УНИВЕРСИТЕТ ИТМО

Цикл лекций по теме «Сети Петри»
Лекция №2

автор – д.т.н., профессор Лисицына Л.С.

Содержание

1. Понятие и структура СП
2. Классификация СП по структуре
3. Алгоритм преобразования СП в ординарную
4. **Функционирование СП**
5. Покрывающее дерево СП
6. Классификация СП по динамическим свойствам
7. Динамические свойства автоматных СП
8. Динамические свойства синхрографов
9. Метод анализа динамических свойств СП на основе покрывающих деревьев

Функционирование СП

Разрешенный переход – это такой переход $t_i \in T$, для которого при заданном векторе маркировки выполняется следующее условие:

$$\forall p_k \in I(t_i) : \mu_k \geq \#(p_k, I(t_i))$$

Срабатывание разрешенного перехода $t_i \in T$ – это неделимое локальное действие, в результате которого ёмкости позиций пересчитываются по следующему правилу:

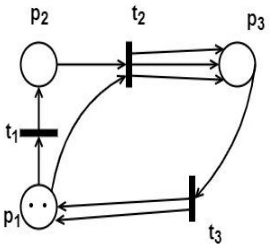
$$\forall p_k \in P : \mu_k' = \mu_k - \#(p_k, I(t_i)) + \#(p_k, O(t_i))$$

Тупиковая маркировка – это такой вектор $\vec{\mu} = (\mu_1, \dots, \mu_n)$, при котором в СП нет ни одного разрешенного перехода.

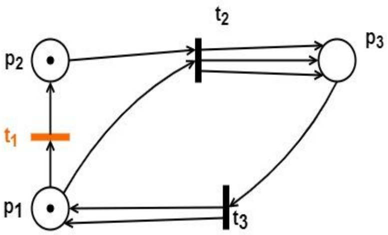
Функционирование сети Петри – это процесс последовательного срабатывания разрешенных переходов, в ходе которого происходит изменение емкостей позиций до тех пор, пока не будет получена тупиковая маркировка.

$$\mu[t_i > \mu'$$

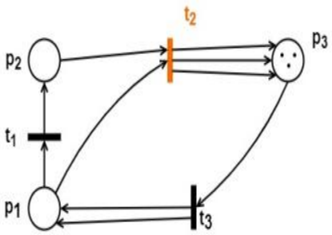
Пример функционирования СП



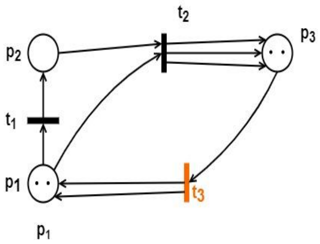
$(2,0,0)$



$(2,0,0)[t_1 > (1,1,0)$



$(1,1,0)[t_2 > (0,0,3)$

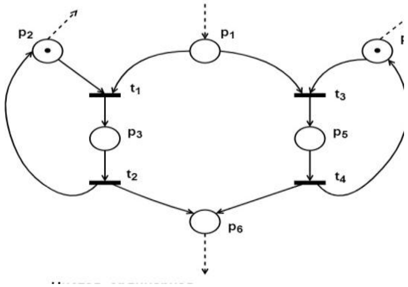


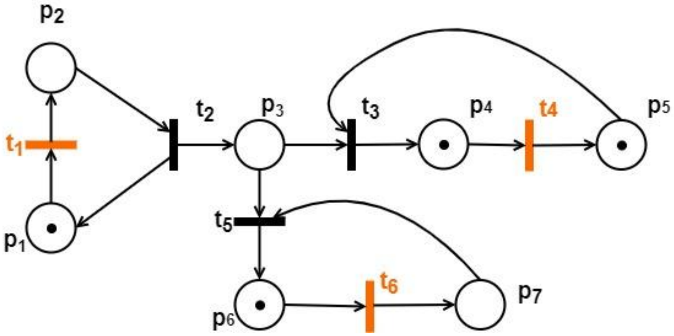
$(0,0,3)[t_3 > (2,0,2)$

(2,0,0)[t1,t2,t3>(2,0,2)

Правила срабатывания переходов

1. Очередность срабатывания переходов.
2. Разрешение конфликтов.
3. Возможность одновременного срабатывания нескольких переходов.





$$(1,0,0,1,1,1,0)[t_1, t_4, t_6 > (0,1,0,0,2,0,1)$$

$$(1,0,0,1,1,1,0)[t_1 + t_4 + t_6 > (0,1,0,0,2,0,1)$$

Переход t_i	Множество $I(t_i)$	Множество $O(t_i)$
t_1	$\{p_1\}$	$\{p_2\}$
t_4	$\{p_4\}$	$\{p_5\}$
t_6	$\{p_6\}$	$\{p_7\}$

