


Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет

информационных технологий, механики и оптики
 УНИВЕРСИТЕТ ИТМО УЧЕБНЫЙ ЦЕНТР
ОБЩЕЙ ФИЗИКИ ФТФ

Группа	R3111	К работе допущен
Студент	Ляо Ихун	Работа выполнена
Преподаватель	Сорокина Елена Константиновна	
Отчет принят		

Рабочий протокол и отчет по лабораторной работе №2

1. Цель работы:

1) Экспериментальная проверка равноускоренности движения тележки по наклонноплоскости.

2) Определение величины ускорения свободного падения g

2. Задачи, решаемые при выполнении работы:

- 1) Измерение времени движения тележки по рельсу с фиксированным углом наклона
- 2) Измерение времени движения тележки по рельсу при разных углах наклона рельса к горизонту
- 3) Вычислить ускорение тележки a с цифровыми данными из шага 2. Сделать проверку равноускоренности движения тележки.
- 4) Вычислить ускорения свободного падения g и исследовать отношение между ускорением тележки и углом наклона рельса к горизонту с цифровыми данными из шага 2)

3. Объект исследования:

- 1) зависимости ускорения тележки от угла наклона рельса к горизонту.
- 2) движения тележки при фиксированном угле наклона рельса

4. Метод экспериментального исследования:

- 1) Применять лабораторную установку чтобы измерять ускорение тележки 5 раз разными положениями второго оптической вороты
- 2) Применять лабораторную установку чтобы измерять ускорение тележки с 5 разных числ пластин. И повторить с каждым числом 5 раз.

5. Рабочие формулы и исходные данные.

- 1) при поступательном равноускоренном движении тела вдоль оси Ox :
 $V_x(t) = V_0 + a \cdot t$
- 2) Зависимость координаты тела x от времени t имеет вид:
 $x(t) = x_0 + v_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2$
- 3) Если начальная скорость тела равна нулю, то из (2) следует:
 $x_2 - x_1 = \frac{a}{2} (t_2^2 - t_1^2)$
- 4) модуля ускорения:
 $a = g \sin \alpha - \mu g \cos \alpha$, где α - угол между наклонной плоскостью и горизонталью.

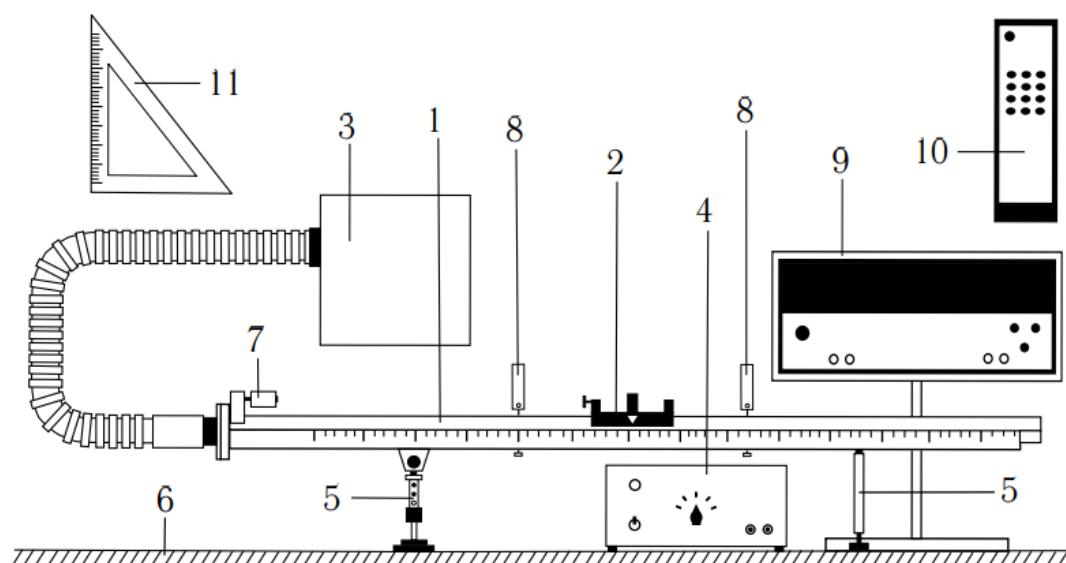
Источник данных:

1. Курепин В.В., Баранов И.В. Обработка экспериментальных данных: Учеб.-метод. пособие - СПб.: НИУИТМО; ИХиБТ, 2012
2. Боярский К.К., Смирнов А.В., Прищепенок О.Б. Механика. Ч.1: Кинематика, динамика: Учеб.-метод. пособие - СПб.: Университет ИТМО, 2019

6. Измерительные приборы

Наименование	Предел	Цена деления	Класс точности	Δ и
Линейка на рельсе	1,3мм	1 см /дел	-----	5мм
Линейка на угольник	250мм	1 мм/дел	-----	0,5мм
ПЦК-3 в режиме секундомера	100с	0,1 с	-----	0,1с

7. Схема установки



8. Измерения и обработка результатов:

Для задания 1:

Измерение:

