию, содержат взаимно инверсные аргументы булевой функции или вспомогательные переменные, введенные при использовании декомпозиции. За счет этого конъюнкции таких термов обращаются в ноль и, следовательно, исключаются из преобразованного выражения с учетом тождества $a \oplus 0 = a$.

В соответствии с рассмотренными рекомендациями из альтернативных форм, определяемых выражениями (4) и (6), целесообразнее выбрать первую, так как, во первых, она содержит одну двухместную и одну трехместную дизъюнкции, в то время как вторая содержит по одной двух-, трех- и четырехместные дизъюнкции, и, во-вторых, конъюнктивные термы первой формы включают в себя взаимно инверсные переменные (x_2, \bar{x}_2) , а также $(\varphi, \bar{\varphi})$, чего нет во второй форме.

В выражении (4) введем переменной φ другую вспомогательную переменную: $z = \bar{x}_1 x_3 = \bar{\varphi}$. С учетом этого выражение примет вид:

$$f = \bar{z}(\bar{x}_2 \bar{x}_4 \vee \bar{x}_5) \vee x_2 x_4 x_5 \vee z \bar{x}_2 \bar{x}_4. \quad (10)$$

Преобразуем двухэлементную дизъюнкцию в скобках к базису Жегалкина:

$$w = \bar{x}_2 \bar{x}_4 \oplus \bar{x}_5 \oplus \bar{x}_2 \bar{x}_4 \bar{x}_5.$$

С учетом новой вспомогательной переменной функция f примет вид трехместной дизъюнкции:

$$f = \bar{z}w \vee x_2 x_4 x_5 \vee z \bar{x}_2 \bar{x}_4. \quad (11)$$

Преобразуем эту дизъюнкцию в базис (И, М2) с использованием общего подхода:

$$a \vee b \vee c = a \oplus b \oplus c \oplus ab \oplus ac \oplus bc \oplus abc.$$

Из выражения (10) видно, что конъюнкции первого и третьего членов, а также второго и третьего равны нулю. В свою очередь с учетом выражения для w нетрудно убедиться, что конъюнкция первого и второго членов и, тем более, конъюнкция всех трех членов, также равны нулю. Таким образом, выражение (11) преобразуется к базису Жегалкина путем замены операции дизъюнкции на операцию сложения по модулю два:

$$f = \bar{z}w \oplus x_2 x_4 x_5 \oplus \bar{x}_2 \bar{x}_4 \bar{x}_5.$$

Цена схемы в базисе Жегалкина с учетом реализации вспомогательных функций z ($S_Q^z = 2$, $S_Q^{\bar{z}} = 2$) и w ($S_Q^w = 8$) будет равна: $S_Q = 23$.

Цену схемы можно уменьшить путем введения новой вспомогательной переменной: $v = \bar{x}_2 \bar{x}_4$, с использованием которой выражение для функции w примет вид: $w = v \oplus \bar{x}_5 \oplus v \bar{x}_5$.

Комбинационная схема, реализующая заданную функцию в базисе Жегалкина (на элементах И, М2), приведена на рис. 8. Цена схемы: $S_Q = 22$, а задержка: $T = 5\tau$.

Замечание.

При первоначальном анализе выражений в булевом базисе следует, по возможности, выделять выражения вида:

$$a\bar{b} \vee \bar{a}b = a \oplus b, \quad (\bar{a} \vee \bar{b})(a \vee b) = a \oplus b,$$

которые непосредственно приводятся к операции сложения по модулю два и, следовательно, требуют при реализации единственного двухвходового элемента М2.

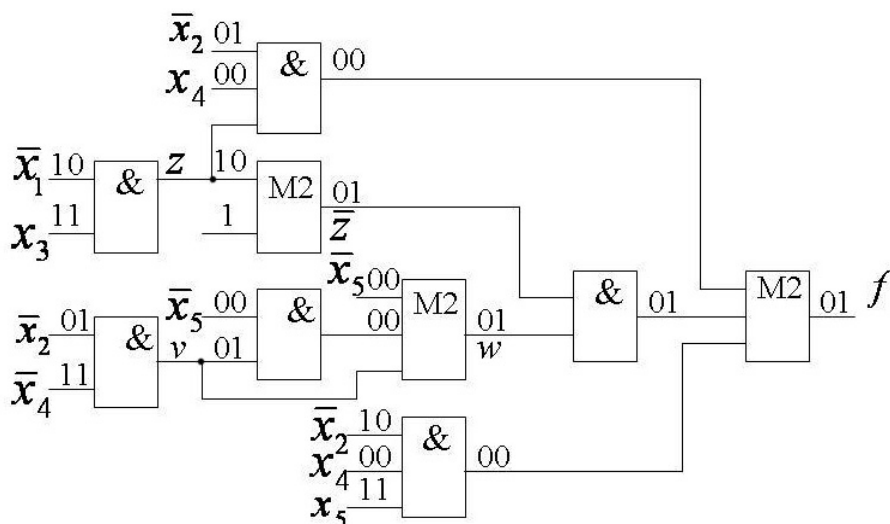


Рис.8

2.10. Синтез комбинационной схемы с учетом коэффициента объединения

При построении схемы в универсальном базисе с учетом ограничения на количество входов в логические элементы, определяемого коэффициентом объединения по входам I , целесообразно предварительно преобразовать исходное выражение для реализуемой функции в булевом базисе, разделяя аргументы булевых операций конъюнкции и дизъюнкции на группы с числом аргументов, не превышающим заданного значения I . Если в выражении для функции имеются трехместные операции, то при $I=2$ для уменьшения задержки синтезируемой схемы целесообразнее объединять в пару более простые элементы операции, оставляя более сложные элементы уединенными.

Преобразуем выражение (6) для коэффициента объединения $I=2$, вводя в нем дополнительные скобки. При этом в трехместной операции дизъюнкции в правой скобке объединим в пару входные переменные \bar{x}_2 и x_5 , уединив функцию φ , реализуемую отдельной подсхемой и, следовательно, являющуюся более сложным элементом этой скобки. Кроме того, при объединении скобок как элементов трехместной операции конъюнкции уединим среднюю скобку, как более сложный элемент. В результате исходное выражение (6) преобразуется к виду:

$$f = ((x_4 \vee \bar{x}_2 \varphi)((\bar{x}_2 \vee x_5) \vee \varphi))((x_2 \vee \bar{x}_4) \vee (\bar{x}_5 \vee \bar{\varphi})).$$

Преобразуем это выражение к базису (ИЛИ-НЕ), заменяя операции булева базиса операцией стрелка Пирса подобно тому, как это делалось ранее, но с учетом скобок. Это означает, что каждая операция стрелка Пирса должна быть двухместной.

$$\begin{aligned}
\varphi &= x_1 \downarrow \bar{x}_3 & f &= ((x_4 \vee \bar{x}_2 \cdot \varphi)((\bar{x}_2 \vee x_5) \vee \varphi))((x_2 \vee \bar{x}_4) \vee (\bar{x}_5 \vee \bar{\varphi})) = \\
& & &= (x_4 \vee x_2 \vee \bar{\varphi} \vee (\bar{x}_2 \vee x_5) \vee \varphi)((x_2 \vee \bar{x}_4) \vee (\bar{x}_5 \vee \bar{\varphi})) = \\
& & &= ((x_4 \downarrow (x_2 \downarrow \bar{\varphi})) \downarrow ((\bar{x}_2 \downarrow x_5) \downarrow \varphi)) \vee ((x_2 \downarrow \bar{x}_4) \downarrow (\bar{x}_5 \downarrow \bar{\varphi})) = \\
& & &= ((x_4 \downarrow (x_2 \downarrow \bar{\varphi})) \downarrow ((\bar{x}_2 \downarrow x_5) \downarrow \varphi)) \downarrow ((x_2 \downarrow \bar{x}_4) \downarrow (\bar{x}_5 \downarrow \bar{\varphi}))
\end{aligned}$$

Схема, построенная по этому выражению приведена на рис.9. Инверсии реализуются в ней на элементах (ИЛИ-НЕ) с запараллеленными входами.

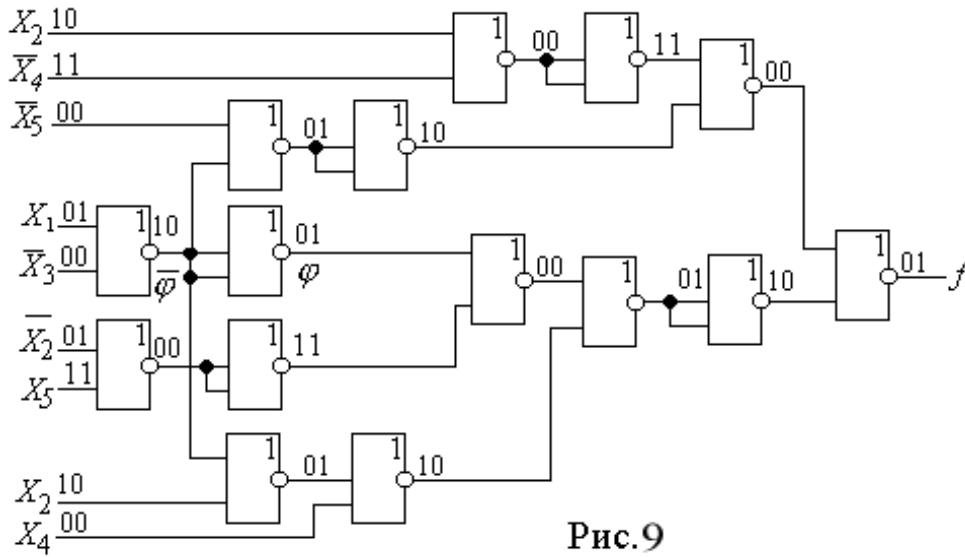


Рис.9

Задержка схемы $T=6\tau$, цена схемы $S_Q=30$. По сравнению со схемой в базисе (ИЛИ-НЕ), построенной без ограничений на число входов в элементы (рис.3), задержка схемы и ее цена значительно увеличились.

Увеличение цены схемы связано с приведением трех- и четырехместных операций дизъюнкции и трехместной операции конъюнкции к двухместным, что привело к использованию четырех дополнительных элементов (ИЛИ-НЕ), выполняющих функцию инвертора.

В свою очередь, использование в качестве исходного выражения (4), в принципе не являющегося оптимальным для построения схемы в базисе (ИЛИ-НЕ) без ограничений на число входов в элементы, позволяет существенно уменьшить цену схемы для двухвходового базиса (ИЛИ-НЕ 2).

Преобразуем выражение (4), используя дополнительную факторизацию путем вынесения x_4 из двух последних термов за скобки:

$$\varphi = x_1 \vee \bar{x}_3, \quad f = \varphi(\bar{x}_2 \bar{x}_4 \vee \bar{x}_5) \vee x_4(x_2 x_5 \vee \bar{\varphi} \bar{x}_2).$$

В полученном выражении все операции конъюнкции и дизъюнкции являются двухместными. Приведенное к базису (ИЛИ-НЕ 2) выражение примет вид:

$$z = \bar{\varphi} = x_1 \downarrow \bar{x}_3, \quad f = (z \downarrow ((x_2 \downarrow x_4) \downarrow x_5)) \downarrow (\bar{x}_4 \downarrow ((\bar{x}_2 \downarrow \bar{x}_5) \downarrow (\bar{z} \downarrow x_2))).$$

Комбинационная схема, построенная по этому выражению, будет иметь цену: $S_0=22$ и задержку: $T=7\tau$. В схеме не будет ни одного «лишнего» промежуточного инвертора. Единственным ее недостатком по сравнению со схемой, приведенной на рис. 9, будет наличие дополнительного выходного инвертора, что связано с использованием в качестве исходной формы МДНФ, а не МКНФ.

Для устранения этого недостатка можно использовать в качестве логических элементов (И-НЕ 2). Преобразованное к этому базису выражение будет иметь вид:

$$\varphi = \bar{x}_1 | x_3, \quad f = (\varphi | ((\bar{x}_2 | \bar{x}_4) | x_5)) | (x_4((x_2 | x_5) | (\bar{\varphi} | \bar{x}_2))).$$

Схема, построенная по этому выражению приведена на рис.10. Цена схемы: $S_0=20$, задержка: $T=4\tau$.

