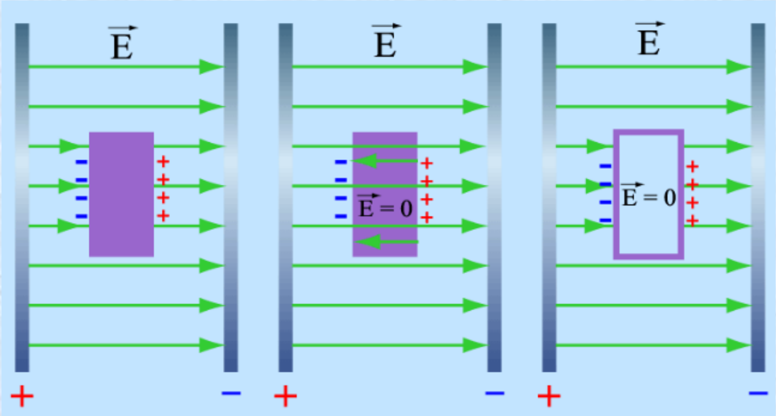
Проводники в электрическом поле

Проводники первого рода (металлы) – свободные заряды: электроны

Проводники второго рода (электролиты и ионизованный газ) – свободные заряды: положительные и отрицательные ионы, при протекании тока есть перенос вещества



Поле в проводнике всегда равно нулю

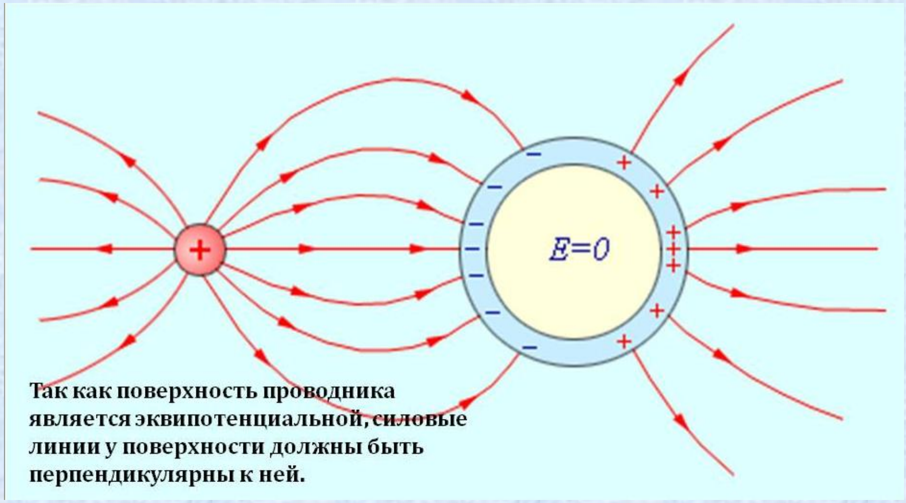
⇓

Проводник эквипотенциален

⇓

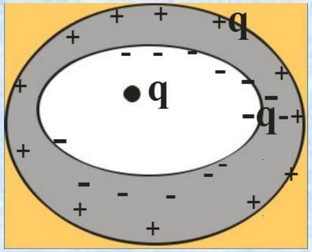
Силовые линии перпендикулярны поверхности проводника

Проводники в электрическом поле

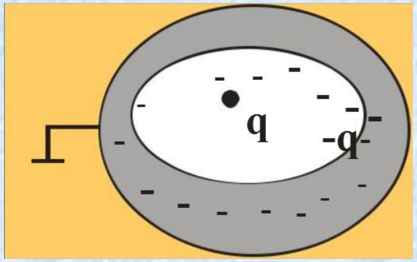


Замкнутая проводящая оболочка является экраном, она экранирует внутреннее пространство от внешнего электрического поля (клетка Фарадея)

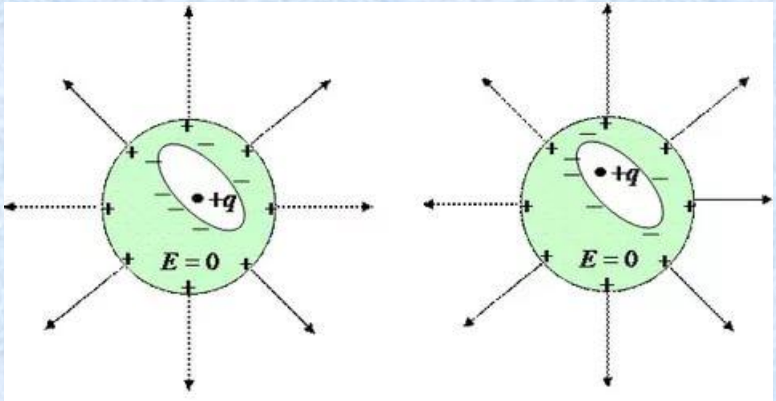
Вопрос: Экранирует ли замкнутая проводящая оболочка внешнее пространство от зарядов находящихся в полости?