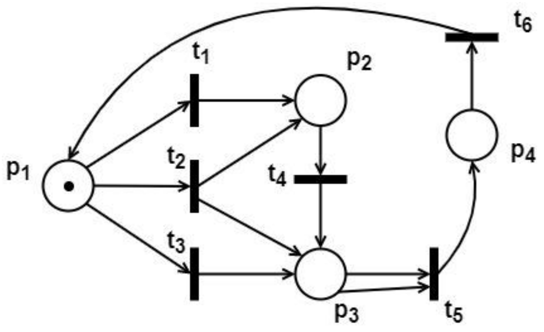
Содержание

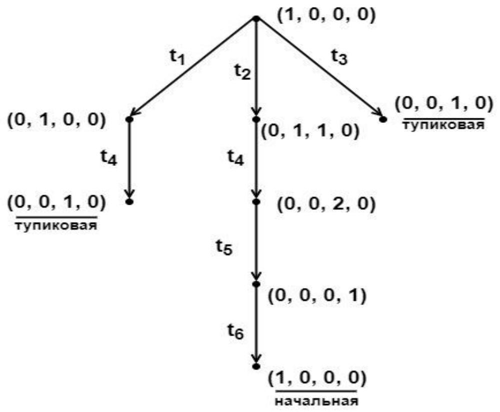
УНИВЕРСИТЕТ ИТМО

ITsMOre than a UNIVERSITY

Покрывающее дерево СП

Покрывающее дерево СП – это модель функционирования сети, представляющее собой корневое дерево, в котором вершины моделируют вектора маркировки, а дуги – разрешенные переходы.





Множество достижимости СП – это множество $R(C, \mu_0)$, включающее все вектора маркировок, достижимых в сети Петри в процессе ее функционирования.

$R(C, \mu_0)$={(1,0,0,0), (0,1,0,0), (0,0,1,0), (0,1,1,0), (0,0,2,0), (0,0,0,1)}

Содержание

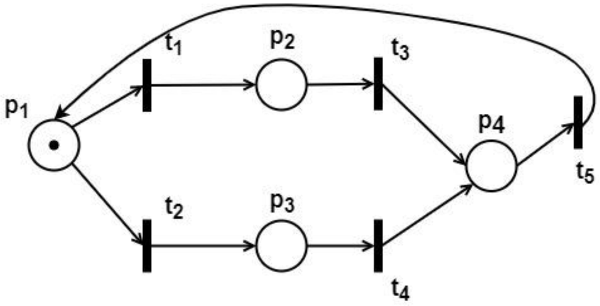
УНИВЕРСИТЕТ ИТМО

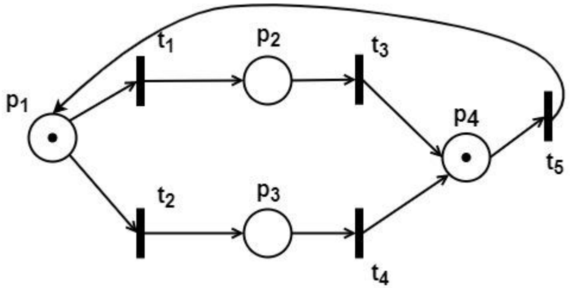
ITsMOre than a UNIVERSITY

Безопасность

УНИВЕРСИТЕТ ИТМО

Безопасная СП – это маркированная сеть Петри, в процессе функционирования которой емкости позиций могут быть только 0 или 1.
В противном случае СП называется **небезопасной**.





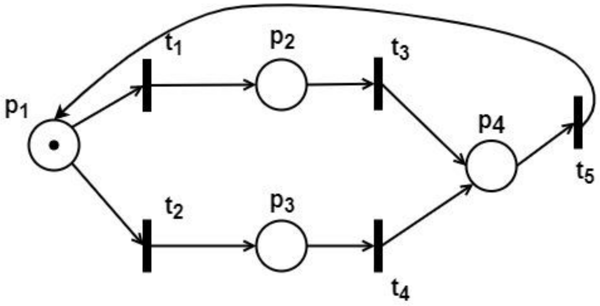
$R(C, \mu_0)$ ={(1,0,0,0), (0,1,0,0), (0,0,1,0), (0,0,0,1)}

