

# 电力系统非线性模式分析方法的比较

吴复霞, 吴浩, 韩祯祥, 甘德强

(浙江大学电气工程学院, 浙江省 杭州市 310027)

## Comparison Between Methods for Power System Nonlinear Modal Analysis

WU Fu-xia, WU Hao, HAN Zhen-xiang, GAN De-qiang

(College of Electrical Engineering, Zhejiang University, Hangzhou 310027, Zhejiang Province, China)

**ABSTRACT:** Two methods for power system nonlinear modal analysis, i.e., modal series method and normal form method, are compared. Two types of second-order participation factors of modal series method are proposed and qualitatively compared with that of normal form method. A nonlinearity index for normal form method is defined based on the original index, and its validity is verified by the case studies in two-area four-generator power system. To evaluate the precision of solutions obtained by modal series method, normal form method and linear modal method, an error index describing the approximation to the nonlinear simulation is defined and then applied to the same system. It is found that the validity of modal series method and linear modal method is not influenced by the second-order resonance condition, which has a great influence on normal form method. When the operating condition is near the second-order resonance condition, the valid area of normal form method is quite small. The degree of system stress can be increased by changing the fault duration. It is found that as the system stress increases, the error index and its growing speed of modal series method are the smallest, and that of normal form method take second place.

**KEY WORDS:** power system; nonlinear modal analysis; modal series method; normal form method; linear modal method; participation factor

**摘要:** 该文对2种电力系统非线性模式分析方法——模态级数法和正规形法进行比较。定性比较模态级数法和正规形法的2阶参与因子。在正规形法原有指标的基础上定义一个非线性指标,并以4机2区系统的算例验证该非线性指标的有效性。为比较模态级数法、正规形法和线性模式分析法所得解对时域仿真解的逼近程度,定义一误差指标,并在4机2区系统中做相关分析。发现模态级数法和线性模式分析法的

有效性均不受系统共振的影响,而正规形法的有效性受系统共振情况的影响较大,在系统的2阶共振点附近,其有效域面积较小。通过延长故障的持续时间来改变系统的非线性程度,发现随着系统非线性的增强,模态级数法的误差及其增加速度都是最小的,正规形法次之。

**关键词:** 电力系统; 非线性模式分析; 模态级数法; 正规形方法; 线性模式分析法; 参与因子

## 0 引言

电力系统是一个典型的复杂非线性系统,在干扰的情况下,将呈现出复杂的动态特性,其复杂度取决于电力系统的结构、负荷特性、故障类型及故障地点。电力系统动态特性常用的2种分析方法是时域仿真法和线性模式分析法。时域仿真法以计算机数值仿真为基础,模拟系统在一定扰动下的运行变化情况,能计及系统非线性因素的影响,但难以直接解释系统复杂动态特性的实质。线性模式分析法利用系统状态方程的1阶线性近似来研究系统的稳定性,该方法局限于稳定工作点附近,在大干扰情况下有较大的误差。

对于非线性较强的重载系统,线性模式分析法的有效域将大大缩小,且系统振荡模式间的非线性相关作用对系统动态特性有较大的影响。文献[1]指出重载系统在大扰动情况下发生的互联振荡模式是由于振荡模式的非线性相关引起,有必要寻求一种适用于复杂电力系统非线性动态特性研究的新方法,该方法应能计及系统状态方程高阶项的影响,便于分析系统模式的非线性相关信息,并可用于电力系统稳定控制器的配置和设计。

向量场正规形方法<sup>[2-17]</sup>是近10年来广泛应用于动态系统非线性结构研究的有效工具。该方法基于泰勒级数展开,通过非线性向量场的正规形变换

基金项目: 国家自然科学基金项目(50595411)。

Project Supported by National Natural Science Foundation of China(50595411).

及反变换得到系统的2阶近似解析解,将线性系统的概念和方法扩展到非线性系统中,通过模式间的非线性相关作用来研究系统的动态特性。该方法已用于系统稳定域研究<sup>[5,11-12]</sup>、模式间的相关作用分析<sup>[6-8,13-15]</sup>、控制器配置设计<sup>[6-10]</sup>及电力系统强共振分析<sup>[16-17]</sup>等方面。其不足之处是需要非线性变换并需求解非线性代数方程,且不适用于具有2阶或高阶共振条件的系统。

模态级数法是近年来提出的研究电力系统动态特性的新方法<sup>[18-20]</sup>,该方法同样基于泰勒级数展开,但只需状态空间的线性变换,即可得到非线性系统响应的近似封闭解。与正规形方法相比,该方法无需非线性变换,避免了非线性方程的求解,适用于具有2阶或高阶共振条件的系统<sup>[18]</sup>。

本文首先介绍正规形方法和模态级数法的2阶近似解公式,接着推导模态级数法下的2阶参与因子,并将其与正规形方法的参与因子做了定性比较。在正规形法原有指标的基础上定义了一非线性指标,随后以4机2区系统的实际响应与线性响应的差,定性分析系统模式的非线性程度。随后,在一定的误差指标下,比较3种方法的有效域。最后通过延长故障的持续时间来改变系统的非线性程度,分析不同非线性程度下,模态级数法、正规形法和线性模式分析法的有效性。

