

线性模态分析中的参与因子与贡献因子

彭谦¹, 马晨光², 杨雪梅³, 范滢⁴

(1. 国核电力规划设计研究院, 北京市 海淀区 100032; 2. 辽宁铁岭供电公司, 辽宁省 铁岭市 112000;
3. 辽宁北票供电公司, 辽宁省 朝阳市 122100; 4. 中国电力科学研究院, 北京市 海淀区 100192)

Participation Factors and Contribution Factors in Linear Modal Analysis

PENG Qian¹, MA Chen-guang², YANG Xue-mei³, FAN Ying⁴

(1. State Nuclear Electric Power Planning Design and Research Institute, Haidian District, Beijing 100032, China;
2. Liaoning Tieling Electric Power Supply Corporation, Tieling 112000, Liaoning Province, China;
3. Liaoning Beipiao Electric Power Supply Corporation, Chaoyang 122100, Liaoning Province, China;
4. China Electric Power Research Institute, Haidian District, Beijing 100192, China)

ABSTRACT: The concepts of participation factors and contribution factors are investigated in depth, and it is pointed out that in essence the participation factor is the sensitivity of eigenvalues and does not relate to disturbance characteristics; the contribution factor not only relates to system structure, but also to disturbances. The relations among electromechanical participation ratio, participation factor and sensitivity of eigenvalues are analyzed. By means of contrasting the relative sizes of mode amplitudes described by time-domain response of Prony analysis, participation factor and contribution factor, the difference between participation factor and contribution factor under actual disturbances is validated.

KEY WORDS: power system dynamics; participation factors; contribution factors; Prony analysis

摘要: 深入分析了参与因子和贡献因子的概念, 并指出参与因子实质上是特征值灵敏度概念。参与因子只与系统结构特性有关, 而与扰动特性无关; 而贡献因子不仅与系统结构有关, 还与扰动有关。分析了机电相关比、参与因子和特征值灵敏度的关系。通过对比时域响应 Prony 分析结果、参与因子和贡献因子三者描述各模态的幅值相对大小, 验证了在实际扰动情况下参与因子和贡献因子的不同。这为实际工程准确应用这 2 个物理概念奠定了基础。

关键词: 电力系统动态; 参与因子; 贡献因子; Prony 分析

0 引言

我国电网装机容量从 1978 年的 57.12 GW 发展到 2005 年超过 500 GW, 电力系统规模也从小型电力系统发展为省(市)、地区级电力系统, 进而发展为省级电网互联的大区电力系统。近几年来又形成大区电网互联的电力系统。为改善暂态稳定, 增加了大机组快速励磁系统的比例, 增强了自动电压调

节器的性能。这些装置进入电力系统后, 致使低频振荡问题成为电网安全运行的突出问题。

在电力系统低频振荡分析过程中, 模式与状态变量相关性一直是所关心的问题, 尤其对于 PSS 设计和安装更加重要。参与因子的概念由文献[1-3]给出, 并且应用其描述小扰动模式与状态变量的相关性。后来参与因子一直被广泛地用于低频振荡分析和 PSS 设计。但在低频振荡分析时, 有些文献把参与因子与贡献因子^[4-13]的概念混淆, 误把参与因子当成贡献因子。本文通过分析参与因子和贡献因子的定义, 深入分析这 2 个概念的物理内涵, 严格区分这 2 个概念, 避免在工程实际中错误理解和应用。本文还将分析参与因子、贡献因子与特征值灵敏度及机电相关比等概念的联系。

1 电力系统线性解

电力系统动态过程可以用下列方程描述^[14-19]

$$\dot{\mathbf{X}} = \mathbf{f}(\mathbf{X}), \quad \mathbf{X} \in \mathbf{R}^N \quad (1)$$