Вопрос: А заземленная оболочка?

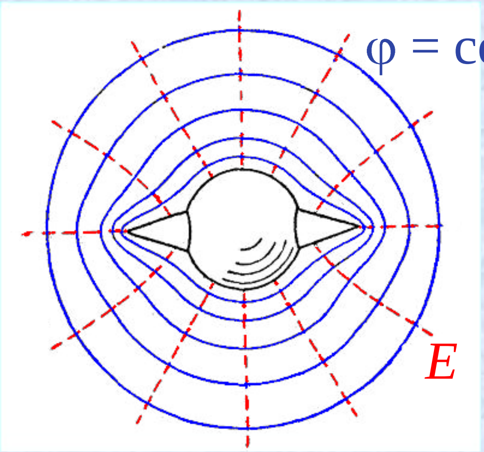


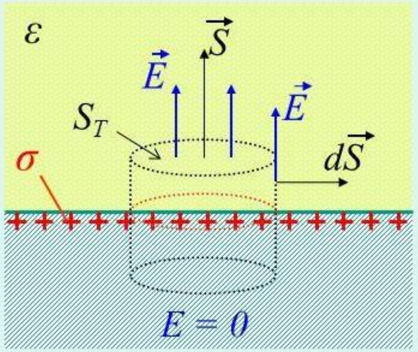
Проводники в электрическом поле



Замкнутая проводящая оболочка разделяет пространство на внутреннюю и внешнюю части, в электрическом отношении совершенно не зависящие друг от друга (в рамках электростатики)

Поле вблизи проводника





$$\oint_S \vec{E}d\vec{S} = \frac{q}{\varepsilon_0}$$

$$\int_{S_{бок}} \vec{E}d\vec{S} = \int_{S_{бок}} E\,dS\cos\pi/2 = 0$$

$$\oint_S \vec{E}d\vec{S} = E\,S_T; \quad q = \sigma\,S_T$$

$$\boxed{E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}}$$ - в вакууме

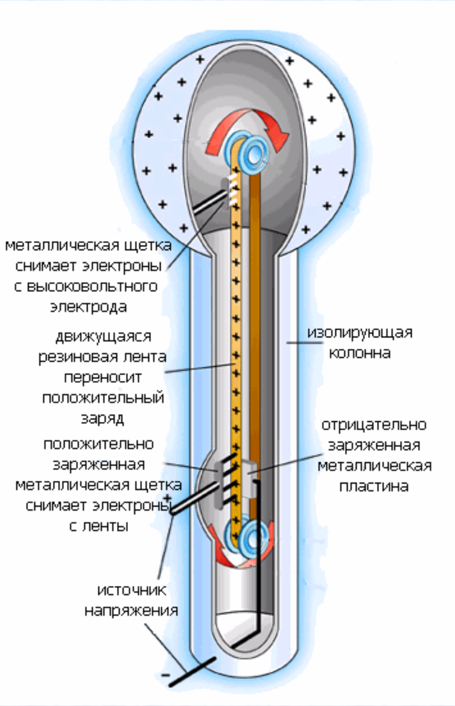
Локальная плотность зарядов на проводнике пропорциональна кривизне поверхности

Вопрос: Можно ли считать, что локальное поле вблизи поверхности проводника совпадает с полем заряженной плоскости?

Генератор Ван-де-Граафа

1929 г. Высоковольтный электростатический генератор до 80 кВ

1933 г. до 7 МВ



Вопрос: Почему высоковольтный электрод генератора Ван-де-Граафа обычно имеет форму шара?

Общая задача электростатики

Общей задачей расчета электростатики: определение напряженности поля во всех его точках по заданным зарядам или потенциалам тел.

$$\vec{E} = -\nabla\varphi \qquad \operatorname{div}\vec{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0}$$

$$\nabla \cdot \nabla\varphi = \nabla^2\varphi = \Delta\varphi \qquad \Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$$ Оператор Лапласа

