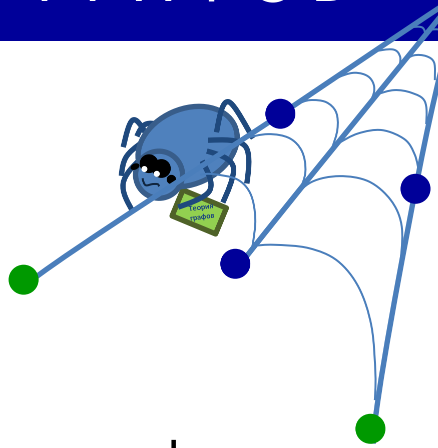
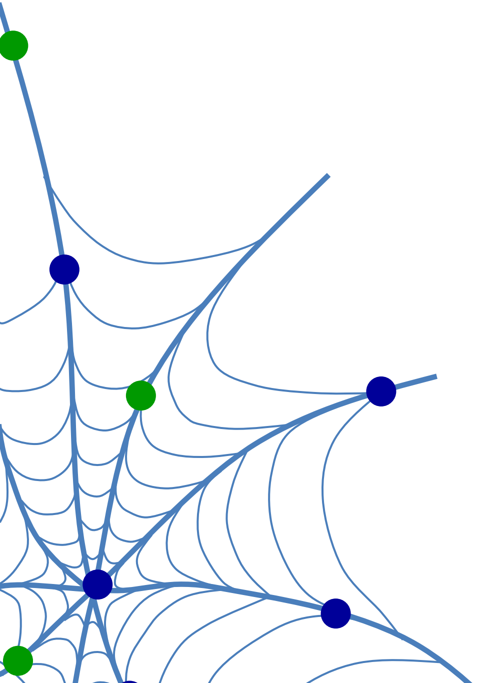


Деревья

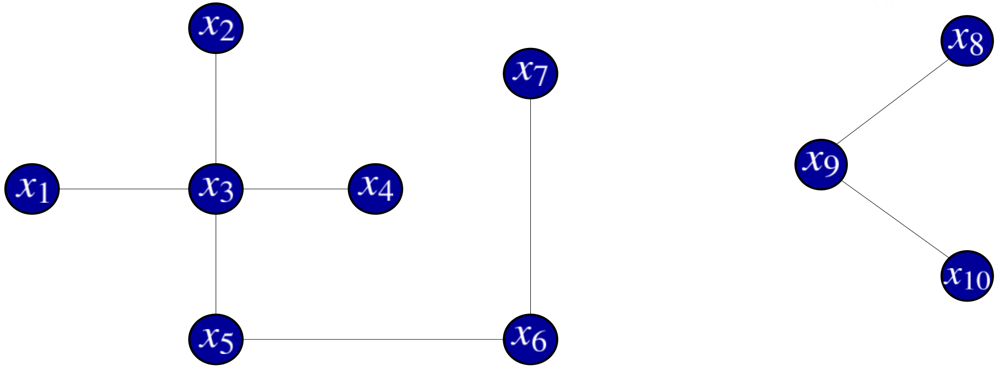
- ✓ Понятие дерева, леса
- ✓ Свойства деревьев
- ✓ Остовное дерево связного графа, понятие суграфа
- ✓ Алгоритмы построения остовного дерева графа
- ✓ Теорема Прима о минимальном остовном дереве графа
- ✓ Алгоритмы поиска минимального остовного дерева графа
- ✓ Корневые деревья
- ✓ Двоичные деревья



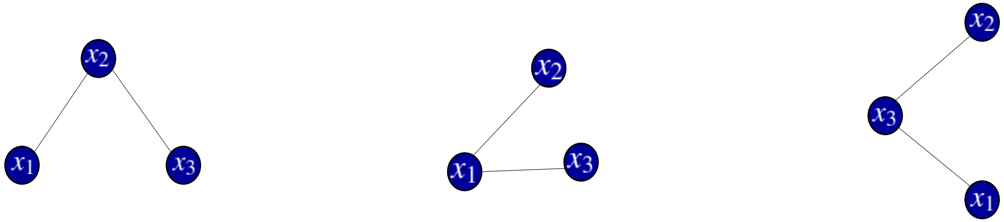
Деревья

- Понятие дерева, леса
- ✓ Свойства деревьев
- ✓ Остовное дерево связного графа, понятие суграфа
- ✓ Алгоритмы построения остовного дерева графа
- ✓ Теорема Прима о минимальном остовном дереве графа
- ✓ Алгоритмы поиска минимального остовного дерева графа
- ✓ Корневые деревья
- ✓ Двоичные деревья

Дерево – связный граф без циклов, а **лес** – несвязный граф, каждая компонента связности которого является деревом.



На n вершинах можно построить n^{n-2} деревьев.

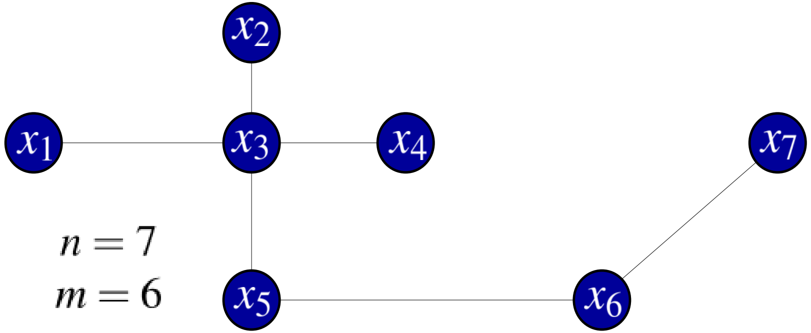


Деревья

- ✓ Понятие дерева, леса
- Свойства деревьев
- ✓ Остовное дерево связного графа, понятие суграфа
- ✓ Алгоритмы построения остовного дерева графа
- ✓ Теорема Прима о минимальном остовном дереве графа
- ✓ Алгоритмы поиска минимального остовного дерева графа
- ✓ Корневые деревья
- ✓ Двоичные деревья

Свойство №1.

Если $n, m -$ граф – дерево, то $m = n - 1$.



Если $n, m -$ граф – лес, то $m = n - k$ (k – количество компонент связности в графе).

Пусть $n_1, n_2, \dots, n_k -$ количество вершин, а $m_1, m_2, \dots, m_k -$ количество ребер в компонентах связности графа.

Очевидно, что $n = n_1 + n_2 + \dots + n_k$, $m = m_1 + m_2 + \dots + m_k$.

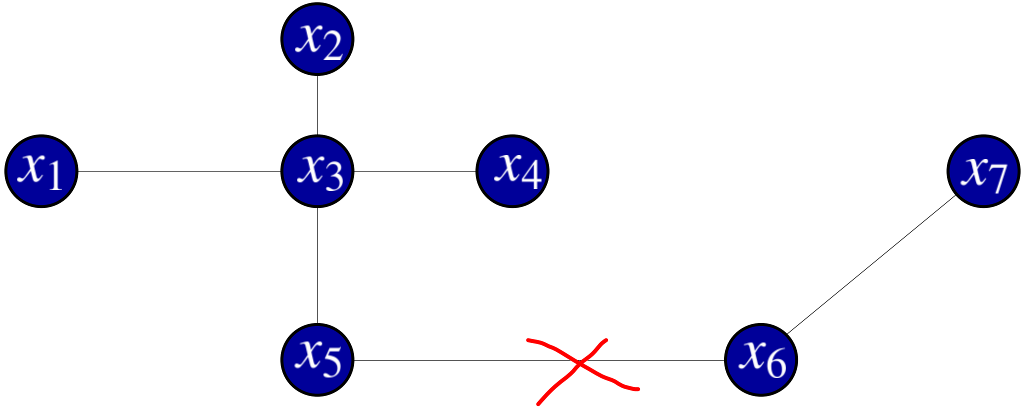
Т.к. каждая компонента связности в графе - дерево, то $m_1 = n_1 - 1$, $m_2 = n_2 - 1$, … , $m_k = n_k - 1$.