№	Измеренные величины				Рассчитанные величины	
	x1,м	x2,м	t1,с	t2,с	x2-x1,м	(t2^2-t1^2)/2,с^2
1	0.15	0.40	1.3	2.5	0.25	2.28
2	0.15	0.50	1.4	3.0	0.35	3.52
3	0.15	0.70	1.4	3.6	0.55	5.50
4	0.15	0.90	1.4	4.1	0.75	7.42
5	0.15	1.10	1.4	4.5	0.95	9.15
Погрешность	$x_2 - x_1 = (0.57 \pm 0.36) \text{ м}; \mathcal{E}_{(x_2 - x_1)} = 63.15\%; a = 0.95$ $(t_2^2 - t_1^2)/2 = (5.57 \pm 3.48) \text{ с}^2; \mathcal{E}_{((t_2^2 - t_1^2)/2)} = 22.44\%; a = 0.95$					

x,м	x',м	h0,мм	h0',мм
0.22	1.0	202	200

Обработка:

$$Y = x_2 - x_1, Z = (t_2^2 - t_1^2)/2$$

1. Рассчитать величины Y и Z и их погрешности:

Найти абсолютную и относительную погрешности:

Для Y:

Вычислить среднее арифметическое значение:

$$\bar{Y} = (0.25 + 0.35 + 0.55 + 0.75 + 0.95)/5 = 0.57 \text{ м}$$

Вычислить оценку среднего квадратического отклонения результата измерения:

$$S\bar{Y} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (Y_i - \bar{Y})^2}{n(n-1)}} = 0.13 \text{ м}$$

Рассчитать доверительный интервал случайной погрешности:

$$\Delta \bar{Y} = t_{a,n} * S\bar{Y} = 2.78 * 0.13 = 0.36 \text{ м}$$

где $t_{a,n}$ - коэффициент Стьюдента, который учитывает требуемую доверительную вероятность α и количество проведенных измерений n , на основании которых вычислена величина $S\bar{Y}$. И $\alpha=0.95$

Определить абсолютную погрешность измерения с учетом случайной погрешности:

$$\Delta Y = \sqrt{\Delta_{\bar{Y}}^2 + \left(\frac{2}{3} \Delta_{MY}\right)^2} = \sqrt{0.36 * 0.36 + \left(\frac{2}{3} * 0.005\right)^2} = 0.36 \text{ м}$$

Вычислить относительную погрешность измерения:

$$\varepsilon_Y = \Delta Y / \bar{Y} * 100\% = 63.15\%$$

Для Z:

Вычислить среднее арифметическое значение:

$$\bar{Z} = (2.28 + 3.52 + 5.50 + 7.42 + 9.15) / 5 = 5.57 \text{ с}^2$$

Вычислить оценку среднего квадратического отклонения результата измерения:

$$S\bar{Z} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (Z_i - \bar{Z})^2}{n(n-1)}} = 1.25 \text{ с}^2$$

Рассчитать доверительный интервал случайной погрешности:

$$\Delta \bar{Z} = t_{a,n} * S\bar{Z} = 2.78 * 1.25 = 3.48 \text{ с}^2$$

где $t_{a,n}$ - коэффициент Стьюдента, который учитывает требуемую доверительную вероятность α и количество проведенных измерений n , на основании которых вычислена величина $S\bar{Y}$. И $\alpha=0.95$

Определить абсолютную погрешность измерения с учетом случайной погрешности:

$$\Delta Z = \sqrt{\Delta_{\bar{Z}}^2 + \left(\frac{2}{3} \Delta_{MZ}\right)^2} = \sqrt{1.32 * 1.32 + \left(\frac{2}{3} * 0.1\right)^2} = 1.32 \text{ с}^2$$

Вычислить относительную погрешность измерения:

$$\varepsilon_Z = \Delta Z / \bar{Z} * 100\% = 22.44\%$$

2. Найти точки экспериментальной зависимости $\{Y_i, Z_i\}$

$$\Delta_y = 1/2 \Delta_Y = 0.18 \text{ м}$$

$$\Delta_x = 1/2 \Delta_Z = 0.66 \text{ с}^2$$

Графика находится в пункте 11(Графики)

3. Найдите ускорение тележки методом наименьших квадратов:

$Y = aZ$, найдём a :

$$a = \frac{\sum Z_i Y_i}{\sum Z_i^2} = 0.10$$

СКО коэффициента a для доверительной вероятности $\alpha=0.90$:

$$S_a^2 = \frac{1}{\sum Z_i^2} \frac{\sum d_i^2}{n-1} = 0.0000098, \text{ где } d_i = Y_i - aZ_i$$

Погрешность коэффициента a для доверительной вероятности $\alpha=0.90$:

$$\Delta_a = 2S_a = 0.0062 \text{ м/с}^2$$

Найти относительную погрешность ускорения:

$$\varepsilon_a = \frac{\Delta a}{a} * 100\% = 0.62\%$$

4. Построить график зависимости $Y(Z) = aZ$ на том же рисунке:

Графика находится в пункте 11(Графики)

Для задания 2:

Измерение:

Измерения:

