

Глава 2

1. A - ^{на} все не единица

$$P = 1 - P(A) = 1 - C_3^3 \left(\frac{5}{6}\right)^3 = \frac{6^3 - 5^3}{6^3}$$

2. Найдём $P(B|A)$, где B - появилась две или более единицы, A - хотя бы на одной из них выпала единица.

$$B \subseteq A$$

$$P(B|A) = \frac{P(B)}{P(A)}$$

$$P(A) = 1 - C_{10}^0 \left(\frac{5}{6}\right)^{10} = \frac{6^{10} - 5^{10}}{6^{10}}$$

$$P(B) = 1 - C_{10}^0 \left(\frac{5}{6}\right)^{10} - C_{10}^1 \left(\frac{5}{6}\right)^9 \left(\frac{1}{6}\right) = 1 - \frac{5^{10}}{6^{10}} - \frac{2 \cdot 5^{10}}{6^{10}} = \frac{6^{10} - 3 \cdot 5^{10}}{6^{10}}$$

$$P(B|A) = \frac{6^{10} - 3 \cdot 5^{10}}{6^{10} - 5^{10}}$$

$$3. P(A\bar{B}) = P(A) - P(AB) = (1 - P(B))P(A) = P(\bar{B})P(A)$$

4. ① из первой урны переложили 1 белый и 1 черный

$$P_1 = \left(\frac{C_2^1 C_3^1}{C_5^2} \right) \cdot \left(\frac{C_2^1}{C_7^1} \right) = \frac{2 \cdot 3}{5 \cdot 4} \cdot \frac{2}{7} = \frac{6}{35}$$

② 2 белую

$$P_2 = \left(\frac{1}{C_5^2} \right) \cdot \left(\frac{2}{C_7^1} \right) = \frac{1}{10} \cdot \frac{2}{7} = \frac{1}{35}$$

③ 2 черную

$$P_3 = \left(\frac{C_3^2}{C_5^2} \right) \cdot \left(\frac{1}{C_7^1} \right) = \frac{3}{5 \cdot 4} \cdot \frac{1}{7} = \frac{3}{70}$$

$$P = P_1 + P_2 + P_3 = \frac{18}{70} = \frac{9}{35}$$

$$\text{Ex 6. } p = \frac{0.05}{0.05 + 0.0025} = \frac{500}{525} = \frac{20}{21}$$

~~$$\text{Ex 8. } p = \frac{2}{40} + 1$$~~

~~$$\text{Ex 8. } p = \left(\frac{2}{10}\right)^2 \cdot \left(\frac{1}{10}\right) \cdot \left(\frac{7}{10}\right)^2 = 0.63$$~~

Глава 3

$$1. P(A_1 A_2 A_3) = \frac{b}{b+r} \cdot \frac{b+c}{b+r+c} \cdot \frac{b+2c}{b+r+2c}$$

$$\frac{P(A_1|A_2) = \frac{P(A_1)P(A_2)}{P(A_2)} =$$

$$P(A_1|A_2) = P(A_1) = \frac{b}{b+r}$$

$$P(A_1 A_2 A_3) = \frac{b}{b+r} \cdot \frac{b+c}{b+r+c} \cdot \frac{r}{b+r+2c}$$

$$P(\bar{A}_1 A_2 A_3) = \frac{b}{b+r} \cdot \frac{b}{b+r+c} \cdot \frac{b}{b+r+2c}$$

2. P_1 - первый участник выигрывает

P_2 - второй участник выигрывает

$$P_1 = \frac{2}{6} + \frac{4}{6} \cdot \frac{4}{5} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{2}{3} + \frac{4}{6} \cdot \frac{3}{5} \cdot \frac{2}{4} \cdot \frac{1}{3} = \frac{216}{360}$$

$$P_2 = \frac{4}{6} \cdot \frac{2}{5} + \frac{4}{6} \cdot \frac{3}{5} \cdot \frac{2}{4} \cdot \frac{2}{3} = \frac{144}{360}$$

P_1 - 3 из 4

P_2 - 5 из 8

$$P_1 = C_4^3 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^4 = \frac{1}{8} = \frac{16}{27}$$

$$P_2 = C_8^5 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^5 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^3 = C_8^4 \cdot \frac{1}{2^8} = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5}{4 \cdot 3 \cdot 2} \cdot \frac{1}{2^8} = \frac{35}{27}$$

$$P_2 > P_1$$

5 из 8 вероятнее

6. A - хотя бы один раз
 \bar{A} - не один раз нет

$$P(A) = 1 - P(\bar{A}) = 1 - C_n^0 (0.9)^n \geq 0.9$$

$$\Rightarrow (0.9)^n \leq 0.1$$

$$n \leq \log_{0.9} 0.1 \approx 21.85$$

поэтому $n \leq 21$

$$8. \varphi = \left(\frac{2}{10}\right)^2 \cdot \left(\frac{1}{10}\right) \cdot \left(\frac{7}{10}\right)^2 = 0.63$$

Задан. 4.