Общее количество ребер в графе:

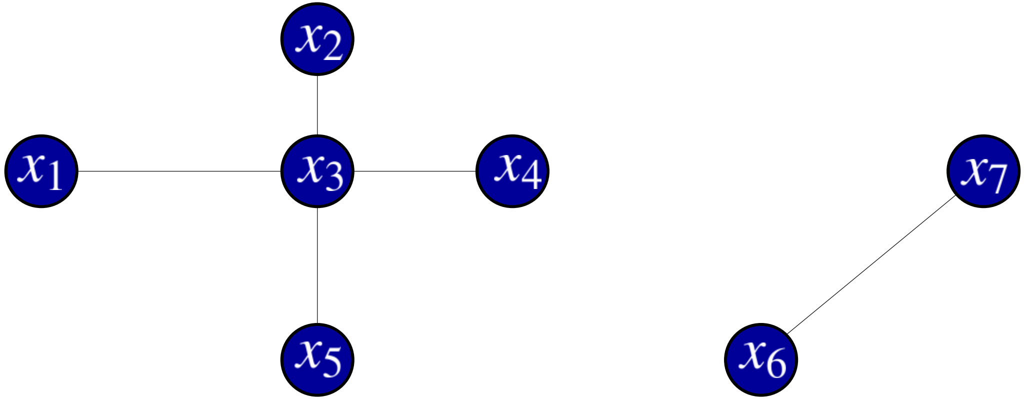
$$m = (n_1 - 1) + (n_2 - 1) + \dots + (n_k - 1) = (n_1 + n_2 + \dots + n_k) - k = n - k.$$

Свойство №2. Если граф – дерево, то каждое его ребро (дуга) – мост,

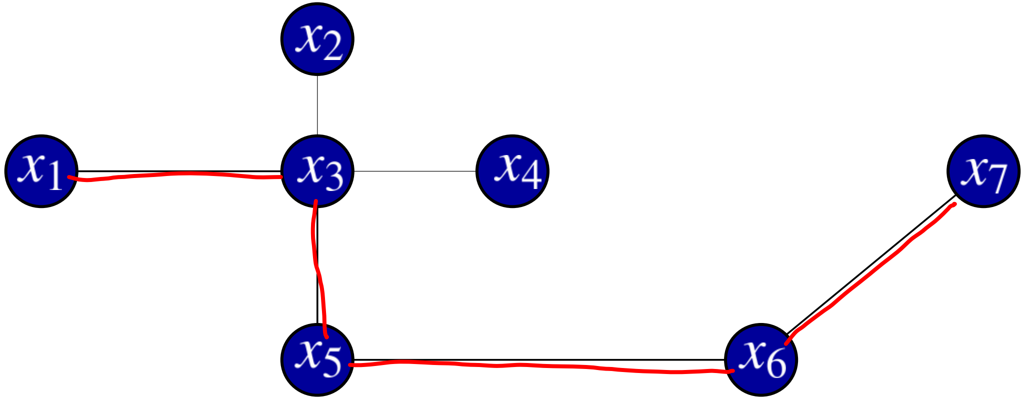
т.е. дерево – минимально связный граф.



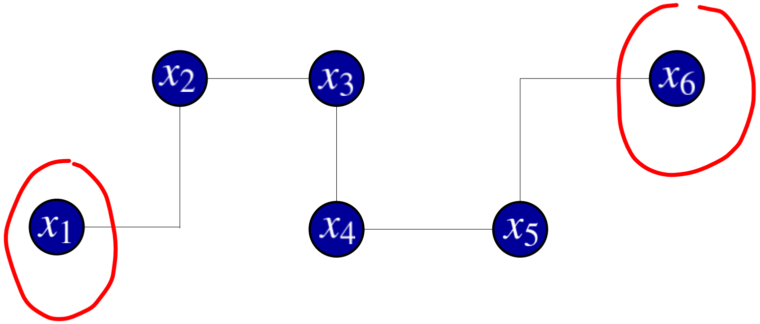
Свойство №2. Если граф – дерево, то каждое его ребро (дуга) – мост, т.е. дерево – минимально связный граф.

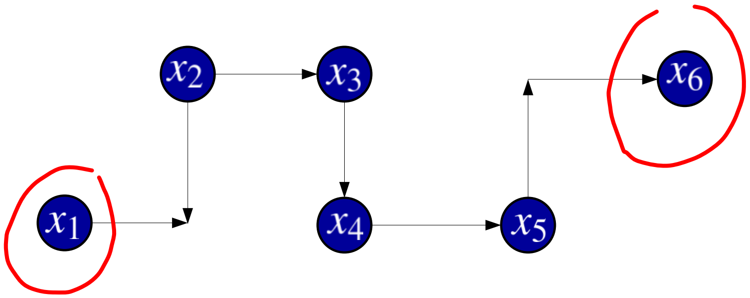


Свойство №3. Любые две вершины дерева соединены единственной простой цепью (единственным простым полупутем).

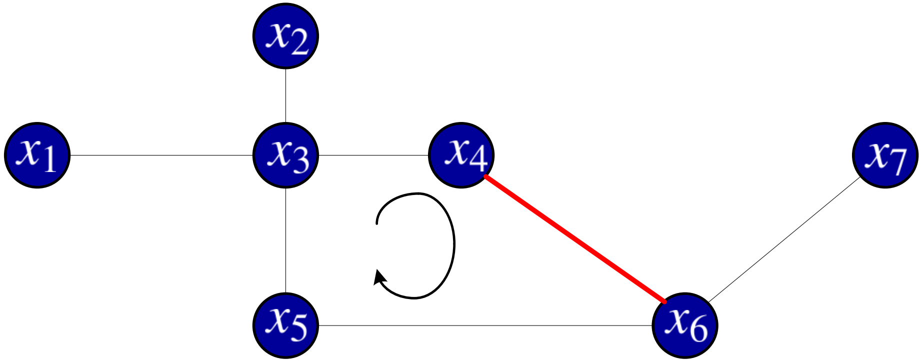


Свойство №4. Если граф – дерево, то в нем есть хотя бы пара вершин с $\rho(x) = 1$ (для неографа), $\rho^+(x) = 1$ и $\rho^-(x) = 1$ (для орграфа).

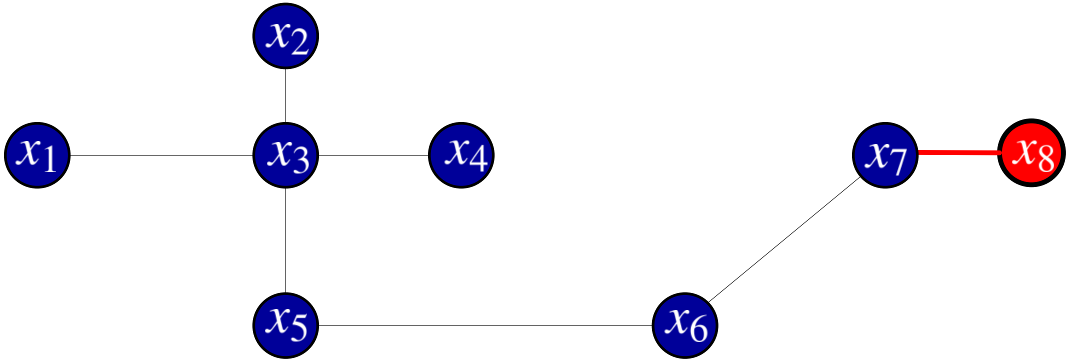




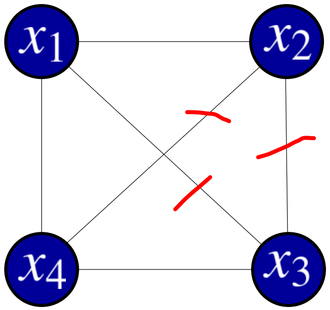
Свойство №5. Если граф – дерево, то добавление в него нового ребра, инцидентного двум различным вершинам этого дерева приведет к образованию цикла; этот цикл единственный в графе и проходит по вновь добавленному ребру. При этом граф перестает быть деревом.



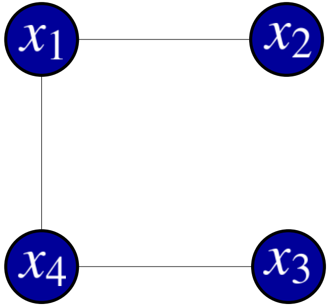
<u>Свойство №6.</u> Если граф – дерево, то добавление в него новой вершины вместе с инцидентным ей ребром с сохранением связности этого графа приводит к построению нового графа, который также является деревом.



