История вопроса

Китай ?? до н. э. – компас

Древняя Греция $\Mu\alpha\gamma\nu\eta\tau\iota\zeta$ $\lambda\iota\theta o\zeta$ – камень из Магнезии
Геродот V в. до н.э.

Древняя Греция $\eta\lambda\varepsilon\kappa\tau\rho o\nu$ – янтарь

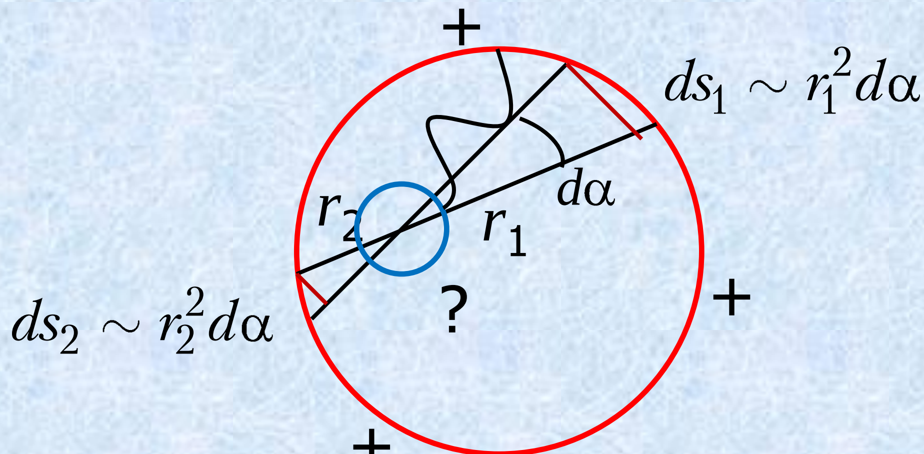
1734 г. Дюфе – «смоляное» (-) и «стеклянное» (+) электричество

1745 г. П. ван Мушенбрук – Лейденская банка

1751 г. Б. Франклин – электрическая природа молний

Взаимодействие зарядов

1774 г. Г. Кавендиш



Взаимодействие зарядов

1784 г. Шарль де Кулон

$$F = k\frac{q_1 q_2}{r^2}$$

Чему равно k ?

$$F = k\frac{q_1 q_2}{r^2}$$

Гауссова система единиц (СГСЭ): $k = 1$.

Тогда размерность заряда $q = \left[F^{1/2}L\right] = \text{г}^{1/2}\text{см}^{-1/2}\text{с}^{-1}$

Система СИ

Ампер — сила неизменяющегося тока, который при прохождении по двум параллельным прямолинейным проводникам бесконечной длины и ничтожно малой площади кругового поперечного сечения, расположенным в вакууме на расстоянии 1 метр один от другого, вызвал бы на каждом участке проводника длиной 1 метр силу взаимодействия, равную $2\cdot10^{-7}$ Ньютона.

Тогда размерность заряда $\boxed{[q] = \text{А}\cdot\text{с} \equiv \text{Кл}}$

Размерность k $\boxed{k = \text{Н}/\text{Кл} = \left[\text{кг}\cdot\text{м}^3\cdot c^{-4}\cdot\text{А}^{-2}\right] \equiv \text{м}/\text{Ф}}$

Чему равно k ?

$$k = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}$$

ε_0 – диэлектрическая постоянная

$$\varepsilon_0 \equiv \frac{1}{4\pi c^2 \cdot 10^{-7}} \approx 8,854187817 \cdot 10^{-12}\ \text{Ф/м}$$

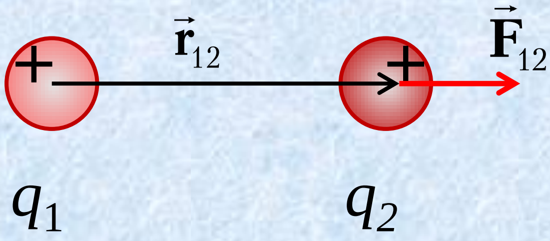
$$k \approx 9 \cdot 10^{9}\ \text{м/Ф}$$

Как взаимодействуют заряды?