2. а) $\mu=0, \sigma_1=1$

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}}$$

б) $f(x) = \frac{1}{x\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(\ln x)^2}{2}}$

3. ① найдем c : $\int_{-\infty}^{\infty} f(x) dx = 1$
 $-\frac{c}{x} \Big|_{-\infty}^{\infty} = 1$
 $c = 1$

② найдем плотность распределения $\eta = \frac{1}{\xi}$

~~$F_{\xi}(x) = \int_{-\infty}^x f(x) dx = -\frac{1}{x}, \text{ при } x \geq 1$~~

$p_{\eta}(x) = p_{\xi}(h(x)) |h'(x)|$, где $h(x) = \frac{1}{x}$

получается что:

$p_{\eta}(x) = \frac{1}{(\frac{1}{x})^2} \cdot \frac{1}{x^2} = 1$, при $x \geq 1$

$p_{\eta}(x) = 0$, при $x < 1$

$p(\frac{1}{2} < \eta < \frac{3}{4}) = 0$

4. Дано: $f_{\xi}(x) = \begin{cases} ae^{-ax}, & x > 0 \\ 0, & x \leq 0 \end{cases}$

Найдем: $p_{\eta}(x)$, где $\eta = \frac{1}{1-\xi}$

$p_{\eta}(x) = p_{\xi}(h(x)) |h'(x)|$, где $h(x) = 1 - \frac{1}{x} = \frac{x-1}{x}$

следовательно: $f_{\eta}(x) = ae^{-a\frac{x-1}{x}} \cdot \frac{1}{x^2} = \frac{a}{x^2} e^{-\frac{a(x-1)}{x}}$, при

б. Дано: $f_{\xi_1}(x) = f_{\xi_2}(x) =$

ответ: $f_{\eta}(x) = \begin{cases} ae^{-\frac{a(x-1)}{x}}, & x > 0 \\ 0, & x \leq 0 \end{cases}$

б. Дано: $f_{\xi_1}(x) = f_{\xi_2}(x) = \begin{cases} ae^{-ax}, & x > 0 \\ 0, & x \leq 0 \end{cases}$

Найдём $f_{\xi_1 + \xi_2}(x)$

~~$\xi_1 + \xi_2 = 2ae^{-ax}$ — нуль $Z = \xi_1 + \xi_2$~~

~~$f_{\xi_1 + \xi_2}(x) = f_{\xi_1}(x)$~~

~~$f_{\xi_1 + \xi_2}(x) = \int_{-\infty}^x f_{\xi_1}(z) f_{\xi_2}(x-z) dz$~~

при $x > 0$:

$$\begin{aligned} f_{\xi_1 + \xi_2}(x) &= \int_0^x f_{\xi_1}(u) f_{\xi_2}(x-u) du \\ &= \int_0^x a^2 e^{-ax} du \\ &= a^2 x e^{-ax} \end{aligned}$$

при $x \leq 0$:

$$f_{\xi_1 + \xi_2}(x) = 0$$

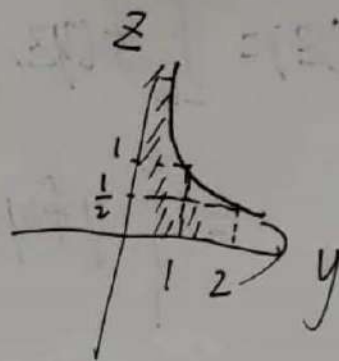
7. nylm $\xi_1 = x$
 $\xi_2 = y$

$$f(x, y) = \begin{cases} 1, & 0 \leq x \leq 1, \text{ и } 1 \leq y \leq 2 \\ 0, & \text{else} \end{cases}$$