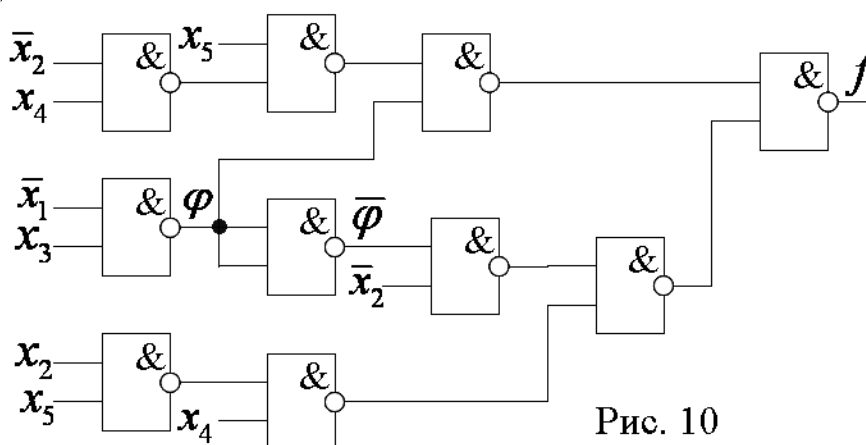


Рис. 10

Замечания.

1. Сравнение синтезированных схем в универсальных базисах с ограничением на число входов в элементы наглядно показывает, что исходное выражение, являющееся оптимальным для синтеза схемы на элементах универсального базиса без ограничений на число входов, может оказаться далеко не лучшим при синтезе схемы с учетом ограничений.

2. Для приведения операций конъюнкции и дизъюнкции к двухместным зачастую оказывается целесообразным применение дополнительной факторизации исходного выражения, которая при синтезе схем на элементах с произвольным числом входов привела бы к увеличению цены схемы.

Анализ комбинационных схем

По таблице истинности булевой функции (табл. 2) выберем наборы аргументов (входных переменных), на которых функция принимает значения 0 и 1, например, 01101 и 10101, и определим реакцию построенных схем на эти наборы. Для этого на схеме отмечаются значения входных переменных и далее определяются значения выходных сигналов каждого из логических элементов с учетом функции, реализуемой им. Последовательно продвигаясь по схеме от ее входов к выходу, получим значение выход-

ного сигнала схемы. Сравнив его со значением булевой функции для выбранного набора аргументов по таблице истинности, можно утверждать, что, по крайней мере, для этого набора схема функционирует правильно.

Определение реакции схемы на входные наборы (01101 и 10101) показано для синтезируемых схем, приведенных на рис. 2а, 2б, 3, 5, 8 и 9, в виде пары значений для первого и второго наборов соответственно, поставленных на входах и выходах каждого логического элемента.

3. СИНТЕЗ МНОГОВЫХОДНЫХ КОМБИНАЦИОННЫХ СХЕМ

Для синтеза многовыходных комбинационных схем необходимо выполнить следующие этапы:

1. Построить таблицу истинности системы булевых функций, отражающую закон функционирования комбинационной части операционного устройства, реализующего заданные операции.

2. Привести систему булевых функций к виду, дающему минимальную цену схемы, путем решения задач минимизации, факторизации и декомпозиции.

3. Построить комбинационные схемы, реализующие систему булевых функций на элементах различных базисов. Для каждой схемы определить цену по Квайну и задержку.

4. Провести анализ построенных схем для различных комбинаций входных сигналов.

Варианты заданий приведены в приложении 2.

При построении многовыходной комбинационной схемы с минимальной ценой решаются задачи минимизации, факторизации и декомпозиции для системы булевых функций. В целях упрощения задачи допускается применять раздельную минимизацию булевых функций системы с последующей факторизацией и декомпозицией применительно как к отдельным функциям, так и ко всей системе. Задача факторизации состоит в выделении общих частей у функций системы с целью уменьшения цены схемы. Декомпозиция системы булевых функций сводится к выражению одних функций системы через другие.

3.1. Синтез двухразрядного сумматора

Синтезировать комбинационную схему, выполняющую операцию сложения двух двухразрядных двоичных чисел:

$$C=A+B, \text{ где } A=(a_1, a_2), \quad B=(b_1, b_2), \quad C=(C_0, C_1, C_2).$$

Закон функционирования синтезируемой схемы описывается системой булевых функций

$$\begin{cases} C_0 = f_0(a_1, a_2, b_1, b_2) \\ C_1 = f_1(a_1, a_2, b_1, b_2) \\ C_2 = f_2(a_1, a_2, b_1, b_2), \end{cases}$$

аргументами которых являются значения двоичных разрядов операндов (слагаемых).

3.1.1. Составление таблицы истинности

Таблица истинности системы булевых функций строится с учетом правил двоичного сложения и представлена в табл. 7.

Таблица 7

a_1	a_2	b_1	b_2	C_0	C_1	C_2
0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	1	0	0	1
0	0	1	0	0	1	0
0	0	1	1	0	1	1
0	1	0	0	0	0	1
0	1	0	1	0	1	0
0	1	1	0	0	1	1
0	1	1	1	1	0	0
1	0	0	0	0	1	0
1	0	0	1	0	1	1
1	0	1	0	1	0	0
1	0	1	1	1	0	1
1	1	0	0	0	1	1
1	1	0	1	1	0	0
1	1	1	0	1	0	1
1	1	1	1	1	1	0

3.1.2. Минимизация булевых функций системы

Для минимизации булевых функций воспользуемся картами Карно.

C_0

			1	
	1	1	1	
		1	1	

$$C_{\min}(C_0) = \left\{ \begin{matrix} 1X1X \\ 11X1 \\ X111 \end{matrix} \right\}$$

$$S^a = 8, \quad S^b = 11$$

C_1

			1	1
	1			1
1		1		
1	1			

$$C_{\min}(C_1) = \left\{ \begin{matrix} 0101 \\ 1111 \\ 001X \\ 0X10 \\ 100X \\ 1X00 \end{matrix} \right\}$$

$$S^a = 20, \quad S^b = 26$$

$$C_1 = \bar{a}_1 a_2 \bar{b}_1 b_2 \vee a_1 a_2 b_1 b_2 \vee \bar{a}_1 \bar{a}_2 b_1 \vee \bar{a}_1 b_1 \bar{b}_2 \vee a_1 \bar{a}_2 \bar{b}_1 \vee a_1 \bar{b}_1 \bar{b}_2.$$

$a_1 a_2 \backslash b_1 b_2$					
		00	01	11	10
C_2	00		1	1	
	01	1			1
	11	1			1
	10		1	1	

$$C_{\min}(C_2) = \begin{Bmatrix} X1X0 \\ X0X1 \end{Bmatrix}$$

$$S^a = 4, \quad S^b = 6$$

$$C_2 = a_2 \bar{b}_2 \vee \bar{a}_2 b_2.$$

$$\begin{cases} C_0 = a_1 b_1 \vee a_1 a_2 b_2 \vee a_2 b_1 b_2, & (S_Q^{C_0} = 11) \\ C_1 = \bar{a}_1 a_2 \bar{b}_1 b_2 \vee a_1 a_2 b_1 b_2 \vee \bar{a}_1 \bar{a}_2 b_1 \vee \bar{a}_1 b_1 \bar{b}_2 \vee a_1 \bar{a}_2 \bar{b}_1 \vee a_1 \bar{b}_1 \bar{b}_2, & (S_Q^{C_1} = 26) \\ C_2 = a_2 \bar{b}_2 \vee \bar{a}_2 b_2. & (S_Q^{C_2} = 6) \end{cases}$$

При реализации схемы в виде трех независимых подсхем ее цена $S_Q=43$.

3.1.3. Преобразование минимальных форм булевых функций системы

Решим задачу факторизации применительно к функциям C_0 и C_1 .

$$\begin{cases} C_0 = a_1 b_1 \vee a_1 a_2 b_2 \vee a_2 b_1 b_2 = a_1 b_1 \vee a_2 b_2 (a_1 \vee b_1) & (S_Q^{C_0} = 9) \\ C_1 = \bar{a}_1 a_2 \bar{b}_1 b_2 \vee a_1 a_2 b_1 b_2 \vee \bar{a}_1 \bar{a}_2 b_1 \vee \bar{a}_1 b_1 \bar{b}_2 \vee a_1 \bar{a}_2 \bar{b}_1 \vee a_1 \bar{b}_1 \bar{b}_2 = \\ \quad = a_2 b_2 (\bar{a}_1 \bar{b}_1 \vee a_1 b_1) \vee \bar{a}_1 b_1 (\bar{a}_2 \vee \bar{b}_2) \vee a_1 \bar{b}_1 (\bar{a}_2 \vee \bar{b}_2) = & (S_Q^{C_1} = 22) \\ \quad = a_2 b_2 (\bar{a}_1 \bar{b}_1 \vee a_1 b_1) \vee (\bar{a}_2 \vee \bar{b}_2) (a_1 \bar{b}_1 \vee \bar{a}_1 b_1) & (S_Q^{C_1} = 21) \\ C_2 = a_2 \bar{b}_2 \vee \bar{a}_2 b_2 & (S_Q^{C_2} = 6) \end{cases}$$

За счет отдельной факторизации цена схемы уменьшилась: $S_Q=36$.

С учетом того, что в скобочной форме функции C_1 содержится дизъюнктивный терм $(\bar{a}_2 \vee \bar{b}_2)$ целесообразно преобразовать функцию C_2 из дизъюнктивной формы в конъюнктивную:

$$C_2 = (a_2 \vee b_2)(\bar{a}_2 \vee \bar{b}_2).$$

Решим задачу факторизации применительно ко всем функциям системы, выделяя общие части и обозначая их как дополнительные функции:

$$\left\{ \begin{array}{ll} z_1 = \bar{a}_2 \vee \bar{b}_2 & (S_Q^{Z^1} = 2) \\ z_2 = a_1 b_1 & (S_Q^{Z^2} = 2) \\ z_3 = a_1 \vee b_1 & (S_Q^{Z^3} = 2) \\ C_0 = z_2 \vee a_2 b_2 z_3 & (S_Q^{C^0} = 5) \\ C_1 = a_2 b_2 (\bar{a}_1 \bar{b}_1 \vee z_2) \vee z_1 z_3 (\bar{a}_1 \vee \bar{b}_1) & (S_Q^{C^1} = 14) \\ C_2 = z_1 (a_2 \vee b_2) & (S_Q^{C^2} = 4) \end{array} \right.$$

Суммарная цена схемы $S_Q=29$.

Введем в выражения для функций C_0 и C_1 инверсии вспомогательных переменных z_1 и z_3 , а также новую вспомогательную переменную $z_4 = z_2 \vee \bar{z}_3$.

Система функций примет вид:

$$\left\{ \begin{array}{ll} z_1 = \bar{a}_2 \vee \bar{b}_2 & (S_Q^{Z^1} = 2) \\ z_2 = a_1 b_1 & (S_Q^{Z^2} = 2) \\ z_3 = a_1 \vee b_1 & (S_Q^{Z^3} = 2) \\ z_4 = z_2 \vee \bar{z}_3 & (S_Q^{Z^4} = 3) \\ C_0 = z_2 \vee \bar{z}_1 z_3 & (S_Q^{C^0} = 5) \\ C_1 = \bar{z}_1 z_4 \vee z_1 \bar{z}_4 & (S_Q^{C^1} = 7) \\ C_2 = z_1 (a_2 \vee b_2) & (S_Q^{C^2} = 4) \end{array} \right.$$

При определении цены S_Q для реализации дополнительной функции z_4 , а также функций C_0 и C_1 исходной системы учитывается цена инверторов для функций z_1 , z_3 и z_4 .

После совместной факторизации цена схемы $S_Q=25$.

Декомпозиция для данной системы не применима.

3.1.4. Синтез многовыходной комбинационной схемы в булевом базисе

Схема в булевом базисе с парафазными входами представлена на рис.11. Цена схемы $S_Q=25$.

