

Магнитное поле

1820 год



Г. Х. Эрстед: ток заставляет отклоняться магнитную стрелку

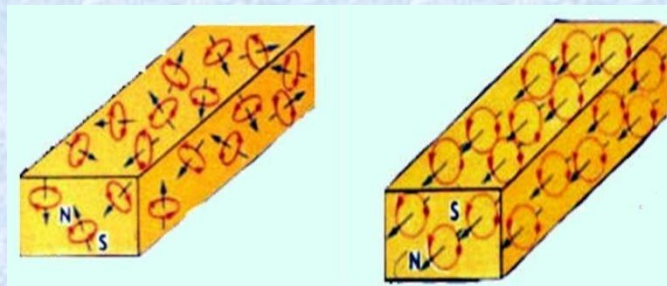
Ж.-Б. Био и Ф. Савар: закон для величины порождаемой током магнитной индукции

А.-М. Ампер: возникает взаимодействие между проводниками с током

- Магнитное поле создается движущимися зарядами (токами)
- Магнитное поле действует на движущиеся заряды (токи)

Магнитное поле

Гипотеза Ампера: магнитные свойства вещества можно объяснить циркулирующими внутри него микроскопическими замкнутыми токами

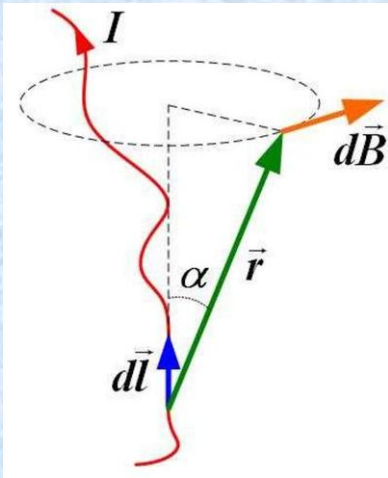


Какие источники создают эти токи?

Почему токи Ампера не выделяют джоулево тепло?

Закон Био-Савара-Лапласа

Магнитное поле тока



$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I \left[d\vec{l} \times \vec{r} \right]}{r^3}$$

$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I dl \sin \alpha}{r^2}$$

\vec{B} – магнитная индукция, силовая характеристика магнитного поля

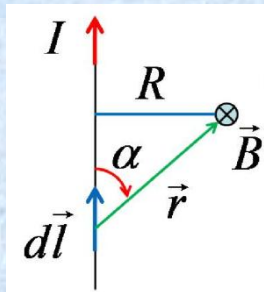
$$[B] = \text{Тл}$$

$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ Гн/м}$ – магнитная постоянная

Магнитное поле движущегося заряда

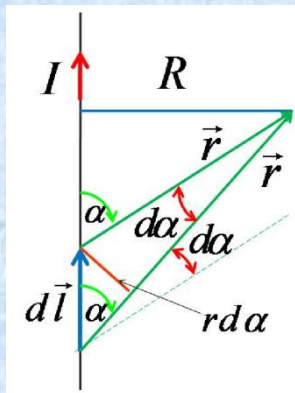
$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{q \vec{v} \times \vec{r}}{r^3}$$

Поле линейного проводника с током



$$r = \frac{R}{\sin \alpha}$$

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I [d\vec{l} \times \vec{r}]}{r^3}$$

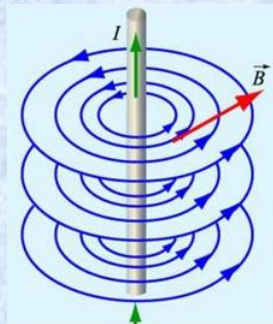


$$|dl| = \frac{r}{\sin \alpha} d\alpha = \frac{R}{\sin^2 \alpha} d\alpha$$

$$B = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_{\alpha_1}^{\alpha_2} I \frac{R}{\sin^2 \alpha} \frac{\sin^2 \alpha}{R^2} \sin \alpha d\alpha$$

Для бесконечного
проводника

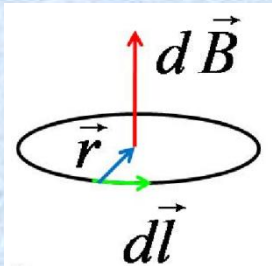
$$B = 2 \frac{\mu_0 I}{4\pi R} = \frac{\mu_0 I}{2\pi R}$$



Для проводника
конечной длины

$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi R} \cos \alpha_1 - \cos \alpha_2$$