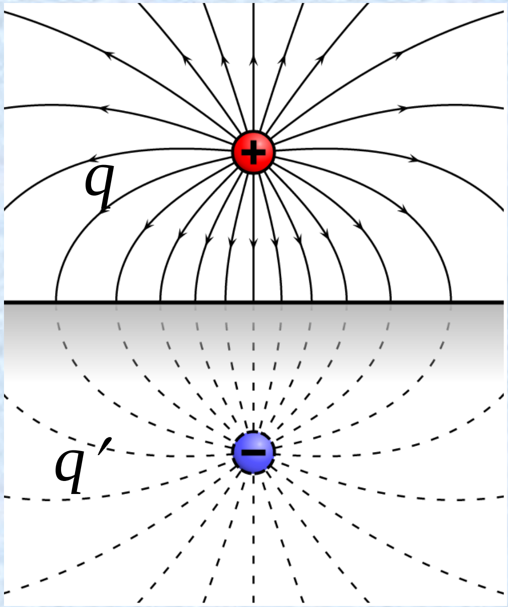
Уравнение Пуассона $$\Delta\varphi = -\frac{\rho}{\varepsilon_0}$$ Уравнение Лапласа $$\Delta\varphi = 0$$

Необходимо найти такую функцию φ, которая в пространстве между проводниками удовлетворяет уравнениям Пуассона или Лапласа, а на поверхностях проводников имеет заданные значения.

Эта задача имеет единственное решение

Метод изображений

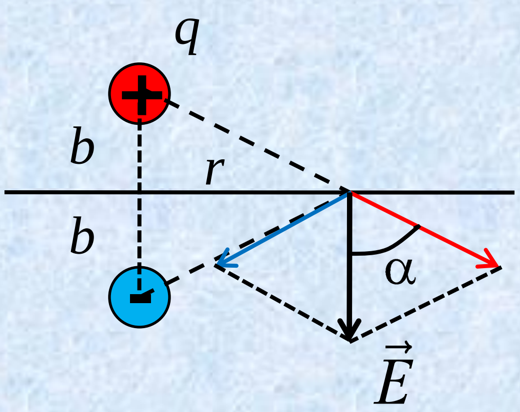
Заряд q около проводящей плоскости



Плоскость можно заменить фиктивным зарядом-отражением q'

Фиктивный заряд создает в верхнем полупространстве такое же поле, как и индуцированные заряды на плоскости

Метод изображений



$$E_q = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{b^2+r^2}$$

$$E = 2E_q\cos\alpha = \frac{1}{2\pi\varepsilon_0}\frac{qb}{b^2+r^2\;{}^{3/2}}$$

$$\sigma = -\varepsilon_0 E = -\frac{1}{2\pi}\frac{qb}{b^2+r^2\;{}^{3/2}}$$

Электрическая емкость

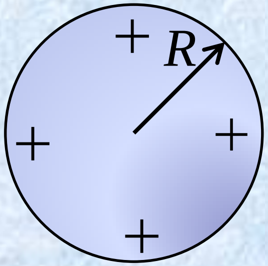
$q = C\varphi$

Электроемкость – коэффициент пропорциональности между потенциалом и зарядом

$$\boxed{C = \frac{q}{\varphi}}$$

[C] = Кл/В = Ф

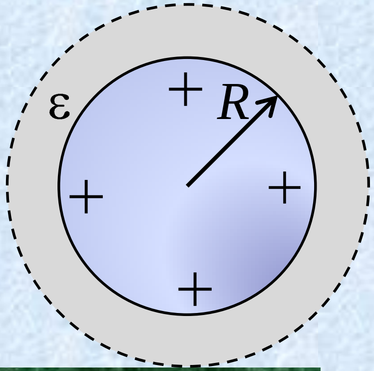
Заряженный шар



$$\varphi = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{R}$$

$$C = 4\pi\varepsilon_0 R$$

Заряженный шар в диэлектрике



$$\varphi = \frac{1}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0}\frac{q}{R}$$

$$C = 4\pi\varepsilon\varepsilon_0 R$$

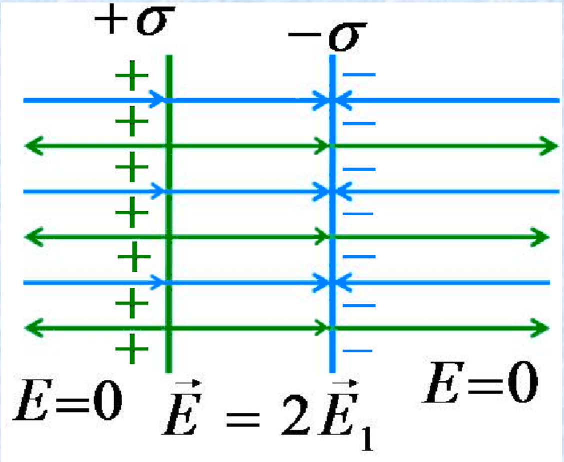
Вопрос: Чему равна емкость Земли?

