Cinematica

Velocità: $\vec{v} = \frac{\mathrm{d}\vec{r}}{\mathrm{d}t}$
Accelerazione: $\vec{a} = \frac{\mathrm{d}\vec{v}}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}^2\vec{r}}{\mathrm{d}t^2}$

Moto uniformemente accelerato

$$v - v_0 = a \cdot t$$
$$x - x_0 = v_0 \cdot t + \frac{1}{2}at^2$$
$$x - x_0 = \frac{1}{2}(v_0 + v_x)t$$
$$v_x^2 - v_0^2 = 2a(x - x_0)$$

Corpo in caduta da fermo:

$$v = \sqrt{2gh}$$
$$t = \sqrt{\frac{2h}{g}}$$

Moto del proiettile

$$y = x \cdot \tan\phi - \frac{g}{2v_0^2\cos^2\phi}x^2$$
$$h_{\max} = \frac{v_0^2\sin^2\phi}{2g}$$
$$x_{\max} = \frac{v_0^2\sin(2\phi)}{g}$$

Moto Circolare

Velocità angolare: $\omega = \frac{\mathrm{d}\phi}{\mathrm{d}t}$
Accelerazione angolare: $\alpha = \frac{\mathrm{d}\omega}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}^2\phi}{\mathrm{d}t^2}$

Moto Circolare Uniforme

$$\omega = \frac{2\pi}{T}$$
$$v_{tangenziale} = \omega r$$
$$a_{centripeta} = \frac{v^2}{r} = \omega^2 r$$

Moto Circolare Unif. accelerato

$$\omega - \omega_0 = \alpha \cdot t$$
$$\phi - \phi_0 = \omega_0 \cdot t + \frac{1}{2}\alpha t^2$$

Moto curvilineo

$$\vec{a} = a_T\hat{\phi} + a_R\hat{r} = \frac{\mathrm{d}|\vec{v}|}{\mathrm{d}t} - \frac{v^2}{r}\hat{r}$$

Sistemi a più corpi

Massa totale: $m_T = \sum m_i = \int \mathrm{d}m$
Centro di massa:

$$\vec{r}_{CM} = \frac{\sum m_i\vec{r}_i}{m_T} = \frac{\int \vec{r}_i\mathrm{d}m}{m_T}$$
$$\vec{v}_{CM} = \frac{\mathrm{d}\vec{r}_{CM}}{\mathrm{d}t} = \frac{\sum m_i\vec{v}_i}{m_T}$$
$$\vec{a}_{CM} = \frac{\mathrm{d}\vec{v}_{CM}}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}^2\vec{r}_{CM}}{\mathrm{d}t^2}$$

Momento di inerzia:

$$I_{asse} = \sum m_i r_i^2 = \int r^2\mathrm{d}m$$

Teorema assi paralleli:

$$I_{asse} = I_{CM} + mD^2$$

Forze, Lavoro ed Energia

Legge di Newton: $\vec{F} = m\vec{a}$
Momento della forza: $\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F}$

Forze Fondamentali

Forza peso: $F_g = mg$
Forza elastica: $F_{el} = -k(x - l_0)$
Gravità: $\vec{F}_g = -G\frac{Mm}{r^2}\hat{r}$
Elettronica: $\vec{F}_E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1q_2}{r^2}\hat{r}$

Forze di Attrito

Statico: $|\vec{F}_S| = \mu_S|\vec{N}|$
Dinamico: $\vec{F}_D = -\mu_D|\vec{N}|\hat{v}$
Viscoso: $\vec{F}_V = -\beta\vec{v}$

Lavoro

$$L = \int_{x_i}^{x_f} \vec{F} \cdot d\vec{l} = \int_{\phi_i}^{\phi_f} \tau\mathrm{d}\omega$$

Forza costante: $L = \vec{F} \cdot \vec{l}$
Forza elastica:

$$L = -\frac{1}{2}k(x_f - l_0)^2 + \frac{1}{2}k(x_i - k_0)^2$$

Forza peso: $L = -mgh$
Gravità: $L = Gm_1m_2 \cdot (\frac{1}{r_f} - \frac{1}{r_i})$
Elettrostatica: $L = \frac{q_1q_2}{4\pi\varepsilon_0} \cdot (\frac{1}{r_f} - \frac{1}{r_i})$
Potenza: $P = \frac{\mathrm{d}L}{\mathrm{d}t} = \vec{F} \cdot \vec{v} = \tau\omega$

Energia

Cinetica: $K = \frac{1}{2}mv^2$
Rotazione: $K = \begin{cases} \frac{1}{2}m_Tv_{CM}^2 + \frac{1}{2}I_{CM}\omega^2 \\ \frac{1}{2}I_{AsseFisso}\omega^2 \end{cases}$
Forze vive: $K_f - K_i = L_{TOT}$
Potenziale: $U = -L = -\int_{x_i}^{x_f}\vec{F} \cdot \mathrm{d}\vec{l}$
Meccanica: $E = K + U = \frac{1}{2}mv^2 + U$
Conservazione: $E_f - E_i = L_{NONCONS}$
En. potenzile forze fondamentali:
Forza peso: $U(h) = mgh$
Forza elastica: $U(x) = \frac{1}{2}k(x - l_0)^2$
Gravità: $U(r) = -G\frac{m_1m_2}{r}$
Elettrostatica: $U(r) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{q_1q_2}{r}$