~~nylm~~ $z = \frac{x}{y} \Rightarrow x = yz$

$$f_z(z) = \int_{-\infty}^{+\infty} y f(yz, y) dy$$

$$\begin{cases} 0 \leq x \leq 1 \\ 1 \leq y \leq 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 0 \leq yz \leq 1 \\ 1 \leq y \leq 2 \end{cases}$$



① $z < 0, f(z) = 0$

② $0 \leq z \leq 1, f(z) = \int_0^1 y dy = \frac{1}{2}$

③ $z > 1, f(z) = \int_0^{\frac{1}{z}} y dy = \frac{1}{2z^2}$

Глава 5

1. Задача 14 п. 4 — геометрическое распределение

~~Есть~~ $M(X) = \frac{1}{p}$, p — вероятность успеха

$$P(X=k) = q^{k-1}p$$

$$E(X) = p + 2pq + \dots + kq^{k-1}p = (1 + 2q + 3q^2 + \dots + kq^{k-1})p$$

Сейчас это проблема последовательности

$$S_k = 1 + 2q + 3q^2 + \dots + kq^{k-1}$$

$$qS_k = q + 2q^2 + \dots + (k-1)q^{k-1} + kq^k$$

$$S_k = \frac{1 - q^k}{(1 - q)^2} - \frac{kq^k}{1 - q}$$

$$k \rightarrow \infty, q^k \rightarrow 0$$

$$S_k = \frac{1}{(1 - q)^2}$$

$$M(X) = \frac{1}{p^2} \cdot p = \frac{1}{p}$$

2. Сначала найдём $P(\xi=k)$, $\xi \rightarrow$ количество изъятий

$$P(\xi=k) = \frac{n-1}{n} \cdot \frac{n-2}{n-1} \cdot \dots \cdot \frac{n-k-1}{n-k+2} \cdot \frac{1}{n-k+1}$$

$$= \frac{1}{\frac{n!}{(n-k)!}} \cdot \frac{(n-1)!}{(n-k-2)!} = \frac{(n-k-1)(n-k)}{n}$$

$$E\xi = \sum_{k=1}^n \frac{(n-k-1)(n-k)}{n} \cdot k$$

3. Если задана 2 при возвращении, то уже получается геометрическое распределение:

$$M\xi = \frac{1}{p} = n$$

9. Дано: $P(\xi_1=-1, \xi_2=-1) = P(\xi_1=0, \xi_2=-1) = P(\xi_1=1, \xi_2=-1) = \frac{1}{6}$

$$P(\xi_1=-1, \xi_2=1) = \frac{1}{4}, \quad P(\xi_1=0, \xi_2=1) = P(\xi_1=1, \xi_2=1) = \frac{1}{8}$$

Найдём: $M\xi_1, M\xi_2, D\xi_1, D\xi_2, \text{cov}(\xi_1, \xi_2)$

$$P(\xi_1=-1) = \frac{1}{6} + \frac{1}{4} = \frac{5}{12}, \quad P(\xi_1=0) = \frac{1}{6} + \frac{1}{8} = \frac{7}{24}$$

$$P(\xi_1=1) = \frac{1}{6} + \frac{1}{8} = \frac{7}{24}, \quad P(\xi_2=-1) = P(\xi_2=1) = \frac{1}{2}$$

① $M\xi_1$:

$$M\xi_1 = M[M(\xi_1|\xi_2)] = M[\xi_1|\xi_2=-1] \cdot P(\xi_2=-1) +$$

$$+ M[\xi_1|\xi_2=1] \cdot P(\xi_2=1)$$

$$= \frac{1}{2} [M(\xi_1|\xi_2=-1) + M(\xi_1|\xi_2=1)]$$

$$\begin{aligned}
 M(\xi_1 | \xi_2 = -1) &= -1 \cdot P(\xi_1 = -1 | \xi_2 = -1) + P(\xi_1 = 1 | \xi_2 = -1) \\
 &= -\frac{P(\xi_1 = -1, \xi_2 = -1)}{P(\xi_2 = -1)} + \frac{P(\xi_1 = 1, \xi_2 = -1)}{P(\xi_2 = -1)} \\
 &= 2\left(-\frac{1}{6} + \frac{1}{6}\right) = 0
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 M(\xi_1 | \xi_2 = 1) &= -P(\xi_1 = -1 | \xi_2 = 1) + P(\xi_1 = 1 | \xi_2 = 1) \\
 &= 2\left(-\frac{1}{4} + \frac{1}{8}\right) = -\frac{1}{4} \\
 M\xi_1 &= \frac{1}{2}\left(0 + -\frac{1}{4}\right) = -\frac{1}{8}
 \end{aligned}$$