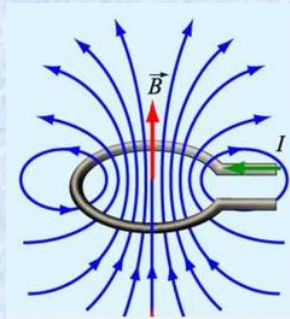
Поле в центре кругового тока



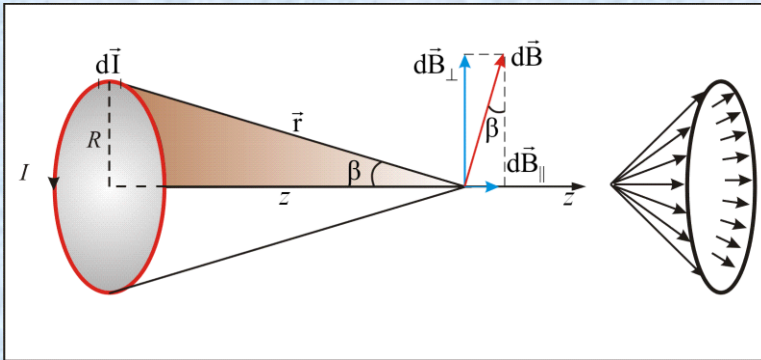
$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{2\pi R R}{R^3}$$

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I \left[d\vec{l} \times \vec{r} \right]}{r^3}$$

$$B = \frac{\mu_0 I}{2R}$$



Поле на оси кругового тока

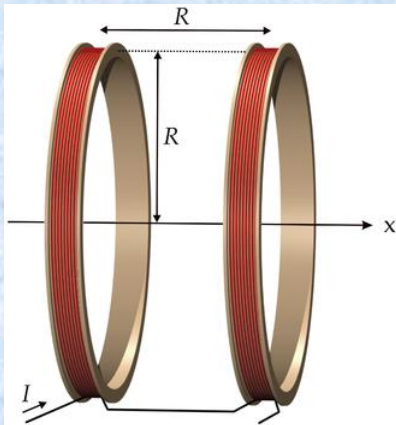


$$dB_z = dB \sin \beta = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{Idl}{r^2} \sin \beta$$

$$\sin \beta = \frac{R}{r}; \quad r = \sqrt{R^2 + z^2}$$

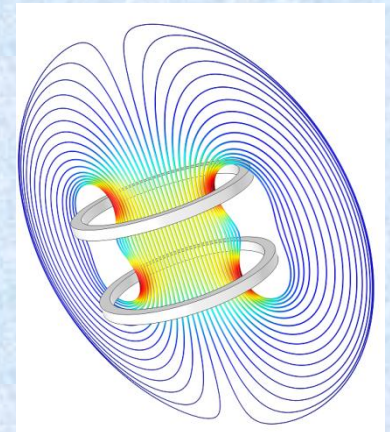
$$B = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{2\pi R^2 I}{(R^2 + z^2)^{3/2}}$$

Катушки Гельмгольца

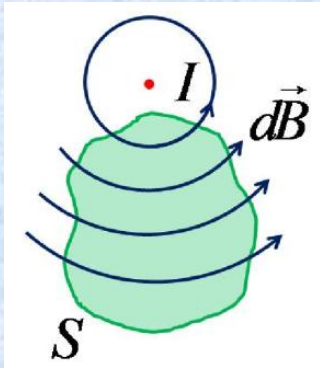


В центре катушек

$$B = \frac{2\mu_0 n I R^2}{2 \sqrt{R^2 + (R/2)^2}} = \left(\frac{4}{5}\right)^{3/2} \frac{\mu_0 n I}{R}$$



Поток вектора \vec{B}



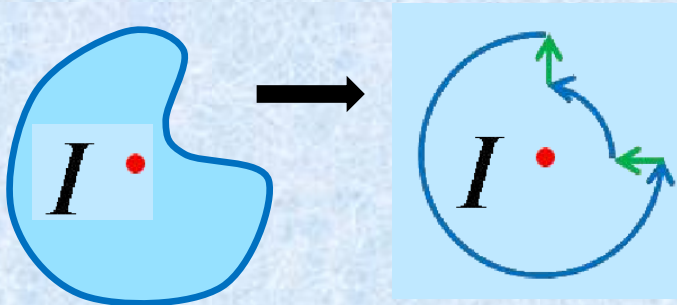
$$\oint_S \vec{B} d\vec{S} = 0$$

В дифференциальной форме

$$\oint_S \vec{B} d\vec{S} = \int_V \text{div} \vec{B} dV \quad \boxed{\text{div} \vec{B} = 0}$$

Магнитные заряды не существуют,
силовые линии магнитного поля замкнуты.