Дальнодействие (Ньютон, Кулон, Ампер…): заряженные тела действуют друг на друга через пустоту на любом расстоянии. Взаимодействие происходит мгновенно.

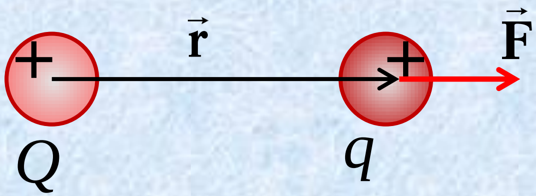
Близкодействие (Фарадей, Максвелл…): взаимодействие передается с помощью материальных посредников с конечной скоростью.

Напряженность электрического поля



$$\vec{\mathbf{F}}_{12} = k\,\frac{q_1 q_2}{r_{12}^2}\,\frac{\vec{\mathbf{r}}_{12}}{r_{12}}$$

Напряженность электрического поля



заряд, создающий поле

пробный заряд

$$\vec{F} = q\vec{E}$$

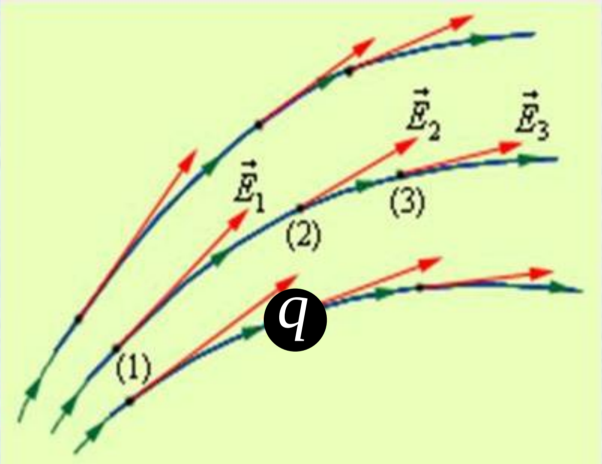
напряженность, силовая характеристика поля, численно равна силе, действующей на единичный пробный заряд

Напряженность поля точечного заряда

$$E = k\frac{Q}{r^2}$$

$[E]$ = В/м (Н/Кл)

Силовые линии

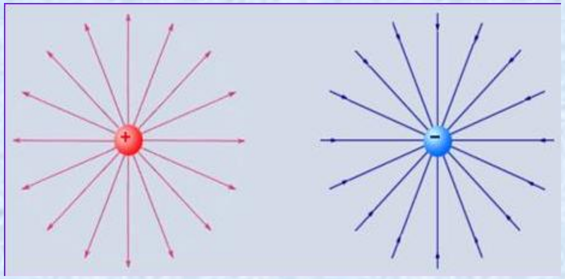


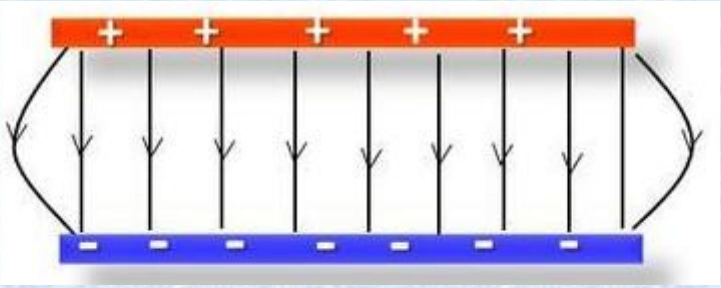
Вопрос: Как будет двигаться пробный заряд q?

Вопрос: В каких случаях силовые линии могут пересекаться?

Вопрос: Из интернета:
«*густота силовых линий должна быть такой, чтобы единичную площадку, нормальную к вектору напряженности, пересекало такое их число, которое равно модулю вектора напряженности*».
Это правильно?