Нпл	h,мм	h',мм	№	t1,с	t2,с
1	195	208	1	1.1	4.3
			2	1.2	4.4
			3	1.4	4.6
			4	1.4	4.5
			5	1.4	4.5
2	185	208	1	1.0	3.4
			2	1.1	3.4
			3	1.0	3.3
			4	1.1	3.4
			5	1.0	3.2
3	177	207	1	0.9	2.8
			2	0.9	2.9
			3	0.9	2.8
			4	1.0	2.8
			5	0.9	2.8
4	168	206	1	0.6	2.2
			2	0.7	2.3
			3	0.7	2.3
			4	0.7	2.3
			5	0.7	2.2
5	159	205	1	0.6	2.1
			2	0.6	2.0
			3	0.5	1.9
			4	0.5	2.0
			5	0.6	2.0

Нпл - количестао пластин
h - высота на координате x=0.22м
h' - высота на координате x'=1.00м

1. Для каждой серии измерений из Табл. 4 вычислите значение синуса угла наклона рельса к горизонту

$$\sin a_1 = \frac{(205-195)-(207-208)}{1000-220} = 0.014$$

$$\sin a_2 = 0.027$$

$$\sin a_3 = 0.036$$

$$\sin a_4 = 0.046$$

$$\sin a_5 = 0.056$$

2. Для каждой серии измерений вычислите средние значения времени t1 t2 и их погрешности

2-1:

1) Вычислить средние значения t1 и t2 каждой серии:

$$\langle t_1 \rangle = (1.1+1.2+1.4+1.4+1.4)/5 = 1.30\text{с}$$

$$\langle t_2 \rangle = (4.3+4.4+4.6+4.5+4.5)/5 = 4.46\text{с}$$

$$St_1 = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (t_{1i} - \langle t_1 \rangle)^2}{n(n-1)}} = 0.063c$$

$$St_2 = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (t_{2i} - \langle t_2 \rangle)^2}{n(n-1)}} = 0.05c$$

$$\Delta_{t_1} = t_{a,n} * St_1 = 2.78 * 0.063 = 1.75 * 10^{-1}c$$

$$\Delta_{t_2} = t_{a,n} * St_2 = 2.78 * 0.005 = 1.39 * 10^{-2}c$$

Абсолютные погрешности:

$$\Delta_{t_1} = \sqrt{\Delta_{t_1}^2 + (2/3\Delta_u)^2} = 0.19c$$

$$\Delta_{t_2} = \sqrt{\Delta_{t_2}^2 + (2/3\Delta_u)^2} = 0.068c$$

Относительные погрешности:

$$\varepsilon_{t_1} = 14.62\%$$

$$\varepsilon_{t_2} = 1.5\%$$

2-2:

Вычислить средние значения t_1 и t_2 каждой серии:

$$\langle t_1 \rangle = 1.04c$$

$$\langle t_2 \rangle = 3.34c$$

$$St_1 = 0.024c$$

$$St_2 = 0.039c$$

$$\Delta_{t_1} = 6.67 * 10^{-2}c$$

$$\Delta_{t_2} = 1.08 * 10^{-1}c$$

Абсолютные погрешности:

$$\Delta_{t_1} = 0.09c$$

$$\Delta_{t_2} = 0.13c$$

Относительные погрешности:

$$\varepsilon_{t_1} = 8.65\%$$

$$\varepsilon_{t_2} = 3.89\%$$

2-3:

Вычислить средние значения t_1 и t_2 каждой серии:

$$\langle t_1 \rangle = 0.92c$$

$$\langle t_2 \rangle = 2.82c$$

$$St_1 = 0.02c$$

$$St_2 = 0.02c$$

$$\Delta_{t_1} = 5.56 * 10^{-2}c$$

$$\Delta_{t_2} = 5.56 * 10^{-2}c$$

Абсолютные погрешности:

$$\Delta_{t_1} = 0.09c$$

$$\Delta_{t_2} = 0.09c$$

Относительные погрешности:

$$\varepsilon_{t_1} = 9.78\%$$

$$\varepsilon_{t_2} = 3.95\%$$

2-4:

Вычислить средние значения t_1 и t_2 каждой серии:

$$\langle t_1 \rangle = 0.68 \text{ с}$$

$$\langle t_2 \rangle = 2.26 \text{ с}$$

$$St_1 = 0.02 \text{ с}$$

$$St_2 = 0.024 \text{ с}$$

$$\Delta t_1 = 5.56 \cdot 10^{-2} \text{ с}$$

$$\Delta t_2 = 6.67 \cdot 10^{-2} \text{ с}$$

Абсолютные погрешности:

$$\Delta t_1 = 0.087 \text{ с}$$

$$\Delta t_2 = 0.094 \text{ с}$$

Относительные погрешности:

$$\varepsilon_{t_1} = 12.80\%$$

$$\varepsilon_{t_2} = 3.85\%$$

2-5:

Вычислить средние значения t_1 и t_2 каждой серии:

$$\langle t_1 \rangle = 0.56 \text{ с}$$

$$\langle t_2 \rangle = 2.00 \text{ с}$$

$$St_1 = 0.025 \text{ с}$$

$$St_2 = 0.032 \text{ с}$$

$$\Delta t_1 = 6.95 \cdot 10^{-2} \text{ с}$$

$$\Delta t_2 = 8.90 \cdot 10^{-2} \text{ с}$$

Абсолютные погрешности:

$$\Delta t_1 = 0.09 \text{ с}$$

$$\Delta t_2 = 0.11 \text{ с}$$

Относительные погрешности:

$$\varepsilon_{t_1} = 16.07\%$$

$$\varepsilon_{t_2} = 5.50\%$$

3. Вычислите значение ускорения и его погрешность для каждой серии измерений по формулам:

$$\text{Ускорение: } \langle a \rangle = \frac{2(x_2 - x_1)}{\langle t_2 \rangle^2 - \langle t_1 \rangle^2}$$

$$3-1: 0.104 \text{ м/с}^2$$

$$3-2: 0.189 \text{ м/с}^2$$

$$3-3: 0.267 \text{ м/с}^2$$

$$3-4: 0.41 \text{ м/с}^2$$

$$3-5: 0.515 \text{ м/с}^2$$

Погрешность:

$$\Delta a = \langle a \rangle \cdot \sqrt{\frac{(\Delta x_{02})^2 + (\Delta x_{01})^2}{(x_2 - x_1)^2} + 4 \cdot \frac{(\langle t_1 \rangle \Delta t_1)^2 + (\langle t_2 \rangle \Delta t_2)^2}{(\langle t_2 \rangle^2 - \langle t_1 \rangle^2)^2}}$$

$$3-1: 0.005 \text{ м/с}^2$$

$$3-2: 0.017 \text{ м/с}^2$$

$$3-3: 0.020 \text{ м/с}^2$$

$$3-4: 0.040 \text{ м/с}^2$$

3-5:0.063 m/c²

4. Результаты расчета ускорения в виде доверительного интервала $\langle a \rangle \pm \Delta_a$ внесите в последний столбец Табл5

5. Теоретическая зависимость a от $\sin \alpha$ в соответствии с формулой (7) имеет линейный характер: $a = A + B \sin \alpha$, где $A = -\mu g$, $B = g$, т.е. коэффициент B равен ускорению свободного падения. Найдите коэффициенты линейной зависимости по следующим формулам:

$$B \equiv g = \frac{\sum_{i=1}^N a_i \sin \alpha_i - \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N a_i \sum_{i=1}^N \sin \alpha_i}{\sum_{i=1}^N \sin^2 \alpha_i - \frac{1}{N} \left(\sum_{i=1}^N \sin \alpha_i \right)^2}; \quad (14)$$

$$A = \frac{1}{N} \left(\sum_{i=1}^N a_i - B \sum_{i=1}^N \sin \alpha_i \right). \quad (15)$$

$g=10.05, A=-0.063$

6. Рассчитайте СКО для ускорение свободного падения (коэффициента B) по форме:

$$\sigma_g = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N d_i^2}{D(N-2)}}.$$

где

$$d_i = a_i - (A + B \sin \alpha_i)$$

$$D = \sum_{i=1}^N \sin^2 \alpha_i - \frac{1}{N} \left(\sum_{i=1}^N \sin \alpha_i \right)^2. \quad (18)$$

Определите абсолютную погрешность коэффициента для доверительной вероятности $\alpha = 0,90$ по формуле:

$$\Delta g = 2\sigma_g, \quad (19)$$

Рассчитайте относительную погрешность g :

$$\varepsilon_g = \frac{\Delta g}{g} \cdot 100\%. \quad (20)$$

Найденный доверительный интервал для ускорения свободного падения запишите в бланк отчета по лабораторной работе.

$d1=0.104-(-0.063+10.05*0.014)=0.026$

$d2=-0.0019$

$d3=-0.032$

$d4=0.001$

$d5=-0.015$

$$D=(0.014^2+0.027^2+0.036^2+0.046^2+0.056^2)-(0.014+0.027+0.036+0.046+0.056)^2/5=0.001$$

$$\sigma_g = \sqrt{\frac{(0.026)^2+(-0.019)^2+(-0.032)^2+(-0.001)^2+(-0.015)^2}{0.001(5-2)}}=0.76$$

$$\Delta g=2*0.72=1.52\text{м/с}^2 \text{ и } \varepsilon_g = \frac{1.52}{10.05} * 100\% = 15.12\%$$

7. Найдите абсолютное отклонение экспериментального значения ускорения свободного падения $g_{\text{эксп}}$ от его табличного значения $g_{\text{табл}}$ для Санкт-Петербурга. Сравните абсолютную погрешность Δg с разностью между табличным и экспериментальным значениями $|g_{\text{эксп}} - g_{\text{табл}}|$. Сформулируйте и запишите в отчет вывод о достоверности результатов ваших измерений.

Мы можем найти $g_{\text{табл}}=9.8195\text{м/с}^2$. Абсолютная погрешность $\Delta g=1.52\text{м/с}^2$ больше чем $|g_{\text{эксп}}-g_{\text{табл}}|=0.2305\text{м/с}^2$

8. По данным из второго и пятого столбцов Табл. 5 отметьте на рисунке экспериментальные точки зависимости $a = a(\sin \alpha)$.

$$\bar{a}=(0.104+0.189+0.267+0.41+0.510)/5=0.30$$

$$\overline{\sin a}=(0.014+0.027+0.036+0.046+0.056)/5=0.036$$

Знаем, что $a=a(\sin a)$

$$a=\frac{\sum a_i(\sin a_i)}{\sum (\sin a_i)^2}=8.50$$

Рисунка в пункте 11

9. Используя рассчитанные методом наименьших квадратов значения коэффициентов A и B , постройте на том же рисунке график аппроксимирующей линейной зависимости $a = A + B \sin \alpha$.