## 1 系统的近似解

### 1.1 线性模式分析法

对有 $n$ 台发电机的电力系统,其数学模型为

$$\dot{X} = F(X) \quad (1)$$

式中 $X \in R^N$ 为状态向量。

在扰动后的平衡点 $X_{SEP}$ 处,对上式进行泰勒级数展开得

$$\dot{x}_i = A_i X + X^T H^i X / 2 + \dots \quad (2)$$

式中: $A_i$ 为系统雅克比矩阵 $A = [\partial F / \partial X]_{X_{SEP}}$ 的第 $i$ 行; $H^i = [\partial^2 F_i / \partial x_k \partial x_l]_{X_{SEP}}$ 为系统海森矩阵的第 $i$ 个子阵。

设系统雅克比矩阵 $A$ 的左右特征向量阵分别为 $V$ 和 $U$ ,利用线性变换 $X = UY$ ,式(2)所示系统可变换为以 $Y$ 为变量的约当型:

$$\dot{Y} = \Lambda Y + \frac{V^T}{2} \begin{bmatrix} Y^T U^T H^1 U Y \\ Y^T U^T H^2 U Y \\ \vdots \\ Y^T U^T H^N U Y \end{bmatrix} + \dots \quad (3)$$

式中 $\Lambda$ 为约当阵,是由系统模式组成的对角矩阵。

对 $Y$ 的第 $j$ 个变量,有

$$\dot{y}_j = \lambda_j y_j + \sum_{k=1}^N \sum_{l=1}^N C_{kl}^j y_k y_l + \dots \quad (4)$$

$$\text{式中 } C^j = \frac{1}{2} \sum_{p=1}^N V_{jp}^T [U^T H^p U] = [C_{kl}^j]$$

采用线性模式分析法,仅保留式(4)的第1项,1阶近似解<sup>[21]</sup>为

$$y_j(t) = y_{j0} e^{\lambda_j t} \quad (5)$$

$$x_i(t) = \sum_{j=1}^N u_{ij} y_j(t) = \sum_{j=1}^N u_{ij} y_{j0} e^{\lambda_j t} \quad (6)$$

式中 $Y_0 = U^{-1} X_0 = V X_0$ 。

由式(6)可知,线性模式分析法的解即系统的线性解,是振荡模式的线性组合。

### 1.2 正规形方法

在没有2阶共振的系统中,正规形方法通过非线性向量场的正规形变换及反变换,可得到约当型系统的2阶近似解,即系统模式的2阶近似解<sup>[2,5-6]</sup>:

$$y_j(t) = z_{j0} e^{\lambda_j t} + \sum_{k=1}^N \sum_{l=1}^N h_{2,kl}^j z_{k0} z_{l0} e^{(\lambda_k + \lambda_l)t} \quad (7)$$

式中: $h_{2,kl}^j = C_{kl}^j / (\lambda_k + \lambda_l - \lambda_j)$ ;  $Z_0$ 为正规形变量的初值,可通过牛顿拉夫逊法求解非线性方程( $F = Z_0 + h_2(Z_0) - Y_0 = 0$ )得到。

利用线性变换 $X = UY$ 可得到原系统的2阶近似解<sup>[2,5-6]</sup>:

$$x_i(t) = \sum_{j=1}^N u_{ij} z_{j0} e^{\lambda_j t} + \sum_{j=1}^N u_{ij} \sum_{k=1}^N \sum_{l=1}^N h_{2,kl}^j z_{k0} z_{l0} e^{(\lambda_k + \lambda_l)t} \quad (8)$$

比较系统的线性解和用正规形方法得出的2阶近似解可知,系统的线性解含有模式与状态变量之间的线性相关作用,而系统的2阶近似解含有模式之间以及模式与状态变量之间的非线性相关作用。

比较系统线性解式(6)和正规形法2阶近似解式(8)的结构可知,2次项对系统的影响包括2部分:①由式(8)中高阶项产生的影响,该高阶项表示模式间的非线性相关作用对系统动态特性的影响;②由初始状态 $Z_0$ 产生的影响。

### 1.3 模态级数法

用模式级数表示非线性系统可得到式(4)的解,忽略3阶及更高阶项,系统模式的2阶近似解为<sup>[18-19]</sup>

$$y_j(t) = [y_{j0} - (\sum_{k=1}^N \sum_{l=1}^N h_{2,kl}^j y_{k0} y_{l0})_{(k,l,j) \in R_2^j}] e^{\lambda_j t} + (\sum_{k=1}^N \sum_{l=1}^N h_{2,kl}^j y_{k0} y_{l0} e^{(\lambda_k + \lambda_l)t})_{(k,l,j) \in R_2^j} +$$

$$I(\sum_{k=1}^N \sum_{l=1}^N C_{kl}^j y_{k0} y_{l0}) t e^{\lambda_j t} \mathbf{1}_{(k,l,j) \in R'_2} \quad (9)$$