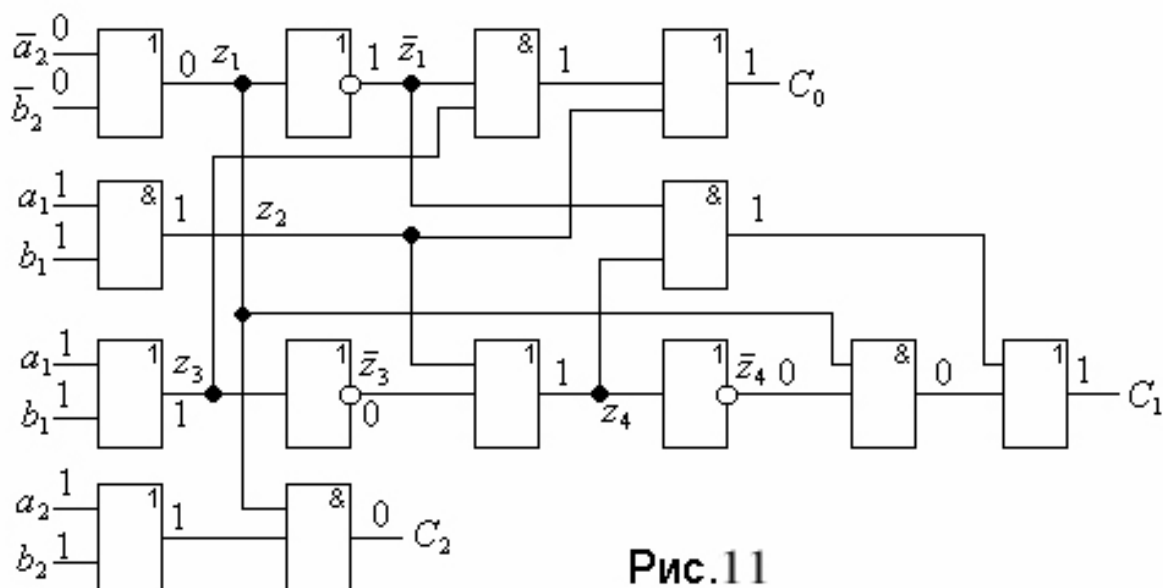


Рис.11

Задержка многовыходной схемы определяется в отношении каждого выхода: $T_{C0}=4\tau$, $T_{C1}=6\tau$, $T_{C2}=2\tau$ и всей схемы в целом:

$$T = \max (T_{C0}, T_{C1}, T_{C2}) = 6\tau.$$

3.1.5. Анализ многовыходной комбинационной схемы

На рис.7 показано определение реакции схемы на входной набор (1111). Значение выходного набора (110) соответствует таблице истинности, что подтверждает корректность построенной схемы, по крайней мере, в отношении рассматриваемого набора.

3.2. Синтез реверсивного двоичного счетчика

Синтезировать комбинационную схему реверсивного двоичного счетчика:

$$C = (A \pm 1)_{\text{mod } 13}, \quad y = \begin{cases} 0 & \text{для } C = A + 1, \\ 1 & \text{для } C = A - 1. \end{cases}$$

3.2.1. Составление таблицы истинности

Таблица истинности системы булевых функций $\{C_1, C_2, C_3, C_4, V\}$, построенная в соответствии с принципами функционирования двоичного счетчика, приведена в табл. 8. Аргументы функций системы $\{a_1, a_2, a_3, a_4\}$ отображают текущее значение четырех разрядов счетчика. Аргумент y определяет режим функционирования счетчика.

При $y=0$ счетчик функционирует в суммирующем режиме (инкремент), при $y=1$ – в вычитающем режиме (декремент).

Модуль (коэффициент) пересчета, равный 13, определяет число возможных состояний счетчика. Счетчик может принимать значения в диапазоне от (0000) до (1100). Инкремент счетчика в состоянии (1100) приводит

к его сбросу (переход в состояние (0000)). В свою очередь декремент счетчика в состоянии (0000) приводит к переходу его в состояние (1100). Оба эти перехода фиксируются с помощью единичного значения выходного сигнала V .

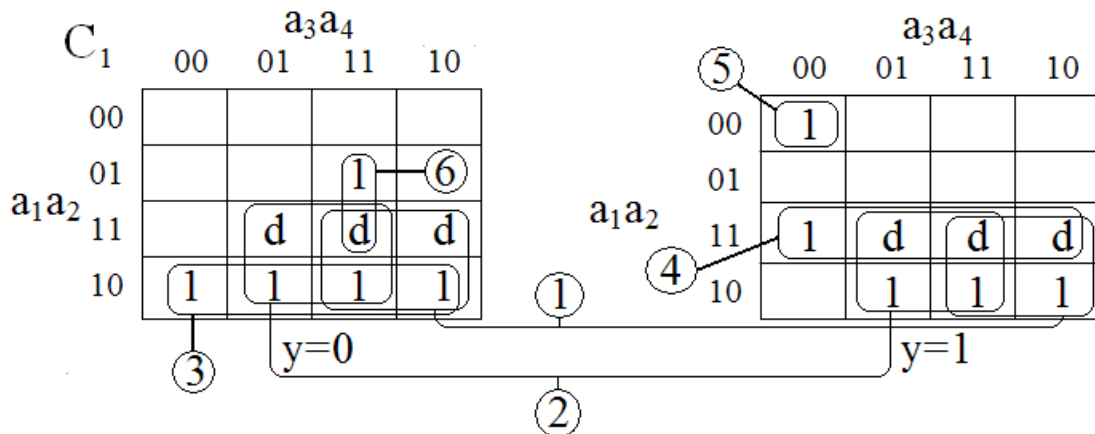
Так как состояния счетчика (1101), (1110) и (1111) являются неактуальными (запрещенными), то значения функций на этих комбинациях входных переменных являются неопределенными.

Таблица 8

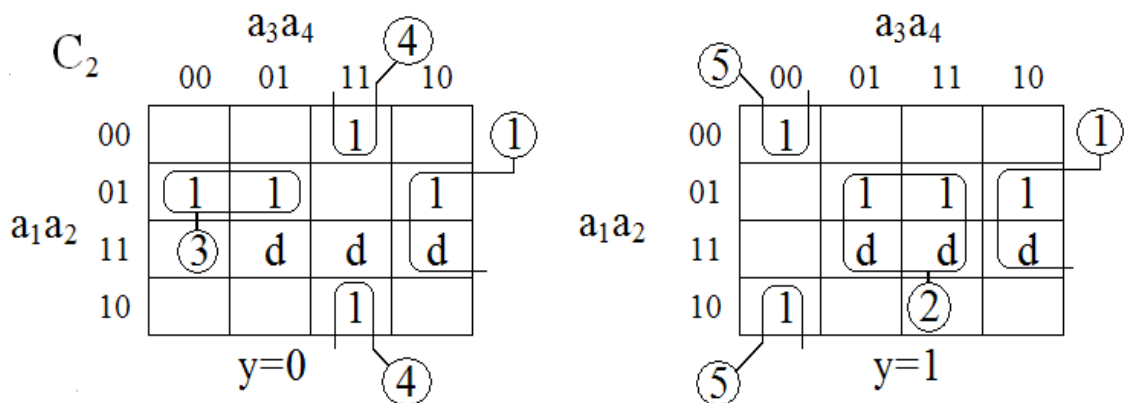
y	a_1	a_2	a_3	a_4	C_1	C_2	C_3	C_4	V
0	0	0	0	0	0	0	0	1	0
0	0	0	0	1	0	0	1	0	0
0	0	0	1	0	0	0	1	1	0
0	0	0	1	1	0	1	0	0	0
0	0	1	0	0	0	1	0	1	0
0	0	1	0	1	0	1	1	0	0
0	0	1	1	0	0	1	1	1	0
0	0	1	1	1	1	0	0	0	0
0	1	0	0	0	1	0	0	1	0
0	1	0	0	1	1	0	1	0	0
0	1	0	1	0	1	0	1	1	0
0	1	0	1	1	1	1	0	0	0
0	1	1	0	0	0	0	0	0	1
0	1	1	0	1	d	d	d	d	d
0	1	1	1	0	d	d	d	d	d
0	1	1	1	1	d	d	d	d	d
1	0	0	0	0	1	1	0	0	1
1	0	0	0	1	0	0	0	0	0
1	0	0	1	0	0	0	0	1	0
1	0	0	1	1	0	0	1	0	0
1	0	1	0	0	0	0	1	1	0
1	0	1	0	1	0	1	0	0	0
1	0	1	1	0	0	1	0	1	0
1	0	1	1	1	0	1	1	0	0
1	1	0	0	0	0	1	1	1	0
1	1	0	0	1	1	0	0	0	0
1	1	0	1	0	1	0	0	1	0
1	1	0	1	1	1	0	1	0	0
1	1	1	0	0	1	0	1	1	0
1	1	1	0	1	d	d	d	d	d
1	1	1	1	0	d	d	d	d	d
1	1	1	1	1	d	d	d	d	d

3.2.2. Минимизация булевых функций системы

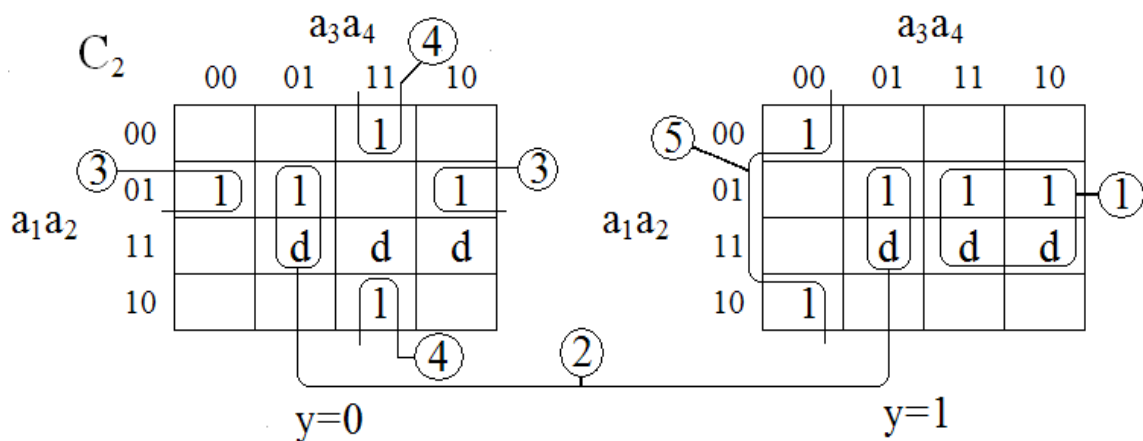
Определим минимальные ДНФ функций системы путем их отдельной минимизации на картах Карно.