Циркуляция вектора \vec{B}



На дугах: $B = \frac{\mu_0 I}{2\pi R}$

На радиусах $\vec{B} \perp d\vec{l}$

$$\oint \vec{B} d\vec{l} = \oint_{\varphi} \frac{\mu_0 I}{2\pi R} R d\varphi = \mu_0 I$$

$$\oint \vec{B} d\vec{l} = \mu_0 I$$

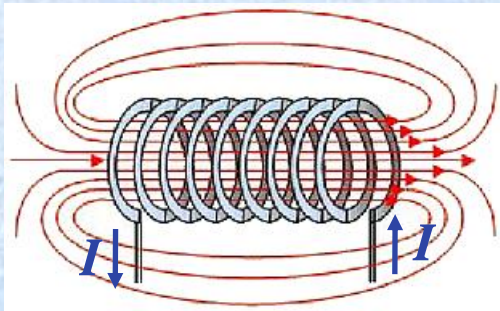
В дифференциальной форме

$$\oint \vec{B} d\vec{l} = \int_S \text{rot } \vec{B} d\vec{S}$$

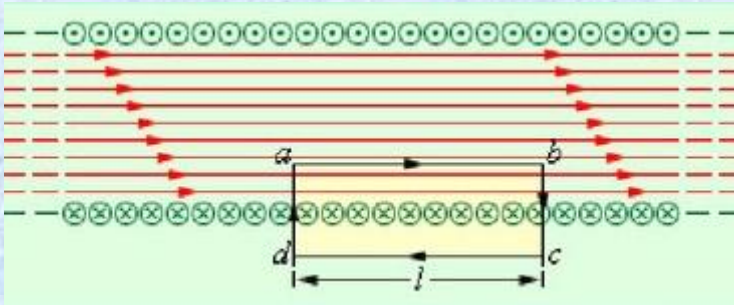
$$\text{rot } \vec{B} = \mu_0 \vec{j}$$

Электростатическое поле **потенциальное**,
Магнитное поле **вихревое** (соленоидальное).

Соленоид



Соленоид эквивалентен системе
одинаковых круговых токов



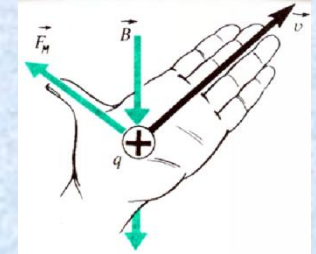
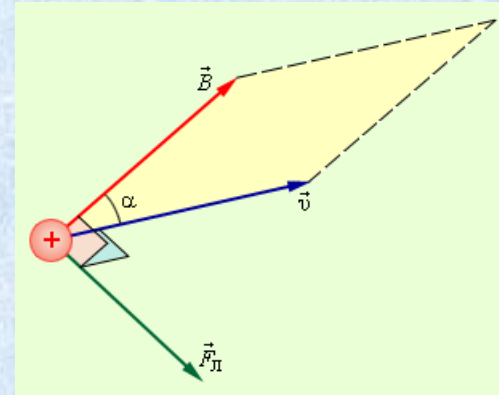
$$\oint_{abcd} \vec{B} d\vec{l} = \int_{ab} \vec{B} d\vec{l} = Bl = \mu\mu_0 IN$$

$$B = \mu\mu_0 In$$

Сила Лоренца

Для движущегося заряда

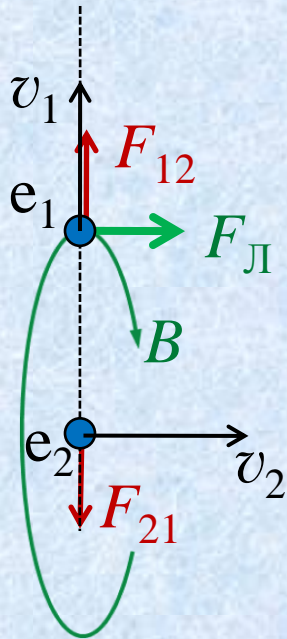
$$\vec{F} = q\vec{E} + q[\vec{v} \times \vec{B}]$$