ITsMOre than a UNIVERSITY

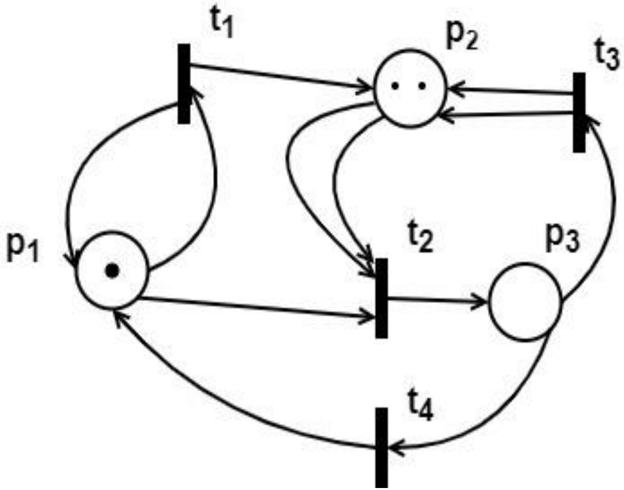
Ограниченность

УНИВЕРСИТЕТ ИТМО

Ограниченная СП – это маркированная сеть Петри, в процессе функционирования которой емкости позиций не превышают некоторого числа $k = \max_{i=1}^{n} \max_{\mu \in R(C,\mu_0)} \mu(p_i)$.
В противном случае СП называется **неограниченной**.



ограниченная с k=1

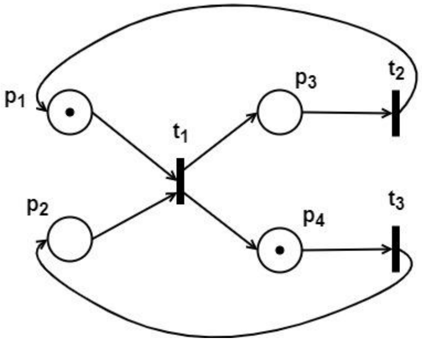


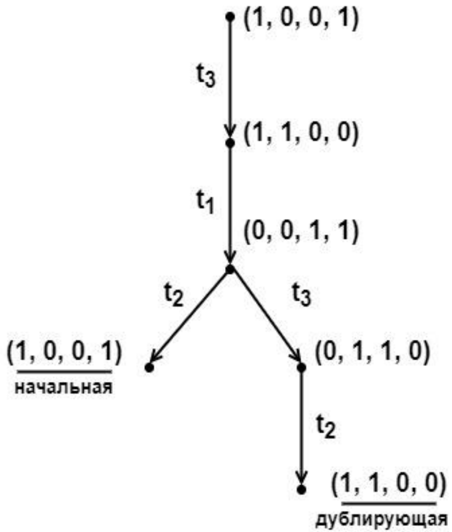
ITsMOre than a UNIVERSITY

Сохраняемость

УНИВЕРСИТЕТ ИТМО

Строго сохраняющаяся СП – это маркированная сеть Петри, в процессе функционирования которой общее количество маркеров в сети остается постоянным, т.е. $\forall \mu \in R(C, \mu_0): \sum_{i=1}^{n} \mu_0(p_i) = \sum_{i=1}^{n} \mu(p_i)$



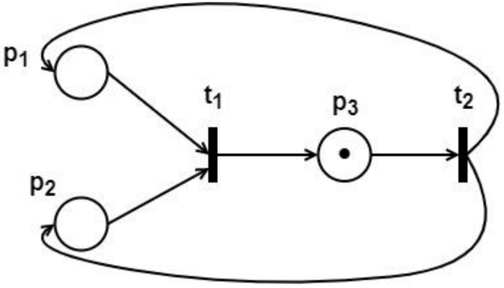


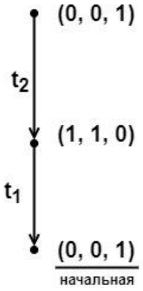
Если СП не является строго сохраняющейся, то требуется продолжить исследование сохраняемости сети.

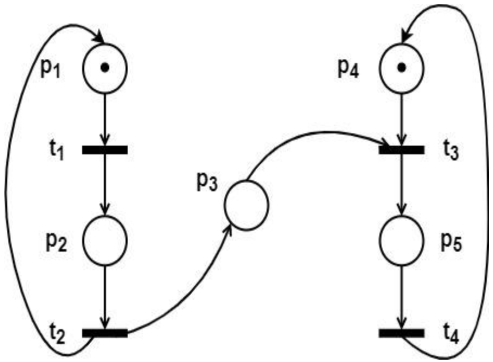
ITsMOre than a UNIVERSITY

Сохраняемость

Сохраняющаяся СП – это маркированная сеть Петри, для которой существует такой ненулевой вектор $c = (c_1, \ldots, c_n)$, что $\forall \mu \in R(C, \mu_0): \sum_{i=1}^{n} \mu_0(p_i) \times c_i = \sum_{i=1}^{n} \mu(p_i) \times c_i$







