

## vettori e cinametica

$$\vec{a} = a_x \hat{i} + a_y \hat{j} \quad [+a_z \hat{k}]$$

componenti vettori

$$a_x = a \cdot \cos \theta$$

$$a_y = a \cdot \sin \theta$$

$$a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2}$$

$$\tan \theta = \frac{a_y}{a_x}$$

velocita` media

$$\bar{\mathbf{v}} = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} \quad [\text{m/s}]$$

velocita` istantanea

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt}$$

accelerazione  
media

$$\bar{\mathbf{a}} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} \quad [\text{m/s}^2]$$

accelerazione  
istantanea

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}$$

moto uniformemente accelerato

$$x = x_0 + v_{0x}t + \frac{1}{2}a_x t^2$$

$$v_x = v_{0x} + a_x t$$

corpo in caduta libera

$$v_y = v_{0y} - gt$$

$$g = 9,81 \text{ m/s}^2$$

$$y = y_0 + v_{0y}t - \frac{1}{2}gt^2$$

leggi di Newton

$$\sum \vec{F} = m\vec{a}$$

## moto dei proiettili

$$v_x = v_{0x}$$

$$v_y = v_{0y} - gt$$

$$x = v_{0x}t$$

$$y = v_{0y}t - \frac{1}{2}gt^2$$

traiettoria proiettile

$$y = (\tan \phi_0)x - \frac{g}{2(v_0 \cos \phi_0)^2}x^2$$

gittata

$$R = \frac{2v_0^2}{g} \sin \phi_0 \cos \phi_0 = \frac{v_0^2}{g} \sin(2\phi_0)$$

## moto circolare uniforme

$$\Delta t_{(1\text{giro})} = \frac{2\pi r}{v}$$

$$a_c = \frac{v^2}{r}$$

$$\left| \sum \vec{F} \right| = \frac{mv^2}{r}$$

r --> raggio

attrito

$$f_s \leq \mu_s N$$

statico

$$f_k = \mu_k N$$

dinamico

(N forza normale)

## pendolo conico

$$v = \sqrt{Rg \tan \theta}$$

$$v = \frac{2\pi R}{t}$$

R --> raggio del cerchio

L --> lunghezza della corda

tempo per una  
rivoluzione  
completa

$$t = \frac{2\pi R}{v} = \frac{2\pi R}{\sqrt{Rg \tan \theta}} = 2\pi \sqrt{\frac{R}{g \tan \theta}} = 2\pi \sqrt{\frac{L \cos \theta}{g}}$$

## rotore

$$f_s = mg$$

$$v = \sqrt{\frac{gR}{\mu_s}}$$

componente radiale

$$-N = ma_r = m \left( \frac{-v^2}{R} \right)$$

## urti e quantità di moto

quantità di moto  $\vec{p} = m \cdot \vec{v}$  [kg · m/s]  $\sum \vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}$

impulso forza netta  $\vec{J}_{net} = \Delta \vec{p}$   $\vec{J} = \vec{F} \cdot \Delta t$

conservazione quantità di moto prima, durante, dopo un urto  $\vec{p}_i = \vec{p}_f$

c.m. (centro di massa) => sistema di riferimento in cui all'inizio  
la quantità di moto del sistema è nulla

## sistemi di particelle

coordinate del c.m.  $x_{c.m.} = \frac{m_1 x_1 + m_2 x_2}{m_1 + m_2}$   $y_{c.m.} = \frac{m_1 y_1 + m_2 y_2}{m_1 + m_2}$

velocità del c.m.  $\vec{v}_{c.m.} = \frac{m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2}{m_1 + m_2}$

accelerazione del c.m.  $\vec{a}_{c.m.} = \frac{m_1 \vec{a}_1 + m_2 \vec{a}_2}{m_1 + m_2}$

se la forza esterna è nulla il c.d.m. si muove di moto rettilineo uniforme.

c.d.m. di corpi solidi  $\vec{r}_{c.m.} = \frac{1}{M} \int \vec{r} dm$

conservazione della quantità di moto di un sistema di particelle  $\vec{p} = M \vec{v}_{c.m.}$