Конденсаторы

Емкость проводника возрастает при приближении к нему других тел

$$\varphi = \varphi_{\text{собс.зар}} + \varphi_{\text{инд.зар}} < \varphi$$

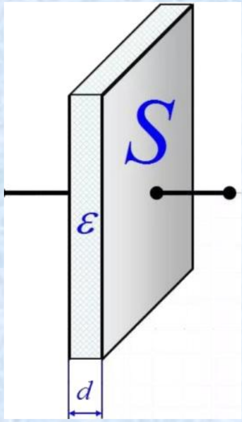
Конденсатор: система проводников, расположенных так, чтобы поле было сосредоточено внутри конденсатора.
Заряды на обкладках конденсатора $+q$ и $-q$.
Конденсатор в целом электронейтрален.



Емкость конденсатора $C = \dfrac{q}{U}$; $U = \Delta\varphi$ U – напряжение

Конденсаторы

Плоский конденсатор

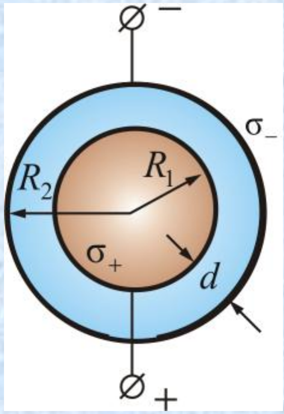


$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon\varepsilon_0} = \frac{q}{\varepsilon\varepsilon_0 S} \qquad U = Ed$$

$$\boxed{C = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 S}{d}}$$

Вопрос: Сравнить емкость плоского и сферического конденсаторов с одинаковой толщиной d ($d << R_1$).

Сферический конденсатор

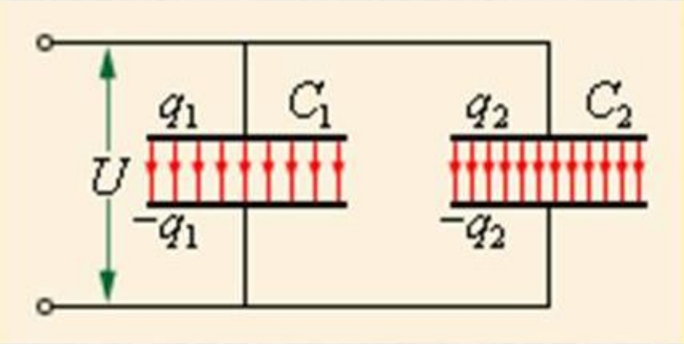


$$E = \frac{q}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 r^2} \qquad U = \int_{R_1}^{R_2} E\,dr = \frac{q}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0}\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right)$$

$$\boxed{C = 4\pi\varepsilon\varepsilon_0 \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right)^{-1}}$$

Соединение конденсаторов:

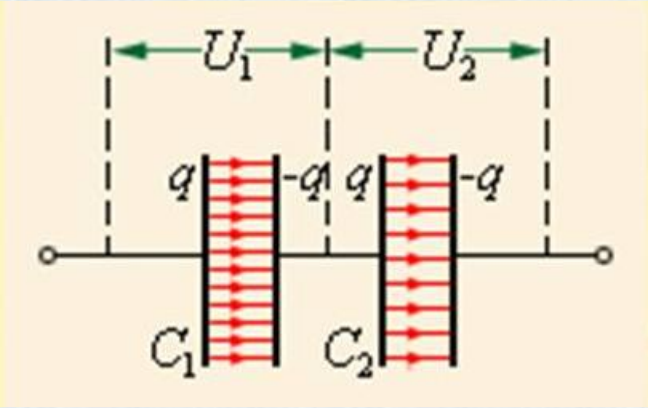
Параллельное



$$q = q_1 + q_2 \qquad U = U_1 = U_2$$

$$C = \frac{q}{U} = C_1 + C_2$$

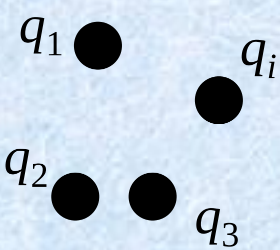
Последовательное



$$q = q_1 = q_2 \qquad U = U_1 + U_2$$

$$\frac{1}{C} = \frac{U}{q} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}$$

Энергия системы зарядов



$$W = W_{12} + W_{13} + W_{23} + \ldots = \sum_{i<j} W_{ij}$$

$$\boxed{W = \frac{1}{2}\sum_i W_i = \frac{1}{2}\sum_i q_i \sum_{i\neq j} \varphi_{ij}}$$