② $M\xi_2$

$$\begin{aligned}
 M\xi_2 &= M(M(\xi_2 | \xi_1)) = M(\xi_2 | \xi_1 = 1) \cdot P(\xi_1 = 1) + \\
 &\quad + M(\xi_2 | \xi_1 = 0) \cdot P(\xi_1 = 0) + \\
 &\quad + M(\xi_2 | \xi_1 = -1) \cdot P(\xi_1 = -1) \\
 &= \frac{7}{24} [M(\xi_2 | \xi_1 = 1) + M(\xi_2 | \xi_1 = 0)] \\
 &\quad + \frac{5}{12} M(\xi_2 | \xi_1 = -1)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 M(\xi_2 | \xi_1 = 1) &= \frac{P(\xi_1 = 1, \xi_2 = 1)}{P(\xi_1 = 1)} - \frac{P(\xi_1 = 1, \xi_2 = -1)}{P(\xi_1 = 1)} \\
 &= \frac{24}{7} \left(\frac{1}{8} - \frac{1}{6}\right) = -\frac{24}{7} \cdot \frac{1}{24} = -\frac{1}{7}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 M(\xi_2 | \xi_1 = 0) &= \frac{P(\xi_1 = 0, \xi_2 = 1)}{P(\xi_1 = 0)} - \frac{P(\xi_1 = 0, \xi_2 = -1)}{P(\xi_1 = 0)} \\
 &= \frac{24}{7} \left(\frac{1}{8} - \frac{1}{6}\right) = -\frac{1}{7}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 M(\xi_2 | \xi_1 = -1) &= P(\xi_2 = 1 | \xi_1 = -1) - P(\xi_2 = -1 | \xi_1 = -1) \\
 &= \frac{P(\xi_1 = -1, \xi_2 = 1)}{P(\xi_1 = -1)} - \frac{P(\xi_1 = -1, \xi_2 = -1)}{P(\xi_1 = -1)} \\
 &= \frac{12}{5} \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{6} \right) = \frac{12}{5} \cdot \frac{1}{12} = \frac{1}{5}
 \end{aligned}$$

$$M\xi_2 = \frac{7}{24} - \frac{12}{7} + \frac{5}{12} \cdot \frac{1}{5} = 0$$

③ $D\xi_1$:

$$D\xi_1 = M\xi_1^2 - (M\xi_1)^2$$

$$= (1 \cdot \frac{5}{12} + 1 \cdot \frac{7}{24}) - \frac{1}{64} = \frac{17}{24} - \frac{1}{64} = \frac{136}{192} - \frac{3}{192} = \frac{133}{192}$$

④ $D\xi_2$:

$$D\xi_2 = M\xi_2^2 - (M\xi_2)^2$$

$$= 1$$

⑤

$\xi_1 \backslash \xi_2$	-1	0	1
1	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{8}$
-1	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$

$$M\xi_1 \xi_2 = 1 \cdot \left(\frac{1}{6} + \frac{1}{8} \right) - 1 \left(\frac{1}{6} \cdot \frac{1}{4} \right)$$

$$= \frac{7}{24} - \frac{10}{24} = -\frac{3}{24} = -\frac{1}{8}$$

$$\text{COV}(\xi_1, \xi_2) = \overline{\xi_1 \xi_2} - M\xi_1 M\xi_2 = -\frac{1}{8} - 0 = -\frac{1}{8}$$

16. Для каждой ящички, вероятность что ~~брос~~ шар брошен в неё равна $\frac{1}{n}$, $\in M V_i - V_i$ чисел брошенных шаров. $M V_i = \frac{1}{n}$. Поэтому если хотим, чтобы не одна ящичка не была пустой, то $M V = n^2$.