其中 \mathbf{X} 是 N 维列状态变量。

在系统平衡点 \mathbf{X}_{sep} 的邻域内将式(1)展开成泰勒级数, 用 $\mathbf{X} - \mathbf{X}_{\text{sep}}$ 和 $x_i - x_{\text{sep}}$ 来代替状态变量 \mathbf{X} 和 x_i , 将坐标原点平移到平衡点得到线性化方程

$$p\mathbf{X} = \mathbf{A}\mathbf{X} \quad (2)$$

式中 \mathbf{U} 和 \mathbf{V} 分别是 \mathbf{A} 的右和左特征向量阵。

假设系统有 N 个不同特征根, 式(2)的时域解^[2-13]是

$$x_i(t) = \sum_{j=1}^N u_{ij} y_{j0} e^{\lambda_j t} \quad (3)$$

其中: λ_i 是 A 阵的特征值; X_0 为扰动后初始条件。

$Y_0 = V X_0$, 即 $y_{j0} = \sum_{k=1}^N v_{jk} x_{k0} = v_j X_0$, 将其代入式(3)

可得

$$X(t) = \begin{bmatrix} u_{11} \\ u_{21} \\ \vdots \\ u_{N1} \end{bmatrix} v_1 X_0 e^{\lambda_1 t} + \begin{bmatrix} u_{12} \\ u_{22} \\ \vdots \\ u_{N2} \end{bmatrix} v_2 X_0 e^{\lambda_2 t} + \dots + \begin{bmatrix} u_{1N} \\ u_{2N} \\ \vdots \\ u_{NN} \end{bmatrix} v_N X_0 e^{\lambda_N t} = u_i (v_i X_0) e^{\lambda_i t} + u_2 (v_1 X_0) e^{\lambda_2 t} + \dots + u_N (v_1 X_0) e^{\lambda_N t} \quad (4)$$

2 左右特征向量及特征值灵敏度

式(4)中, 矩阵 A 的右特征向量 $U=[u_1, u_2, \dots, u_n]$, 列向量 u_j 反映了第 j 个模态响应在所有状态变量中的分布, 即第 j 个模态响应在各个状态变量中被激励的相对程度, 通常称 u_j 为模态型。矩阵 A 的左特征向量 $V=[v_1^T, v_2^T, \dots, v_N^T]^T$, v_j 反映了状态变量的不同初始条件对第 j 个模态响应的相对影响程度。

特征值灵敏度描述了某一工况下参数 α 变化对特征值影响的大小。其定义为^[14]

$$\partial \lambda_i / \partial \alpha = \frac{v_i \partial A(\alpha) u_i / \partial \alpha}{v_i u_i}$$

3 参与因子和贡献因子

在文献[1-2]中, 设初始条件为 $X(0)=e_k$, 其中 e_k 为第 k 个元素是 1, 其他元素是 0 的单位列向量, 则系统的时域响应为

$$X(t) = \begin{bmatrix} u_{11} v_{11} \\ u_{21} v_{21} \\ \vdots \\ u_{N1} v_{N1} \end{bmatrix} e^{\lambda_1 t} + \begin{bmatrix} u_{12} v_{12} \\ u_{22} v_{22} \\ \vdots \\ u_{N2} v_{N2} \end{bmatrix} e^{\lambda_2 t} + \dots + \begin{bmatrix} u_{1N} v_{1N} \\ u_{2N} v_{2N} \\ \vdots \\ u_{NN} v_{NN} \end{bmatrix} e^{\lambda_N t} \quad (5)$$

$$x_k = \sum_{i=1}^N u_{ki} v_{ki} e^{\lambda_i t} = \sum_{i=1}^N P_{ki} e^{\lambda_i t} \quad (6)$$

$$P_{ki} = u_{ki} v_{ki} \quad (7)$$

P_{ki} 描述了第 k 个状态变量受单位扰动时, 第 i 个模式与第 k 个变量的作用大小, 这就是文献[1-2]所定义的参与因子; 实际上, 参与因子等于特征值对状态矩阵的 A 对角元素 a_{kk} 的灵敏度^[14], 即

$$p_{ki} = u_{ki} v_{ki} = \partial \lambda_i / \partial a_{kk} \quad (8)$$

因此参与因子只与系统结构参数有关, 与扰动无关。

式(4)可以重新写成

$$x_i(t) = \sum_{j=1}^N \sigma_{ij} e^{\lambda_j t} \quad (9)$$

$$\sigma_{ij} = u_{ij} y_{j0} \quad (10)$$

σ_{ij} 描述了模态 λ_j 在状态变量 i 中的作用, 即当系统受到某一小扰动, 模态 λ_j 在状态变量 i 中被激励的程度, 称为贡献因子。贡献因子不仅与系统结构有关, 还与所遭受的扰动特性有关。

