

# Постоянный ток

Электрический ток – **упорядоченный** перенос зарядов

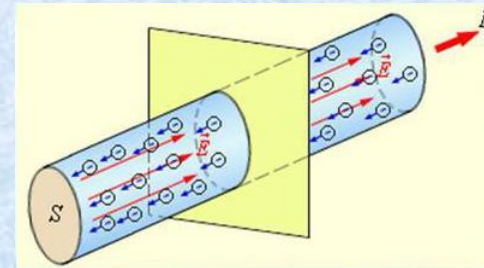
Носители тока:

- в металлах – электроны (–);
- в полупроводниках – электроны (–) и дырки (+);
- в электролитах – ионы (+).

Сила тока

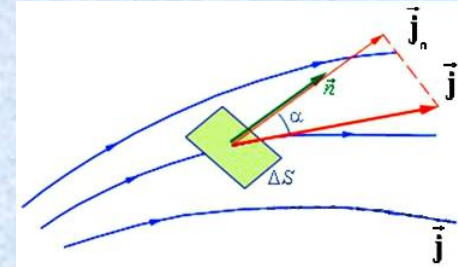
$$I = \frac{dq}{dt}$$

$[I] = \text{A}$



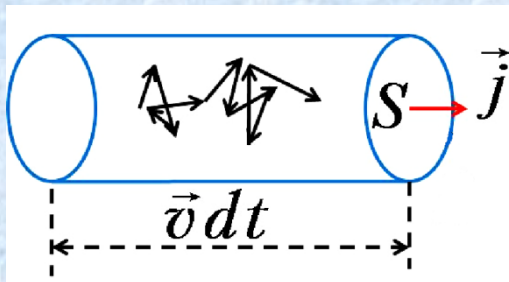
# Плотность тока

Плотность тока  $j = \frac{dI}{dS_{\perp}}$   $[j] = \text{A}/\text{M}^2$



$\vec{j}$  – **вектор**, его направление совпадает с направлением вектора скорости **положительных** носителей

$I = \int \vec{j} \cdot d\vec{S}$       Сила тока – **скаляр**

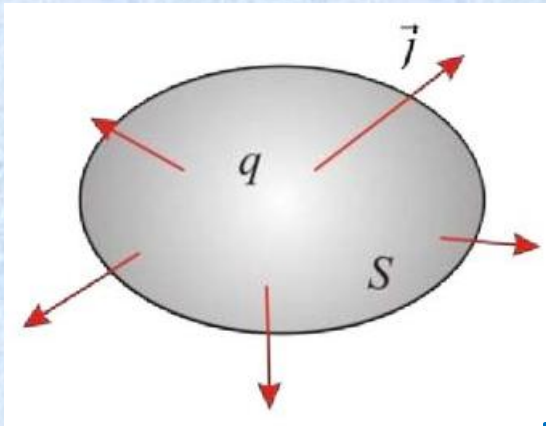


$$dq = enSvdt$$

$$I = \frac{dq}{dt} = enSv$$

$$j = \frac{dI}{dS} = env$$

# Уравнение непрерывности



$$\oint \vec{j} d\vec{S} = -\frac{dq}{dt} = -\int_V \frac{d\rho}{dt} dV$$

$$\int_V \operatorname{div} \vec{j} dV$$

$$\operatorname{div} \vec{j} = -\frac{d\rho}{dt}$$

Уравнение непрерывности выражает закон сохранения электрического заряда

Для постоянных токов ( $d\rho/dt = 0$ ):  $\operatorname{div} \vec{j} = 0$

Для несжимаемой жидкости ( $d\rho/dt = 0$ ):  $\operatorname{div} \vec{v} = 0$  Сохранение массы

Для электромагнитных волн:  $\operatorname{div} \vec{S} = -\frac{d\omega}{dt}$  Сохранение энергии

# Закон Ома для однородного участка цепи

Модель: электрон движется равноускоренно под действием электрического поля, потом останавливается из-за столкновения с решеткой.