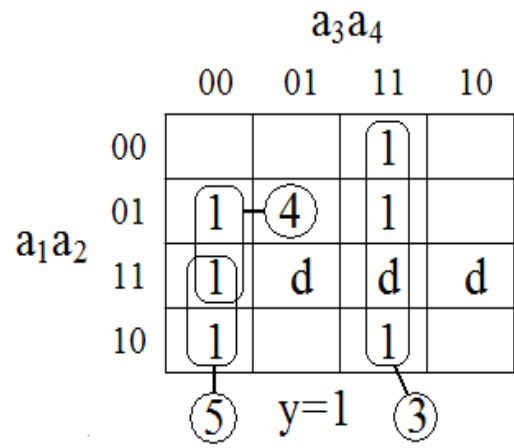
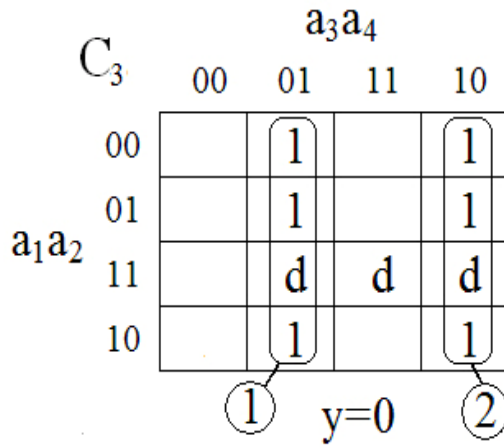
$$C_{\min}(C_1) = \{X1X1X, X1XX1, 010XX, 111XX, 10000, 0X111\}, S^a = 19, S^b = 25.$$



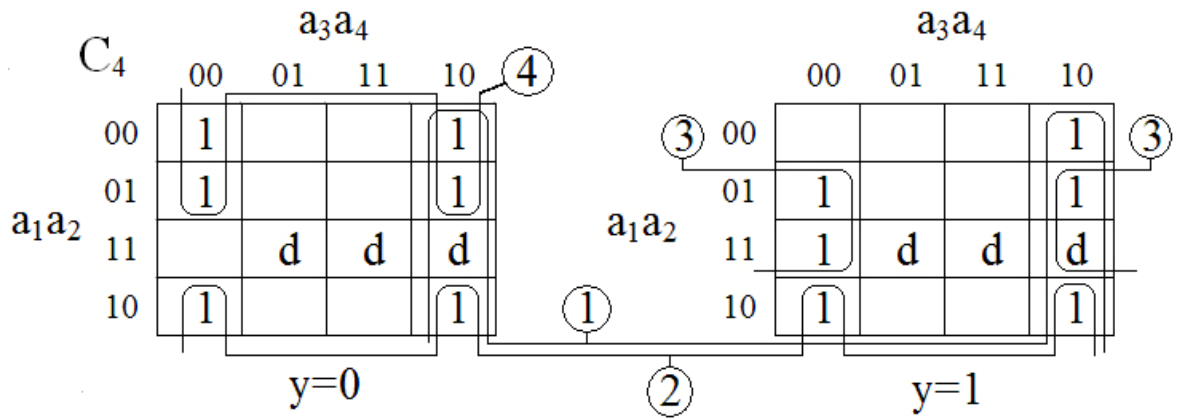
$$C_{\min}^1(C_2) = \{XX110, 1X1X1, 0010X, 0X011, 1X000\}, S^a = 18, S^b = 23.$$



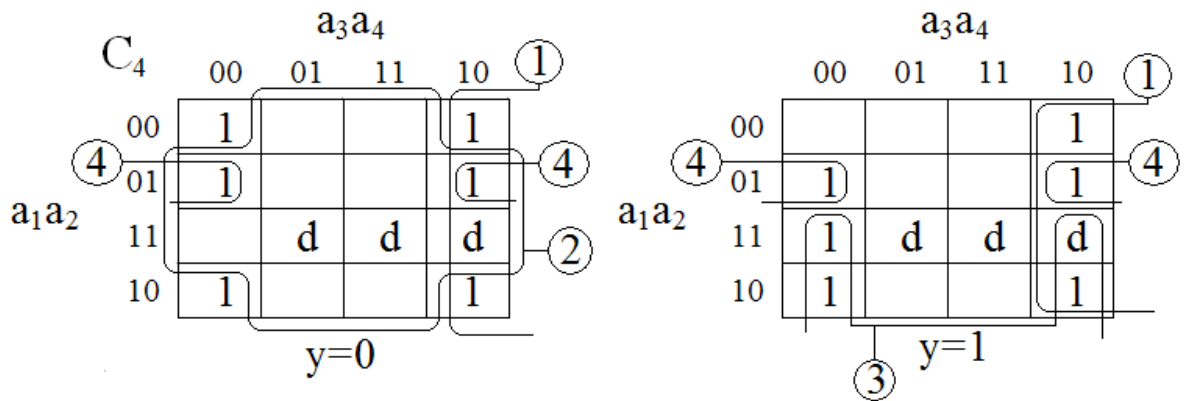
$$C_{\min}^2(C_2) = \{1X11X, XX101, 001X0, 0X011, 1X000\}, S^a = 18, S^b = 23.$$



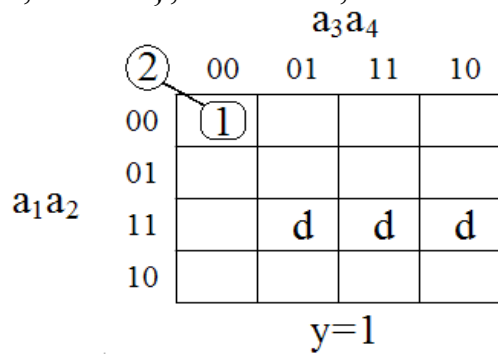
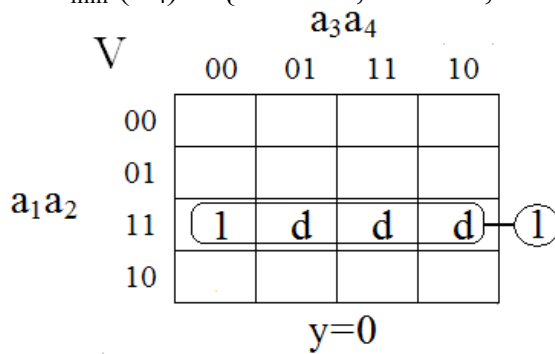
$$C_{\min}(C_3) = \{0XX01, 0XX10, 1XX11, 1X100, 11X00\}, \quad S^a = 17, S^b = 22.$$



$$C_{\min}^1(C_4) = \{XXX10, X10X0, 1X1X0, 00XX0\}, \quad S^a = 11, S^b = 15.$$



$$C_{\min}^2(C_4) = \{XXX10, 0X0X0, 11XX0, X01X0\}, \quad S^a = 11, S^b = 15.$$



$$C_{\min}(V) = \{011XX, 10000\}, \quad S^a = 8, S^b = 10.$$

$$\begin{cases} C_1 = a_1 a_3 \vee a_1 a_4 \vee \bar{y} a_1 \bar{a}_2 \vee y a_1 a_2 \vee y \bar{a}_1 \bar{a}_2 \bar{a}_3 \bar{a}_4 \vee \bar{y} a_2 a_3 a_4 & (S_Q^{C1} = 25) \\ C_2 = a_2 a_3 \bar{a}_4 \vee y a_2 a_4 \vee \bar{y} \bar{a}_1 a_2 \bar{a}_3 \vee \bar{y} \bar{a}_2 a_3 a_4 \vee y \bar{a}_2 \bar{a}_3 \bar{a}_4 & (S_Q^{C2} = 23) \\ C_3 = y \bar{a}_3 a_4 \vee \bar{y} a_3 \bar{a}_4 \vee y a_3 a_4 \vee y a_2 \bar{a}_3 \bar{a}_4 \vee y a_1 \bar{a}_3 \bar{a}_4 & (S_Q^{C3} = 22) \\ C_4 = a_3 \bar{a}_4 \vee a_1 \bar{a}_2 \bar{a}_4 \vee y a_2 \bar{a}_4 \vee \bar{y} \bar{a}_1 \bar{a}_4 & (S_Q^{C4} = 15) \\ V = \bar{y} a_1 a_2 \vee y \bar{a}_1 \bar{a}_2 \bar{a}_3 \bar{a}_4 & (S_Q^V = 10) \end{cases}$$

$$S_Q^\Sigma = 95.$$

При записи функций C_2 и C_4 используются первый из двух вариантов минимальных покрытий.

При реализации схемы в виде пяти независимых подсхем ее цена $S_Q=95$.

3.2.3. Преобразование минимальных форм булевых функций системы

Введем вспомогательную переменную $Z = y \bar{a}_1 \bar{a}_2 \bar{a}_3 \bar{a}_4$, используемую в функциях C_1 и V , и приведем функции C_1 , C_3 и C_4 к скобочной форме.

$$\begin{cases} Z = y \bar{a}_1 \bar{a}_2 \bar{a}_3 \bar{a}_4 & (S_Q^Z = 5) \\ C_1 = a_1 (a_3 \vee a_4 \vee \bar{y} \bar{a}_2 \vee y a_2) \vee Z \vee \bar{y} a_2 a_3 a_4 & (S_Q^{C1} = 17) \\ C_2 = a_2 a_3 \bar{a}_4 \vee y a_2 a_4 \vee \bar{y} \bar{a}_1 a_2 \bar{a}_3 \vee \bar{y} \bar{a}_2 a_3 a_4 \vee y \bar{a}_2 \bar{a}_3 \bar{a}_4 & (S_Q^{C2} = 23) \\ C_3 = y \bar{a}_3 a_4 \vee \bar{y} a_3 \bar{a}_4 \vee y a_3 a_4 \vee y \bar{a}_3 \bar{a}_4 (a_1 \vee a_2) & (S_Q^{C3} = 19) \\ C_4 = \bar{a}_4 (a_3 \vee a_1 \bar{a}_2 \vee y a_2 \vee \bar{y} \bar{a}_1) & (S_Q^{C4} = 12) \\ V = \bar{y} a_1 a_2 \vee Z & (S_Q^V = 5) \end{cases} \quad (12)$$

$$S_Q^\Sigma = 81$$

В результате цена схемы уменьшилась до $S_Q=81$. Введем новые вспомогательные переменные $Z_1 - Z_6$ и преобразуем функции системы.

В результате цена схемы уменьшилась до $S_Q=72$.

$$\begin{cases}
Z_1 = \bar{a}_3 \bar{a}_4 & (S_Q^{Z^1} = 2) \\
Z_2 = a_3 a_4 & (S_Q^{Z^2} = 2) \\
Z_3 = y \bar{a}_1 \bar{a}_2 Z_1 & (S_Q^{Z^3} = 4) \\
Z_4 = \bar{y} \bar{a}_2 & (S_Q^{Z^4} = 2) \\
Z_5 = y a_2 & (S_Q^{Z^3} = 2) \\
Z_6 = \bar{y} a_2 & (S_Q^{Z^3} = 2) \\
C_1 = a_1 (\bar{Z}_1 \vee Z_4 \vee Z_5) \vee Z_3 \vee Z_2 Z_2 & (S_Q^{C^1} = 11) \\
C_2 = a_2 a_3 \bar{a}_4 \vee Z_5 a_4 \vee \bar{a}_1 \bar{a}_3 Z_6 \vee Z_2 Z_4 \vee y \bar{a}_2 Z_1 & (S_Q^{C^2} = 18) \\
C_3 = \bar{y} (\bar{Z}_1 \vee \bar{Z}_2) \vee y Z_2 \vee y Z_1 (a_1 \vee a_2) & (S_Q^{C^3} = 15) \\
C_4 = \bar{a}_4 (a_3 \vee a_1 \bar{a}_2 \vee Z_5 \vee \bar{y} \bar{a}_1) & (S_Q^{C^4} = 10) \\
V = a_1 Z_6 \vee Z_3 & (S_Q^V = 4)
\end{cases}$$

$$S_Q^\Sigma = 72$$

Замечание.

В выражении для функции C_3 первый член дизъюнкции $\bar{y}(\bar{Z}_1 \vee \bar{Z}_2)$ получен из предыдущего варианта для C_3 (12) путем преобразования дизъюнкции первых двух конъюнктивных термов:

$$\begin{aligned}
\bar{y} \bar{a}_3 a_4 \vee \bar{y} a_3 \bar{a}_4 &= \overline{\bar{y}(\bar{a}_3 a_4 \vee a_3 \bar{a}_4)} = \overline{\bar{y}(\bar{a}_3 a_4 \cdot a_3 \bar{a}_4)} = \\
&= \bar{y}(a_3 \vee \bar{a}_4)(\bar{a}_3 \vee a_4) = \overline{\bar{y}(\bar{a}_3 \bar{a}_4 \vee a_3 a_4)} = \bar{y}(\bar{Z}_1 \vee \bar{Z}_2).
\end{aligned}$$

3.2.4. Синтез многовыходной комбинационной схемы в булевом базисе

Комбинационная схема с парафазными входами на элементах булева базиса приведена на рис.12. Цена этой схемы: $S_Q=72$ совпадает с ценой, определенной по аналитическим выражениям для реализуемой системы булевых функций. Задержка схемы для отдельных функций составляет: $T_{C1}=5\tau$, $T_{C2}=3\tau$, $T_{C3}=5\tau$, $T_{C4}=3\tau$, $T_V=3\tau$, и всей схемы в целом: $T=5\tau$.

3.2.5. Анализ многовыходной комбинационной схемы

На рис. 12 приведены значения входных сигналов, соответствующих двум входным наборам аргументов $\{y, a_1, a_2, a_3, a_4\}$: (00010) и (10000). На схеме отмечены два значения выходных сигналов для каждого логического элемента для первого и второго наборов аргументов соответственно. На выходах схемы C_1 , C_2 , C_3 , C_4 и V отмечены значения выходных сигналов. Сравнение этих значений с таблицей истинности (табл. 8), свидетельствует

о корректности синтезированной схемы реверсивного счетчика, по крайней мере, в отношении двух рассматриваемых наборов аргументов.