Силовые линии



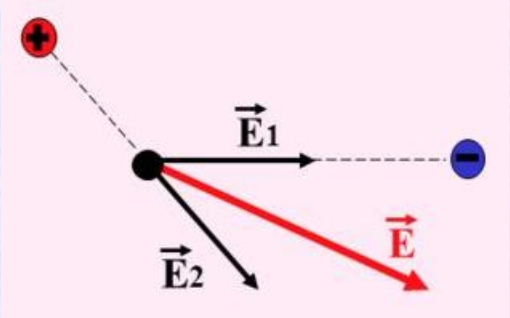


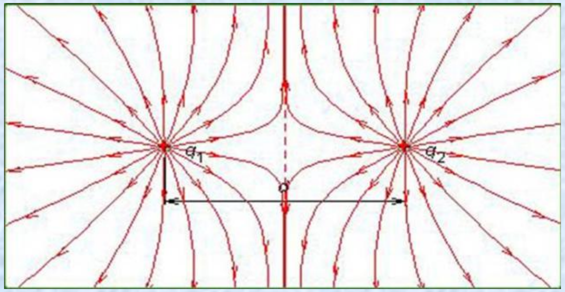
Точечные заряды

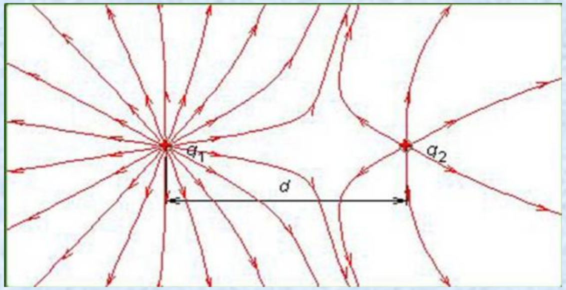
Однородное поле

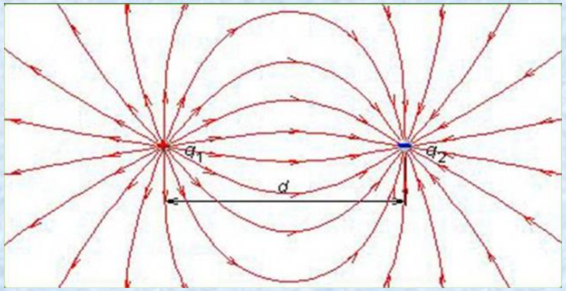
Принцип суперпозиции полей

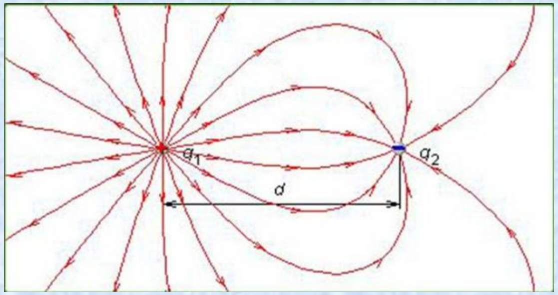
$$\vec{\mathbf{E}} = \sum \vec{\mathbf{E}}_i$$











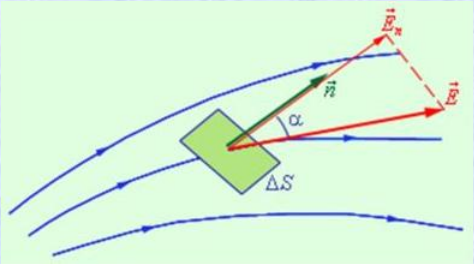
Непрерывное распределение зарядов

Объемная плотность заряда $\rho = \dfrac{dq}{dV}$ $[\rho] = \text{Кл/м}^3$

Поверхностная плотность заряда $\sigma = \dfrac{dq}{dS}$ $[\sigma] = \text{Кл/м}^2$