$$\vec{j} = en\vec{v} = en\frac{\vec{a}\tau}{2} = en\frac{e\vec{E}}{m}\frac{\tau}{2}$$

$$\vec{j} = \sigma\vec{E}$$

$\sigma$  – удельная проводимость

$$\varphi_1 - \varphi_2 = U = \int_1^2 \vec{E} d\vec{l} = El$$

$$I = jS = \frac{\sigma S}{l} U$$

$$I = \frac{U}{R}$$

$$R = \frac{l}{\sigma S} = \frac{\rho l}{S}$$

$\rho$  – удельное сопротивление

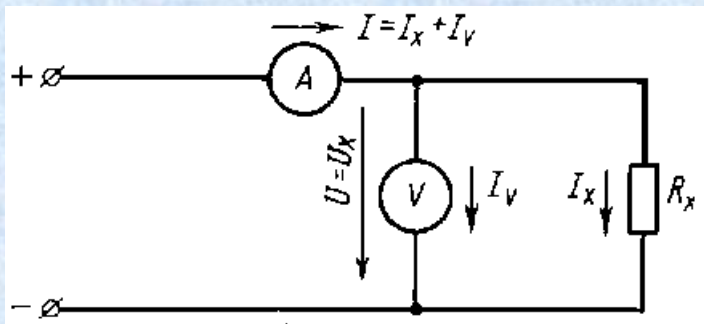
$$[R] = \text{Ом}$$

$$[\rho] = \text{Ом}\cdot\text{м}$$

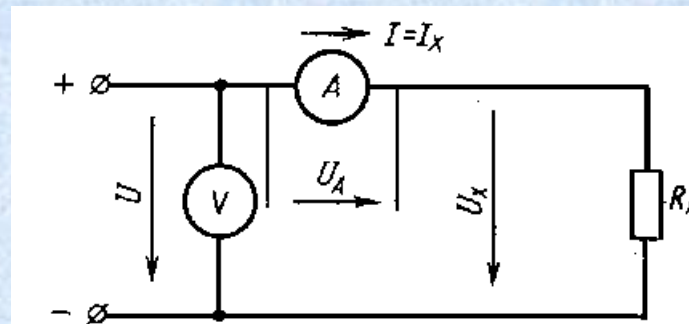
$$[\sigma] = \text{См/м}$$

Сименс

# Измерение сопротивлений

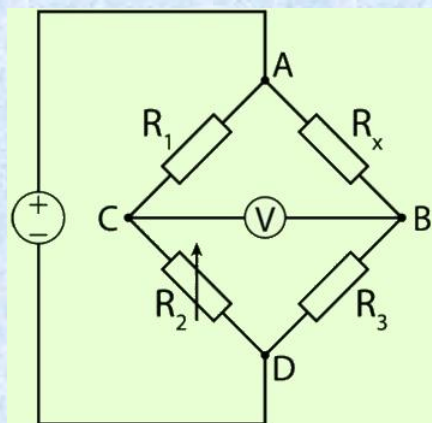