Свойство №7. Если связный граф не является деревом (в нем есть циклы), то удаляя из циклов ребра, не нарушая связности этого графа, мы получим дерево. Если задан n, m – граф, то дерево будет содержать $(n-1)$ ребро. Поэтому количество ребер для удаления из циклов определяется как $m-n+1$.



Свойство №7. Если связный граф не является деревом (в нем есть циклы), то удаляя из циклов ребра, не нарушая связности этого графа, мы получим дерево. Если задан $n, m -$ граф, то дерево будет содержать $(n-1)$ ребро. Поэтому количество ребер для удаления из циклов определяется как $m-n+1$.

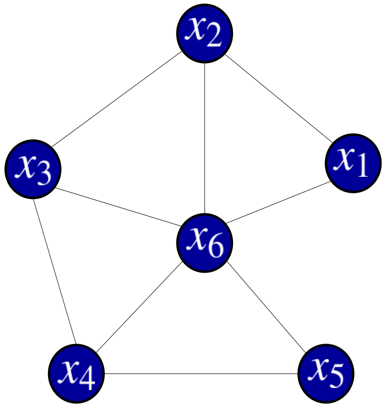


Деревья

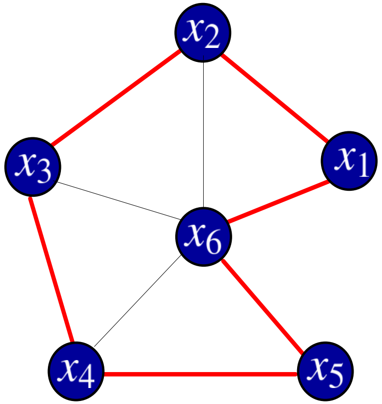
- Понятие дерева, леса
- Свойства деревьев
- Остовное дерево связного графа, понятие суграфа
- Алгоритмы построения остовного дерева графа
- Теорема Прима о минимальном остовном дереве графа
- Алгоритмы поиска минимального остовного дерева графа
- Корневые деревья
- Двоичные деревья

Остовное дерево связного графа – суграф этого графа со свойствами дерева.

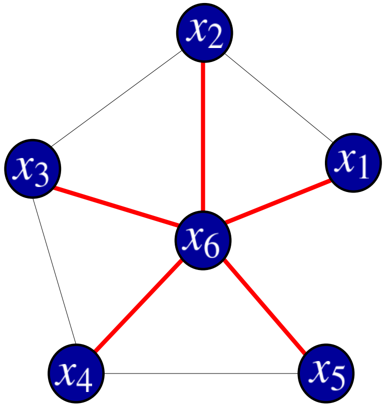
Суграфом графа $G(X,U)$ называется новый граф $G_1(X,U_1)$, в котором $U_1 \subseteq U$ порождает этот суграф (если $|U_1| < |U|$, то суграф $G_1(X,U_1)$ называется собственным).



$G(X,U)$



$$U_1 = \{(x_1,x_2),(x_2,x_3),(x_3,x_4),(x_4,x_5),(x_5,x_6),(x_1,x_6)\}$$

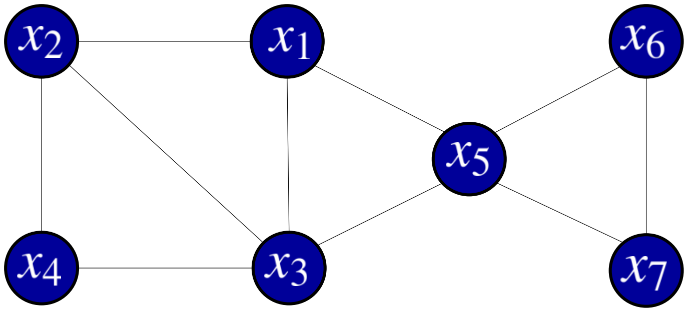


$$U_1 = \{(x_1,x_6),(x_2,x_6),(x_3,x_6),(x_4,x_6),(x_5,x_6)\}$$

Деревья

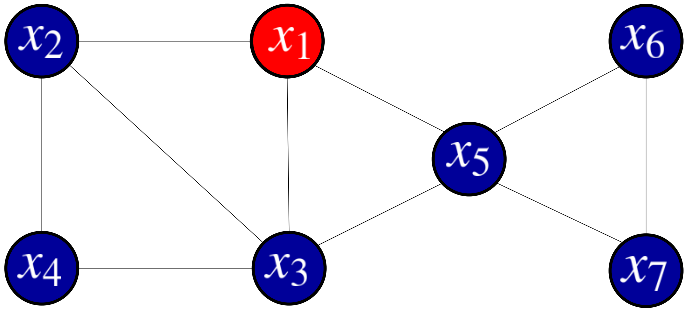
- ✓ Понятие дерева, леса
- ✓ Свойства деревьев
- ✓ Остовное дерево связного графа, понятие суграфа
- Алгоритмы построения остовного дерева графа
- ✓ Теорема Прима о минимальном остовном дереве графа
- ✓ Алгоритмы поиска минимального остовного дерева графа
- ✓ Корневые деревья
- ✓ Двоичные деревья

Метод обхода вершин **вглубь** для построения остовного дерева связного графа



x	$\Gamma(x)$ – образы вершины x
x_1	$\{x_2, x_3, x_5\}$
x_2	$\{x_1, x_3, x_4\}$
x_3	$\{x_1, x_2, x_4, x_5\}$
x_4	$\{x_2, x_3\}$
x_5	$\{x_1, x_3, x_6, x_7\}$
x_6	$\{x_5, x_7\}$
x_7	$\{x_5, x_6\}$

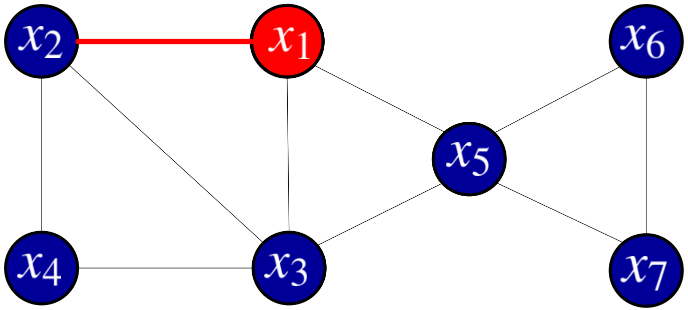
Метод обхода вершин **вглубь** для построения остовного дерева связного графа



x	$\Gamma(x)$ – образы вершины x
x_1	$\{x_2, x_3, x_5\}$
x_2	$\{x_1, x_3, x_4\}$
x_3	$\{x_1, x_2, x_4, x_5\}$
x_4	$\{x_2, x_3\}$
x_5	$\{x_1, x_3, x_6, x_7\}$
x_6	$\{x_5, x_7\}$
x_7	$\{x_5, x_6\}$

x_1

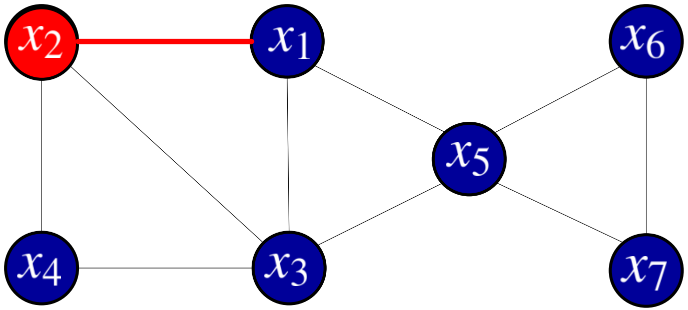
Метод обхода вершин **вглубь** для построения остовного дерева связного графа



$$x_1 \to x_2$$

x	$\Gamma(x)$ – образы вершины x
x_1	$\{x_2, x_3, x_5\}$
x_2	$\{x_1, x_3, x_4\}$
x_3	$\{x_1, x_2, x_4, x_5\}$
x_4	$\{x_2, x_3\}$
x_5	$\{x_1, x_3, x_6, x_7\}$
x_6	$\{x_5, x_7\}$
x_7	$\{x_5, x_6\}$