Imulso e Momento Angolare

Quantità di moto: $\vec{p} = m\vec{v}$
Impulso: $\vec{I} = \vec{p}_f - \vec{p}_i = \int_{t_1}^{t_2}\vec{F}\mathrm{d}t$
Momento angolare: $\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p}$
Intorno ad un asse fisso: $|\vec{L}| = I_{asse} \cdot \omega$

Equazioni cardinali

$$\vec{p}_T = \sum \vec{p}_i = m_T \cdot \vec{v}_{CM}$$
$$\vec{L}_T = \sum \vec{L}_i = I_{asse} \cdot \vec{\omega}$$

I card: $\sum \vec{F}_{ext} = \frac{\mathrm{d}\vec{p}_T}{\mathrm{d}t} = m_T \cdot a_{CM}$
II card: $\sum \vec{\tau}_{ext} = \frac{\mathrm{d}\vec{L}_T}{\mathrm{d}t}$
Asse fisso: $|\sum \vec{\tau}_{ext}| = I_{asse} \cdot \alpha_{asse}$

Leggi di conservazione

$$\vec{p}_T = costante \Leftrightarrow \sum \vec{F}_{ext} = 0$$
$$\vec{L}_T = costante \Leftrightarrow \sum \vec{\tau}_{ext} = 0$$
$$E = costante \Leftrightarrow L_{NONCONS} = 0$$

Urti

Per due masse isolate $\vec{p}_T = costante$:
Anelastico: $v_f = \frac{m_1v_1 + m_2v_2}{m_1 + m_2}$
Elastico (conservazione energia):

$$\begin{cases} m_1v_{1i} + m_2v_{2i} = m_1v_{1f} + m_2v_{2f} \\ m_1(v_{1i}^2 - v_{1f}^2) = m_2(v_{2f}^2 - v_{2i}^2) \end{cases}$$

$$\begin{cases} v_{1f} = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}v_{1i} + \frac{2m_2}{m_1 + m_2}v_{2i} \\ v_{2f} = \frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2}v_{2i} + \frac{2m_1}{m_1 + m_2}v_{1i} \end{cases}$$

Moto Armonico

$$x(t) = A\cos(\omega t + \phi_0)$$
$$v(t) = -\omega A\sin(\omega t + \phi_0)$$
$$a(t) = -\omega^2 A\cos(\omega t + \phi_0) = -\omega^2 x(t)$$
$$A = \sqrt{x_0^2 + (\frac{v_0}{\omega})^2}$$
$$\phi_0 = \arctan(-\frac{v_0}{\omega x_0})$$
$$f = \frac{\omega}{2\pi}\ ,\ T = \frac{2\pi}{\omega}$$

Molla: $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$
Pendolo: $\omega = \sqrt{\frac{g}{L}}$

Momenti di inerzia notevoli

Anello intorno asse: $I = mr^2$
Cilindro pieno intorno asse: $I = \frac{1}{2}mr^2$
Sbarretta sottile, asse CM: $I = \frac{1}{12}mL^2$
Sfera piena, asse CM: $I = \frac{2}{5}mr^2$
Lastra quadrata, asse $\perp$: $I = \frac{1}{6}mL^2$

Gravitazione

Terza legge di Keplero: $T^2 = (\frac{4\pi^2}{GM_S})R^3$
Vel. di fuga: $v = \sqrt{\frac{2GM_T}{R_T}}$

Elasticità

Modulo di Young: $\frac{F}{A} = Y \cdot \frac{\triangle L}{L}$
Compressibilità: $\triangle p = -B \cdot \frac{\triangle V}{V}$
Modulo a taglio: $\frac{F}{A} = M_t \cdot \frac{\triangle x}{h}$

Fluidi

Spinta di Archimede: $B_A = \rho_L V_g$
Continuità: $A \cdot v = costante$
Bernoulli: $p + \frac{1}{2}pv^2 + pgy = costante$

Onde

Velocità v, pulsazione ω, lunghezza d'onda λ, periodo T, frequenza f, numero d'onda k.

$$v = \frac{\omega}{k} = \frac{\lambda}{T} = \lambda f$$
$$\omega = \frac{2\pi}{T}\ ,\ k = \frac{2\pi}{\lambda}$$

Onde su una corda

Velocità: $v = \sqrt{\frac{T}{\mu}}$
Spostamento: $y = y_{\max}\sin(kx - \omega t)$
Potenza: $P = \frac{1}{2}\mu v(\omega y_{\max})^2$