Сила Лоренца направлена перпендикулярно магнитному полю и скорости частицы

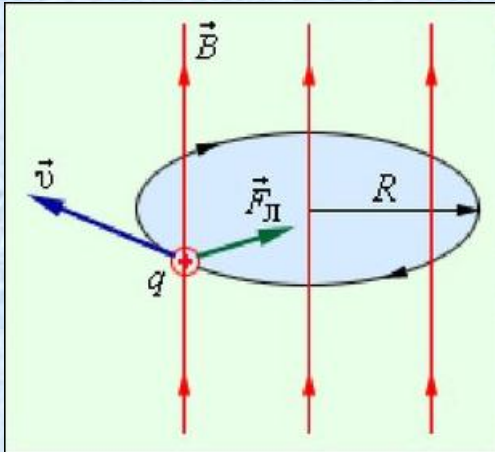
Сила Лоренца не может изменить величину скорости и кинетическую энергию

Сила Лоренца и третий закон Ньютона



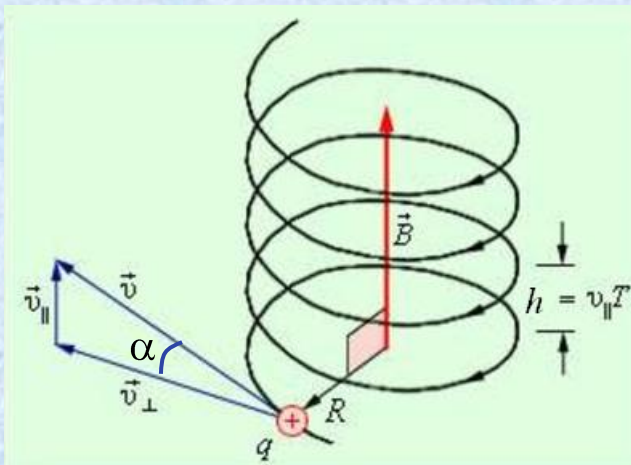
Вопрос: Сила Лоренца действует только на первый электрон.
А как же третий закон Ньютона?

Движение частицы в магнитном поле



$$F_{II} = qvB = m \frac{v^2}{R}$$

$$R = \frac{mv}{qB}$$



$$R = \frac{mv_{\perp}}{qB} = \frac{mv \sin \alpha}{qB} \quad T = \frac{2\pi R}{v_{\perp}} = \frac{2\pi m}{qB}$$

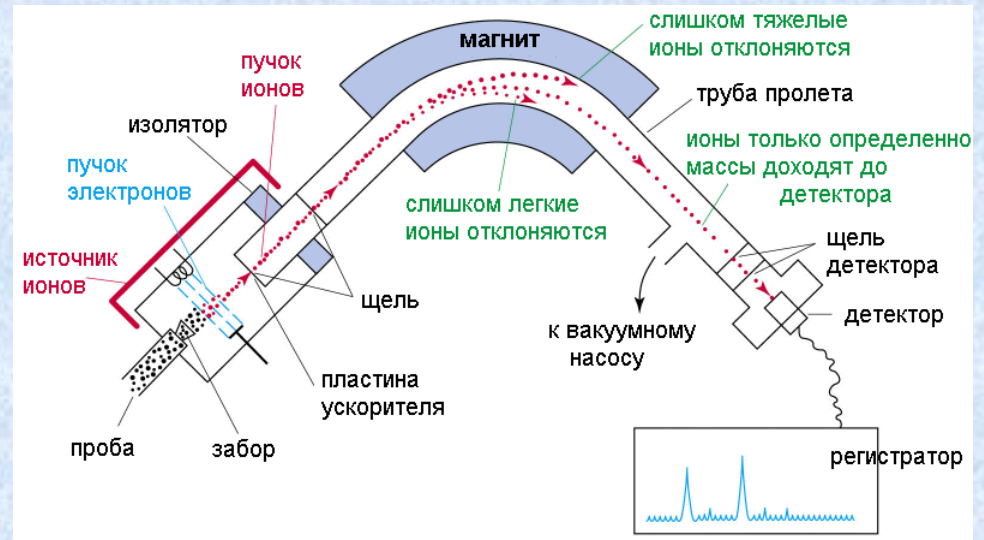
$$h = Tv_{\parallel} = \frac{2\pi m}{qB} v \cos \alpha$$

Движение частицы определяется удельным зарядом q/m

Масс-спектрометр



Дж. Дж. Томсон, 1912 г.