Линейная плотность заряда $\tau = \dfrac{dq}{dl}$ $[\tau] = \text{Кл/м}$

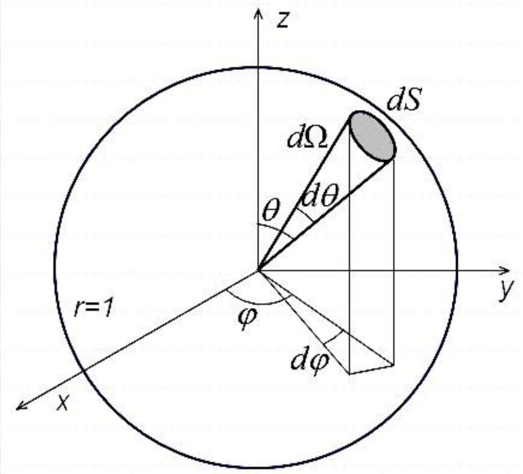
Поток вектора напряженности



$$d\Phi = E_n dS \qquad d\vec{\mathbf{S}} = dS\,\vec{\mathbf{n}}$$

$$d\Phi = \vec{\mathbf{E}} \cdot d\vec{\mathbf{S}}$$

Телесный угол



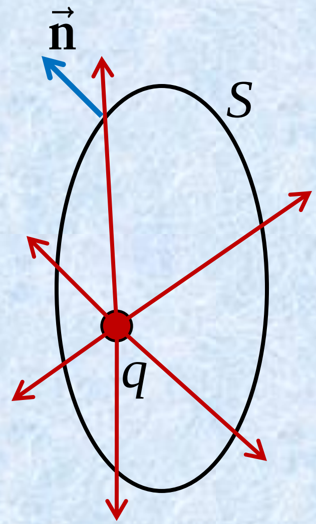
$$d\Omega = \sin\theta\, d\theta\, d\varphi$$

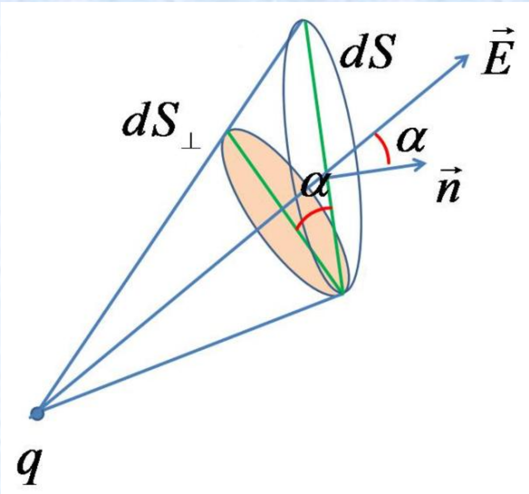
Стерадиан (ср) равен телесному углу, вырезающему из сферы радиуса *r* поверхность с площадью r^2.

В полном угле 4π стерадиан

Теорема Гаусса

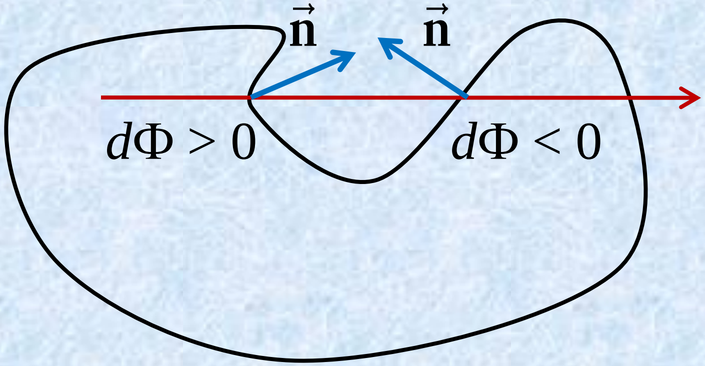
Поток через замкнутую поверхность





$$d\Phi = \vec{\mathbf{E}} \cdot d\vec{\mathbf{S}} = E\,dS\cos\alpha = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r^2}dS\cos\alpha = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}d\Omega$$

$$\Phi = \oint \vec{\mathbf{E}} \cdot d\vec{\mathbf{S}} = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\oint d\Omega$$



$$\boxed{\Phi = \frac{q_{\text{внутр}}}{\varepsilon_0}}$$

$$q_{\text{внутр}} = \int \rho\, dV$$

Теорема Гаусса в дифференциальной форме

Дивергенция $\quad div\,\vec{\mathbf{E}} = \lim\limits_{V\to 0}\dfrac{\Phi}{V}$

$$\oint\limits_S E_n dS = \int\limits_V div\vec{\mathbf{E}}\,dV = \frac{q}{\varepsilon_0} = \frac{1}{\varepsilon_0}\int\limits_V \rho\,dV$$

$$\boxed{\varepsilon_0\, div\,\vec{\mathbf{E}} = \rho}$$

В декартовых координатах $\quad \nabla = \vec{\mathbf{i}}\dfrac{\partial}{\partial x} + \vec{\mathbf{j}}\dfrac{\partial}{\partial y} + \vec{\mathbf{k}}\dfrac{\partial}{\partial z}$

$$div\,\vec{\mathbf{E}} \equiv \nabla\cdot\vec{\mathbf{E}} = \frac{\partial E_x}{\partial x} + \frac{\partial E_y}{\partial y} + \frac{\partial E_z}{\partial z}$$