从上面分析可以看出, 参与因子和贡献因子有本质的区别。线性化系统的模式对状态变量的贡献不仅受到该状态变量本身扰动的激励, 还受到其它状态变量扰动的激励, 所以模式对某一状态变量的贡献大小不仅与该变量本身扰动相关, 还与其它状态变量所受扰动相关。参与因子只对应一种特殊的扰动, 不能准确描述扰动后模式对状态变量的贡献。实质上, 从特征值灵敏度的概念理解参与因子是更严格的, 它与扰动没有关系, 只与系统结构有关。

4 机电相关比

N 机系统, 一般来说有 $N-1$ 个低频振荡模式。但是系统分析计算结果会有许多振荡模式的频率在 0.2~2.5 Hz, 这将很难判断哪些振荡模式是低频振荡模式。因此定义指标数 ρ_{ki} 判断哪一个振荡模式是低频振荡模式。

$$\rho_i = \sum_{X_k \in (\Delta\omega, \Delta\delta)} p_{ki} / \sum_{X_k \notin (\Delta\omega, \Delta\delta)} p_{ki} \quad (11)$$

ρ_{ki} 一般称为机电相关比。当 $\rho_{ki} > 1$ 时, 第 i 个模式与机电状态变量强相关, 认为其为低频振荡模式。实际上, 机电相关比描述了第 i 个模式对所有机电状态变量对角元素灵敏度的和与对所有非机电状态变量对角元素灵敏度的和之比。因此机电相关比也只与系统结构参数有关, 与扰动无关。

5 算例分析

5.1 计算条件

以一个 4 机 2 区域测试系统为例, 系统图及数据见图 1。以 4 号发电机为参考机, 发电机采用 3 阶模型 (δ, ω, E'_q) , 励磁系统采用 1 阶快速模型 E_{fd} 。系统共 15 阶, 由系统 5 号母线发生瞬间三相短路, 故障清除后立即恢复原来的网络拓扑结构, 因此扰动后平衡点与扰动前平衡点是相同的。图 1 中各种参数为: $X_d=[1.8, 1.8, 1.8, 1.8]$; $X'_d=[0.3, 0.3, 0.3, 0.3]$; $X_q=[1.7, 1.7, 1.7, 1.7]$; $T'_{d0}=[8.0, 8.0, 8.0, 8.0]$; $D=[5, 5,$

5, 5]; $T_j=[13,13,13,13]$; $K_a=[20,20,20,20]$; $T_a=[0.05, 0.05, 0.05, 0.05]$; $r_{line}=0.000\ 9\ \text{pu/km}$; $x_{line}=0.009\ \text{pu/km}$; $B_{line}=0.000\ 194$; $X_t=0.15$; $S_{base}=900\ \text{MVA}$; $V_{base}=230\ \text{kV}$; $P_{L7}=967\ \text{MW}$; $Q_{L7}=100\ \text{Mvar}$;

$Q_{C7}=200\ \text{Mvar}$; $P_{L9}=1\ 767\ \text{MW}$; $Q_{L9}=100\ \text{Mvar}$; $Q_{C9}=200\ \text{Mvar}$ 。表 1 列出了系统的全部模式，其中模式 5(6)、7(8)、9(10)都是低频振荡模式，模式 9(10)是区域间低频振荡模式。

