数字通信课程学习报告

徐淳 231607010094

2023 年 12 月 4 日

1 引言

在本次课程学习中，我习得了较为全面的数字通信理论知识，建立起了相关的理论框架。本次课程从介绍相关概念，复习概率论相关知识开始讲起，后面又介绍了随机过程、基带与滤波通带、信号空间等内容，本次报告针对课程伊始章节 Stachastic Process（随机过程）作相应学习笔记及报告。

2 随机过程的基本概念

随机过程是一类随时间作随机变化的过程，它不能用确切的时间函数描述。如果把把随机过程看成对应不同随机试验结果的时间过程的集合，即随机过程是所有样本函数的集合。具体而言即测试结果的每一个记录，即图中的每一个波形，都是一个确定时间函数 $X_i(t)$，它称为样本函数或随机过程的一次实现。全部样本函数构成的总体就是一个随机过程，记作 $\xi(t)$。

2.1 相关概念

- 随机事件 (简称事件、实现样本、记录)：在随机试验中，可能出现也可能不出现，而在大量重复试验中具有某种规律性的事件
- 随机变量：定义在样本空间上的实值函数, 是不确定的
- 随机过程：无数个随机变量构成的总体
- 离散随机变量：随机变量 x 的取值个数是有限的或可数无穷个
- 连续随机变量：随机变量 x 可能的取值充满某一有限或无限区间

2.2 随机过程的分布函数

由 $\xi(t)$ 表示一个随机过程，在任意一个时刻 t_1 上 $\xi(t_1)$ 是一个随机变量，定义随机过程 $\xi(t)$ 的
一维概率分布函数：

$$F_1(x_1;t_1) = P\left\{\xi(t_1) \leq x_1\right\}$$

一维概率密度函数：

$$f_1(x_1;t_1) = \frac{\partial F_1(x_1;t_1)}{\partial x_1}$$

或

$$F_1(x_1;t_1) = \int_{-\infty}^{x} f_1(x_1;t_1)dx$$

n 维概率分布函数：

$$F_n(x_1,x_2...,x_n;t_1,t_2,...,t_n) = P\left\{\xi(t_1) \leq x_1, \xi(t_1) \leq x_1, ..., \xi(t_1) \leq x_1\right\}$$

n 维概率密度函数：

$$f_n(x_1,x_2...,x_n;t_1,t_2,...,t_n) = \frac{\partial F_1(x_1,x_2,...,x_n;t_1\ t_2\ ...\ t_n)}{\partial x_1 \partial x_2 ... \partial x_n}$$

或

$$F_n(x_1,x_2...,x_n;t_1,t_2,...,t_n) = \int\limits_{-\infty}^{x_1}\int\limits_{-\infty}^{x_2}...\int\limits_{-\infty}^{x_n} f_n(x_1,x_2,...,x_n;t_1,t_2,...t_n)dx_1dx_2...dx_n$$

3 随机过程的数字特征

1. 均值（数学期望）

随机过程 $\xi(t)$ 的数学期望：

- 若 $\xi(t)$ 连续，定义 $E[\xi(t)] = \int_{-\infty}^{\infty} x f_1(x,t)dx = a(t)$
- 若 $\xi(t)$ 离散，定义 $E[\xi(t)] = \sum_{i=1}^{K} \xi_i(t)P(\xi_i(t)) = a(t)$

$\xi(t)$ 的均值 $E[\xi(t)]$ 是时间的确定函数，常记为 $a(t)$，他表示随机过程的 n 个样本函数曲线的摆动中心

2. 方差

随机过程 $\xi(t)$ 的方差：

$$D[\xi(t)] = E\left\{[\xi(t) - a(t)]^2\right\} = E[\xi^2(t)] - a^2(t) = \sigma^2(t)$$

方差等于均方值与均方平方之差，表示随机过程在时刻 t 相对于均值 $a(t)$ 的偏离程度

3. 相关函数

$\xi(t)$ 的协方差函数：

$$B[t_1, t_2] = E\{[\xi(t_1) - a(t1)][\xi(t_2) - a(t_2)]\}$$
$$= \int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}[x_1 - a(t)][x_2 - a(t_2)]f_2(x_1, x_2; t_1, t_2)dx_1dx_2$$

式中:$a(t_1)$ 和 $a(t_2)$ 分别是在 t_1 和 t_2 时刻得到的 $\xi(t)$ 的均值;$f_2(x_1, x_2; t_1, t_2)$ 为 $\xi(t)$ 的二维度概率密度函数。

$\xi(t)$ 的相关函数：

$$R[t_1, t_2] = E[\xi(t_1)\xi(t_2)] = \int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} x_1x_2f_2(x_1, x_2; t_1, t_2)dx_1dx_2$$

式中：$\xi(t_1)$ 和 $\xi(t_1)$ 分别是在 t_1 和 t_2 时刻观测 $\xi(t)$ 得到的随机变量

4 关于平稳随机过程