$$R(C, \mu_0) = \{(0,0,1), (1,1,0)\}$$

$$0 \times c_1 + 0 \times c_2 + 1 \times c_3 = a$$

$$1 \times c_1 + 1 \times c_2 + 0 \times c_3 = a$$

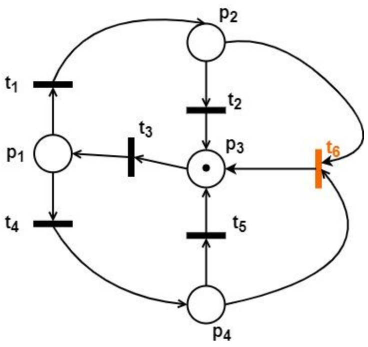
$$c = (1,1,2)$$

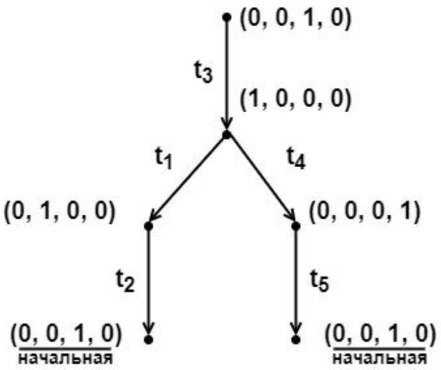
Живость

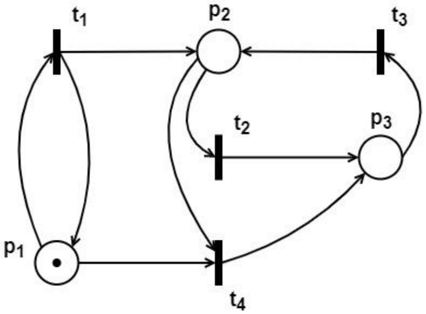
Живая СП – это маркированная сеть Петри, в процессе функционирования которой для любого перехода $t_i \in T$ сохраняется потенциальная возможность для срабатывания после маркировки μ', достижимой из маркировки μ_0.

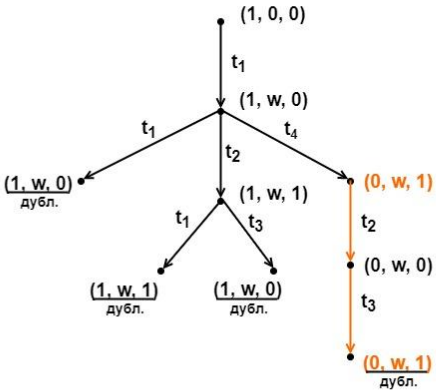
В противном случае сеть **неживая.**

Отсутствие тупиковых маркировок является необходимым условием живости сети.

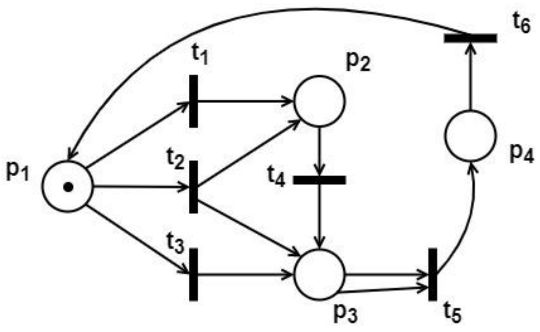


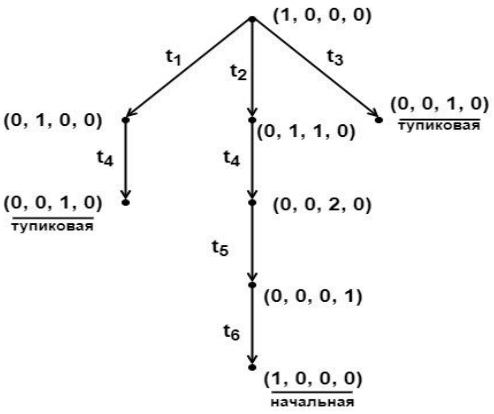






Пример: динамические свойства СП





$R(C, \mu_0)$ ={(1,0,0,0), (0,1,0,0), (0,0,1,0), (0,1,1,0), (0,0,2,0), (0,0,0,1)}

1. **Небезопасная**, т.к. емкость в позиции p3 может принимать значение 2
2. **Ограниченная**, k=2
3. **Несохраняющаяся**, т.к. система линейных уравнений не имеет решений
4. **Неживая**, т.к. есть тупиковые маркировки

Спасибо за внимание!

www.ifmo.ru

ITsMOre than a UNIVERSITY