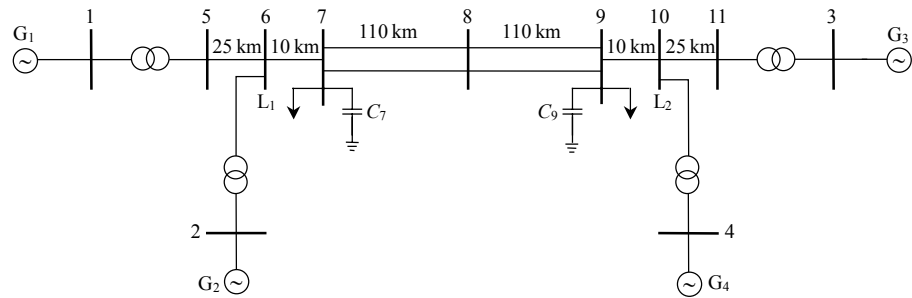


图 1 4 机 2 区系统
Fig. 1 Four-machine two area system

表 1 系统全部模式
Tab. 1 All modes of the power system

序号	振荡模式		ρ
	衰减因子	振荡频率/Hz	
1	-16.785 093 59	0	0.12
2	-17.876 466 12	0	0.03
3	-19.067 150 07	0	0.01
4	-19.092 461 76	0	0.05
5、6	-0.391 758 45	$\pm 1.010\ 902\ 12$	25.1
7、8	-0.385 129 58	$\pm 1.002\ 160\ 54$	21.6
9、10	-0.143 234 36	$\pm 0.534\ 942\ 48$	39.1
11	-3.439 282 90	0	0.1
12	-2.521 668 37	0	0.23
13	-1.003 159 34	0	0.56
14	-0.966 260 75	0	0.12
15	-0.384 615 38	0	0.01

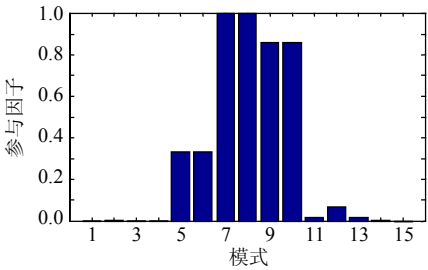


图 3 δ_{i4} 的参与因子
Fig. 3 The participation factor of δ_{i4}

模式 9(10)是在 δ_{i4} 作用最强的低频振荡模式。其次是低频振荡模式 7(8)，但低频振荡模式 7(8)幅值很小。Prony 分析结果与图 1 所描述的各个模式与 δ_{i4} 的相对幅值接近。而图 2 显示低频振荡模式 7(8)与 δ_{i4} 的相关性最强，模式 9(10)次之，并且 2 个模式相关性很接近。这与 Prony 分析结果不符合。因此参与因子不能准确描述 δ_{i4} 时域响应中各个模式对 δ_{i4} 的贡献，而贡献因子准确描述了 δ_{i4} 时域响应中各个模式对 δ_{i4} 的贡献。

表 3 为系统 5 号母线发生瞬间三相短路， $t_{cl}=0.01\ \text{s}$ 故障清除后 ω_4 的 0~10 s 数值积分曲线的 Prony 分析结果。从表 3 的 Prony 分析结果可知，低频振

5.2 参与因子和贡献因子

图 2 给出了由系统 5 号母线发生瞬间三相短路， $t_{cl}=0.01\ \text{s}$ 故障清除来模拟一小干扰^[14]，按式(10)计算各模式对 δ_{i4} 的贡献因子。图 3 给出了按式(7)计算各模式对 δ_{i4} 的参与因子。图 2 与 3 分别取其最大值进行了规格化，以下同。从图 2 和 3 可以看出，各模态相对幅值明显不同。

表 2 为系统 5 号母线发生瞬间三相短路， $t_{cl}=0.01\ \text{s}$ 故障清除后 δ_{i4} 的 0~10 s 数值积分曲线的 Prony 分析结果。由表 2 的 Prony 分析结果可知，

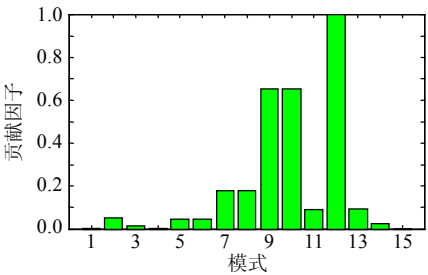


图 2 δ_{i4} 的贡献因子
Fig. 2 The contribution factor of δ_{i4}

表 2 δ_{i4} 的 Prony 分析结果
Tab. 2 Prony analysis result of δ_{i4}

序号	幅值/(°)	衰减因子	频率/Hz	可能对应模式
1	3.900	-3.400	0.000	—
2、3	2.100	-0.140	0.520	9(10)
4、5	0.430	-0.340	0.950	7(8)
6、7	0.032	-2.700	1.700	—
8	0.027	-0.670	0.000	—
9、10	0.006	-1.800	4.200	—
11、12	0.004	-1.400	4.600	—
13、14	0.004	-1.600	2.400	—
15、16	0.002	-1.300	3.400	—