Найти средние значения a и $\sin a$:

$$\bar{a}=0.030 \text{ м/с}^2$$

$$\overline{\sin a}=0.036$$

Найти коэффициент прямой:

$$B=\frac{\sum ((\sin a_i - \overline{\sin a})(a_i - \bar{a}))}{\sum (\sin a_i - \overline{\sin a})^2}=13.23$$

$$A=0.3-13.23*0.036=-0.18$$

Рассчитать парасетры D и d_i

$$d_i=a_i-(A+B\sin a_i)$$

$$d1=0.104-(-0.18+13.23*0.014)=0.098$$

$$d2=0.012$$

$$d3=-0.029$$

$$d4=-0.019$$

$$d5=-0.046$$

$$D=\sum ((\sin a_i - \overline{\sin a})^2)=0.001$$

Определить СКО коэффициентов A и B :

$$S_B^2=\frac{1}{D} \frac{\sum d_i^2}{n-2}=1000*(0.013/3)=4.35$$

$$S_A^2=(\frac{1}{n} + \frac{\overline{\sin a}^2}{D}) \frac{\sum d_i^2}{n-2}=(1/5+(0.036)^2/1000)*0.013/3=0.006$$

Получим:
 $B=13.23\pm 4.35$ $A=-0.018\pm 0.006$
 $A=-0.018+13.23\sin\alpha$

9. Расчет результатов косвенных измерений (таблицы, примеры расчетов).

Результаты расчетов (Задание 2):

Нпл	$\sin\alpha$	$\langle t_1 \rangle \pm \Delta t_1, \text{с}$	$\langle t_2 \rangle \pm \Delta t_2, \text{с}$	$\langle a \rangle \pm \Delta a, \text{м/с}^2$
1	0.014	1.3 ± 0.19	4.46 ± 0.07	0.104 ± 0.005
2	0.027	1.04 ± 0.09	3.34 ± 0.13	0.189 ± 0.017
3	0.036	0.92 ± 0.09	2.82 ± 0.09	0.267 ± 0.036
4	0.046	0.68 ± 0.09	2.26 ± 0.09	0.410 ± 0.046
5	0.056	0.56 ± 0.09	2.00 ± 0.11	0.515 ± 0.056
Нпл-количество пластин $\langle t_{1,2} \rangle = 1/N \sum_{i=1}^N t_{1,2i}$				

10. Расчет погрешностей измерений (для прямых и косвенных измерений).

Для Задания 1:

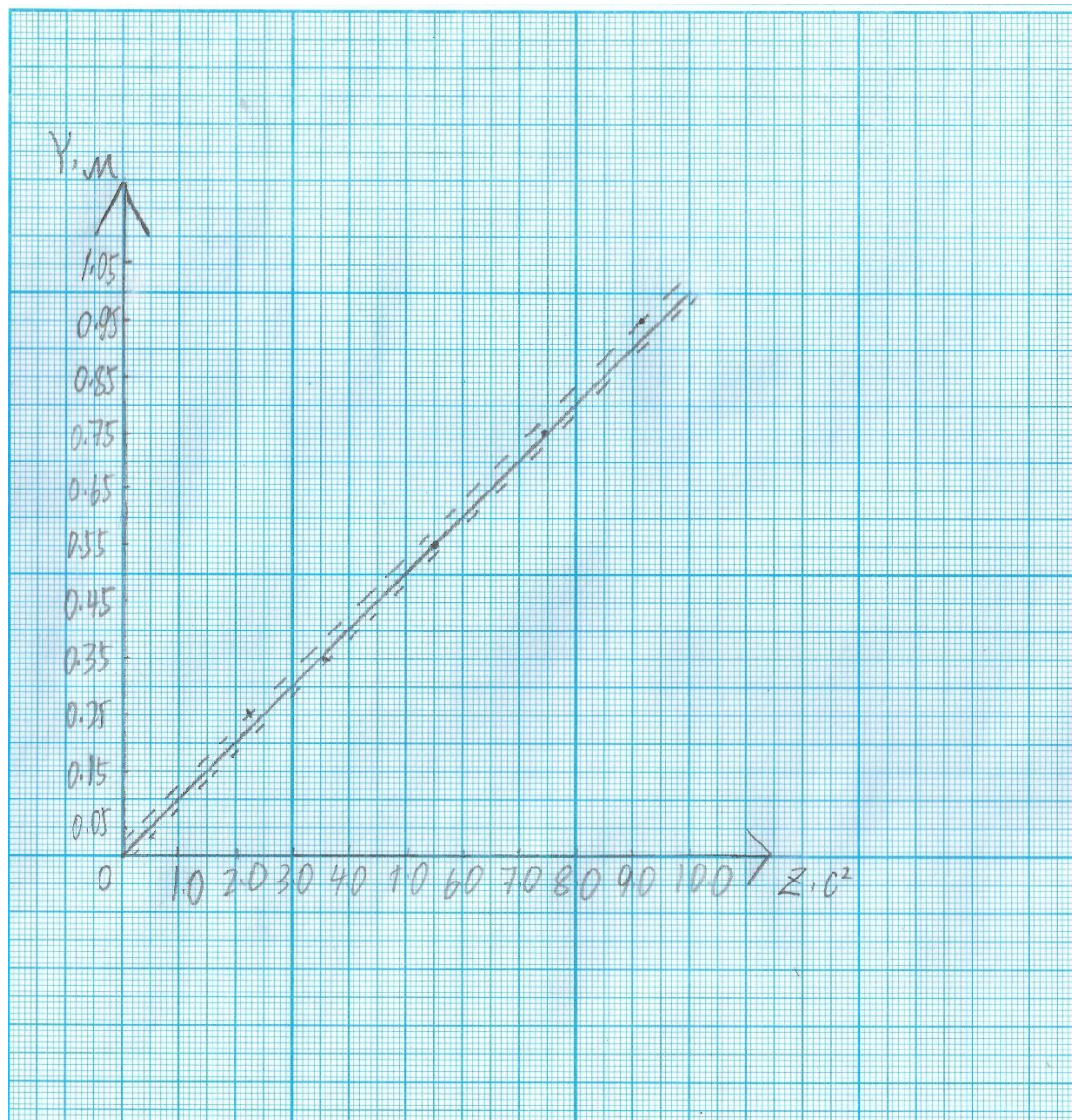
$$\Delta(x_2 - x_1) = 0.36 \text{ м}$$

$$\Delta((t_2^2 - t_1^2)/2) = 3.48 \text{ с}^2$$

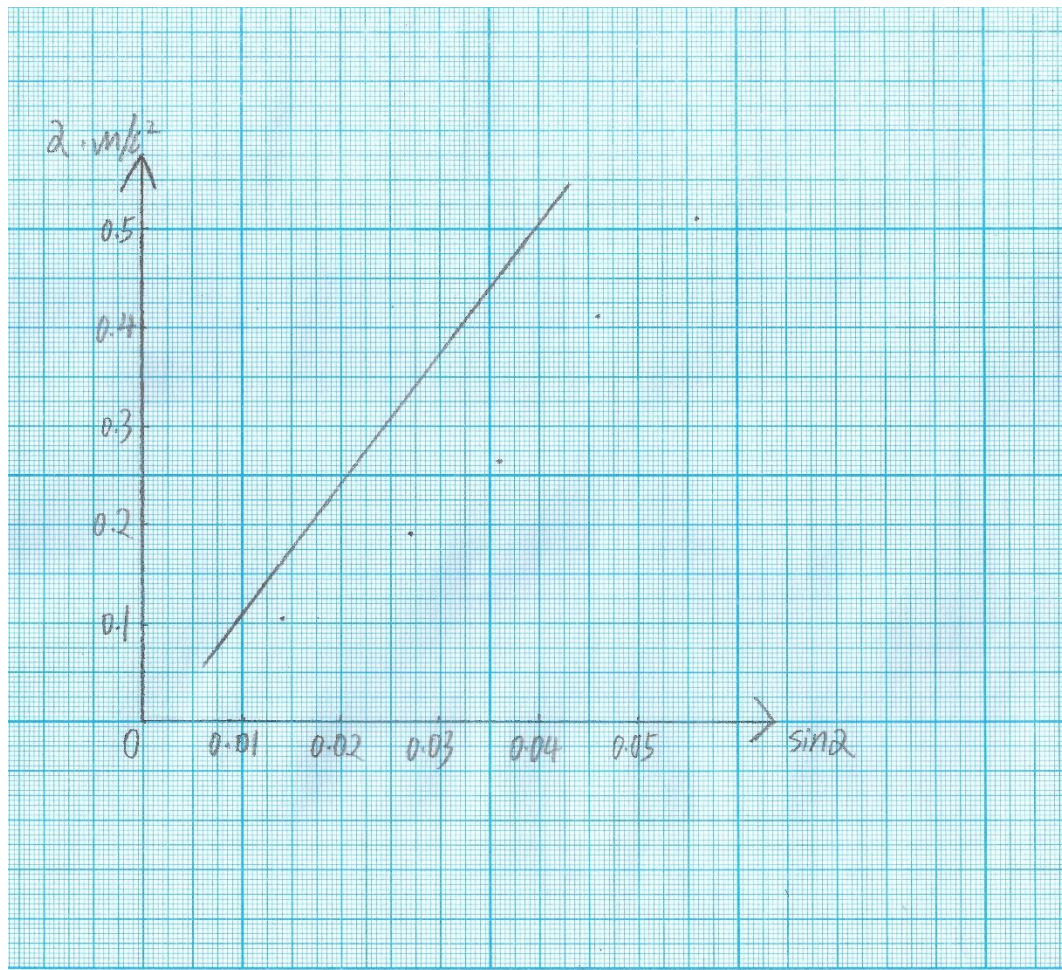
Для Задания 2:

11. Графики

Задание 1:



Задание 2:



12. Окончательные результаты.