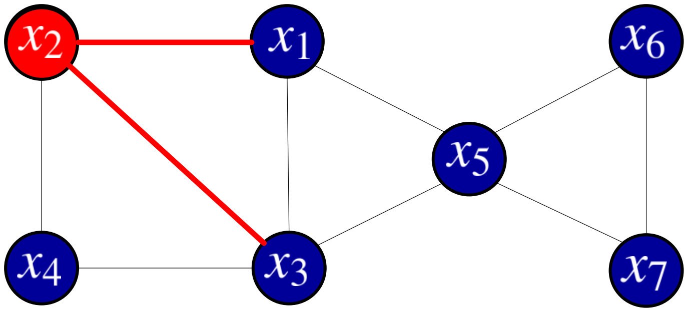
Метод обхода вершин **вглубь** для построения остовного дерева связного графа



$x_1 \to x_2$

x	$\Gamma(x)$ – образы вершины x
x_1	$\{x_2, x_3, x_5\}$
x_2	$\{x_1, x_3, x_4\}$
x_3	$\{x_1, x_2, x_4, x_5\}$
x_4	$\{x_2, x_3\}$
x_5	$\{x_1, x_3, x_6, x_7\}$
x_6	$\{x_5, x_7\}$
x_7	$\{x_5, x_6\}$

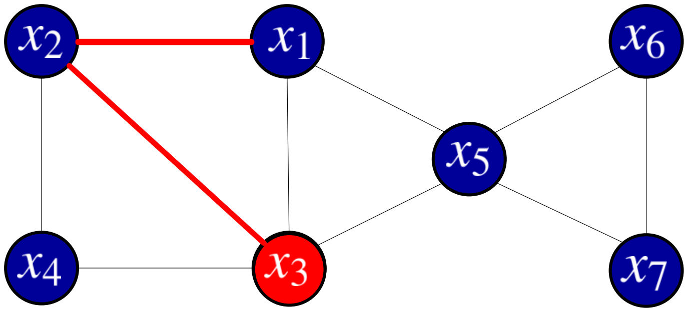
Метод обхода вершин **вглубь** для построения остовного дерева связного графа



$$x_1 \to x_2 \to x_3$$

x	$\Gamma(x)$ – образы вершины x
x_1	$\{x_2, x_3, x_5\}$
x_2	$\{x_1, x_3, x_4\}$
x_3	$\{x_1, x_2, x_4, x_5\}$
x_4	$\{x_2, x_3\}$
x_5	$\{x_1, x_3, x_6, x_7\}$
x_6	$\{x_5, x_7\}$
x_7	$\{x_5, x_6\}$

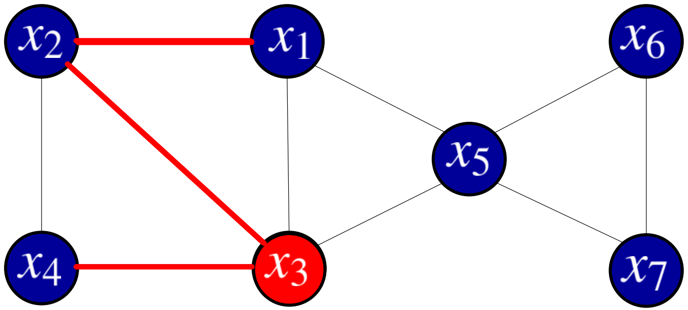
Метод обхода вершин **вглубь** для построения остовного дерева связного графа



$$x_1 \to x_2 \to x_3$$

x	$\Gamma(x)$ – образы вершины x
x_1	$\{x_2, x_3, x_5\}$
x_2	$\{x_1, x_3, x_4\}$
x_3	$\{x_1, x_2, x_4, x_5\}$
x_4	$\{x_2, x_3\}$
x_5	$\{x_1, x_3, x_6, x_7\}$
x_6	$\{x_5, x_7\}$
x_7	$\{x_5, x_6\}$

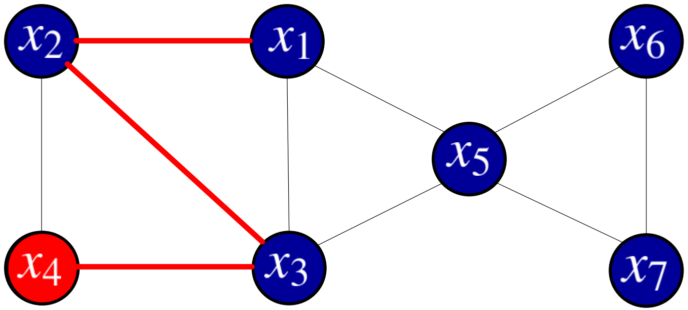
Метод обхода вершин **вглубь** для построения остовного дерева связного графа



$$x_1 \to x_2 \to x_3 \to x_4$$

x	$\Gamma(x)$ – образы вершины x
x_1	$\{x_2, x_3, x_5\}$
x_2	$\{x_1, x_3, x_4\}$
x_3	$\{x_1, x_2, x_4, x_5\}$
x_4	$\{x_2, x_3\}$
x_5	$\{x_1, x_3, x_6, x_7\}$
x_6	$\{x_5, x_7\}$
x_7	$\{x_5, x_6\}$

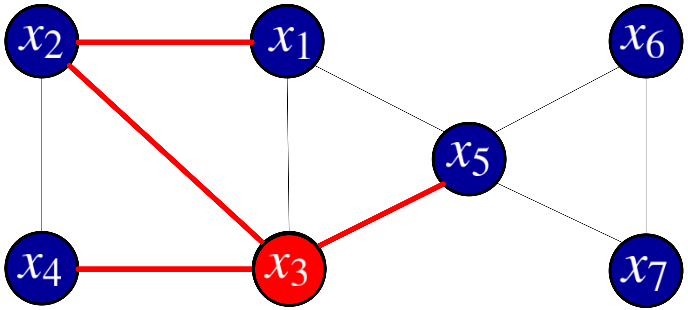
Метод обхода вершин **вглубь** для построения остовного дерева связного графа



$$x_1 \to x_2 \to x_3 \to x_4$$

x	$\Gamma(x)$ – образы вершины x
x_1	$\{x_2, x_3, x_5\}$
x_2	$\{x_1, x_3, x_4\}$
x_3	$\{x_1, x_2, x_4, x_5\}$
x_4	$\{x_2, x_3\}$
x_5	$\{x_1, x_3, x_6, x_7\}$
x_6	$\{x_5, x_7\}$
x_7	$\{x_5, x_6\}$

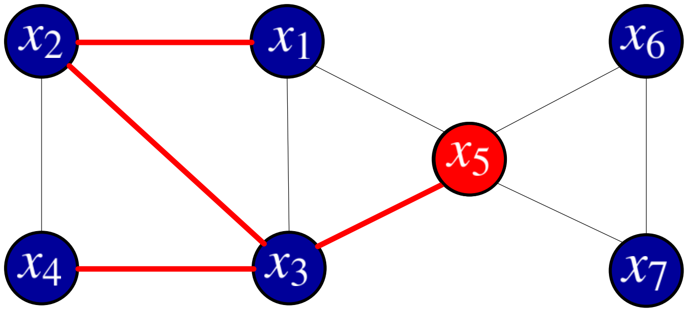
Метод обхода вершин **вглубь** для построения остовного дерева связного графа



$$x_1 \to x_2 \to x_3 \to x_4$$
$$\hookrightarrow x_5$$

x	$\Gamma(x)$ – образы вершины x
x_1	$\{x_2, x_3, x_5\}$
x_2	$\{x_1, x_3, x_4\}$
x_3	$\{x_1, x_2, x_4, x_5\}$
x_4	$\{x_2, x_3\}$
x_5	$\{x_1, x_3, x_6, x_7\}$
x_6	$\{x_5, x_7\}$
x_7	$\{x_5, x_6\}$