式中:  $h_{2,kl}^j = C_{kl}^j / (\lambda_k + \lambda_l - \lambda_j)$ ;  $\mathbf{Y}_0 = \mathbf{U}^{-1} \mathbf{X}_0$ ;  $R'_2$  代表  $|\lambda_k + \lambda_l - \lambda_j| \leq 0.001 |\lambda_j|$ , 表示所有引起 2 阶准共振的情况。

利用线性变换  $\mathbf{X} = \mathbf{U}\mathbf{Y}$  可得到原系统的 2 阶近似解<sup>[18-19]</sup>:

$$x_i(t) = \sum_{j=1}^N u_{ij} y_j(t) = \sum_{j=1}^N (LM_j^i + M_j^i t) e^{\lambda_j t} + \sum_{k=1}^N \sum_{l=1}^N KM_{kl}^i e^{(\lambda_k + \lambda_l)t} \quad (10)$$

其中

$$LM_j^i = u_{ij} [y_{j0} - (\sum_{k=1}^N \sum_{l=1}^N h_{2,kl}^j y_{k0} y_{l0})_{(k,l,j) \in R'_2}] \quad (11)$$

$$M_j^i = \{ \sum_{k=1}^N \sum_{l=1}^N u_{ij} C_{kl}^j y_{k0} y_{l0} \}_{(k,l,j) \in R'_2} \quad (12)$$

$$KM_{kl}^i = \{ y_{k0} y_{l0} \sum_{j=1}^N u_{ij} h_{2,kl}^j \}_{(k,l,j) \in R'_2} \quad (13)$$

由上述公式可知, 模态级数法只需状态空间的线性变换, 就可得到封闭的 2 阶近似解。当  $R'_2$  为空集, 即系统中没有 2 阶准共振情况时, 系统的 2 阶近似解为

$$x_i(t) = \sum_{j=1}^N LM_j^i e^{\lambda_j t} + \sum_{k=1}^N \sum_{l=1}^N KM_{kl}^i e^{(\lambda_k + \lambda_l)t} \quad (14)$$

比较系统线性解式(6)和模态级数法 2 阶近似解式(14)的结构可知, 2 次项对系统的影响包括 2 部分: ①由式(14)中高阶项产生的影响, 与正规形方法类似; ②由模式间非线性相关作用对初值  $\mathbf{Y}_0$  的修正, 即式(11)中的修正。

## 2 参与因子

### 2.1 线性参与因子

线性参与因子是设  $\mathbf{X}_0 = \mathbf{e}_i$ , 也就是除  $x_{i0} = 1$  外, 其它状态变量的初值全为 0, 此时  $y_{j0} = v_{ji}$ , 代入式(6)得<sup>[21]</sup>

$$x_i(t) = \sum_{j=1}^N u_{ij} v_{ji} e^{\lambda_j t} = \sum_{j=1}^N p_{ij} e^{\lambda_j t} \quad (15)$$

式中  $p_{ij} = u_{ij} v_{ji}$  为线性参与因子, 表示第  $i$  个状态变量与第  $j$  个模式之间的线性相关性。

### 2.2 正规形方法的 2 阶参与因子

可将线性参与因子的概念扩展到正规形非线性分析中, 得到包含 2 阶项影响的 2 阶参与因子。正规形 2 阶变换 ( $\mathbf{Y} = \mathbf{Z} + \mathbf{h}_2(\mathbf{Z}) = \boldsymbol{\varphi}(\mathbf{Z})$ ) 的反变换为<sup>[10]</sup>

$$\mathbf{Z} = \boldsymbol{\varphi}^{-1}(\mathbf{Y}) = \mathbf{Y} - \mathbf{h}_2(\mathbf{Y}) + O(|\mathbf{Y}|^3) \quad (16)$$

式中  $O(|\mathbf{Y}|^3)$  为高阶项, 当  $|\mathbf{Y}|$  较大时,  $O(|\mathbf{Y}|^3)$  值较大。

当初始状态向量  $\mathbf{X}_0 = \mathbf{e}_i$  时,  $\mathbf{Y}_0 = \mathbf{V}\mathbf{X}_0 = \mathbf{V}_i$ ;  $\mathbf{Z}_0$  的精确解  $\mathbf{Z}_{0\text{actual}}$  可通过求解非线性方程  $[\mathbf{F} = \mathbf{Z}_0 + \mathbf{h}_2(\mathbf{Z}_0) - \mathbf{Y}_0 = 0]$  得到;  $\mathbf{Z}_0$  的近似解  $\mathbf{Z}_{0\text{appx}}$  可通过求解 2 阶近似反变换 ( $\mathbf{Z}_0 = \mathbf{Y}_0 - \mathbf{h}_2(\mathbf{Y}_0)$ ) 得到。式(16)中  $O(|\mathbf{Y}|^3)$  的相对值可表示为

$$O_{Y3} = |\mathbf{Z}_{0\text{actual}} - \mathbf{Z}_{0\text{appx}}| / |\mathbf{Z}_{0\text{actual}}| \quad (17)$$