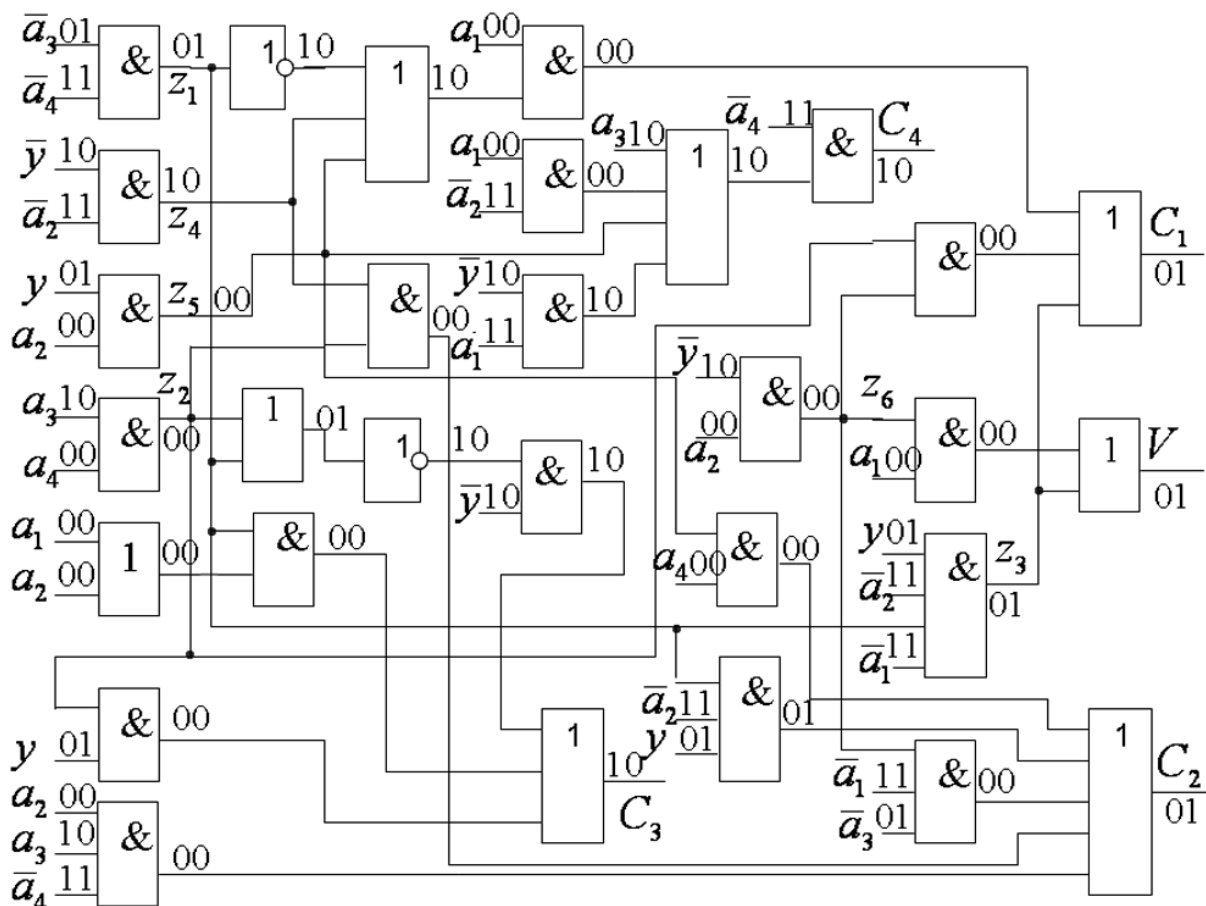


Рис. 12.

Замечание.

Входные наборы аргументов выбирались с таким учетом, чтобы на каждом выходе схемы значения выходного сигнала отличались для каждого из наборов аргументов (0 – для одного, 1 – для другого).

Литература

1. Глушков В.М. Синтез цифровых автоматов.- М.: Физматгиз, 1962.-476 с.
2. Проектирование цифровых вычислительных машин.: Учебное пособие для вузов /С.А. Майорова, Г.И. Новиков, О.Ф. Немолочнов и др./ Под ред. С.А. Майорова. – М.: Высшая школа, 1972. – 344 с.
3. Миллер Р. Теория переключательных схем. Т.1.М.: Наука, 1970. – 416 с.
4. Савельев А.Я. Прикладная теория цифровых автоматов. – М.: Высшая школа, 1987.-272 с.
5. Макоха А.Н., Сахнюк П.А., Червяков Н.И. Дискретная математика: Учеб. Пособие. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2005. – 368 с.
6. Хаггарти Р. Дискретная математика для программистов. М.: Техносфера, 2003. – 320 с.
7. Осипова В.А. Основы дискретной математики: уч.пособие. Инфра-М, Форум, 2006.-160 с.

Приложение 1. Варианты заданий к первой части курсовой работы

Номер варианта	Условия, при которых $f=1$	Условия, при которых $f=d$
1	2	3
1.	$5 \leq (x_1x_2 + x_3x_4x_5) < 9$	$(x_1x_2 + x_3x_4x_5) = 3$
2.	$-2 \leq (x_4x_5 - x_1x_2x_3) < 1$	$(x_4x_5 - x_1x_2x_3) = -5$
3.	$(x_4x_5 + x_1x_2x_3) = 0, 5, 8, 10$	$(x_1x_2x_4) = 1$
4.	$2 \leq x_1x_2x_5 - x_3x_4 \leq 4$	$ x_1x_2x_5 - x_3x_4 = 5$
5.	$2 < x_2x_10 - x_3x_4x_5 \leq 5$	$ x_2x_10 - x_3x_4x_5 = 1$
6.	$0 < x_1x_2x_4 - x_3x_5 \leq 2$	$ x_1x_2x_4 - x_3x_5 = 5$
7.	$3 < (x_1x_2x_3 + x_4x_5) < 8$	$(x_3x_4) = 0$
8.	$2 \leq x_1x_2 - x_3x_4x_5 \leq 4$	$ x_1x_2 - x_3x_4x_5 = 5$
9.	$3 < (x_4x_5 + x_1x_2x_3) < 8$	$(x_1x_2x_3) = 1$
10.	$4 \leq (x_1x_2x_3 + x_4x_5) \leq 6$	$(x_1x_2x_3 + x_4x_5) = 7$
11.	$5 \leq (x_2x_3 + x_4x_5x_1) \leq 8$	$(x_4x_5x_1) = 1$
12.	$-2 \leq (x_1x_2 - x_3x_4x_5) \leq 1$	$(x_1x_2 - x_3x_4x_5) = -3$
13.	$-2 < (x_2x_30 - x_4x_5x_1) \leq 3$	$(x_2x_30 - x_4x_5x_1) = -2$
14.	$-2 \leq (x_4x_50 - x_1x_2x_3) < 2$	$(x_4x_2x_3) = 2$
15.	$2 \leq x_4x_5x_1 - x_2x_3 \leq 5$	$ x_4x_5x_1 - x_2x_3 = 0$
16.	$-2 \leq (x_1x_20 - x_3x_4x_5) < 3$	$(x_1x_20 - x_3x_4x_5) = -3$
17.	$(x_2x_3 + x_1) > x_4x_5$	$(x_2x_4x_5) = 3$
18.	$2 \leq x_1x_2 - x_3x_4x_5 \leq 4$	$ x_1x_2 - x_3x_4x_5 = 1$
19.	$-3 \leq (x_3x_4 - x_1x_2x_5) \leq 0$	$(x_3x_4 - x_1x_2x_5) = -4$
20.	$5 \leq (x_1x_2x_3 + x_4x_5) < 9$	$(x_3x_4x_5) = 7$
21.	$1 < x_3x_4x_5 - x_1x_2 < 4$	$ x_3x_4x_5 - x_1x_2 = 6, 7$
22.	$-4 \leq (x_2x_3 - x_1x_4x_5) \leq 0$	$(x_2x_3 - x_1x_4x_5) = -3$
23.	$2 \leq x_30x_4 - x_5x_1x_2 \leq 4$	$ x_30x_4 - x_5x_1x_2 = 1$
24.	$5 < (x_1x_2 + x_3x_4x_5) \leq 9$	$(x_1x_2 + x_3x_4x_5) = 4$
25.	$1 < x_1x_2x_5 - x_3x_4 \leq 4$	$ x_1x_2x_5 - x_3x_4 = 2$
26.	$-2 \leq (x_4x_5 - x_1x_2x_3) < 1$	$-4 \leq (x_4x_5 - x_1x_2x_3) \leq -3$
27.	$(x_4x_5 + x_1x_2x_3) = 2, 5, 8, 10$	$(x_1x_2x_3) = 0$
28.	$3 \leq x_2x_10 - x_3x_4x_5 \leq 6$	$ x_2x_10 - x_3x_4x_5 = 2$
29.	$2 \leq x_2x_3x_4 - x_5x_1 \leq 4$	$(x_2x_3x_4) = 1$
30.	$(x_1x_21 + x_3x_4x_5) = 5, 8, 10, 11, 12$	$(x_1x_3x_4) = 0$
31.	$4 < (x_1x_2 + x_3x_4x_5) \leq 8$	$(x_3x_4x_5) = 2$
32.	$1 < x_1x_2 - x_3x_4x_5 \leq 4$	$ x_1x_2 - x_3x_4x_5 = 7$
33.	$8 < (1x_4x_5 + x_1x_2x_3) \leq 11$	$ x_5x_1x_2 - x_4x_3 = 4$
34.	$2 \leq x_4x_50 - x_1x_2x_3 \leq 4$	$ x_4x_50 - x_1x_2x_3 = 1$
35.	$(x_2x_1 - x_5) \geq x_4x_3$	$(x_2x_3x_4) = 1$