## cinematica dei moti rotatori

spostamento angolare  $\phi = \frac{s}{r}$  s --> arco di circonferenza  
r --> raggio

velocità angolare media  $\bar{\omega} = \frac{\Delta \phi}{\Delta t}$  [ $\frac{\text{rad}}{\text{s}}$ ] [ $\frac{\text{giri}}{\text{s}}$ ]  $\omega = \frac{d\phi}{dt}$

velocità angolare istantanea

accelerazione angolare media  $\bar{\alpha} = \frac{\Delta \omega}{\Delta t}$  [ $\frac{\text{rad}}{\text{s}^2}$ ]  $\alpha = \frac{d\omega}{dt}$

accelerazione angolare istantanea

accelerazione costante  $\int_{\omega_{0z}}^{\omega_z} d\omega_z = \int_0^t \alpha_z dt$   $\int_{\phi_0}^{\phi} d\phi = \int_0^t (\omega_z) dt$   
 $\omega_z = \omega_{0z} + \alpha_z t$   $\phi = \phi_0 + \omega_{0z} t + \frac{1}{2} \alpha_z t^2$

relazione tra variabili angolari e lineari

$a_T = \alpha r$   $a_R = \frac{v_T^2}{r} = \omega^2 r$   
r --> raggio

## dinamica dei moti rotatori

× è il prodotto vettoriale

momento torcente  $\tau = r F \sin \theta$  [N · m]  $\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F}$

momento d'inerzia  $I = m r^2$  [kg · m<sup>2</sup>]

espressione rotazionale della seconda legge di Newton

$\sum \tau_{\text{ext},z} = I \alpha_z$   $I(\text{sfera}) = \frac{2}{5} M R^2$   
teorema di Huygend Steiner  $I(\text{cilindro}) = \frac{1}{2} M R^2$   
 $I = I_{c.m.} + M h^2$   $I(\text{lamina}) = \frac{1}{12} M R^2$

## lavoro ed energia cinetica

3

*lavoro = forza · spostamento*

$$L = \vec{F} \cdot \vec{s} \quad [\text{Joule} = \text{J} = \text{N} \cdot \text{m}]$$

potenza media

$$\bar{P} = \frac{L}{t}$$

$$[\text{Watt} = \text{W} = \frac{\text{J}}{\text{s}}]$$

potenza  
istantanea

$$P = \frac{dL}{dt}$$

lavoro svolto da forze variabili

$$L = \int_{x_i}^{x_f} F_x(x) dx$$

lavoro svolto da una forza elastica  
legge di Hooke

$$F_s = -kx \quad k \left[ \frac{\text{N}}{\text{m}} \right] \quad L = -\frac{1}{2}k(x_f^2 - x_i^2)$$

$$F_{ext} = -F_s \quad k \rightarrow \text{costante elastica della molla}$$

energia cinetica  $K = \frac{1}{2}mv^2$

[Joule uguale al lavoro]

teorema dell'energia cinetica: il lavoro totale svolto dalle forze agenti su un corpo è uguale alla variazione della sua energia cinetica

$$L_{net} = \Delta K$$

lavoro ed energia cinetica nel moto rotatorio

$$L = \int \tau_z d\theta \quad \text{con momento torcente cost} \Rightarrow L = \hat{L}_z \cdot \theta$$

$$P = \tau_z \cdot \omega_z$$

$$K = \frac{1}{2}I\omega^2$$

energia

## energia potenziale (e. p.)

$$\Delta U = -L = \int_{x_i}^{x_f} f_s(x) dx$$

e. p. della forza elastica

$$U(x) = \frac{1}{2}kx^2$$

e. p. forza gravitazionale

$$U(y) = mg \cdot y$$

e. p. meccanica

$$\Delta K_{tot} = -\Delta U_{tot}$$

energia meccanica =  $U + K$

energia moto rototranslatorio

$$K = \frac{1}{2}MV_{c.m.}^2 + \frac{1}{2}I_{c.m.}\omega^2$$

## fenomeni oscillatori

$$x(t) = A \cos(\omega t + \theta)$$

$$v(t) = -\omega A \sin(\omega t + \theta)$$

$$x(t) = -\omega^2 A \cos(\omega t + \theta)$$

A è spostamento massimo  
ossia ampiezza  
del moto oscillatorio

pendolo

$$F_x = -mg\theta = mg\frac{x}{L} = -\left(\frac{mg}{L}\right)x$$

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$$

pendolo fisico

$$\tau_z = -Mgd\theta$$

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{I}{mgd}}$$

## piano inclinato

$$a_x = g \sin(\alpha)$$