据此可定义指标:

$$I_E(i) = \max(O_{Y3}) \quad (18)$$

对每一个  $i$ , 若指标  $I_E$  均小于给定的限值  $\varepsilon$ , 则式(16)中  $O(|\mathbf{Y}|^3)$  的相对值足够小, 可忽略。2 阶近似反变换 ( $\mathbf{Z} = \mathbf{Y} - \mathbf{h}_2(\mathbf{Y})$ ) 可用来求解  $\mathbf{Z}_0$ 。将  $\mathbf{Z}_{0\text{appx}} = \mathbf{Y}_0 - \mathbf{h}_2(\mathbf{Y}_0)$  代入式(8), 即可得到式(19)和(20)所示的非线性参与因子  $p_{2,ij}$  和 2 阶相关因子  $p_{2,kl}^i$ , 分别为<sup>[10]</sup>

$$p_{2,ij} = u_{ij} z_{j0\text{appx}} = u_{ij} (v_{ji} + v_{2,jii}) \quad (19)$$

$$p_{2,kl}^i = (v_{ki} + v_{2,kii})(v_{li} + v_{2,lii}) \sum_{j=1}^N u_{ij} h_{2,kl}^j \quad (20)$$

式中:  $v_{2,jii} = -\sum_{k=1}^N \sum_{l=1}^N h_{2,kl}^j v_{ki} v_{li}$ ;  $p_{2,ij}$  为非线性参与因子, 是在线性参与因子  $p_{ij}$  的基础上增加 1 项 2 阶非线性修正项, 表示第  $i$  个状态变量与第  $j$  个模式的非线性相关作用;  $p_{2,kl}^i$  为 2 阶相关因子, 表示第  $i$  个状态变量与第  $k, l$  个模式合成的复合模式(也就是  $(\lambda_k + \lambda_l)$  的非线性相关性)。

### 2.3 模态级数法的 2 阶参与因子

与上节类似, 可将线性相关因子扩展到非线性分析中, 使参与因子包含 2 阶项的影响。为便于参与因子的推导, 设系统中没有 2 阶准共振的情况, 即  $R'_2$  为空集。令  $\mathbf{X}_0 = \mathbf{e}_i$ , 此时  $y_{j0} = v_{ji}$ , 代入式(14)得<sup>[20]</sup>

$$\begin{aligned} x_i(t) = & \sum_{j=1}^N LM_j^i \Big|_{y_{j0}=v_{ji}} e^{\lambda_j t} + \sum_{k=1}^N \sum_{l=1}^N KM_{kl}^i \Big|_{y_{j0}=v_{ji}} e^{(\lambda_k + \lambda_l)t} \\ = & \sum_{j=1}^N u_{ij} (v_{ji} - \sum_{k=1}^N \sum_{l=1}^N h_{2,kl}^j v_{ki} v_{li}) \cdot e^{\lambda_j t} + \sum_{k=1}^N \sum_{l=1}^N (v_{ki} v_{li} \sum_{j=1}^N u_{ij} h_{2,kl}^j e^{(\lambda_k + \lambda_l)t}) = \\ & \sum_{j=1}^N p_{2,ij} e^{\lambda_j t} + \sum_{k=1}^N \sum_{l=1}^N p_{2,kl}^i e^{(\lambda_k + \lambda_l)t} \end{aligned} \quad (21)$$

故

$$p_{2,ij} = u_{ij} (v_{ji} - \sum_{k=1}^N \sum_{l=1}^N h_{2,kl}^j v_{ki} v_{li}) \quad (22)$$

$$p_{2,kl}^i = v_{ki} v_{li} \sum_{j=1}^N u_{ij} h_{2,kl}^j \quad (23)$$

比较式(22)、(23)和式(19)、(20)可知,在没有 2 阶准共振情况的系统中,用模态级数法和正规形法得出的非线性参与因子  $p_{2,ij}$  完全一样,而用模态级数法得出的 2 阶相关因子  $p_{2,kl}^i$ ,是用正规形法得出的 2 阶相关因子的一部分。

在推导 2 阶参与因子的过程中,模态级数法无需 2 阶近似反变换,故用模态级数法得出的 2 阶相关因子  $p_{2,kl}^i$  应较有效。

3 有效性比较

模态级数法和正规形方法均可得到系统的 2 阶近似解,为比较近似解逼近时域仿真解的程度,定义误差指标:

$$e_{\text{err}} = \int_0^T \sqrt{\sum_{i=1}^N |x_i(t) - \tilde{x}_i(t)|^2} dt \quad (24)$$

式中:  $N$  为系统的变量数;  $T$  为仿真计算时间;  $\tilde{x}_i(t)$  为系统变量  $i$  的时域仿真解;  $x_i(t)$  为系统变量  $i$  的近似解。

为较全面地比较各算法的有效性,特引入有效域的概念。取 2 个状态变量作为扰动变量,其它状态变量的扰动初值设为 0。对每一个扰动初值对,分别用模态级数法、正规形方法和线性模式分析法得到系统的近似解,根据式(24)计算各自的误差,并与误差要求进行比较,绘出满足误差要求的闭合曲线,曲线所包含的区域即为各近似算法的有效域。为便于比较,设系统中没有 2 阶共振的情况,即  $\lambda_k + \lambda_l - \lambda_j \neq 0$ 。