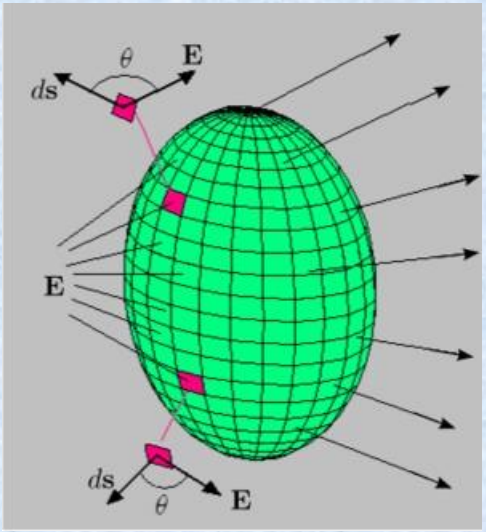
$div\,\vec{\mathbf{E}} > 0$ – точка является источником поля (положительный заряд)

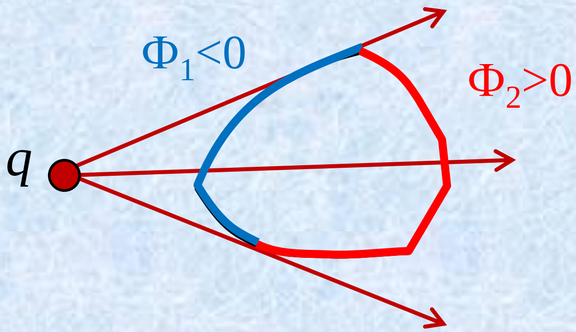
$div\,\vec{\mathbf{E}} < 0$ – точка является стоком поля (отрицательный заряд)

$div\,\vec{\mathbf{E}} = 0$ – зарядов нет

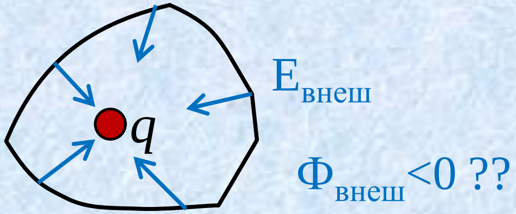
Следствия теоремы Гаусса

1. Если заряд расположен вне замкнутой поверхности, то поток через нее равен нулю