Продолжение приложения 1

1	2	3
36.	$(x_1x_2x_3)_{\text{mod}5} < x_4x_5$	$(x_1x_2x_3)=3$
37.	$5 \leq (x_5x_4+x_3x_2x_1) < 8$	$(x_3x_2x_1)=1$
38.	$-3 \leq (x_1x_2-x_3x_4x_5) \leq 0$	$(x_1x_2-x_3x_4x_5)=-4$
39.	$(x_1x_2+x_3x_4x_5)=1, 5, 6, 7, 8$	$(x_3x_4x_5)=5$
40.	$9 \leq (1x_4x_5+x_1x_2x_3) < 12$	$ x_5x_1x_2-x_4x_3 =0$
41.	$-2 \leq (x_2x_30-x_4x_5x_1) < 3$	$(x_2x_30-x_4x_5x_1)=-1$
42.	$ x_3x_2x_1-x_5x_4 =0, 3, 6$	$(x_5x_4)=2$
43.	$1 \leq x_3x_4x_5-x_1x_2 < 5$	$ x_3x_4x_5-x_1x_2 =6$
44.	$ x_2x_3-x_4x_5x_1 =0, 1, 3$	$ x_2x_3-x_4x_5x_1 =2$
45.	$2 \leq x_1x_2x_4-x_3x_5 \leq 5$	$ x_1x_2x_4-x_3x_5 =0$
46.	$2 < x_1x_2x_4-x_3x_5 < 5$	$(x_1x_4x_5)=2$
47.	$(1x_1x_2+x_3x_4x_5)=3,4,6,7,10,11$	$(x_3x_4x_5)=1$
48.	$2 < x_3x_40-x_5x_1x_2 \leq 5$	$ x_3x_40-x_5x_1x_2 =1$
49.	$4 \leq (x_1x_2x_3+x_4x_5) \leq 7$	$(x_1x_2x_3+x_4x_5)=3$
50.	$1 \leq x_1x_4-x_2x_3x_5 \leq 2$	$ x_1x_4-x_2x_3x_5 =3$
51.	$(x_4x_5+x_1x_2x_3)=3, 5, 8, 10$	$(x_1x_2x_4)=0$
52.	$2 \leq x_2x_3x_4-x_5x_1 \leq 5$	$(x_1x_2x_3)=0$
53.	$2 \leq x_1x_2x_4-x_3x_5 \leq 4$	$(x_2x_4x_5)=2$
54.	$3 \leq x_2x_3-x_4x_5x_1 \leq 7$	$ x_2x_3-x_4x_5x_1 =2$
55.	$3 < x_11x_2-x_3x_4x_5 < 6$	$ x_11x_2-x_3x_4x_5 =1$
56.	$(x_1x_2+x_3x_4x_5)=0, 5, 6, 7, 8$	$(x_3x_4x_5)=4$
57.	$8 < (1x_4x_5+x_1x_2x_3) < 12$	$ x_5x_1x_2-x_4x_3 =2$
58.	$2 \leq x_2x_3-x_4x_5x_1 \leq 3$	$ x_2x_3-x_4x_5x_1 =4$
59.	$3 \leq (x_1x_2x_3+x_4x_5) < 7$	$(x_3x_4)=2$
60.	$9 < (1x_4x_5+x_1x_2x_3) \leq 12$	$ x_5x_1x_2-x_4x_3 =0, 5$
61.	$4 < (x_1x_2x_3+x_4x_5) \leq 8$	$(x_3x_4x_5)=7$
62.	$(x_3x_4x_5)_{\text{mod}5} < x_1x_2$	$(x_3x_4x_5)=2$
63.	$8 < (1x_4x_5+x_1x_2x_3) \leq 11$	$ x_5x_1x_2-x_4x_3 =3$
64.	$(x_2x_4+x_5) < x_1x_3$	$(x_2x_4)=3$
65.	$8 \leq (x_1x_3x_4+1x_2x_5) < 12$	$(x_1x_3x_4)=7$
66.	$-2 \leq (x_1x_20-x_3x_4x_5) \leq 1$	$(x_1x_20-x_3x_4x_5)=-3$
67.	$2 \leq x_11x_5-x_4x_2x_3 \leq 4$	$ x_11x_5-x_4x_2x_3 =0$
68.	$9 \leq (1x_4x_5+x_1x_2x_3) < 12$	$ x_5x_1x_2-x_4x_3 =5$
69.	$2 \leq x_3x_2x_1-x_5x_4 \leq 4$	$ x_3x_2x_1-x_5x_4 =0$
70.	$1 \leq x_1x_2x_5-x_3x_4 < 4$	$ x_1x_2x_5-x_3x_4 =4$
71.	$3 < x_41x_5-x_1x_2x_3 < 6$	$ x_41x_5-x_1x_2x_3 =0$
72.	$2 < x_1x_2-x_3x_4x_5 < 5$	$ x_1x_2-x_3x_4x_5 =2$
73.	$1 < x_3x_4x_5-x_1x_2 \leq 4$	$ x_3x_4x_5-x_1x_2 =5$

Продолжение приложения 1

1	2	3
74.	$(x_4x_5+x_1x_2x_3)=0, 5, 8, 10$	$(x_1x_2x_3)=1$
75.	$2 \leq x_2x_3x_4-x_5x_1 \leq 5$	$(x_2x_3x_4)=1$
76.	$3 \leq x_41x_5-x_1x_2x_3 < 6$	$ x_41x_5-x_1x_2x_3 =0$
77.	$8 \leq (1x_4x_5+x_1x_2x_3) \leq 10$	$ x_5x_1x_2-x_4x_3 =0$
78.	$3 \leq x_1x_21-x_3x_4x_5 < 6$	$ x_1x_21-x_3x_4x_5 =1$
79.	$-3 < (x_1x_20-x_3x_4x_5) < 2$	$(x_1x_20+x_3x_4x_5)=2$
80.	$9 < (1x_1x_2+x_3x_4x_5) \leq 12$	$ x_4x_1x_3-x_2x_5 =4$
81.	$5 < (x_1x_2x_3+x_4x_5) \leq 9$	$(x_3x_4x_5)=6$
82.	$(x_1x_2+x_3x_4x_5)=0, 5, 6, 7, 8$	$(x_1x_2+x_3x_4x_5)=3$
83.	$5 < (x_2x_3+x_4x_5x_1) \leq 8$	$(x_4x_5x_1)=2$
84.	$2 \leq x_11x_5-x_4x_2x_3 < 5$	$ x_11x_5-x_4x_2x_3 =5$
85.	$3 \leq x_41x_5-x_1x_2x_3 < 5$	$ x_41x_5-x_1x_2x_3 =2$
86.	$-2 \leq (x_4x_5-x_1x_2x_3) < 1$	$(x_4x_5-x_1x_2x_3)=-4$
87.	$(x_3x_5+x_1x_2x_4)=1, 5, 8, 10$	$(x_1x_2x_4)=1$
88.	$4 \leq (x_1x_2x_3+x_4x_5) < 8$	$(x_1x_2x_3+x_4x_5)=3$
89.	$3 < x_41x_5-x_1x_2x_3 < 6$	$ x_41x_5-x_1x_2x_3 =1$
90.	$3 \leq x_1x_2x_3-x_4x_5 \leq 6$	$ x_1x_2x_3-x_4x_5 =0, 2$
91.	$(x_4x_5+x_1x_2x_3)=2, 5, 8, 10$	$(x_1x_2x_3)=1$
92.	$2 \leq x_2x_10-x_3x_4x_5 \leq 5$	$ x_2x_10-x_3x_4x_5 =3$
93.	$1 < x_1x_2x_5-x_3x_4 \leq 4$	$ x_1x_2x_5-x_3x_4 =1$
94.	$(x_5x_4+x_3x_2x_1)=1, 5, 6, 7, 8$	$(x_5x_4+x_3x_2x_1)=3$
95.	$1 < x_4x_2x_3-x_11x_5 \leq 4$	$ x_4x_2x_3-x_11x_5 =6$
96.	$7 < (1x_4x_5+x_1x_2x_3) < 11$	$ x_5x_1x_2-x_4x_3 =3$
97.	$2 \leq x_2x_3x_4-x_5x_1 \leq 4$	$(x_2x_3x_4)=0$
98.	$(x_4x_5+x_1x_2x_3)=1, 5, 8, 10$	$(x_1x_2x_3)=0$
99.	$0 < x_1x_2x_4-x_3x_5 \leq 2$	$ x_1x_2x_4-x_3x_5 =4$
100.	$(x_4x_5+x_1x_2x_3)=0, 3, 5, 6, 8, 10$	$(x_1x_2x_4)=1$
101.	$2 \leq x_1x_2-x_3x_4x_5 \leq 4$	$ x_1x_2-x_3x_4x_5 =0$
102.	$-1 \leq (x_2x_30-x_4x_5x_1) \leq 2$	$(x_2x_30-x_4x_5x_1)=-3$
103.	$(x_5x_4+x_3x_2x_1)=3, 5, 6, 7$	$(x_5x_4+x_3x_2x_1)=8$
104.	$-3 \leq (x_3x_4-x_1x_2x_5) \leq 0$	$(x_3x_4-x_1x_2x_5)=1$
105.	$2 \leq x_30x_4-x_5x_1x_2 \leq 4$	$ x_30x_4-x_5x_1x_2 =0$
106.	$(x_1x_2+x_3x_4x_5)=0, 5, 6, 7, 8$	$(x_3x_4x_5)=2$
107.	$8 \leq (1x_4x_5+x_1x_2x_3) < 11$	$ x_5x_1x_2-x_4x_3 =5$
108.	$1 < x_4x_2x_3-x_11x_5 < 5$	$ x_4x_2x_3-x_11x_5 =7$
109.	$1 < x_1x_2x_5-x_3x_4 \leq 4$	$ x_1x_2x_5-x_3x_4 =1$
110.	$3 \leq x_3x_2x_1-x_5x_4 \leq 5$	$ x_3x_2x_1-x_5x_4 =0$
111.	$(x_1x_2+x_3x_4x_5)=1, 5, 6, 7, 8$	$(x_3x_4x_5)=6$

Продолжение приложения 1

1	2	3
112.	$3 \leq x_4 1 x_5 - x_1 x_2 x_3 < 6$	$ x_4 1 x_5 - x_1 x_2 x_3 = 0$
113.	$2 \leq x_1 0 x_5 - x_4 x_2 x_1 \leq 4$	$ x_1 0 x_5 - x_4 x_2 x_1 = 0$
114.	$3 < x_2 1 x_3 - x_4 x_1 x_3 < 6$	$ x_2 1 x_3 - x_4 x_1 x_3 = 0$
115.	$1 < x_3 x_1 - x_2 x_4 x_5 \leq 4$	$ x_3 x_1 - x_2 x_4 x_5 = 7$
116.	$-2 \leq (x_4 x_5 - x_1 x_2 x_3) < 1$	$(x_4 x_5 - x_1 x_2 x_3) = -5$
117.	$2 \leq x_1 1 x_5 - x_4 x_2 x_3 \leq 4$	$ x_1 1 x_5 - x_4 x_2 x_3 = 6, 7$
118.	$2 \leq x_2 x_1 0 - x_3 x_4 x_5 < 5$	$ x_2 x_1 0 - x_3 x_4 x_5 = 1$
119.	$4 < (x_1 x_2 + x_3 x_4 x_5) \leq 8$	$(x_3 x_4 x_5) = 2$
120.	$2 \leq x_2 x_3 x_4 - x_5 x_1 \leq 5$	$(x_1 x_2 x_3) = 0$
121.	$-2 \leq (x_1 x_2 0 - x_3 x_4 x_5) \leq 1$	$(x_1 x_2 0 - x_3 x_4 x_5) = -3$
122.	$1 < x_1 x_5 x_3 - x_4 1 x_2 < 5$	$ x_1 x_5 x_3 - x_4 1 x_2 = 7$
123.	$(x_5 x_4 x_3)_{\text{mod} 5} < x_1 x_2$	$(x_5 x_4 x_3) = 3$
124.	$3 \leq x_4 1 x_5 - x_1 x_2 x_3 \leq 5$	$ x_4 1 x_5 - x_1 x_2 x_3 = 2$
125.	$8 \leq (x_5 x_2 x_4 + 1 x_1 x_3) < 12$	$(x_5 x_2 x_4) = 7$
126.	$1 < x_4 x_2 x_3 - x_1 1 x_5 < 4$	$ x_4 x_2 x_3 - x_1 1 x_5 = 4$
127.	$3 \leq (x_1 x_2 x_3 + x_4 x_5) \leq 6$	$(x_1 x_2 x_3 + x_4 x_5) = 7$
128.	$-3 < (x_5 x_1 0 - x_3 x_2 x_4) < 2$	$(x_5 x_1 0 + x_3 x_2 x_4) = 2$
129.	$-2 \leq (x_1 x_2 - x_3 x_4 x_5) \leq 1$	$(x_1 x_2 - x_3 x_4 x_5) = -3$
130.	$1 \leq x_5 x_4 - x_2 x_3 x_1 \leq 2$	$ x_5 x_4 - x_2 x_3 x_1 = 3$
131.	$1 < x_4 x_2 x_1 - x_5 x_3 \leq 4$	$ x_4 x_2 x_1 - x_5 x_3 = 1$
132.	$5 \leq (x_4 x_5 + x_1 x_2 x_3) \leq 8$	$(x_1 x_2 x_3) = 1$
133.	$2 \leq x_1 x_2 - x_3 x_4 x_5 \leq 4$	$ x_1 x_2 - x_3 x_4 x_5 = 5$
134.	$-2 \leq (x_2 x_3 0 - x_4 x_5 x_1) \leq 1$	$(x_2 x_3 0 - x_4 x_5 x_1) = 3$
135.	$7 < (1 x_1 x_5 + x_4 x_3 x_2) < 11$	$ x_1 x_2 x_3 - x_4 x_5 = 3$
136.	$(x_3 x_2 + x_4 x_5 x_1) = 0, 5, 6, 7, 8$	$(x_4 x_5 x_1) = 2$
137.	$(x_1 x_2 + x_3 x_4 x_5) = 1, 5, 6, 7, 8$	$(x_1 x_2 + x_3 x_4 x_5) = 3$
138.	$8 \leq (1 x_3 x_2 + x_5 x_2 x_4) \leq 10$	$ x_5 x_1 x_2 - x_4 x_3 = 0$
139.	$2 \leq x_3 0 x_4 - x_5 x_1 x_2 \leq 4$	$ x_3 0 x_4 - x_5 x_1 x_2 = 1$
140.	$1 \leq x_3 x_2 x_1 - x_5 x_4 \leq 3$	$ x_3 x_2 x_1 - x_5 x_4 = 0$