4 非线性指标

为定量分析非线性相关作用对系统动态特性的影响程度,文献[5]基于对系统模式的线性解和 2 阶近似解的对比,提出了衡量非线性相关作用的指标:

$$I_{1,rf}(j) = \left| (y_{j0} - z_{j0})e^{\lambda_j t} + \sum_{k=1}^N \sum_{l=1}^N h_{2,kl}^j z_{k0} z_{l0} e^{(\lambda_k + \lambda_l)t} \right| \quad (25)$$

该指标是在 2 阶近似解的线性部分与线性解的差  $|(z_{j0} - y_{j0})e^{\lambda_j t}|$  的基础上,添加 2 阶近似解的高阶项得出。然而在添加高阶项时,非线性指标应写成

$$I'_{1,rf}(j) = \left| (z_{j0} - y_{j0})e^{\lambda_j t} + \sum_{k=1}^N \sum_{l=1}^N h_{2,kl}^j z_{k0} z_{l0} e^{(\lambda_k + \lambda_l)t} \right| \quad (26)$$

本文认为用式(26)作为非线性指标具有物理意义,因为该式恰好是系统模式的 2 阶近似解和线性解的差。

同样,在没有 2 阶共振的情况下,利用式(5)

和式(9),模态级数法的非线性指标可定义为

$$I_{1,ms}(j) = \left| \left( -\sum_{k=1}^N \sum_{l=1}^N h_{2,kl}^j y_{k0} y_{l0} \right) e^{\lambda_j t} + \sum_{k=1}^N \sum_{l=1}^N h_{2,kl}^j y_{k0} y_{l0} e^{(\lambda_k + \lambda_l)t} \right| \quad (27)$$

模式  $j$  的非线性指标的模值大,表明第  $j$  个模式受 2 阶项的影响较大,即模式  $\lambda_j$  的非线性作用强,故用来识别在模式间非线性相关作用中起主导作用的振荡模式。

5 算例分析

5.1 测试系统概况

测试系统采用 4 机 2 区系统<sup>[21]</sup>,系统结构如图 1 所示,发电机采用 4 阶模型<sup>[22]</sup>,  $x'_q = x'_d$ , 负荷以恒阻抗表示,发电机  $G_4$  为参考机,系统状态变量为  $\delta_{14}$ 、 $\omega_1$ 、 $E'_{q1}$ 、 $E'_{d1}$ 、 $\delta_{24}$ 、 $\omega_2$ 、 $E'_{q2}$ 、 $E'_{d2}$ 、 $\delta_{34}$ 、 $\omega_3$ 、 $E'_{q3}$ 、 $E'_{d3}$ 、 $\omega_4$ 、 $E'_{q4}$ 、 $E'_{d4}$ 。

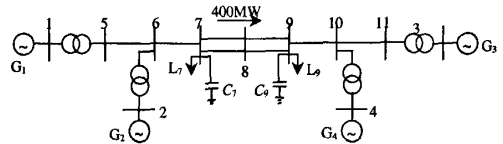


图 1 4 机 2 区系统

Fig. 1 Two-area four-machine test system

当发电机  $G_1$  至  $G_4$  的阻尼系数  $D$  均为 1 时,在初始运行条件下,系统的振荡模式见表 1 所示。由表 1 可知,系统共有 3 个振荡模式,其中模式(1,2)、(3,4)为局部振荡模式,模式(7,8)为区域振荡模式。

表 1 振荡模式

Tab. 1 Oscillation modes

模式	特征值	振荡频率/Hz	阻尼比
1, 2	$-0.6075 \pm 6.6762i$	1.062 6	0.090 6
3, 4	$-0.6095 \pm 6.9018i$	1.098 5	0.088 0
7, 8	$-0.0840 \pm 3.4071i$	0.542 3	0.024 6

5.2 指标  $I_E$

由式(18)得出的指标  $I_E$  见表 2 所示。由表 2 易知,一些指标  $I_E$  的数值较大,可达 5459。这说明用 2 阶近似反变换求得的  $Z_0$  不够精确,故此时用式(20)得出的 2 阶相关因子  $p_{2,kl}^i$  的有效性较差。

表 2 指标  $I_E$  的值

Tab. 2 The value of index  $I_E$

$i$	$I_E$	$i$	$I_E$	$i$	$I_E$
1	3.688 5	6	1 079.1	11	60.968
2	5 459	7	131.23	12	1.213 9
3	110.79	8	1.846 3	13	487.34
4	0.593 4	9	6.173 8	14	24.05
5	6.217 6	10	706.1	15	3.363 2

### 5.3 有效域的比较

设  $\delta_{14}$ 、 $\delta_{24}$  和  $\delta_{34}$  为误差指标式(24)的分析变量, 误差要求为  $e_{\text{err}} < 0.5$ , 仿真时间为  $T=5\text{s}$ ,  $\delta_{14}$  和  $\delta_{24}$  为扰动变量。设发电机  $G_1$  至  $G_4$  的阻尼系数相等, 均为  $D$ , 图 2 给出 4 种  $D$  值下的有效域。由图 2 可知, 随着阻尼系数  $D$  的改变, 模态级数法和线性模式分析法的有效域基本不变, 而正规形法的有效域变化较大, 特别当  $D=7.2$  时, 其有效域远小于线性模式分析法的有效域。