$$R = \frac{U_x}{I_x + I_V} < R_x$$



$$R = \frac{U_x + U_A}{I_x} > R_x$$

Мост  
Уитстона



Если  $V = 0$ , то 
$$R_x = \frac{R_1 R_3}{R_2}$$

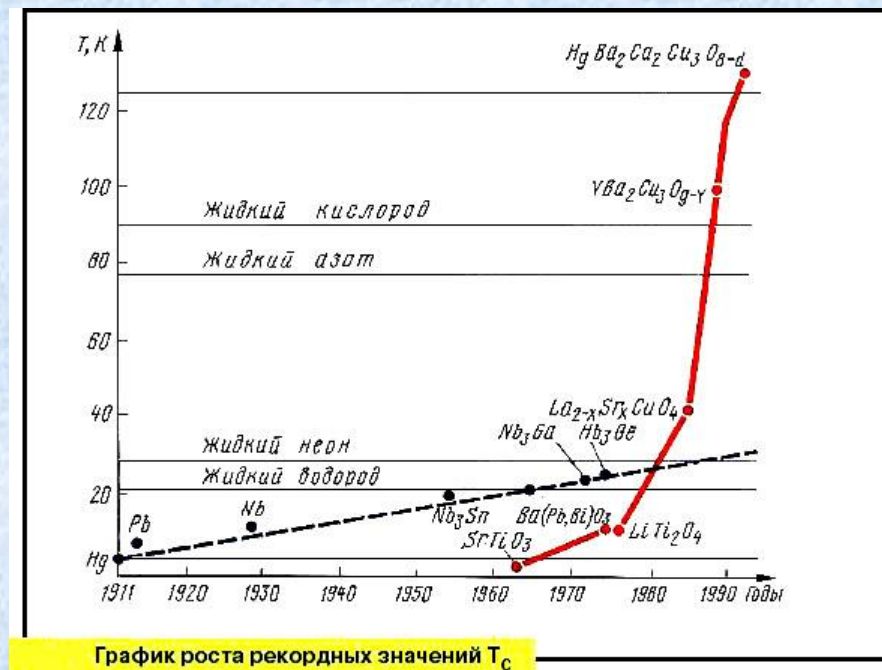
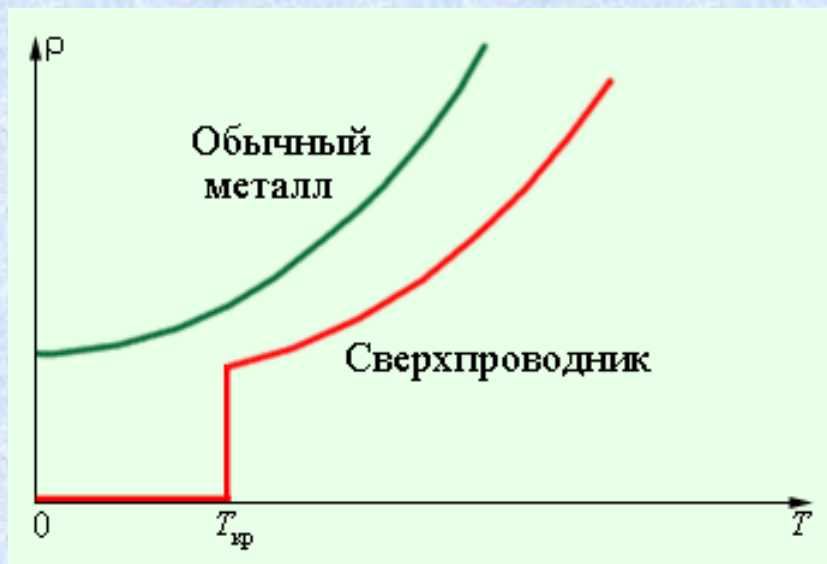


# Температурная зависимость сопротивления проводников

$$\rho = \rho_{\text{колеб}} + \rho_{\text{примесн}}$$

$$\rho = \rho_0 (1 + \alpha t^\circ)$$

Х. Камерлинг–Оннес, 1911 г.



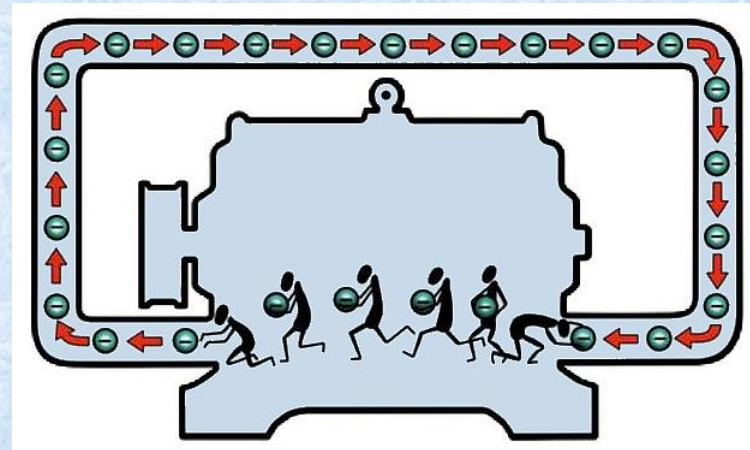
# Закон Ома для неоднородного участка цепи

Внутри источника сторонние силы переносят заряд против сил электрического поля.