1913 г. Открытие изотопов неона

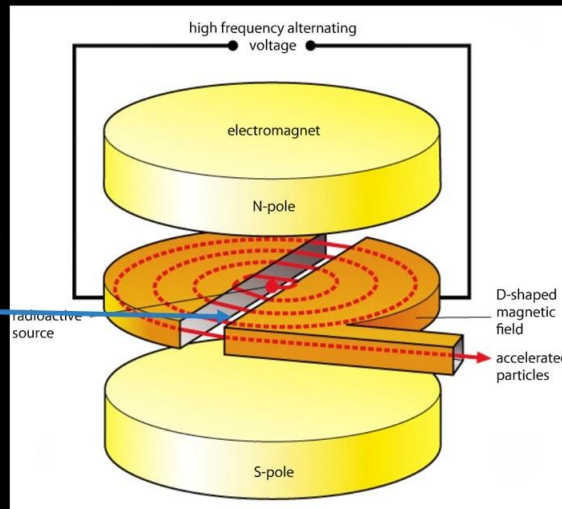
1923 г. Открытие дефекта массы

Циклотрон

Э. Лоуренс, С. Ливингстон 1930 г.

The cyclotron

- Particle moves in a spiral
- Accelerates in the gap between the Ds
- here



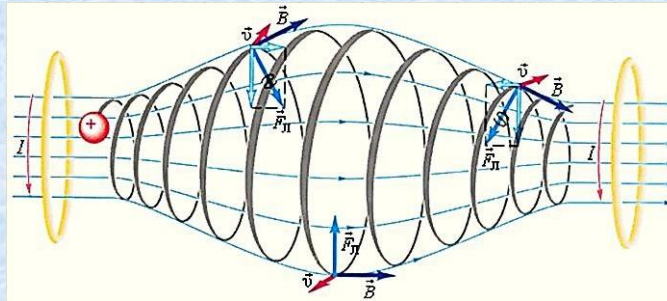
$$T = \frac{2\pi R}{v_{\perp}} = \frac{2\pi m}{qB}$$

Период обращения частицы не зависит от скорости

Вопрос: В циклотроне можно ускорять протоны до энергии ~ 20 МэВ.
А почему не больше?

Движение частицы в неоднородном магнитном поле

Магнитная ловушка



Радиационные пояса Земли (Ван Аллена)



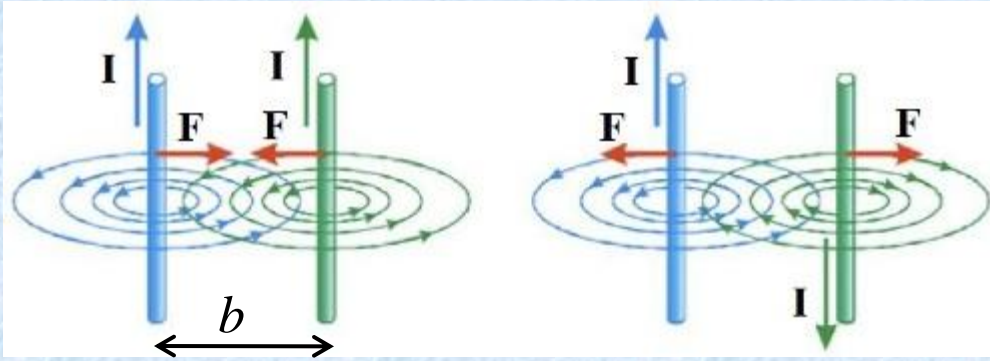
Внутренний пояс, высота 1000 – 4000 км, протоны с энергией десятки МэВ

Внешний пояс, высота ~17000 км, электроны с энергией десятки кэВ

Сила Ампера

$$d\vec{F} = q[\vec{v} \times \vec{B}] = enSdl[\vec{v} \times \vec{B}] = I[d\vec{l} \times \vec{B}]$$

$$d\vec{F} = I[d\vec{l} \times \vec{B}]$$



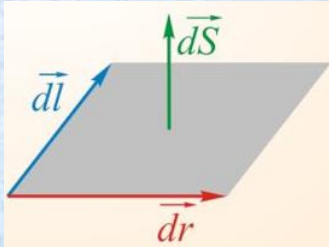
притягиваются

отталкиваются

$$B_1 = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{2I_1}{b}$$

$$F_{\text{ед}} = I_2 B_1 = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{2I_1 I_2}{b}$$