表 3 ω_4 的 Prony 分析结果
Tab. 3 Prony analysis result of ω_4

序号	幅值/pu	衰减因子	频率/Hz	可能对应模式
1	8.000	-4.600	0.000	—
2、3	2.700	-0.130	0.520	9(10)
4	1.600	-1.300	0.000	—
5	0.930	-0.210	0.000	—
6、7	0.160	-0.290	0.930	7(8)
8	0.022	-5.400	5.000	—
9、10	0.015	-1.500	1.700	—
11、12	0.002	-1.200	2.500	—
13、14	0.001	-1.000	3.300	—
15、16	0.001	-0.580	3.800	—
17、18	0.000	-0.200	4.500	—

荡模式 9(10)对 ω_4 贡献较大, Prony 分析结果与图 3 所描述的各个模式对 ω_4 的贡献很接近。图 4、5 分别是 ω_4 的贡献因子和参与因子。而图 4 显示, 低频振荡模式 5(6)与 ω_4 的相关性最强, 而模式 9(10)次之, 其他模式都较弱。这与 Prony 分析结果不符合。因此参与因子描述不能准确描述 ω_4 时域响应中各个模式与 ω_4 的贡献。

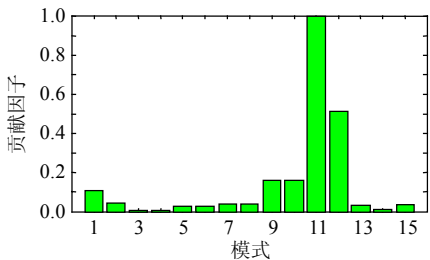


图 4 ω_4 的贡献因子

Fig. 4 The contribution factor of ω_4

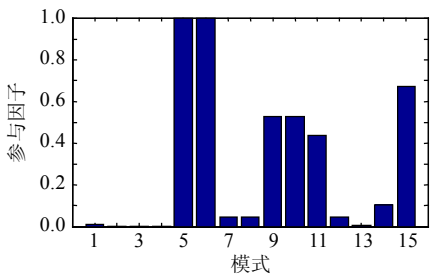


图 5 ω_4 的参与因子

Fig. 5 The participation factor of ω_4

通过上述算例验证了本文所定义参与因子式与贡献因子是 2 个不同的物理概念。贡献因子能够准确描述某一扰动情况下各模态对状态变量时域响应的贡献。而参与因子实质上是特征值灵敏度的概念, 不能反映给定扰动下各模态对状态变量时域响应的贡献。

6 结论

模式对状态变量的贡献, 并不是系统本质属

性。这种相关性依赖于系统结构特性和扰动 2 方面因素, 不能脱离扰动定义模式对状态变量的贡献。贡献因子能够准确给出某一扰动下模式对状态变量的贡献。参与因子给出的低频振荡模式与状态变量的相关性, 实质上是特征值灵敏度的概念, 描述特征的阻尼和频率随某一主对角元素变化的速度。因此它只给出某些极特殊受扰动情况下, 系统时域响应的模式与状态变量的贡献, 而不能准确描述实际扰动系统时域响应的模式与状态变量的贡献。参与因子给出的模式与状态变量相关性的信息对于 PSS 设计有积极作用。

参考文献

[1] Perez-Arriaga I J, Verghese G C, Schweppe F C. Selective modal analysis with application to electric power systems(part I): heuristic introduction[J]. IEEE Trans on Power Apparatus and Systems, 1982, 101(9): 3117-3125.

[2] Verghese G C, Perez-Arriaga I J, Schweppe F C. Selective modal analysis with application to electric power systems(part II): the dynamic stability problem[J]. IEEE Trans on Power Apparatus and Systems, 1982, 101(9): 3126-3133.

[3] Sancha J L, Perez-Arriaga I J. Selective modal analysis of power systems oscillatory instability[J]. IEEE Trans on Power Systems, 1988, 101(9): 3126-3133.

[4] 夏道止. 电力系统分析[M]. 北京: 中国电力出版社, 2004: 100-120.

[5] Thapar J, Vitta V, Kliemann W, et al. Application of the normal form of vector fields to predict interarea separation in power systems [J]. IEEE Trans on Power Systems, 1997, 12(2): 844-850.