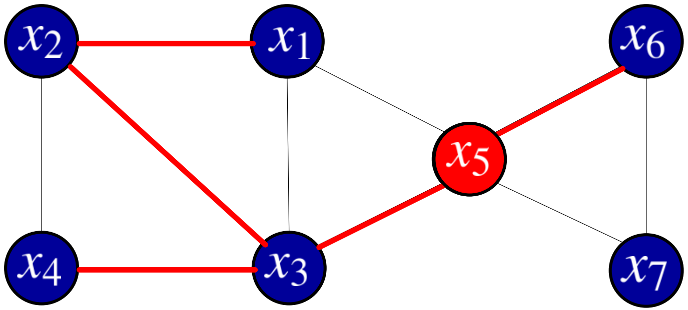
Метод обхода вершин **вглубь** для построения остовного дерева связного графа



x	$\Gamma(x)$ – образы вершины x
x_1	$\{x_2, x_3, x_5\}$
x_2	$\{x_1, x_3, x_4\}$
x_3	$\{x_1, x_2, x_4, x_5\}$
x_4	$\{x_2, x_3\}$
x_5	$\{x_1, x_3, x_6, x_7\}$
x_6	$\{x_5, x_7\}$
x_7	$\{x_5, x_6\}$

$$\begin{tikzcd} x_1 \arrow[r] & x_2 \arrow[r] & x_3 \arrow[r] \arrow[dr] & x_4 \\ & & & x_5 \end{tikzcd}$$

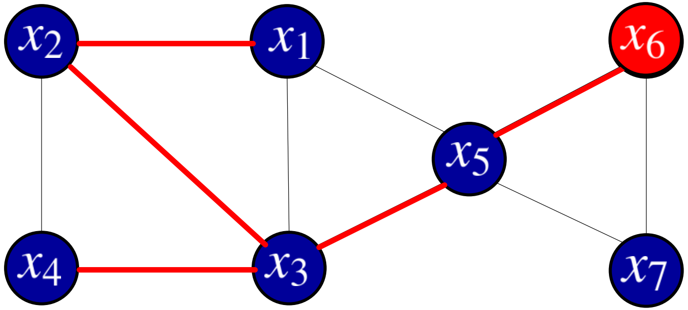
Метод обхода вершин **вглубь** для построения остовного дерева связного графа



x	$\Gamma(x)$ – образы вершины x
x_1	$\{x_2, x_3, x_5\}$
x_2	$\{x_1, x_3, x_4\}$
x_3	$\{x_1, x_2, x_4, x_5\}$
x_4	$\{x_2, x_3\}$
x_5	$\{x_1, x_3, x_6, x_7\}$
x_6	$\{x_5, x_7\}$
x_7	$\{x_5, x_6\}$

$$x_1 \to x_2 \to x_3 \to x_4$$
$$\hookrightarrow x_5 \to x_6$$

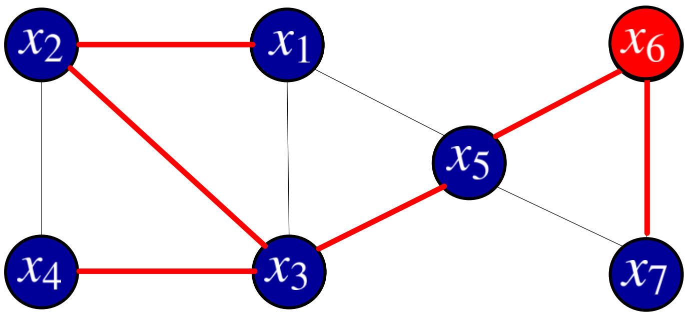
Метод обхода вершин **вглубь** для построения остовного дерева связного графа



x	$\Gamma(x)$ – образы вершины x
x_1	$\{x_2, x_3, x_5\}$
x_2	$\{x_1, x_3, x_4\}$
x_3	$\{x_1, x_2, x_4, x_5\}$
x_4	$\{x_2, x_3\}$
x_5	$\{x_1, x_3, x_6, x_7\}$
x_6	$\{x_5, x_7\}$
x_7	$\{x_5, x_6\}$

$$x_1 \to x_2 \to x_3 \to x_4$$
$$\hookrightarrow x_5 \to x_6$$

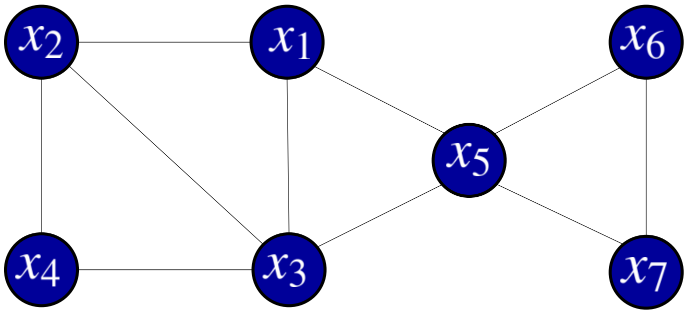
Метод обхода вершин **вглубь** для построения остовного дерева связного графа



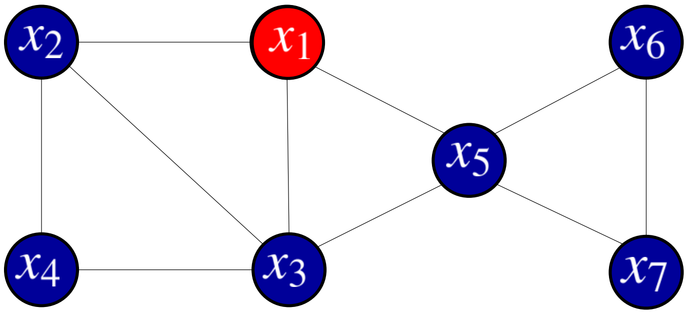
$$x_1 \to x_2 \to x_3 \to x_4$$
$$\hookrightarrow x_5 \to x_6 \to x_7$$

x	$\Gamma(x)$ – образы вершины x
x_1	$\{x_2, x_3, x_5\}$
x_2	$\{x_1, x_3, x_4\}$
x_3	$\{x_1, x_2, x_4, x_5\}$
x_4	$\{x_2, x_3\}$
x_5	$\{x_1, x_3, x_6, x_7\}$
x_6	$\{x_5, x_7\}$
x_7	$\{x_5, x_6\}$

Метод обхода вершин **вширь** для построения остовного дерева связного графа



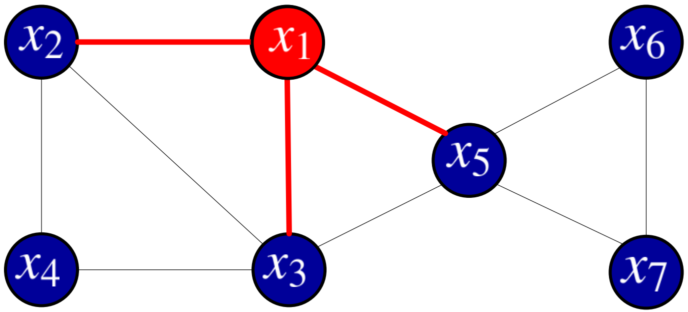
Метод обхода вершин **вширь** для построения остовного дерева связного графа



x_1

x	$\Gamma(x)$ – образы вершины x
x_1	$\{x_2, x_3, x_5\}$
x_2	$\{x_1, x_3, x_4\}$
x_3	$\{x_1, x_2, x_4, x_5\}$
x_4	$\{x_2, x_3\}$
x_5	$\{x_1, x_3, x_6, x_7\}$
x_6	$\{x_5, x_7\}$
x_7	$\{x_5, x_6\}$

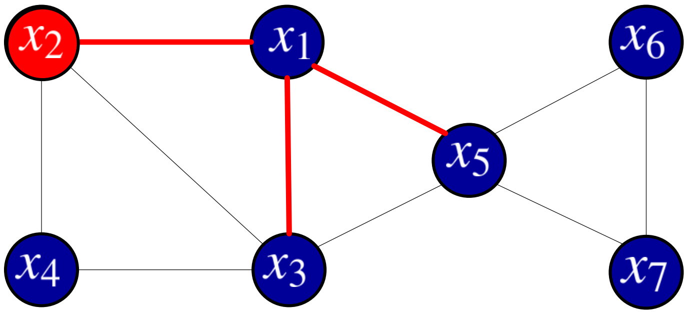
Метод обхода вершин **вширь** для построения остовного дерева связного графа



$$x_1 \to \begin{pmatrix} x_2 \\ x_3 \\ x_5 \end{pmatrix}$$

x	$\Gamma(x)$ – образы вершины x
x_1	$\{x_2, x_3, x_5\}$
x_2	$\{x_1, x_3, x_4\}$
x_3	$\{x_1, x_2, x_4, x_5\}$
x_4	$\{x_2, x_3\}$
x_5	$\{x_1, x_3, x_6, x_7\}$
x_6	$\{x_5, x_7\}$
x_7	$\{x_5, x_6\}$