$$\vec{j} = \sigma \vec{E} + \vec{E}^*$$

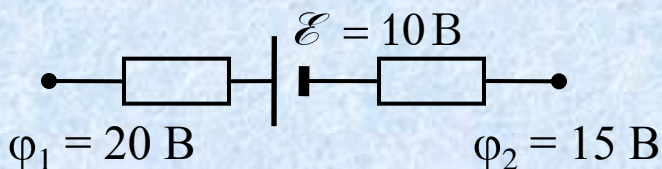
$$\int_1^2 \frac{\vec{j} d\vec{l}}{\sigma} = \int_1^2 \vec{E} d\vec{l} + \int_1^2 \vec{E}^* d\vec{l}$$

$IR$        $\varphi_1 - \varphi_2$        $\mathcal{E}$



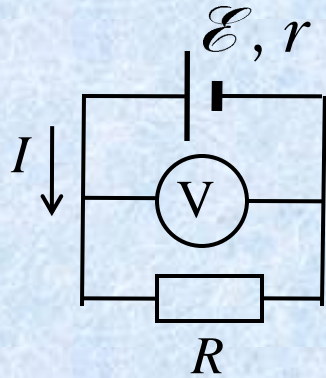
ЭДС – работа сторонних сил по перемещению единичного заряда

Вопрос: В какую сторону течет ток в цепи?



$$\mathcal{E} = \frac{A^*}{q} \quad [\mathcal{E}] = \text{В}$$

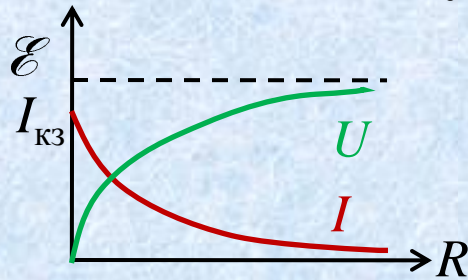
# Закон Ома для неоднородного участка цепи



$$I = \frac{\mathcal{E}}{R + r} \quad I_{\max} \equiv I_{\text{кз}} = \frac{\mathcal{E}}{r}$$

$$U = IR = \mathcal{E} - Ir$$

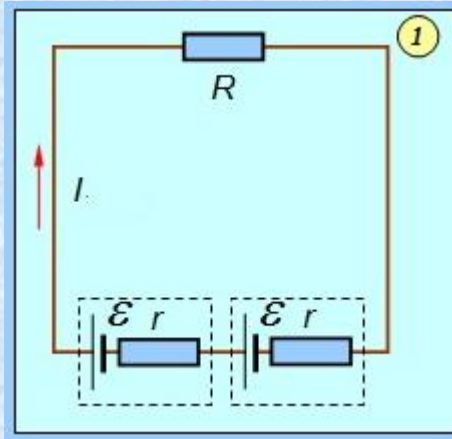
$$R \rightarrow \infty \Rightarrow I \rightarrow 0 \Rightarrow U \rightarrow \mathcal{E}$$