Приложение 2. Варианты заданий ко второй части курсовой работы

Но- мер ва- риа- нта	Выполняемые операции	Число переменных		Разряд- ность операндов		З н а к и	Используй- вание допол- нительного кода (для знаковых операций)	Фиксация переноса, заема, или перепол- нения	Для операции деления формирова- ние		Запрещен- ная нулевая комбинация	
		Вход- ных	Выход- ных	А	В				Част- ного	Ос- татка	А	В
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
1.	$C=(A+1)_{\text{mod}31}$	5	5	5	-	-	-	-	-	-	-	-
2.	$C= A-B $	5	3	3	2	-	-	-	-	-	-	-
3.	$C=A \pm B$	6	4	3	2	-	-	*	-	-	-	-
4.	$C=(A-1)_{\text{mod}53}$	6	6	6	-	-	-	-	-	-	-	-
5.	$C=A * B$	6	6	3	3	-	-	-	-	-	*	*
6.	$C= A \pm / B$	6	3	2	2	-	-	*	*	-	-	/
7.	$C=(A+1)_{\text{mod}49}$	6	6	6	-	-	-	-	-	-	-	-
8.	$C=A / B$	5	3	3	2	-	-	-	*	-	-	*
9.	$C=A+1 (+B)$	5	5	4 (2)	- (2)	-	-	*	-	-	-	-
10.	$C=(A \pm 1)_{\text{mod}27}$	6	5	5	-	-	-	-	-	-	-	-
11.	$C=A * B$	6	5	3	3	*	-	-	-	-	-	-
12.	$C=A+B$	6	4	3	3	*	*	*	-	-	-	-
13.	$C=(A+1)_{\text{mod}53}$	6	6	6	-	-	-	-	-	-	-	-
14.	$C=A / B$	6	5	4	2	-	-	*	*	*	-	*
15.	$C=A - B$	6	4	3	3	*	*	*	-	-	-	-
16.	$C=(A+1)_{\text{mod}55}$	6	6	6	-	-	-	-	-	-	-	-
17.	$C=A * B$	6	6	3	3	*	*	-	-	-	-	*
18.	$C=A-1 (-B)$	5	5	4 (3)	- (2)	-	-	*	-	-	-	-
19.	$C=(A+1)_{\text{mod}29}$	5	6	5	-	-	-	*	-	-	-	-

Продолжение приложения 2

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
20.	$C=A+*/B$	6	4	2	2	-	-	-	*	*	-	/
21.	$C=(A-1)_{\text{mod}57}$	6	6	6	-	-	-	-	-	-	-	-
22.	$C=A\pm 1 (\pm B)$	6	5	4 (2)	- (2)	-	-	*	-	-	-	-
23.	$C=A/B$	6	3	3	3	*	-	-	*	-	-	*
24.	$C=(A\pm 1)_{\text{mod}29}$	6	5	5	-	-	-	-	-	-	-	-
25.	$C=A*B$	6	5	3	3	*	-	-	-	-	*	-
26.	$C=(A-1)_{\text{mod}29}$	5	5	5	-	-	-	-	-	-	-	-
27.	$C=A*B$	6	5	3	3	*	-	-	-	-	*	*
28.	$C=(A+1)_{\text{mod}27}$	5	6	5	-	-	-	*	-	-	-	-
29.	$C=A-1 (\pm B)$	6	5	4 (2)	- (2)	-	-	*	-	-	-	-
30.	$C=(A-1)_{\text{mod}51}$	6	6	6	-	-	-	-	-	-	-	-
31.	$C=(A+1)_{\text{mod}57}$	6	6	6	-	-	-	-	-	-	-	-
32.	$C=A-2 (\pm B)$	5	5	4 (2)	- (2)	-	-	*	-	-	-	-
33.	$C=A\pm B$	5	3	2	2	-	-	*	-	-	-	-
34.	$C=A+1 (-B)$	5	5	4 (2)	- (2)	-	-	*	-	-	-	-
35.	$C=(A-1)_{\text{mod}55}$	6	6	6	-	-	-	-	-	-	-	-
36.	$C=A*B$	6	6	3	3	-	-	-	-	-	-	-
37.	$C=A\pm*B$	6	4	2	2	-	-	*	-	-	-	-
38.	$C=A+1 (\pm B)$	6	5	4 (2)	- (2)	-	-	*	-	-	-	-
39.	$C=A/B$	5	3	3	2	-	-	-	*	-	*	*
40.	$C=A*/B$	6	5	3	2	-	-	-	*	*	-	/
41.	$C=(A\pm 1)_{\text{mod}31}$	6	5	5	-	-	-	-	-	-	-	-
42.	$C=A*B$	6	6	3	3	-	-	-	-	-	-	*
43.	$C=A\pm 1 (-B)$	6	5	4 (2)	- (2)	-	-	*	-	-	-	-
44.	$C=(A+1)_{\text{mod}51}$	6	6	6	-	-	-	-	-	-	-	-
45.	$C=A/B$	6	6	3	3	*	-	-	*	*	-	*

Продолжение приложения 2

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
46.	$C= A \pm B $	6	4	3	2	-	-	-	-	-	-	-
47.	$C=(A+B)_{\text{mod}10}$	6	5	3	3	-	-	-	-	-	-	-
48.	$C= A_{\text{mod}6} - B _{\text{mod}6}$	6	4	3	3	-	-	*	-	-	-	-
49.	$C=(A+1)_{\text{mod}61}$	6	6	6	-	-	-	-	-	-	-	-
50.	$C=A \pm 1 (+B)$	6	5	4 (2)	- (2)	-	-	*	-	-	-	-
51.	$C=A * B$	5	5	3	2	-	-	-	-	-	-	*
52.	$C=(A_{\text{mod}6}+B)_{\text{mod}11}$	6	5	3	3	-	-	*	-	-	-	-
53.	$C=(A-1)_{\text{mod}49}$	6	6	6	-	-	-	-	-	-	-	-
54.	$C=A+2 (+B)$	6	6	5 (3)	- (2)	-	-	*	-	-	-	-
55.	$C=(A_{\text{mod}7} + B)_{\text{mod}9}$	5	5	3	2	-	-	*	-	-	-	-
56.	$C=A * B$	5	5	3	2	-	-	-	-	-	-	-
57.	$C=(A+B)_{\text{mod}11}$	6	5	3	3	-	-	*	-	-	-	-
58.	$C=(A-1)_{\text{mod}27}$	5	5	5	-	-	-	-	-	-	-	-
59.	$C=A-3 (+B)$	6	6	5 (3)	- (2)	-	-	*	-	-	-	-
60.	$C=(A_{\text{mod}6}+B)_{\text{mod}10}$	6	5	3	3	-	-	*	-	-	-	-
61.	$C=A + B$	6	4	3	3	*	-	*	-	-	-	-
62.	$C=(A \pm 1)_{\text{mod}11}$	5	5	4	-	-	-	*	-	-	-	-
63.	$C= A_{\text{mod}7} - B _{\text{mod}7}$	6	4	3	3	-	-	*	-	-	-	-
64.	$C=A-2 (+B)$	6	6	5 (3)	- (2)	-	-	*	-	-	-	-
65.	$C=A+2 (+B)$	6	6	5 (3)	- (2)	-	-	*	-	-	-	-
66.	$C=A * B$	6	6	3	3	-	-	-	-	-	*	-
67.	$C=(A-1)_{\text{mod}25}$	5	5	5	-	-	-	-	-	-	-	-
68.	$C=(A_{\text{mod}7} + B_{\text{mod}7})_{\text{mod}12}$	6	5	3	3	-	-	*	-	-	-	-
69.	$C=A+3 (+B)$	5	5	4 (2)	- (2)	-	-	*	-	-	-	-
70.	$C=A * B$	6	6	3	3	*	*	-	-	-	-	-
71.	$C=(A \pm 1)_{\text{mod}15}$	5	5	4	-	-	-	*	-	-	-	-
72.	$C=(A+B)_{\text{mod}12}$	6	5	3	3	-	-	*	-	-	-	-

Продолжение приложения 2

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
73.	$C=A-B$	6	4	3	3	*	*	*	-	-	-	-
74.	$C=A-2 (-B)$	6	6	5 (3)	- (2)	-	-	*	-	-	-	-
75.	$C=(A+1)_{\text{mod}25}$	5	5	5	-	-	-	-	-	-	-	-
76.	$C= A-B $	6	3	3	3	-	-	-	-	-	-	-
77.	$C= A-B _{\text{mod}6}$	6	4	3	3	-	-	*	-	-	-	-
78.	$C=A+2 (-B)$	5	5	4 (2)	- (2)	-	-	*	-	-	-	-
79.	$C=A-1 (+B)$	6	6	5 (3)	- (2)	-	-	*	-	-	-	-
80.	$C=(A-1)_{\text{mod}63}$	6	6	6	-	-	-	-	-	-	-	-
81.	$C=A * B$	6	6	3	3	-	-	-	-	-	*	*
82.	$C=(A+B)_{\text{mod}13}$	6	5	3	3	-	-	*	-	-	-	-
83.	$C=(A+B)_{\text{mod}10}$	5	5	3	2	-	-	*	-	-	-	-
84.	$C=A * / B$	5	4	2	2	-	-	-	*	*	*	/
85.	$C=A+3 (-B)$	5	5	4 (2)	- (2)	-	-	*	-	-	-	-
86.	$C=(A+1)_{\text{mod}59}$	6	6	6	-	-	-	-	-	-	-	-
87.	$C=A+B_{\text{mod}7}$	5	4	2	3	-	-	-	-	-	-	-
88.	$C=A / B$	6	6	3	3	-	-	-	*	*	-	*
89.	$C=A * / B$	5	4	2	2	-	-	-	*	*	-	*
90.	$C=(A_{\text{mod}6}+B_{\text{mod}7})_{\text{mod}10}$	6	5	3	3	-	-	*	-	-	-	-
91.	$C=A+1 (-B)$	6	6	5 (3)	- (2)	-	-	*	-	-	-	-
92.	$C=(A\pm 1)_{\text{mod}10}$	5	5	4	-	-	-	*	-	-	-	-
93.	$C=(A+B_{\text{mod}7})_{\text{mod}10}$	6	5	3	3	-	-	*	-	-	-	-
94.	$C=A-3 (+B)$	5	5	4 (2)	- (2)	-	-	*	-	-	-	-
95.	$C=A * B$	5	5	3	2	-	-	-	-	-	*	*
96.	$C=(A_{\text{mod}6}+B)_{\text{mod}12}$	6	5	3	3	-	-	*	-	-	-	-
97.	$C=A+B$	6	4	3	3	-	-	-	-	-	-	-
98.	$C=(A\pm 1)_{\text{mod}13}$	5	5	4	-	-	-	*	-	-	-	-
99.	$C=A-1(-B)$	6	6	5 (3)	- (2)	-	-	*	-	-	-	-
100.	$C=(A_{\text{mod}7}+B_{\text{mod}6})_{\text{mod}11}$	6	5	3	3	-	-	*	-	-	-	-