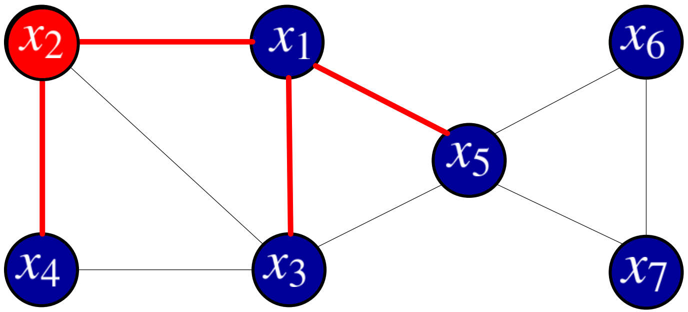
Метод обхода вершин **вширь** для построения остовного дерева связного графа



$$x_1 \to \begin{pmatrix} x_2 \\ x_3 \\ x_5 \end{pmatrix}$$

x	$\Gamma(x)$ – образы вершины x
x_1	$\{x_2, x_3, x_5\}$
x_2	$\{x_1, x_3, x_4\}$
x_3	$\{x_1, x_2, x_4, x_5\}$
x_4	$\{x_2, x_3\}$
x_5	$\{x_1, x_3, x_6, x_7\}$
x_6	$\{x_5, x_7\}$
x_7	$\{x_5, x_6\}$

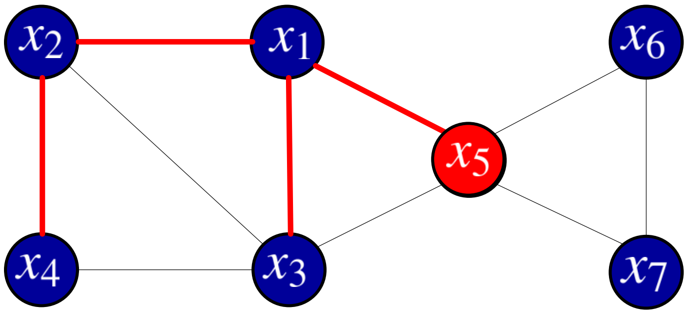
Метод обхода вершин **вширь** для построения остовного дерева связного графа



$$x_1 \rightarrow \begin{pmatrix} x_2 \\ x_3 \\ x_5 \end{pmatrix} \rightarrow x_4$$

x	$\Gamma(x)$ – образы вершины x
x_1	$\{x_2, x_3, x_5\}$
x_2	$\{x_1, x_3, x_4\}$
x_3	$\{x_1, x_2, x_4, x_5\}$
x_4	$\{x_2, x_3\}$
x_5	$\{x_1, x_3, x_6, x_7\}$
x_6	$\{x_5, x_7\}$
x_7	$\{x_5, x_6\}$

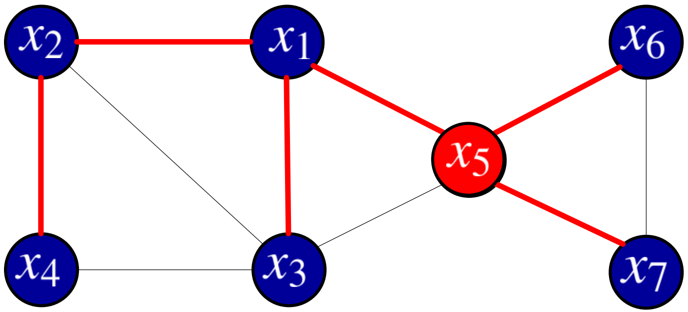
Метод обхода вершин **вширь** для построения остовного дерева связного графа



$$x_1 \longrightarrow \begin{pmatrix} x_2 \\ x_3 \\ x_5 \end{pmatrix} \longrightarrow x_4$$

x	$\Gamma(x)$ – образы вершины x
x_1	$\{x_2, x_3, x_5\}$
x_2	$\{x_1, x_3, x_4\}$
x_3	$\{x_1, x_2, x_4, x_5\}$
x_4	$\{x_2, x_3\}$
x_5	$\{x_1, x_3, x_6, x_7\}$
x_6	$\{x_5, x_7\}$
x_7	$\{x_5, x_6\}$

Метод обхода вершин **вширь** для построения остовного дерева связного графа



$$x_1 \to \begin{pmatrix} x_2 \\ x_3 \\ x_5 \end{pmatrix} \begin{matrix} \to x_4 \\ \\ \to \begin{pmatrix} x_6 \\ x_7 \end{pmatrix} \end{matrix}$$

x	$\Gamma(x)$ – образы вершины x
x_1	$\{x_2, x_3, x_5\}$
x_2	$\{x_1, x_3, x_4\}$
x_3	$\{x_1, x_2, x_4, x_5\}$
x_4	$\{x_2, x_3\}$
x_5	$\{x_1, x_3, x_6, x_7\}$
x_6	$\{x_5, x_7\}$
x_7	$\{x_5, x_6\}$

Деревья

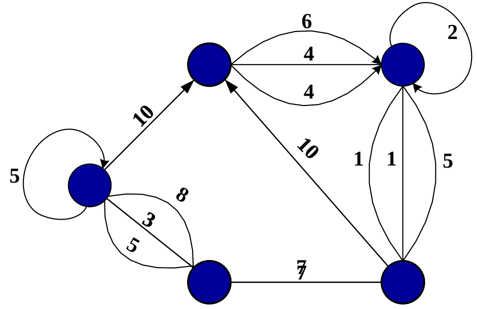
- ✓ Понятие дерева, леса
- ✓ Свойства деревьев
- ✓ Остовное дерево связного графа, понятие суграфа
- ✓ Алгоритмы построения остовного дерева графа
- Теорема Прима о минимальном остовном дереве графа
- ✓ Алгоритмы поиска минимального остовного дерева графа
- ✓ Корневые деревья
- ✓ Двоичные деревья

Пусть $G(X,U)$ – связный взвешенный обыкновенный неограф,
а $T=\{T_1(X,U_1),T_2(X,U_2),...\}$ – множество его различных остовных деревьев.

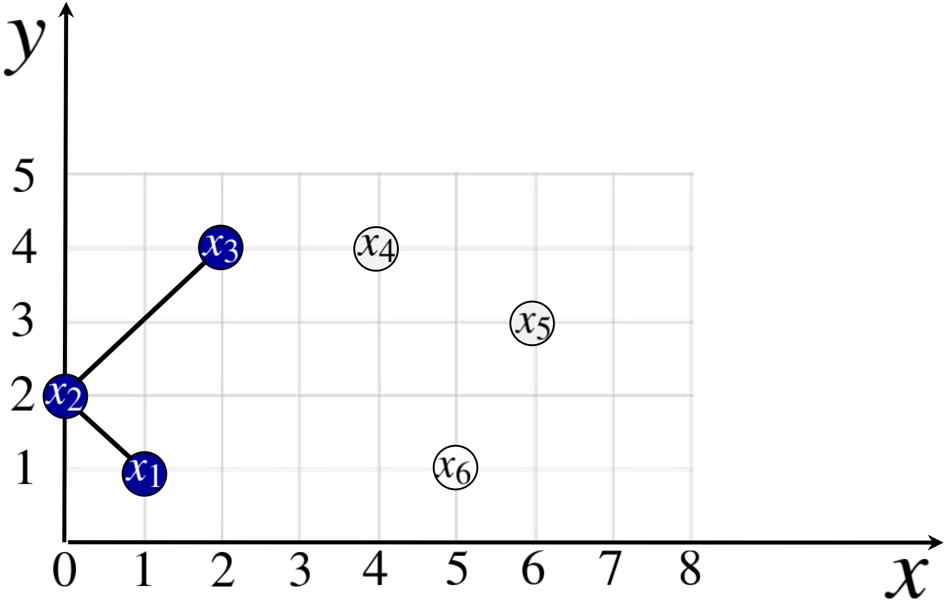
Минимальное остовное дерево (МОД) или дерево Прима – это остовное дерево графа $T^* \in T$ с минимальным суммарным весом его ребер.