$M V_i = n \Rightarrow$ математическое ожидание геометрического определения, $P(\text{падение шара в одну ящичку}) = \frac{1}{n}$

Глава 6

1. пусть случайная величина $y = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_{10}}{10}$

$$Dy = \frac{10Dx}{100} = 0.001$$

$$My = Mx = a$$

$$P(|y - a| \geq \varepsilon) \leq \frac{0.001}{\varepsilon^2} \rightarrow \text{неравенство Чебышев}$$

$$P(|y - a| < \varepsilon) > 1 - \frac{0.001}{\varepsilon^2}$$

$$\frac{0.001}{\varepsilon^2} < 0.01$$

$$\varepsilon^2 > 0.1$$

$$\varepsilon > \frac{\sqrt{0.1}}{10}$$

$$\text{ответ: } \Delta > \frac{\sqrt{0.1}}{10}$$

2. Дано: $f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-a)^2}{2\sigma^2}}$

по неравенству Чебышева:

$$P(|\xi - a| \geq 2\sigma) \leq \frac{\sigma^2}{4\sigma^2} = 0.25$$

При нормальном распределении: $P(|\xi - a| \leq 2\sigma) \approx 0.95$

$$P(|\xi - a| > 2\sigma) = 1 - 0.95 = 0.05 < 0.25$$

3. Доказать 1.3: $P(\xi \geq \varepsilon) \leq \frac{Mf(\xi)}{f(\varepsilon)}$, где $f(x)$ - неубывающая
 пусть Ω - область, где $\xi \geq \varepsilon$

$$Mf(\xi) = \int_{-\infty}^{+\infty} \xi f(\xi) d\xi$$

пусть Ω - область, где $\xi \geq \varepsilon$

$$Mf(\xi) = \int_{-\infty}^{+\infty} \xi f(\xi) d\xi$$

пусть $g(\xi)$ - функция

$$g(\xi) = \begin{cases} 0, & \text{не в } \Omega \\ f(\xi), & \text{в } \Omega \end{cases}$$

$$Mg(\xi) = \int_{\Omega} \xi f(\xi) d\xi$$

видно что $Mf(\xi) \geq Mg(\xi)$ потому что $f(x)$ неубывающая

$$\Rightarrow Mf(\xi) \geq Mg(\xi) = f(\varepsilon) \cdot P(\Omega) = f(\varepsilon) P(\xi \geq \varepsilon)$$

$$\Rightarrow P(\xi \geq \varepsilon) \leq \frac{Mf(\xi)}{f(\varepsilon)}$$

Доказать 1.4:

Доказать 1.3, то есть показать $f(\xi) = e^{-\lambda}$

$$P(\xi \geq x) \leq \frac{Me^{\lambda x}}{e^{\lambda x}} = \cancel{e^{\lambda x} Me^{\lambda x}} e^{-\lambda x} Me^{-\lambda x}$$

Доказать 1.5:

также как 1.4: $f(\xi) = \frac{|\xi|^m}{x^m} \xi^m$, и вместе ξ -эмол:

$$P(|\xi| \geq x) \leq \frac{M|\xi|^m}{x^m}, \text{ и } x > 0$$

$$\Rightarrow \frac{M|\xi|^m}{x^m} = x^{-m} M|\xi|^m$$

~~4. По теореме 2.2.~~

$$\cancel{D\xi_k = (M(\xi_k)^2 - (M\xi_k)^2)}$$

~~4.~~

ξ_k	$\sqrt{k} \xi_n$...	$-\sqrt{k} \xi_1$	$\sqrt{k} \xi_1$...	$\sqrt{k} \xi_n$
P	$\frac{1}{2\sqrt{k} \xi_n}$...	$\frac{1}{2\sqrt{k} \xi_1}$	$\frac{1}{2\sqrt{k} \xi_1}$...	$\frac{1}{2\sqrt{k} \xi_n}$

$$\cancel{M(\xi_1) = M\xi_2 = \dots = M\xi_k = 0}$$

~~4~~

$$4. \text{Лично: } P(\xi_k = \sqrt{k}) = P(\xi_k = -\sqrt{k}) = \frac{1}{2\sqrt{k}}$$
~~$$P(\xi_k = 0) = 1 - \frac{1}{\sqrt{k}}$$~~

5. Применим?

По теореме 2.3

$$\lim_{n \rightarrow \infty} P\left(\left|\frac{\xi_1 + \dots + \xi_n}{n} - a\right| < \varepsilon\right) = 1$$

при любом ε .

и у нас $M\xi_1 = M\xi_2 = \dots = M\xi_n = 0$

$$a = 0 = M\xi_1 + M\xi_2 + \dots + M\xi_n = \frac{M\xi_1 + \dots + M\xi_n}{n}$$

получается тоже!