Задание 1:

$$a \in [0.1 - 0.0062, 0.1 + 0.0062] \text{ m/s}^2$$

13. Выводы и анализ результатов работы.

Здание 1:

Результат:

Ускорение: $a \in [10.05 - 1.52, 10.05 + 1.52] \text{ m/s}^2$

Абсолютная погрешность: 1.52 m/s^2

Относительная погрешность: 6.2%

Вывод:

Можно считать он движется равно. Потому что относительная погрешность меньше чем 5%, и полученная графика прямой соответствует особенности равноускоренного движения.

Задание 2:

Результат:

Ускорение падения: $a \in [0.1 - 0.0062, 0.1 + 0.0062] \text{ m/s}^2$

Абсолютная погрешность: 0.0062 m/s^2

Относительная погрешность: 15.12%

Вывод:

Абсолютная погрешность намного больше чем разность между табличным и экспериментальным. Значит что мой результат обладает низким достоверностью.

14. Дополнительные задания.

1. Дайте определения пути, перемещения, траектории. Каковы принципиальные различия этих понятий?
2. Изобразите графики зависимостей координаты $x(t)$ и проекции скорости $V_x(t)$ для случаев равномерного и равнопеременного прямолинейного движения.
3. В любой момент времени мгновенное и среднее значение скорости равны друг другу. Что в этом случае можно сказать о величине ускорения?
4. В первом случае некоторому телу придали начальную скорость параллельно шероховатой наклонной плоскости в направлении вверх, а во втором случае – вниз. В каком случае модуль ускорения тела будет больше и почему?
5. Изобразите качественный рисунок (чертеж) иллюстрирующий получение формулы (11) данных методических указаний.
6. Как зависит величина силы трения скольжения, действующая на тело находящееся на наклонной плоскости, от угла ее наклона при прочих равных условиях? Изобразите график соответствующей зависимости.
7. Как зависит ускорение свободного падения от географической широты?

15. Выполнение дополнительных заданий.

1.

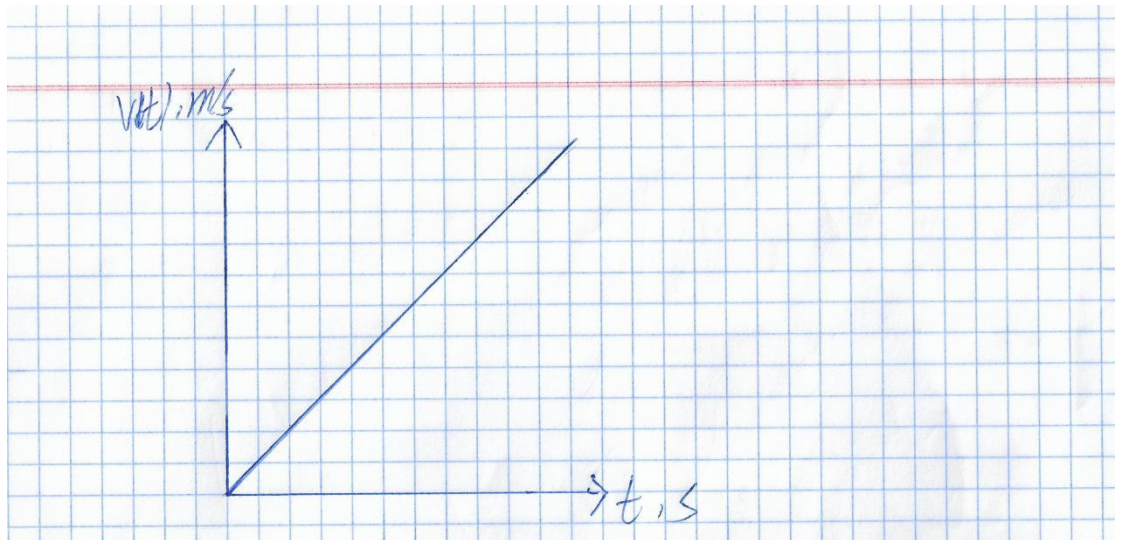
- 1) Пути: Это длина, которую прошло тело