Если исходный граф – связный взвешенный псевдограф, то для поиска его МОД необходимо построить граф $G(X,U)$ следующим образом:

- удалить все петли,
- заменить все дуги на ребра,
- из кратных ребер оставить в графе только одно ребро с минимальным весом.



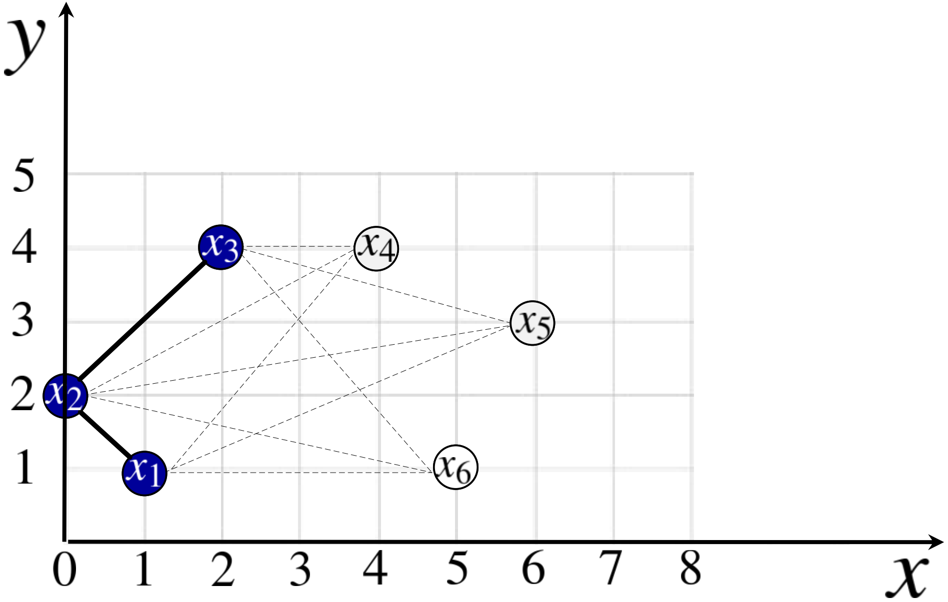
Теорема Прима: Если в дерево $T'(X',U')$, являющееся поддеревом (= подграфом дерева) МОД $T^*(X,U^*)$ графа $G(X,U)$, добавить новое ребро $(x,y) \in U$ с минимальным весом такое, что $x \in X'$ & $y \notin X'$, то построенный таким образом граф $T''(X'',U'')$ также будет поддеревом МОД $T^*(X,U^*)$ графа $G(X,U)$.



Доказательство:

1. Пусть имеется поддерево МОД графа $G(X,U)$ - $T'(X',U')$, где $X' = \{x_1, x_2, x_3\}$.

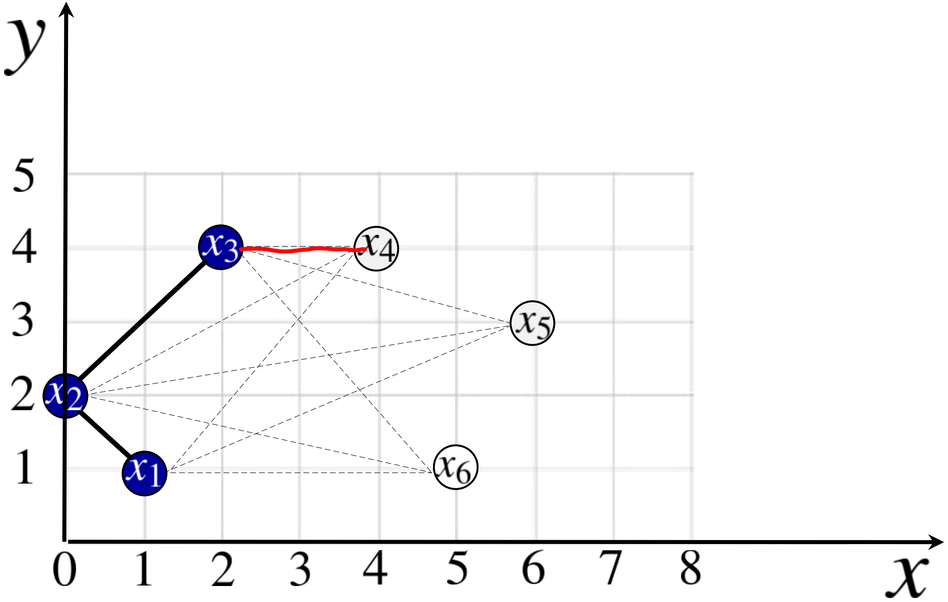
Теорема Прима: Если в дерево $T'(X',U')$, являющееся поддеревом (= подграфом дерева) МОД $T^*(X,U^*)$ графа $G(X,U)$, добавить новое ребро $(x,y) \in U$ с минимальным весом такое, что $x \in X' \ \& \ y \notin X'$, то построенный таким образом граф $T''(X'',U'')$ также будет поддеревом МОД $T^*(X,U^*)$ графа $G(X,U)$.



Доказательство:

2. Определим множество ребер, претендующих на включение в МОД.

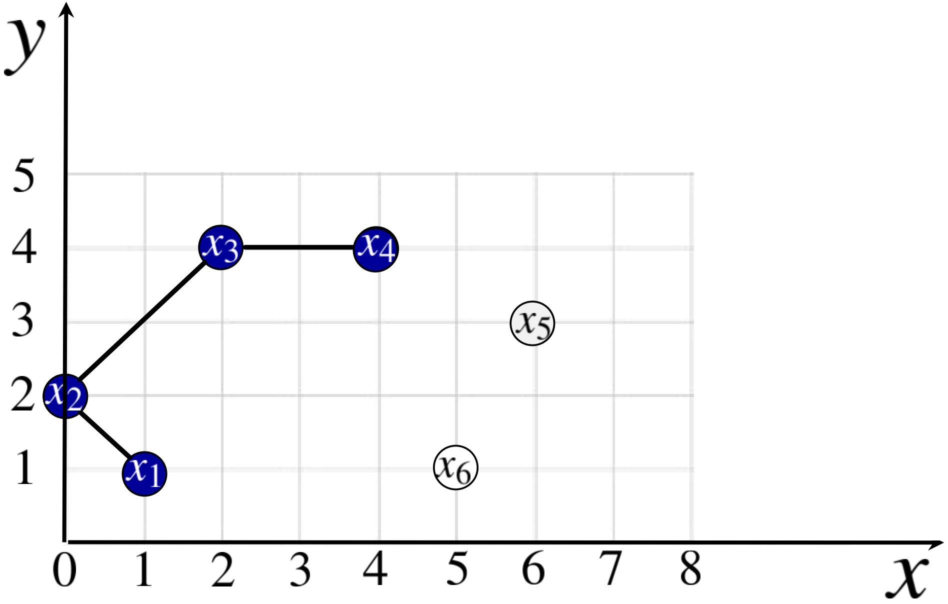
Теорема Прима: Если в дерево $T'(X',U')$, являющееся поддеревом (= подграфом дерева) МОД $T^*(X,U^*)$ графа $G(X,U)$, добавить новое ребро $(x,y)\in U$ с минимальным весом такое, что $x\in X'$ & $y\notin X'$, то построенный таким образом граф $T''(X'',U'')$ также будет поддеревом МОД $T^*(X,U^*)$ графа $G(X,U)$.



Доказательство:

3. Построим граф $T''(X'',U'')$ путем добавления в граф $T'(X',U')$ новой вершины x_4 вместе с инцидентным ей ребром (x_3,x_4), т.к. данное ребро имеет минимальный вес среди всех ребер, претендующих на включение в МОД.

Теорема Прима: Если в дерево $T'(X',U')$, являющееся поддеревом (= подграфом дерева) МОД $T^*(X,U^*)$ графа $G(X,U)$, добавить новое ребро $(x,y) \in U$ с минимальным весом такое, что $x \in X'$ & $y \notin X'$, то построенный таким образом граф $T''(X'',U'')$ также будет поддеревом МОД $T^*(X,U^*)$ графа $G(X,U)$.



Доказательство:

4. Граф T'' – дерево (свойство №5).

Граф T''– поддерево T^*, т.к. приращение суммарного веса его ребер минимально.