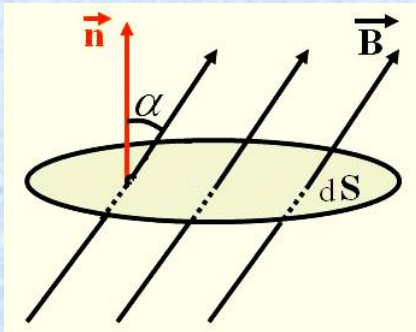
Работа силы Ампера



$$dA = d\vec{F} \cdot d\vec{r} = I \left[d\vec{l} \times \vec{B} \right] \cdot d\vec{r} = I \vec{B} \cdot \left[d\vec{r} \times d\vec{l} \right] = I \vec{B} \cdot d\vec{S} = I d\Phi$$

$$A = \int_1^2 I d\Phi = I \Delta\Phi$$

Φ – магнитный поток

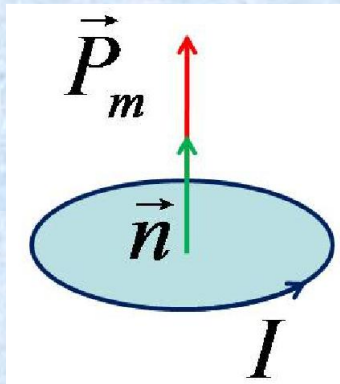


$$d\Phi = \vec{B} \cdot d\vec{S} = B dS \cos \alpha$$

$$[\Phi] = \text{Вб}$$

Контур с током в магнитном поле

Магнитный момент контура с током

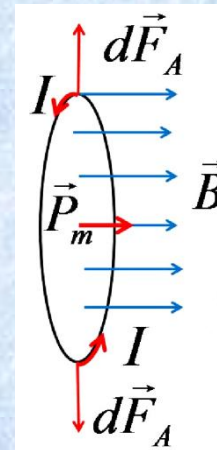


$$\vec{P}_m = IS\vec{n}$$

$$[P_m] = \text{A} \cdot \text{M}^2$$

В однородном магнитном поле $B = \text{const}$

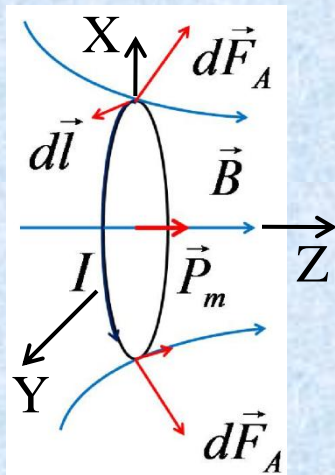
$$\vec{F} = I \oint [d\vec{l} \times \vec{B}] = 0$$



Контур с током в магнитном поле

В неоднородном поле

$$\vec{F} = \vec{P}_m \cdot \nabla \vec{B}$$



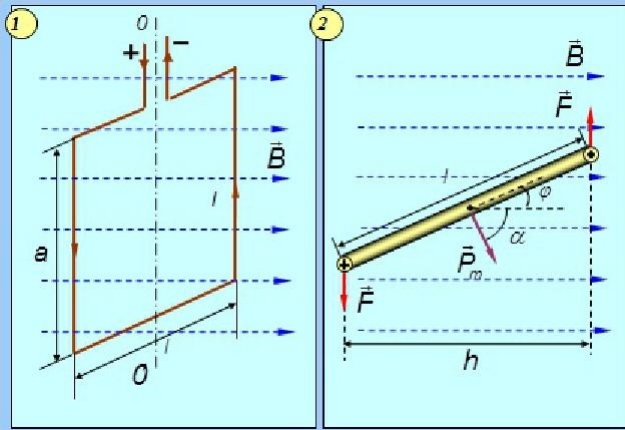
$$F_z = \underbrace{P_{mx}}_0 \frac{\partial B_z}{\partial x} + \underbrace{P_{my}}_0 \frac{\partial B_z}{\partial y} + \underbrace{P_{mz}}_{>0} \underbrace{\left(\frac{\partial B_z}{\partial z} \right)}_{>0} > 0$$

Контур втягивается в область
более сильного поля

$$F_x = \underbrace{P_{mx}}_0 \frac{\partial B_x}{\partial x} + \underbrace{P_{my}}_0 \frac{\partial B_x}{\partial y} + \underbrace{P_{mz}}_{>0} \underbrace{\left(\frac{\partial B_x}{\partial z} \right)}_{>0} > 0$$

Контур растягивается

Контур с током в магнитном поле



$$M = 2aBI \frac{a}{2} \sin \alpha = SIB \sin \alpha$$

$$\vec{M} = [\vec{P}_m \times \vec{B}]$$

Магнитный момент
разворачивается по полю

Электродвигатель
постоянного тока