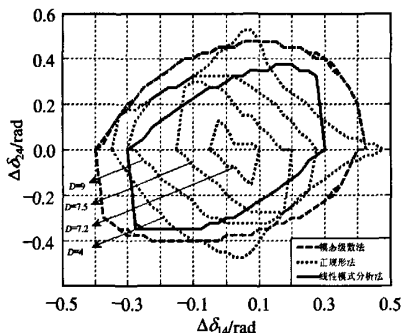


图 2 4 种阻尼系数  $D$  下的有效域

Fig. 2 Valid regions under four kinds of  $D$

分析  $D=7.2$  时的特征根可知, 此时系统中有 2 阶准共振的情况,  $\lambda_k + \lambda_l - \lambda_j = 0.000\ 04 (\lambda_k = -0.087\ 005 \pm 3.407\ 2i, \lambda_l = -0.017\ 397)$ , 与系统的 2 阶共振点非常接近, 此外在  $D=12.5$  附近有系统的另一个 2 阶共振点。为分析算法在 2 阶共振点附近的有效性, 在误差  $e_{\text{err}} < 0.5$  的条件下, 将算法求得的有效域面积  $S$  作为一指标, 该指标随阻尼系数  $D$  的变化情况如图 3 所示。

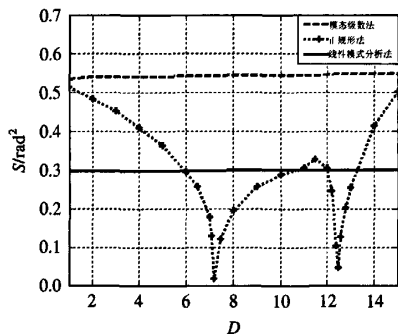


图 3 阻尼系数  $D$  对有效域面积的影响

Fig. 3 Effects of  $D$  on the area of valid regions

由图 3 可知: ①在一般情况下, 正规形法的有效域面积介于模态级数法和线性模式分析法之间, 而在系统的 2 阶共振点附近, 正规形法的有效域面积较小, 因此, 正规形法的有效性受系统共振情况的影响较大; ②随着阻尼系数  $D$  的改变, 模态级数

法和线性模式分析法的有效域面积基本不变, 这表示模态级数法和线性模式分析法的有效性不受系统共振情况的影响。

### 5.4 不同非线性程度下有效性的比较

文献[2]指出系统的非线性程度与故障的严重程度及故障后系统的运行情况有关, 故障持续的时间越长, 系统的非线性就越强。模态级数法、正规形方法和线性模式分析法的误差与故障持续时间关系如图 4 所示, 各算法的误差由式(24)得出, 分析的扰动为图 1 所示系统中线路 7、8 中点处发生三相短路故障。

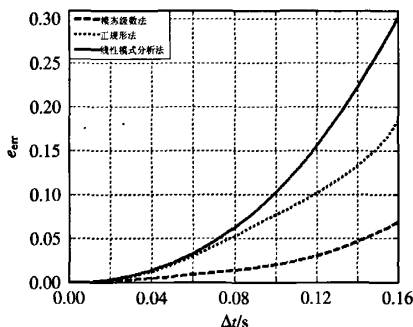


图 4 故障持续时间对误差指标的影响

Fig. 4 Effects of the fault duration on the error indexes

由图 4 可知: ①随着故障持续时间的增加, 模态级数法的误差及其增加速度都是最小的, 正规形法次之; ②当故障持续时间较短, 即系统的非线性较弱时, 线性模式分析法的误差才较小。

### 5.5 非线性指标的有效性比较

用系统模式的实际响应和线性响应的差, 定性分析系统模式的非线性程度, 为对比非线性指标  $I_1$  和  $I'_1$  的有效性提供一个基础。系统模式的实际响应可根据  $\tilde{y}(t) = V\tilde{x}(t)$  得到, 其中  $\tilde{x}(t)$  为系统状态变量的仿真响应;  $V$  为系统状态矩阵  $A$  的左特征向量; 系统模式的线性响应为  $y_j(t) = y_{j0}e^{\lambda_j t}$ 。线路 7、8 中点处发生持续 0.1 s 的三相短路故障后, 模式 1、3、7 的实际响应和线性响应的差  $|\Delta y_j / y_{j0}|$  如图 5 所示。

由图 5 可知, 模式 3 的实际响应和线性响应的差最大, 这说明模式 3 受高阶项的影响最大, 也就是其非线性最强。同理, 模式 1、7 的非线性较弱。

由式(25)~(27)可得非线性指标  $I_{1,nf}$ 、 $I'_{1,nf}$  和  $I_{1,ms}$  在计算时间内的平均值, 如表 3 所示。这里的指标  $I_{1,nf}$  和  $I'_{1,nf}$  用  $Z_0$  规范化,  $I_{1,ms}$  用  $Y_0$  规范化。文献[3]指出用  $Z_0$  规范化后的非线性指标是系统特有的, 其