# Соединение источников в батарею

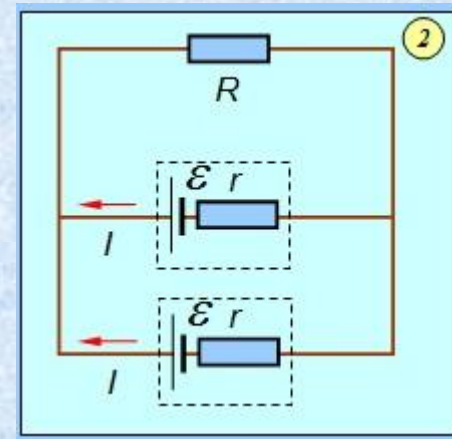
Последовательное



$$IR + Inr = n\mathcal{E} \quad I = \frac{\mathcal{E}}{r + \frac{R}{n}}$$

Если  $R \gg r$ , то сила тока  
возрастает в  $n$  раз

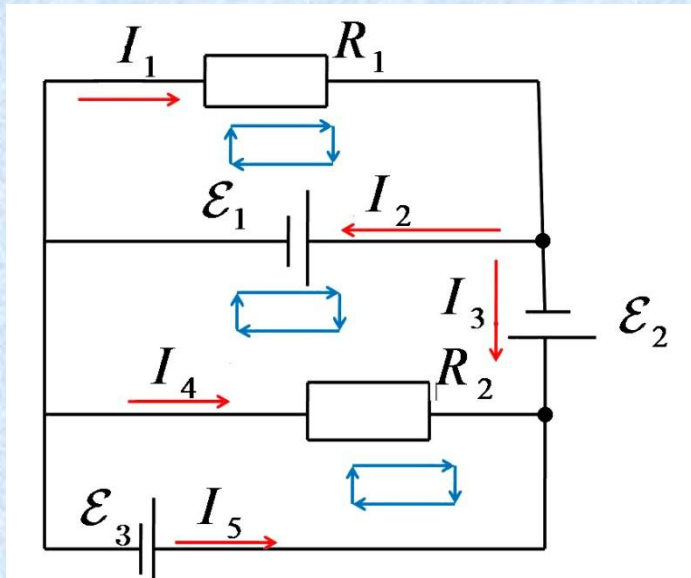
Параллельное



$$IR + I\frac{r}{n} = \mathcal{E} \quad I = \frac{\mathcal{E}}{R + \frac{r}{n}}$$

Если  $R \ll r$ , то сила тока  
возрастает в  $n$  раз

# Правила Кирхгофа



3. Для контуров: сумма падений напряжений на сопротивлениях равна суммарной ЭДС.

1. Выбрать направления токов.

2. Для узлов: сумма токов равна нулю.

$$I_1 - I_2 - I_3 = 0$$

$$I_3 + I_4 + I_5 = 0$$

$$I_1 R_1 + I_2 r_1 = -\mathcal{E}_1$$

$$-I_4 R_2 - I_2 r_1 + I_3 r_2 = \mathcal{E}_1 + \mathcal{E}_2$$

$$I_4 R_2 - I_5 r_3 = -\mathcal{E}_3$$

# Закон Джоуля-Ленца

$$dA = dq \quad \varphi_1 - \varphi_2 = I \quad \varphi_1 - \varphi_2 dt$$

$P$  – мощность

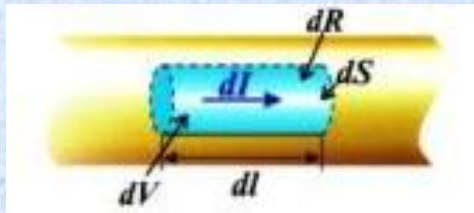
$$P = I |\Delta\varphi| = IU = I^2 R = \frac{U^2}{R}$$

$$Q = I^2 R t$$

При увеличении  $R$ , если напряжение постоянно, то тепловая мощность падает, если ток постоянен, то растет.



# Тепловая мощность в дифференциальной форме



$$P_{y\partial} = \frac{dQ}{dV dt} = \frac{dI^2 dR}{dl dS}$$

$$dR = \frac{\rho dl}{dS} \quad dI = j dS$$

$$P_{уд} = \rho j^2 = \sigma E^2$$

## Для неоднородного участка цепи

$$P = I^2 R = \varphi_1 - \varphi_2 I + \mathcal{E} I$$

Мощность сил  
электрич. поля

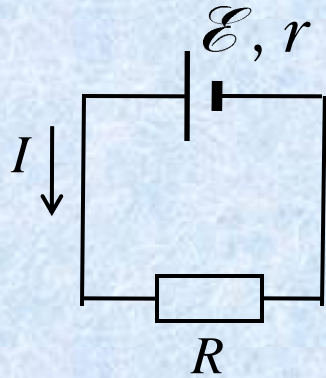
Мощность  
сторонних сил

Для замкнутой цепи  $\varphi_1 = \varphi_2$ ,  $P = \mathcal{E} I$

Тепловая энергия выделяется только за счет работы сторонних сил



## Для неоднородного участка цепи



Мощность на нагрузке

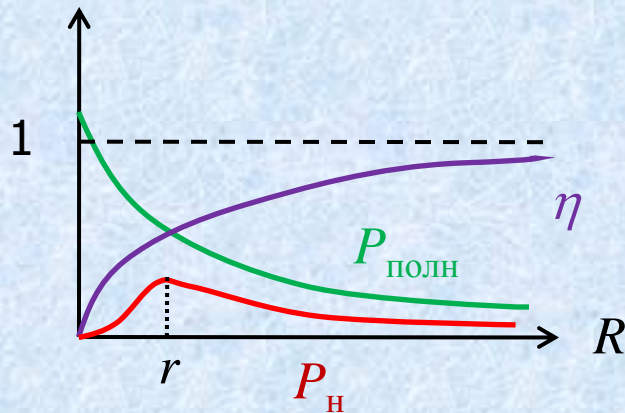
$$P_{\text{н}} = I^2 R = \frac{\mathcal{E}^2 R}{(R + r)^2}$$