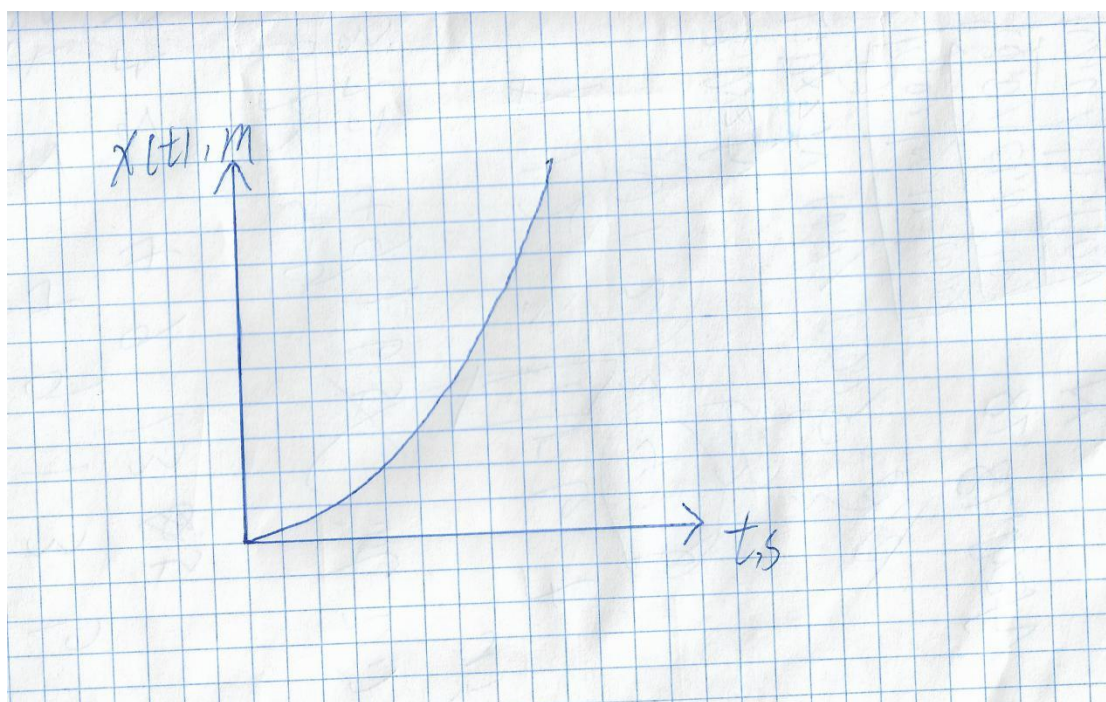
2) Траектория: Это линия, которая показывает нам как тело движется

3) Перемещение: длина прямой линии между начальной точкой и конечной точкой движения.

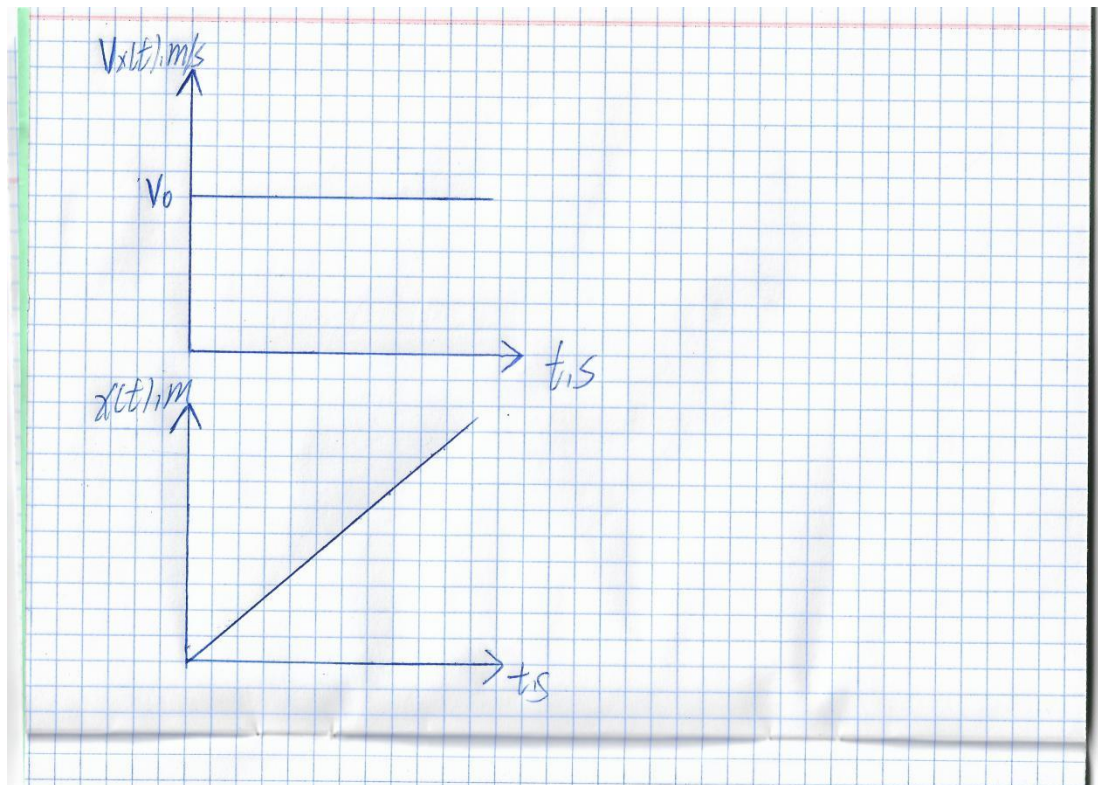
2.

Равнопеременное:





Равномерное:



3.

Это равномерное поступательное движение.

4.

Направление ускорения тела вниз, значит что полная сила на него тоже вниз. Поэтому ускорение когда придать силу вниз будет больше чем придать силу вверх. В первом больше чем в втором.

5.

Для вычисления \sin углов наклона к столу с разными количествами пластин.

6.

$F_f = \mu mg \cos \alpha$, где μ коэффициент трения и α угол между наклоном и столом.

7.

Чем больше g , тем больше наклон линии.

16. Замечания преподавателя (исправления, вызванные замечаниями преподавателя, также помещают в этот пункт).