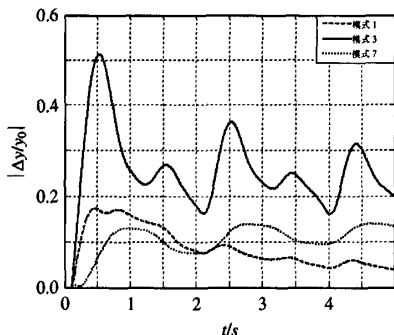


图5 系统模式的实际响应和线性响应的差  
Fig. 5 The difference between real response and linear response of system mode

表3 规范化非线性指标的平均值  
Tab. 3 The mean values of the normalized nonlinearity indexes

模式	$I_{1,nf}$		$I'_{1,nf}$		$I_{1,ms}$	
	数值	排序	数值	排序	数值	排序
1, 2	0.758 3	2	0.125 7	3	0.103 4	3
3, 4	0.279 7	3	0.305 6	1	0.290 4	1
7, 8	1.264 5	1	0.179 0	2	0.110 0	2

数值不随线性变换改变。

由表3可知,在非线性指标 $I_{1,nf}$ 中,模式(7,8)的指标最大,从而模式(7,8)的非线性最强,与模式响应比较得出的结论不符。分析非线性指标 $I'_{1,nf}$ 和 $I_{1,ms}$ ,知 $I'_{1,nf}$ 的指标排序结果与 $I_{1,ms}$ 完全相同,模式(3,4)的指标最大,从而模式(3,4)的非线性最强,模式1、7的非线性较弱,与模式响应比较得出的结论完全相符,因此正规形法的非线性指标应为 $I'_{1,nf}$ 。

## 6 结论

(1) 在没有2阶准共振情况的系统中,用模态级数法和正规形法得出的非线性参与因子 $p_{2,ij}$ 完全一样,而用模态级数法得出的2阶相关因子 $p_{2,k}^i$ 是正规形法2阶相关因子的一部分<sup>[20]</sup>。

指标 $I_E$ 是正规形2阶反变换中高阶项的最大相对值,只有当指标 $I_E$ 的值均小于给定的限值时,用正规形法得出的2阶相关因子 $p_{2,k}^i$ 才较有效。由于模态级数法无需2阶近似反变换,故用模态级数法得出的2阶相关因子 $p_{2,k}^i$ 应较有效。

(2) 模态级数法和线性模式分析法的有效性不受系统共振情况的影响,而正规形法的有效性受系统共振情况的影响较大,在系统的2阶共振点附近,其有效域面积较小。

(3) 通过延长故障的持续时间来改变系统的

非线性程度,随着系统非线性的增强,模态级数法的误差及其增加速度都是最小的,正规形法次之;只有在系统的非线性较弱时,线性模式分析法的误差才较小。

(4) 以系统模式的实际响应与线性响应的差,定性分析系统模式的非线性程度,从而证实了正规形法的非线性指标应为 $I'_{1,nf}$ 。

## 参考文献

- [1] Vittal V, Bhatia N, Fouad A A. Analysis of the inter-area mode phenomena in power systems following large disturbances[J]. IEEE Trans. on Power Systems, 1991, 6(4): 1515-1521.
- [2] Sanchez-Gasca J J, Vittal V, Gibbard M J, et al. Inclusion of higher order terms for small-signal (modal) analysis: committee report-task force on assessing the need to include higher order terms for small-signal (modal) analysis[J]. IEEE Trans. on Power Systems, 2005, 20(4): 1886-1904.
- [3] Dobson I, Barocio E. Scaling of normal form analysis coefficients under coordinate change[J]. IEEE Trans. on Power Systems, 2004, 19(3): 1438-1444.
- [4] Arroyo J, Barocio E. Quantifying nonlinearity in power system using normal form theory and higher-order statistics[C]. Power Engineering Society General Meeting, San Francisco, California, USA, 2005.
- [5] Thapar J, Vittal V, Kliemann W, et al. Application of the normal form of vector fields to predict interarea separation in power systems [J]. IEEE Trans. on Power Systems, 1997, 12(2): 844-850.
- [6] Chih-Ming L, Vittal V, Kliemann W, et al. Investigation of modal interaction and its effects on control performance in stressed power systems using normal forms of vector fields[J]. IEEE Trans. on Power Systems, 1996, 11(2): 781-787.
- [7] Jang G, Vittal V, Kliemann W. Effect of nonlinear modal interaction on control performance: Using normal forms technique in control design, Part 1: General theory and procedure[J]. IEEE Trans on Power Systems, 1998, 13(2): 401-407.
- [8] Jang G, Vittal V, Kliemann W. Effect of nonlinear modal interaction on control performance: Using normal forms technique in control design, Part 2: Case studies[J]. IEEE Trans. on Power Systems, 1998, 13(2): 408-413.
- [9] Zou Z Y, Jiang Q Y, Cao Y J, et al. Application of the normal forms to analyze the interactions among the multi-control channels of UPFC[J]. Electric Power and Energy Systems, 2005, 27(8): 584-593.
- [10] Liu S, Messina A R, Vittal V. Assessing placement of controllers and nonlinear behavior using normal form analysis[J]. IEEE Trans. on Power Systems, 2005, 20(3): 1486-1495.
- [11] Saha S, Fouad A A, Kliemann W, et al. Stability boundary approximation of a power system using the real normal form of vector fields[J]. IEEE Trans. on Power Systems, 1997, 12(2): 797-802.
- [12] 李颖晖, 张保会. 运行非线性理论确定电力系统暂态稳定域的一种新方法[J]. 中国电机工程学报, 2000, 20(1): 41-44.  
Li Yinghui, Zhang Baohui. A new method to determine the transient stability boundary using nonlinear theory[J]. Proceedings of the CSEE, 2000, 20(1): 41-44(in Chinese).
- [13] 邓集祥, 赵丽丽. 主导低频振荡模式二阶非线性相关作用的研究[J]. 中国电机工程学报, 2005, 25(7): 75-80.