[6] Pariz N, Shanechi H M, Vaahedi E. Explaining and validating stressed power systems behavior using modal series[J]. IEEE Trans on Power Systems, 2003, 18(2): 778-785.

[7] Shanechi H M, Pariz N, Vaahedi E. General nonlinear modal representation of large scale power systems[J]. IEEE Trans on Power Systems, 1998, 3(2): 429-438.

[8] Starrett S K, Fouad A A. Nonlinear measures of mode machine participation[J]. IEEE Trans on Power Systems, 1998, 13(2): 389-394.

[9] Zhu S Z, Vitta V, Kliemann W. Analyzing dynamic performance of power systems over parameter space using normal forms of vector fields (part I): identification of vulnerable regions[J]. IEEE Trans on Power Systems, 2001, 16(4): 444-450.

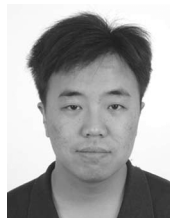
[10] Zhu S Z, Vitta V, Kliemann W. Analyzing dynamic performance of power systems over parameter space using normal forms of vector fields (part II): comparison of the system structure[J]. IEEE Trans on Power Systems, 2001, 16(4): 451-455.

[11] Gilsoo J, Jin-Boo C, Sae-Hyuk K. Analysis of nonlinear oscillation in Kepco systems: application of normal forms of vector fields [C]. IEEE Power Engineering Society Winter Meeting, Singapore, 2000.

[12] Jang G, Vittal V, Kliemann W. Effect of nonlinear modal interaction on control performance, use of normal forms technique in control design (part I): general theory and procedure[J]. IEEE Trans on Power Systems, 1998, 13(2): 401-407.

[13] Jang G, Vittal V, Kliemann W. Effect of nonlinear modal interaction

- on control performance, use of normal forms technique in control design (part II): case studies[J]. IEEE Trans on Power Systems, 1998, 13(2): 408-413.
- [14] Kundur P. Power system stability and control[M]. New York: McGraw-Hill, 1994: 271-312.
- [15] 邓集祥, 华瑶, 韩雪飞. 大扰动稳定中振荡模式的作用[J]. 中国电机工程学报, 2003, 23(11): 60-64.
Deng Jixiang, Hua Yao, Han Xuefei. Study on effect of low frequency oscillation modes in large disturbance stability[J]. Proceedings of the CSEE, 2003, 23(11): 60-64(in Chinese).
- [16] 汤涌. 电力系统强迫功率振荡的基础理论[J]. 电网技术, 2006, 30(10): 29-33.
Tang Yong. Fundamental theory of forced power oscillation in power system[J]. Power System Technology, 2006, 30(10): 29-33(in Chinese).
- [17] 孙景强, 陈志钢, 曹华珍, 等. 南方电网 2010 年低频振荡问题[J]. 电网技术, 2007, 31(S2): 93-97.
Sun Jingqiang, Chen Zhigang, Cao Huazhen, et al. Analysis on low-frequency oscillation of South China Power Grid in 2010 [J]. Power System Technology, 2007, 31(S2): 93-97(in Chinese).
- [18] 吴复霞, 吴浩, 韩祯祥, 等. 电力系统非线性模式分析方法的比较[J]. 中国电机工程学报, 2007, 27(34): 19-25.
Wu Fuxia, Wu Hao, Han Zhenxiang, et al. Comparison between methods for power system nonlinear modal analysis[J]. Proceedings of the CSEE, 2007, 27(34): 19-25(in Chinese).
- [19] 邓集祥, 赵丽丽. 主导低频振荡模式二阶非线性相关作用的研究[J]. 中国电机工程学报, 2005, 25(7): 75-80.
Deng Jixiang, Zhao Lili. Study on second order nonlinear interaction of the critical inertial modes[J]. Proceedings of the CSEE, 2005, 25(7): 75-80(in Chinese).



彭谦

收稿日期: 2009-10-18。

作者简介:

彭谦(1980—), 男, 博士, 研究方向为电力系统分析, E-mail: pq.ncepu@163.com;

马晨光(1977—), 女, 本科, 研究方向为电力系统分析;

杨雪梅(1977—), 女, 本科, 研究方向为电力系统分析;

范滢(1974—), 男, 硕士, 研究方向为电力系统节能技术、电力系统动态分析。

(责任编辑 王晔)