Деревья

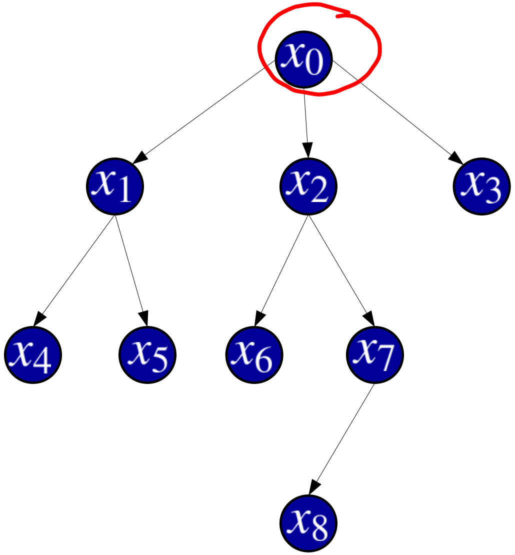
- ✓ Понятие дерева, леса
- ✓ Свойства деревьев
- ✓ Остовное дерево связного графа, понятие суграфа
- ✓ Алгоритмы построения остовного дерева графа
- ✓ Теорема Прима о минимальном остовном дереве графа
- Алгоритмы поиска минимального остовного дерева графа
- ✓ Корневые деревья
- ✓ Двоичные деревья

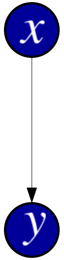
Деревья

- ✓ Понятие дерева, леса
- ✓ Свойства деревьев
- ✓ Остовное дерево связного графа, понятие суграфа
- ✓ Алгоритмы построения остовного дерева графа
- ✓ Теорема Прима о минимальном остовном дереве графа
- ✓ Алгоритмы поиска минимального остовного дерева графа
- Корневые деревья
- ✓ Двоичные деревья

Корневое дерево – это связный орграф $G(X,U)$ со следующими свойствами:

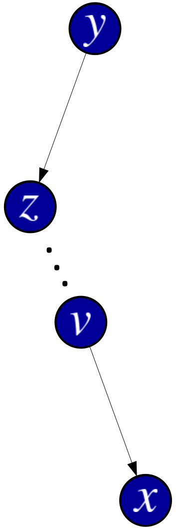
1. $\exists! x_0 \in X : \rho^+(x_0) = 0$ (вершина x_0 – корень дерева);
2. $\exists x \in X : \rho^-(x) = 0$ (вершины x – листья дерева);
3. $\forall x \in X \backslash \{x_0\} : \exists! \mu = (x_0, \ldots, x)$.



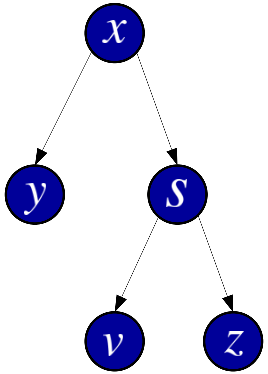


x – отец y

y – сын x



$y, z, \ldots v$ – предки x

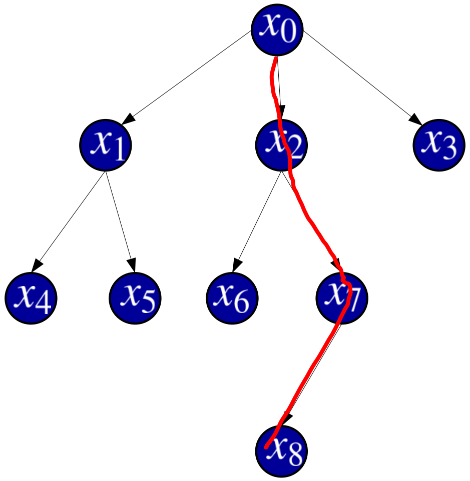


y, v, s, z – потомки x

Глубина вершины x в корневом дереве $\nu(x)$ определяется длиной пути $\mu = (x_0, \ldots, x)$.

Высота вершины x в корневом дереве $h(x)$ определяется длиной максимального пути от x до одного из листьев дерева. Высота корневого дерева $H = h(x_0)$.

Уровень вершины x в корневом дереве $y(x) = H - \nu(x)$.



$H = 3$

x	x_0	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8
$\nu(x)$	0	1	1	1	2	2	2	2	3
$h(x)$	3	1	2	0	0	0	0	1	0
$y(x)$	3	2	2	2	1	1	1	1	0

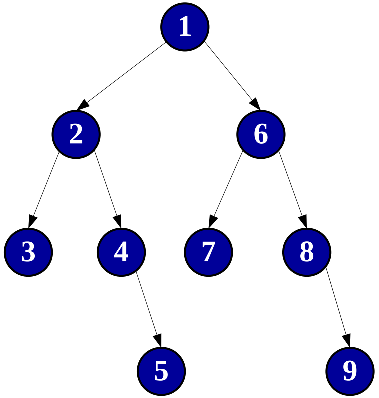
Деревья

- ✓ Понятие дерева, леса
- ✓ Свойства деревьев
- ✓ Остовное дерево связного графа, понятие суграфа
- ✓ Алгоритмы построения остовного дерева графа
- ✓ Теорема Прима о минимальном остовном дереве графа
- ✓ Алгоритмы поиска минимального остовного дерева графа
- ✓ Корневые деревья
- Двоичные деревья

Упорядоченное дерево – корневое дерево, в котором у каждого отца множество его сыновей упорядочено в некотором отношении порядка. Сыновья в таком дерево изображаются по порядку слева направо.

Двоичным (бинарным) деревом называется такое упорядоченное дерево, в котором:

- каждый сын отца либо левый, либо правый;
- каждый отец имеет не более одного левого и не более одного правого сына.



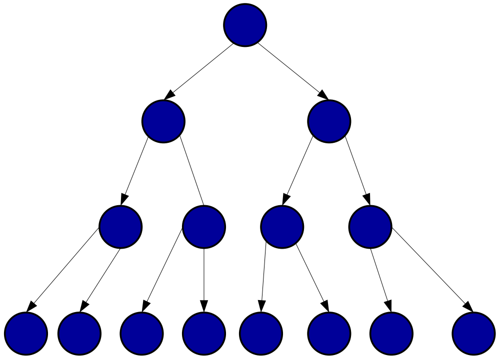
i	1	2	3	4	5	6	7	8	9
L_i	2	3	0	0	0	7	0	0	0
R_i	6	4	0	5	0	8	0	9	0

Двоичное дерево высоты H называется **полным**, если:

- вершина x с глубиной $v(x) < H$ имеет и левого, и правого сына;
- вершина x с глубиной $v(x) = H$ является листом дерева.

Полное двоичное дерево высоты H содержит $n = 2^{H+1} - 1.$

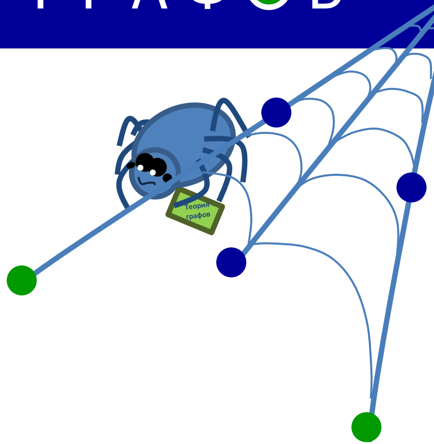
$$H = 3 \Rightarrow n = 15$$



1		i		$2i$	$2i+1$	
x_0	…	x	…	$L(x)$	$R(x)$	…

Деревья

- ✓ Понятие дерева, леса
- ✓ Свойства деревьев
- ✓ Остовное дерево связного графа, понятие суграфа
- ✓ Алгоритмы построения остовного дерева графа
- ✓ Теорема Прима о минимальном остовном дереве графа
- ✓ Алгоритмы поиска минимального остовного дерева графа
- ✓ Корневые деревья
- Двоичные деревья



Деревья

- ✓ Понятие дерева, леса
- ✓ Свойства деревьев
- ✓ Остовное дерево связного графа, понятие суграфа
- ✓ Алгоритмы построения остовного дерева графа
- ✓ Теорема Прима о минимальном остовном дереве графа
- ✓ Алгоритмы поиска минимального остовного дерева графа
- ✓ Корневые деревья
- ✓ Двоичные деревья