Для точечных зарядов:

$$W = \frac{1}{2}\sum_{i\neq j} \frac{q_i q_j}{4\pi\varepsilon_0 r_{ij}}$$

Для непрерывно распределенных зарядов:

$$W = \frac{1}{2}\int_V \rho\varphi\, dV$$

$$W = \sum_i W_i + \frac{1}{2}\sum_{i\neq j} W_{ij}$$

Собственная энергия i–го заряда

Энергия взаимодействия зарядов i и j

Энергия конденсатора

Для уединенного проводника

$$W = \frac{1}{2}\int\limits_V \rho\varphi dV = \frac{1}{2}\varphi\int\limits_V \rho dV = \frac{1}{2}q\varphi = \frac{C\varphi^2}{2} = \frac{q^2}{2C}$$

Для конденсатора

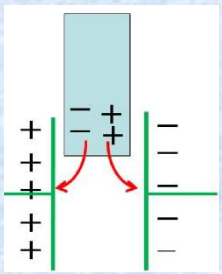
$$W = \frac{q_+\varphi_+ + q_-\varphi_-}{2} = \frac{q\ \ \varphi_+ - \varphi_-}{2} = \frac{CU^2}{2} = \frac{q^2}{2C}$$

Вопрос: Увеличится или уменьшится энергия конденсатора, если увеличить его емкость?

Энергия конденсатора

Заполним воздушный плоский конденсатор диэлектриком

Конденсатор отключен от источника $q = \text{const}$ $\quad \mathrm{C}_1 = \frac{\varepsilon_0 S}{d} \quad \mathrm{C}_2 = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 S}{d}$

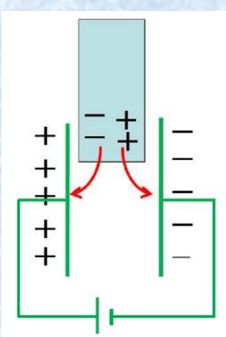


$$\Delta W = \frac{q^2}{2C_2} - \frac{q^2}{2C_1} = \frac{q^2\ \ 1-\varepsilon}{2\varepsilon C_1} < 0$$

Силы поля совершают работу по поляризации диэлектрика

$$\boxed{A_{\text{поля}} > 0}$$

Конденсатор подключен к источнику $U = \text{const}$



$$\Delta W = \frac{C_2 U^2}{2} - \frac{C_1 U^2}{2} = \frac{\varepsilon - 1\ \ C_1 U^2}{2} > 0$$

$$A_{\text{источника}} = \Delta q U = \Delta C U^2 = \ \varepsilon - 1\ \ C_1 U^2 > 0$$

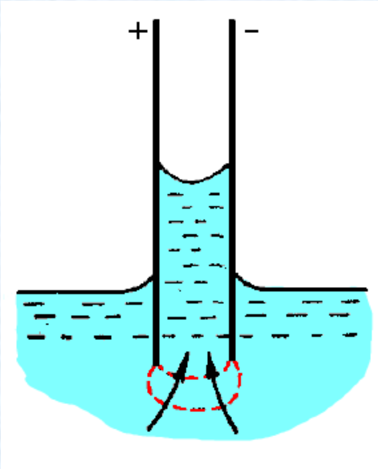
$$\Delta W = A_{\text{источника}} + A_{\text{внешн}} = A_{\text{источника}} - A_{\text{поля}} \qquad \boxed{A_{\text{поля}} > 0}$$

Притяжение пластин конденсатора

Способ 1. $W = \frac{q^2}{2C} = \frac{q^2 x}{2\varepsilon\varepsilon_0 S}$ $F = -\frac{\partial W}{\partial x} = -\frac{q^2}{2\varepsilon\varepsilon_0 S}$

??

Способ 2. $E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0} = \frac{q}{2\varepsilon_0 S}$ $F = -qE = -\frac{q^2}{2\varepsilon_0 S}$



Энергия электрического поля

Плоский конденсатор $W = \frac{CU^2}{2} = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 SU^2}{2d} = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 Sd}{2}\left(\frac{U}{d}\right)^2$ $W = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 E^2 V}{2}$

V – объем конденсатора

E – напряженность поля

Что является носителем энергии – заряды или поле?

$$W = \int \frac{\varepsilon\varepsilon_0 E^2}{2} dV = \int \frac{\vec{E} \cdot \vec{D}}{2} dV$$

Плотность энергии

$$\boxed{w = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 E^2}{2} = \frac{\vec{E} \cdot \vec{D}}{2}}$$