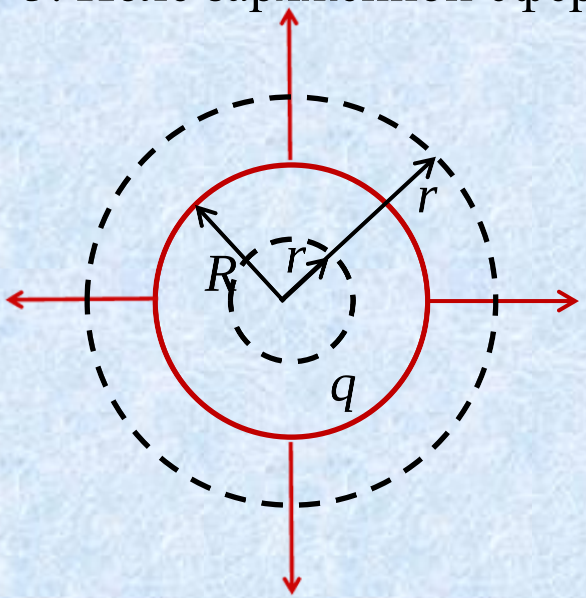


2. Устойчивое равновесие заряда в электрическом поле невозможно



Следствия теоремы Гаусса

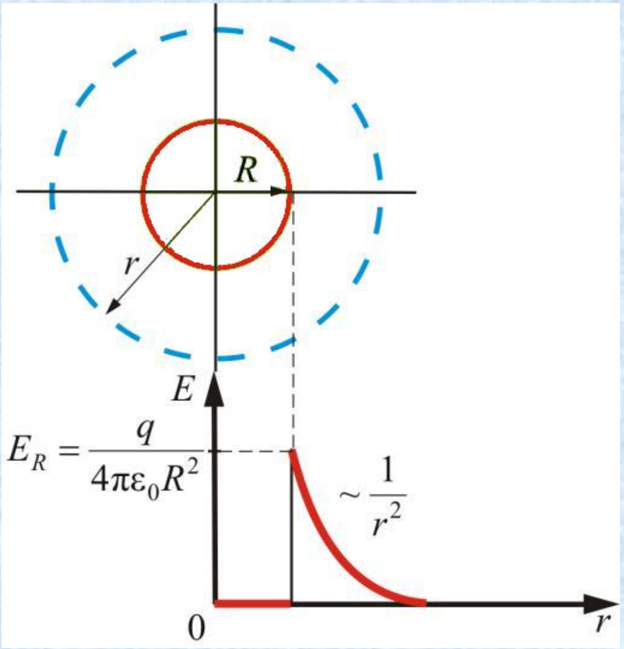
3. Поле заряженной сферы



$r > R$ $\quad E \cdot 4\pi r^2 = \dfrac{q}{\varepsilon_0}$ $\quad E = \dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$

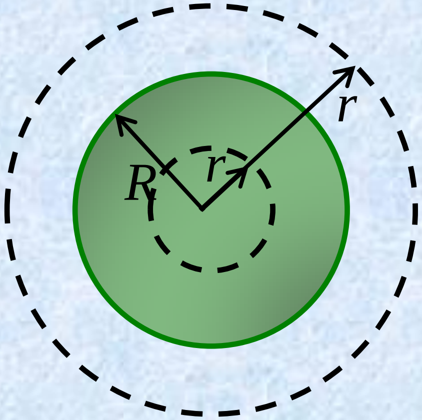
Поле совпадает с полем точечного заряда

$r < R$ $\quad E = 0$



Следствия теоремы Гаусса

4. Поле равномерно заряженного шара



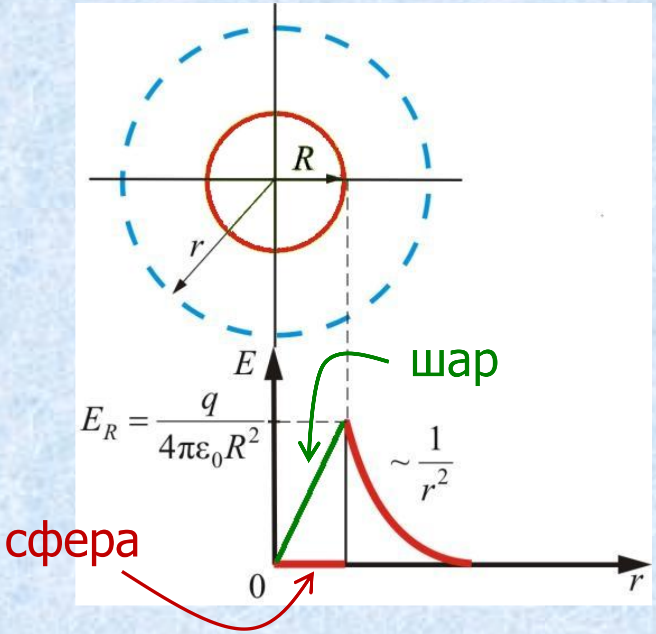
$r > R$ $\qquad E \cdot 4\pi r^2 = \dfrac{q}{\varepsilon_0} \qquad E = \dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$

Поле совпадает с полем точечного заряда

$r < R$ $\qquad E \cdot 4\pi r^2 = \dfrac{q_{внутр}}{\varepsilon_0} = \dfrac{\rho}{\varepsilon_0}\dfrac{4}{3}\pi r^3 \qquad \dfrac{4\pi\rho R^3}{3} = q$