Продолжение приложения 2

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
101.	$C=A / B$	6	6	3	3	*	*	-	*	*	-	*
102.	$C=A-2 (-B)$	5	5	4 (2)	- (2)	-	-	*	-	-	-	-
103.	$C=(A\pm 1)_{\text{mod}12}$	5	5	4	-	-	-	*	-	-	-	-
104.	$C=A+1(+B)$	6	6	5 (3)	- (2)	-	-	*	-	-	-	-
105.	$C=A * B$	5	5	3	2	-	-	-	-	-	*	-
106.	$C=(A+1)_{\text{mod}63}$	6	6	6	-	-	-	-	-	-	-	-
107.	$C=(A_{\text{mod}6} + B)_{\text{mod}8}$	5	4	3	2	-	-	*	-	-	-	-
108.	$C=A+3 (-B)$	6	6	5 (3)	- (2)	-	-	*	-	-	-	-
109.	$C=A+ * / B$	6	4	2	2	-	-	-	*	*	-	/
110.	$C=(A-1)_{\text{mod}59}$	6	6	6	-	-	-	-	-	-	-	-
111.	$C=(A + B_{\text{mod}6})_{\text{mod}8}$	5	4	2	3	-	-	*	-	-	-	-
112.	$C=A+B$	5	4	3	2	-	-	-	-	-	-	-
113.	$C=A+2 (+B)$	5	5	4 (2)	- (2)	-	-	*	-	-	-	-
114.	$C=A / B$	6	3	3	3	-	-	-	-	*	-	*
115.	$C=(A + B_{\text{mod}7})_{\text{mod}11}$	6	5	3	3	-	-	*	-	-	-	-
116.	$C=A-1 (+B)$	5	5	4 (2)	- (2)	-	-	*	-	-	-	-
117.	$C=A * B$	6	5	3	3	*	-	-	-	-	*	-
118.	$C=(A-1)_{\text{mod}31}$	5	5	5	-	-	-	-	-	-	-	-
119.	$C=A-3 (-B)$	6	6	5 (3)	- (2)	-	-	*	-	-	-	-
120.	$C=(A+B)_{\text{mod}8}$	5	4	2	3	-	-	*	-	-	-	-
121.	$C=A * B$	6	6	3	3	*	*	-	-	-	-	*
122.	$C=(A\pm 1)_{\text{mod}25}$	6	5	5	-	-	-	-	-	-	-	-
123.	$C=A+3 (+B)$	6	6	5 (3)	- (2)	-	-	*	-	-	-	-
124.	$C=(A + B_{\text{mod}7})_{\text{mod}12}$	6	5	3	3	-	-	*	-	-	-	-
125.	$C= A - B _{\text{mod}7}$	6	4	3	3	-	-	*	-	-	-	-
126.	$C=(A+B)_{\text{mod}9}$	5	5	3	2	-	-	*	-	-	-	-
127.	$C=A - B$	6	4	3	3	-	-	*	-	-	-	-
128.	$C=(A-1)_{\text{mod}61}$	6	6	6	-	-	-	-	-	-	-	-

Приложение 3. Дифференциация заданий курсовой работы

Пункт задания	Обязательная часть		
	Оценка		
	3	4	5
Задание по 1-ой части			
Минимизация методом Квайна-МакКласки	Найти любое минимальное покрытие <i>(хотя бы одно)</i>	Найти минимальные покрытия для K^0 с большим числом кубов <i>(минимально 3)</i>	Найти единичное и нулевое минимальные покрытия с использованием метода Петрика <i>(минимально 5)</i>
Минимизация на картах Карно	Найти единичное и нулевое минимальные покрытия минимально. 2 минимально 4 минимально 6		
Факторизация и декомпозиция (для минимальных форм разных типов)	минимально для 2	минимально для 3	минимально для 4
Синтез схем <i>(для всех схем определить цену по Квайну и задержку)</i>	минимально 3 схемы (в том числе в универсальном базисе с ограничением на число входов. Число входов равно 2)	минимально 4 схемы (в том числе в универсальном базисе с ограничением на число входов. Число входов равно 2; в сокращенном булевом базисе; с однофазными входами)	минимально 5 схем (в том числе в универсальном базисе с ограничением на число входов. Число входов равно 2; в сокращенном булевом базисе; с однофазными входами; в базисе Жегалкина)
Анализ схем <i>(самых сложных)</i>	2 набора аргументов минимально для 1 схемы	2 набора аргументов минимально для 2 схем	2 набора аргументов минимально для 3 схем

Задание по 2-ой части			
Входных переменных	5	6	6
Выходных переменных	3-5	3-5	5-6
Минимизация на картах Карно	Найти одно минимальное покрытие	Найти единичное и нулевое минимальные покрытия	
Факторизация и декомпозиция	Для найденной минимальной формы	Для минимальной формы с меньшей ценой	Для обеих минимальных форм
Синтез схем	минимально одна схема в произвольном базис	минимально две схемы (в том числе в универсальном базисе)	минимально три схемы (в том числе в универсальном базисе с ограничением на число входов. Число входов равно 2; с однофазными входами)
Анализ схем (для всех построенных схем)	На одном наборе	На двух наборах	На трех наборах

Содержание

Введение	4
1. ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ПОЛОЖЕНИЯ	5
1.1 Задачи синтеза и анализа комбинационных схем	5
1.2. Представление булевой функции в аналитическом виде	6
1.3. Минимизация булевых функций методом Квайна-Мак-Класки	7
1.3.1 Основные положения	7
1.3.2 Определение множества простых импликант	9
1.3.3 Составление импликантной таблицы	9
1.3.4 Выделение множества существенных импликант	10
1.3.5 Определение минимального покрытия	10
1.4. Минимизация булевых функций на картах Карно	11
1.5. Факторизация и декомпозиция булевых функций	11
1.6. Синтез комбинационных схем в различных базисах	12
1.6.1 Основные положения	12
1.6.2 Булев базис	12
1.6.3 Универсальные базисы	13
1.6.4 Сокращенные булевы базисы	14
1.6.5 Базис Жегалкина	15
1.7. Синтез комбинационных схем с учетом коэффициента объединения по входам	15
2. СИНТЕЗ КОМБИНАЦИОННЫХ СХЕМ, РЕАЛИЗУЮЩИХ ЗАДАННУЮ ФУНКЦИЮ	16
2.1. Составление таблицы истинности	16
2.2. Представление булевой функции в аналитическом виде	17
2.3. Минимизация булевых функций методом Квайна-Мак-Класки	18
2.4. Минимизация булевых функций на картах Карно	22
2.4.1 Определение МДНФ	22
2.4.2 Определение МКНФ	22
2.5. Преобразование минимальных форм булевых функций	24
2.6. Синтез комбинационных схем в булевом базисе	25
2.7. Синтез комбинационных схем в универсальных базисах	26
2.7.1 Базис ИЛИ-НЕ	26
2.7.2 Базис И-НЕ	28
2.8. Синтез комбинационных схем в сокращенных булевых базисах	29
2.8.1 Базис (ИЛИ, НЕ)	29
2.8.2 Базис (И, НЕ)	30
2.9. Синтез комбинационных схем в базисе Жегалкина	31
2.10. Синтез комбинационных схем с учетом коэффициента объединения по входам	32
2.11. Анализ комбинационных схем	35

3.	СИНТЕЗ МНОГОВЫХОДНЫХ КОМБИНАЦИОННЫХ СХЕМ	37
3.1.	Синтез двухразрядного сумматора	37
3.1.1	Составление таблицы истинности	38
3.1.2	Минимизация булевых функций системы	38
3.1.3	Преобразование минимальных форм булевых функций системы	39
3.1.4	Синтез многовыходной комбинационной схемы в булевом базисе	40
3.1.5	Анализ многовыходной комбинационной схемы	41
3.2.	Синтез реверсивного счетчика	41
3.2.1	Составление таблицы истинности	41
3.2.2	Минимизация булевых функций системы	43
3.2.3	Преобразование минимальных форм булевых функций системы	45
3.2.4	Синтез многовыходной комбинационной схемы в булевом базисе	46
3.2.5	Анализ многовыходной комбинационной схемы	46
	Литература	47
	Приложение 1. Варианты заданий к первой части курсовой работы	48
	Приложение 2. Варианты заданий ко второй части курсовой работы	52
	Приложение 3. Дифференциация заданий курсовой работы	57

СПбГУ ИТМО стал победителем конкурса инновационных образовательных программ вузов России на 2007–2008 годы и успешно реализовал инновационную образовательную программу «Инновационная система подготовки специалистов нового поколения в области информационных и оптических технологий», что позволило выйти на качественно новый уровень подготовки выпускников и удовлетворять возрастающий спрос на специалистов в информационной, оптической и других высокотехнологичных отраслях науки. Реализация этой программы создала основу формирования программы дальнейшего развития вуза до 2015 года, включая внедрение современной модели образования.

КАФЕДРА ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОЙ ТЕХНИКИ

О кафедре

Кафедра ВТ СПбГУ ИТМО создана в 1937 году и является одной из старейших и авторитетнейших научно-педагогических школ России.

Первоначально кафедра называлась кафедрой математических и счетно-решающих приборов и устройств и занималась разработкой электромеханических вычислительных устройств и приборов управления. Свое нынешнее название кафедра получила в 1963 году.

Кафедра вычислительной техники является одной из крупнейших в университете, на которой работают высококвалифицированные специалисты, в том числе 8 профессоров и 15 доцентов, обучающие около 500 студентов и 30 аспирантов.

Кафедра имеет 4 компьютерных класса, объединяющих более 70 компьютеров в локальную вычислительную сеть кафедры и обеспечивающих доступ студентов ко всем информационным ресурсам кафедры и выход в Интернет. Кроме того, на кафедре имеются учебные и научно-исследовательские лаборатории по вычислительной технике, в которых работают студенты кафедры.

Чему мы учим

Традиционно на кафедре ВТ основной упор в подготовке специалистов делается на фундаментальную базовую подготовку в рамках общепрофессиональных и специальных дисциплин, охватывающих наиболее важные разделы вычислительной техники: функциональная схемотехника и микропроцессорная техника, алгоритмизация и программирование, информационные системы и базы данных, мультимедиа-технологии, вычислительные сети и средства те-

лекоммуникации, защита информации и информационная безопасность. В то же время, кафедра предоставляет студентам старших курсов возможность специализироваться в более узких профессиональных областях в соответствии с их интересами.

Специализации на выбор

Кафедра ВТ ИТМО предлагает в рамках инженерной и магистерской подготовки студентам на выбор 3 специализации.

1. Специализация в области информационно-управляющих систем направлена на подготовку специалистов, умеющих проектировать и разрабатывать управляющие системы реального времени на основе средств микропроцессорной техники. При этом студентам, обучающимся по этой специализации, предоставляется уникальная возможность участвовать в конкретных разработках реального оборудования, изучая все этапы проектирования и производства, вплоть до получения конечного продукта. Для этого на кафедре организована специальная учебно-производственная лаборатория, оснащенная самым современным оборудованием. Следует отметить, что в последнее время, в связи с подъемом отечественной промышленности, специалисты в области разработки и проектирования информационно-управляющих систем становятся все более востребованными, причем не только в России, но и за рубежом.

2. Кафедра вычислительной техники - одна из первых, начавшая в свое время подготовку специалистов в области открытых информационно-вычислительных систем. Сегодня студентам, специализирующимся в этой области, предоставляется уникальная возможность изучать и осваивать одно из самых мощных средств создания больших информационных систем - систему управления базами данных Oracle. При этом повышенные требования, предъявляемые к вычислительным ресурсам, с помощью которых реализуются базы данных в среде Oracle, удовлетворяются за счет организации на кафедре специализированного компьютерного класса, оснащенного мощными компьютерами фирмы SUN, связанными в локальную сеть кафедры. В то же время, студенты, специализирующиеся в данной области, получают хорошую базовую подготовку в области информационных систем, что позволяет им по завершению обучения успешно разрабатывать базы данных и знаний не только в среде Oracle, но и на основе любых других систем управления базами данных.

3. И, конечно же, кафедра не могла остаться в стороне от бурного натиска вычислительных сетей и средств телекоммуникаций в сфере компьютерных технологий. Наличие высокопрофессиональных кадров в данной области и соответствующей технической базы на кафедре (две локальные вычислительные сети, объединяющие около 80 компьютеров и предоставляющие возможность работы в разных операционных средах - Windows, Unix, Solaris), позволило организовать подготовку специалистов по данному направлению, включая изучение вопросов компьютерной безопасности, администрирования, оптимизации и проектирования вычислительных сетей.

Павел Семенович Довгий
Владимир Иванович Поляков

СИНТЕЗ КОМБИНАЦИОННЫХ СХЕМ

Учебное пособие к курсовой работе
по дисциплине "Дискретная математика"

В авторской редакции

Дизайн

В.И.Поляков

Верстка

В.И.Поляков

Редакционно-издательский отдел Санкт-Петербургского государственного
университета информационных технологий, механики и оптики

Зав. РИО

Н.Ф. Гусарова

Лицензия ИД № 00408 от 05.11.09

Подписано к печати

Заказ №

Тираж 200 экз.

Отпечатано на ризографе

Редакционно-издательский отдел
Санкт-Петербургского государственного
университета информационных техноло-
гий, механики и оптики
197101, Санкт-Петербург, Кронверкский пр., 49