Полная мощность

$$P_{\text{полн}} = \mathcal{E} I = \frac{\mathcal{E}^2}{R + r}$$

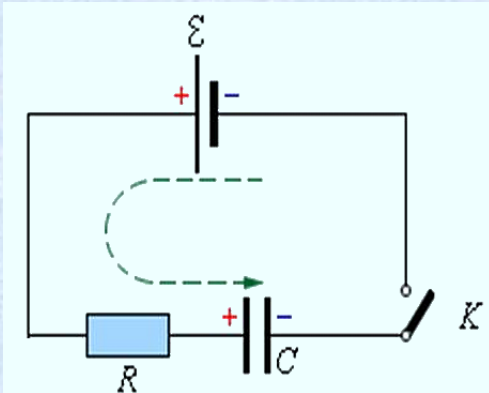
кпд

$$\eta = \frac{P_{\text{н}}}{P_{\text{полн}}} = \frac{R}{R + r}$$



# Квазистационарные процессы

Зарядка конденсатора



$$RI = \mathcal{E} - U$$

$\frac{dq}{dt}$                    $\frac{q}{C}$

$$\frac{Rdq}{\mathcal{E} - q/C} = dt$$

$$RC \ln \left( 1 - \frac{q}{\mathcal{E}C} \right) = -t$$

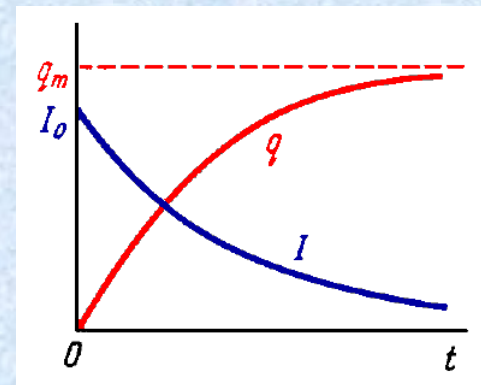
$$q = q_m (1 - e^{-t/\tau})$$

$$q_m = \mathcal{E}C$$

$$\tau = RC$$

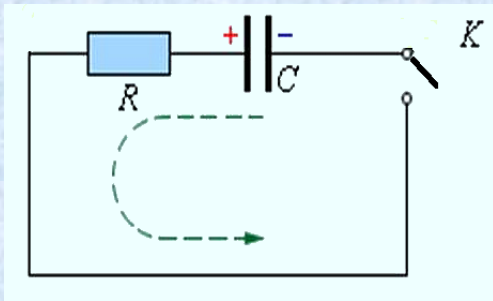
$$I = \frac{dq}{dt} = I_0 e^{-t/\tau}$$

$$I_0 = \frac{\mathcal{E}}{R}$$



# Квазистационарные процессы

Разрядка конденсатора



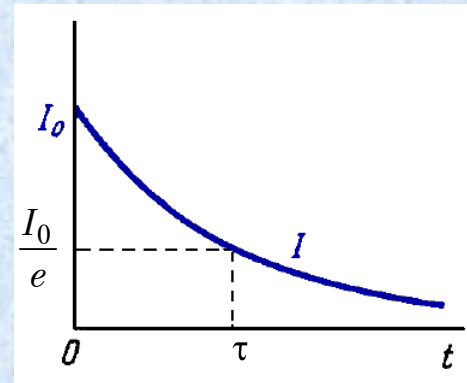
$$RI = U$$

$$I = -\frac{dq}{dt}$$

$$\frac{dq}{dt} + \frac{q}{RC} = 0$$

$$q = q_0 e^{-t/\tau} \quad I = \frac{dq}{dt} = I_0 e^{-t/\tau}$$

$$\tau = RC$$



Время релаксации  $\tau$ : время, за которое заряд (или ток) уменьшается в  $e$  раз