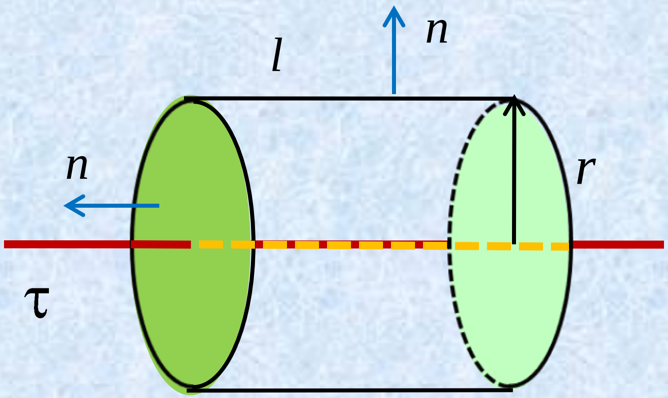
$$\boxed{E = \frac{qr}{4\pi\varepsilon_0 R^3}}$$

Вопрос: Нарисуйте картину силовых линий для заряженных сферы и шара.



Следствия теоремы Гаусса

5. Поле заряженной нити



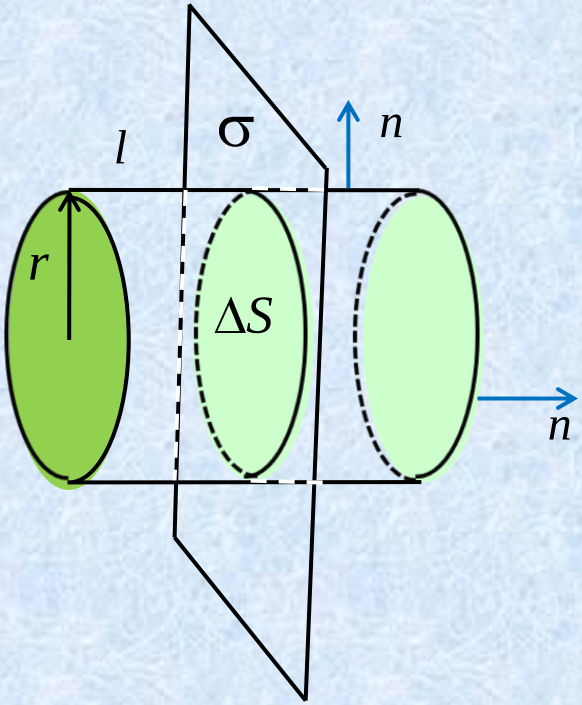
$$\frac{\tau l}{\varepsilon_0} = \oint E_n dS = \int\limits_{\text{бок}} E_n dS + \int\limits_{\text{торц}} E_n dS$$

$$E \cdot 2\pi r l \qquad 0$$

$$\boxed{E = \frac{\tau}{2\pi\varepsilon_0 r}}$$

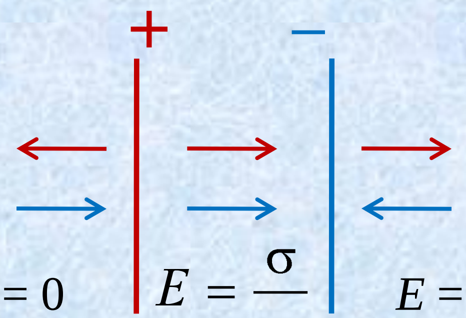
Следствия теоремы Гаусса

6. Поле заряженной плоскости



$$\frac{\sigma\Delta S}{\varepsilon_0} = \oint E_n dS = \underbrace{\int_{\text{бок}} E_n dS}_{0} + \underbrace{\int_{\text{торц}} E_n dS}_{E\cdot 2\Delta S}$$

$$\boxed{E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}}$$



$E = 0$ $\quad E = \dfrac{\sigma}{\varepsilon_0}$ $\quad E = 0$

Теорема Гаусса

Вопрос: Из интернета:

«*Для однородного поля поток $Ф_E$ через замкнутую поверхность равен нулю.*

В случае неоднородного поля поток $Ф_E$ через замкнутую поверхность не равен нулю».

Это правильно?