- Deng Jixiang, Zhao Lili. Study on the second order nonlinear interaction of the critical inertial modes[J]. Proceedings of the CSEE, 2005, 25(7): 75-80(in Chinese).
- [14] 张靖, 文劲宇, 程时杰, 等. 基于向量场正规形的电力系统稳定模式相关性理论分析[J]. 中国电机工程学报, 2006, 26(11): 82-86.
- Zhang Jing, Wen Jinyu, Cheng Shijie, et al. Theretical analysis of the interaction between power system stability modes with the normal forms of vector fields[J]. Proceedings of the CSEE, 2006, 26(11): 82-86(in Chinese).
- [15] 张靖, 文劲宇, 程时杰. 基于向量场正规形的电力系统动态分析[J]. 中国电机工程学报, 2006, 26(16): 1-5.
- Zhang Jing, Wen Jinyu, Cheng Shijie. Power system dynamic: characteristics analysis with the normal forms of vector: fields[J]. Proceedings of the CSEE, 2006, 26(16): 1-5 (in Chinese).
- [16] Dobson I, Zhang J, Greene S, et al. Is strong modal resonance a precursor to power system oscillation[J]. IEEE Trans. on Circuits and Systems, 2001, 48(3): 340-349.
- [17] Kakimoto N, Nakanishi A, Tomiyama K. Instability of interarea oscillation mode by autoparametric resonance[J]. IEEE Trans. on Power Systems, 2004, 19(4): 1961-1970.
- [18] Pariz N, Shanечи H M, Vaahedi E. Explaining and validating stressed power systems behavior using modal series[J]. IEEE Trans. on Power Systems, 2003, 18(2): 778-785.
- [19] Pariz N, Shanечи H M, Vaahedi E. General nonlinear modal representation of large scale power systems[J]. IEEE Trans. on Power Systems, 2003, 18(3): 1103-1109.
- [20] 邓集祥, 许自然. 应用模态级数方法分析电力系统模态谐振[J]. 现代电力, 2006, 23(3): 11-15.
- Deng Jixiang, Xu Ziran. Power system mode resonance analysis using modal series method[J]. Modern Electric Power, 2006, 23(3): 11-15(in Chinese).
- [21] Kundur P. Power system stability and control[M]. New York: McGraw-Hill Inc., 1994.
- [22] Anderson P M, Fouad A A. Power systems control and stability [M]. New York: The Institute of Electrical and Electronics Engineers Inc., 1993.
- 收稿日期: 2007-04-20.
- 作者简介:
- 吴复霞(1979—), 女, 博士研究生, 主要从事电力系统低频振荡分析与控制的研究工作, snowwfx@163.com;
- 吴浩(1973—), 男, 讲师, 主要从事电力系统稳定性的研究工作;
- 韩祯祥(1930—), 男, 教授, 博士生导师, 中国科学院院士, 主要研究领域为电力系统稳定、电力市场、人工智能等;
- 甘德强(1966—), 男, 教授, 博士生导师, 主要研究方向为稳定性和电力市场。
- (编辑 谷子)

## 《中国电机工程学报》总被引频次排名第一

2007年11月15日, 2006中国科技论文统计结果发布会在北京国际会议中心召开, 发布会上公布了近6000种科技期刊参数。期刊的评价主要依据期刊参数, 如总被引频次、影响因子、文献选出率、地区分布数、机构分布数、平均引文数、基金论文比、海外论文比等, 其中最重要的两个参数是总被引频次和影响因子。

总被引频次是指该期刊自创刊以来所登载的全部论文在统计当年被引用的总次数。这是一个非常客观实际的评价指标, 可以显示该期刊被使用和受重视的程度, 以及在科学交流中的作用和地位。

《中国电机工程学报》2006年总被引频次在所有6000种科技期刊中位列第一, 另一项重要评价指标影响因子排名第四; 统计工作还按55个学科分别进行了统计, 在动力工程与电工技术学科内《中国电机工程学报》的两项指标排名分别为第一和第二。