при любом ε :

$$\lim_{n \rightarrow \infty} P\left(\left|\frac{\xi_1 + \xi_2 + \dots + \xi_n}{n} - \frac{M\xi_1 + M\xi_2 + \dots + M\xi_n}{n}\right| < \varepsilon\right) = 1$$

23 №1

2. 18-1

1.12: Через первую точку: 7

Через вторую точку: 6

Через шестую точку: 1

$$N = 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 = 28$$

$$2.12: P = \frac{C_1 C_2 + C_6^2}{C_8^2} = \frac{12 + \frac{6 \cdot 5}{2}}{\frac{8 \cdot 7}{2}} = \frac{12 + 15}{28} = \frac{27}{28} \approx 0.9643$$

$$3.12: (0.4 + 0.6z_1)(0.5 + 0.5z_2)(0.6 + 0.4z_3)$$

$$= 0.12 + 0.08z_3 + 0.12z_2 + 0.18z_1 + 0.18z_1z_2 + 0.12z_1z_3 + 0.08z_2z_3 + 0.12z_1z_2z_3$$

a) $P = 0.12$

b) $P = 0.12 + 0.18 + 0.12 + 0.08 = 0.5$

c) $P = 0.18 + 0.12 + 0.08 = 0.38$

4.12: a) $P = 0.8 \cdot 0.6 + 0.7 \cdot 0.4 = 0.48 + 0.28 = 0.76$

b) $P_1 = 0.48$

$P_2 = 0.28$

$0.48 > 0.28$

к ней

$$5.12. a) \binom{7}{9} p = \binom{7}{9} \cdot (0.8)^7 (0.2)^2$$

$$= \frac{9 \cdot 8}{2} \cdot (0.8)^7 \cdot (0.2)^2$$

$$\approx 0.302$$

$$b) p = 1 - \left(\binom{8}{9} (0.8)^8 (0.2) + \binom{9}{9} (0.8)^9 \right)$$

$$\approx 0.5638$$

$$b) p = 1 - 0.5638 = 0.4362$$

$$6.12. p = \binom{1}{1000} (0.001) (0.999)^{999} + (0.999)^{1000} \approx 0.264$$

W31
W3-18.2

$$1.12: p = \frac{4}{20} = 0.2$$

$$q = 1 - p = 0.8$$

$$MX = np = 3 \cdot 0.2 = 0.6$$

$$MDX = npq = 0.6 \cdot 0.8 = 0.48$$

$$2.12: f(x) = \frac{1}{9}(x^3 + 1), x \in [-1, 2]$$

$$f(x) = f'(x) = \frac{x^2}{3}$$

$$MX = \int_{-1}^2 x f(x) dx = \left. \frac{x^4}{12} \right|_{-1}^2 = \frac{16-1}{12} = \frac{5}{4} = 1.25$$

$$DX = \int_{-1}^2 (x - 1.25)^2 \frac{x^2}{3} dx \approx 0.6375$$

$$P(1 \leq x \leq 2) = \int_1^2 f(x) dx = \left. \frac{x^3}{9} \right|_1^2 = \frac{7}{9} \approx 0.778$$

$$3.12 \quad \cancel{f(x)} = \frac{1}{x-1}$$

Если только считаем ребро x :

$$\cancel{F(x)} = x-1$$

$$\Rightarrow f(x) = 1$$

математическое ожидание объёма куба:

$$Mx^3 = \int_1^2 x^3 dx = \left. \frac{x^4}{4} \right|_1^2 = 4 - \frac{1}{4} = 3.75$$

также для дисперсии:

$$Dx^3 = \int_1^2 x^6 dx - (3.75)^2 = \left. \frac{x^7}{7} \right|_1^2 = \frac{128-1}{7} - (3.75)^2 \approx 4.08$$

$$*12 \quad p=0.8, n=100$$

$$Mx = np = 80$$

$$Dx = npq = 80 \cdot 0.2 = 16$$

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-80)^2}{32}}, x \in N(80, 16)$$

делаем нормализацию

$$Z = \frac{x - \mu}{\sigma} = \frac{x - 80}{4}$$

$$80 \cdot 0.05 = 4$$

$$\Rightarrow P = \int_{76}^{84} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-80)^2}{32}} dx =$$

4.12. При помощи закона больших чисел Д. Бернулли:

$$P\left(\left|\frac{S_n}{n} - p\right| < \frac{0.05}{0.01}\right) \geq 1 - \frac{0.8 \cdot 0.2}{1000 \cdot (0.01)^2} = 0.936$$