Onde sonore

Velocità: $v = \sqrt{\frac{B}{\rho}} = \sqrt{\frac{\gamma p}{\rho}}$

$$v(T) = v(T_0)\sqrt{\frac{T}{T_0}}$$

Spostamento: $s = s_{\max}\cos(kx - \omega t)$
Pressione $\triangle P = \triangle P_{\max}\sin(kx - \omega t)$

$$\triangle P_{\max} = pv\omega s_{\max}$$

Intensità: $I = \frac{1}{2}pv(\omega s_{\max})^2 = \frac{\triangle P_{\max}^2}{2\rho v}$
Intensità (dB): $\beta = 10\log_{10}\frac{I}{I_0}$
Soglia udibile: $I_0 = 1.0 \times 10^{-12}\frac{W}{m^2}$

Effetto Doppler

$$f' = \left(\frac{v + v_O\cos\phi_O}{v - v_S\cos\phi_S}\right)f$$

Termodinamica

Primo principio

Calore e cap. termica: $Q = C \cdot \triangle T$
Calore latente di trasf.: $L_t = \frac{Q}{m}$
Lavoro sul sistema: $dW = -pdV$
En. interna:

$$\triangle U = \begin{cases} Q + W_{sulsistema} \\ Q - W_{delsistema} \end{cases}$$

Entropia: $\triangle S_{AB} = \int_A^B \frac{dQ_{REV}}{T}$

Calore specifico

Per unità di massa: $c = \frac{C}{m}$
Per mole: $c_m = \frac{C}{n}$
Per i solidi: $c_m \approx 3R$
Gas perfetto: $c_p - c_V = R$

	c_V	c_p	$\gamma = \frac{c_p}{c_V}$
monoatom.	$\frac{3}{2}R$	$\frac{5}{2}R$	$\frac{5}{2}$
biatomico	$\frac{5}{2}R$	$\frac{7}{2}R$	$\frac{7}{2}$

Gas perfetti

Eq. stato: $pV = nRT = Nk_bT$
Energia interna: $\triangle U = nc_V\triangle V$
Entropia: $\triangle S = nc_V\ln\frac{T_f}{T_i} + nR\ln\frac{V_f}{V_i}$
Isocora ($\triangle V = 0$): $W = 0$; $Q = nc_v\triangle T$
Isobara ($\triangle p = 0$):

$$W = -p\triangle V \ ; \ Q = nc_p\triangle T$$

Isoterma ($\triangle T = 0$):

$$W = -Q = -nRT\ln\frac{V_f}{V_i}$$

Adiabatica ($Q = 0$): $pV^\gamma = cost.$; $TV^{\gamma-1} = cost.$; $p^{1-\gamma}T^\gamma = cost.$; $W = \triangle U = \frac{1}{\gamma-1}(P_fV_f - P_iV_i)$

Macchine termiche

Efficienza: $\eta = \frac{W}{Q_R} = 1 - \frac{Q_C}{Q_H}$

$$C.O.P.\ frigorifero = \frac{Q_C}{W}$$

$$C.O.P.\ pompadicalore = \frac{Q_H}{W}$$

Eff. di Carnot: $\eta_{REV} = 1 - \frac{T_C}{T_H}$
Teorema di Carnot: $\eta \leq \eta_{REV}$

Espansione termica dei solidi

Esp. lineare: $\frac{\triangle L}{L_i} = \alpha\triangle T$
Esp. volumica: $\frac{\triangle V}{V_i} = \beta\triangle T$
Coefficenti: $\beta = 3\alpha$
β gas perfetto, p costante: $\beta = \frac{1}{T}$

Conduzione e irraggiamento

Corrente termica:

$$P = \frac{\triangle Q}{\triangle t} = \frac{\triangle T}{R} = \frac{kA}{\triangle x}\triangle T$$

Resistenza termica: $R = \frac{\triangle x}{kA}$
Resistenza serie: $R_{eq} = R_1 + R_2$
Resistenza parallelo: $\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$
Legge Stefan-Boltzmann: $P = e\sigma AT^4$
L. onda emissione: $\lambda_{\max} = \frac{2.898mmK}{T}$

Gas reali

Eq. Van Der Waals:

$$(p + a(\frac{n}{v})^2)(V - nb) = nRT$$

Calcolo vettoriale

Prodotto scalare:

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = |\vec{A}||\vec{B}|\cos\phi$$

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = A_xB_x + A_yB_y + A_zB_z$$

$$|\vec{A}| = \sqrt{\vec{A} \cdot \vec{A}} = \sqrt{A_x^2 + A_y^2 + A_z^2}$$

versore: $\hat{A} = \frac{\vec{A}}{|\vec{A}|}$
Prodotto vettoriale:

$$\vec{A} \times \vec{B} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ A_x & A_y & A_z \\ B_x & B_y & B_z \end{vmatrix}$$

$\vec{A} \times \vec{B} = (A_yB_z - A_zB_y)\hat{i} + (A_zB_z - A_xB_z)\hat{j} + (A_xB_y - A_yB_x)\hat{k}$

Costanti fisiche

Costanti fondamentali

Grav.: $G = 6.67 \times 10^{-11}\frac{m^3}{s^2 \cdot kg}$
Vel. luce nel vuoto: $c = 3.00 \times 10^8\frac{m}{s}$
Carica elementare: $e = 1.60 \times 10^{-19}C$
Massa elettrone: $m_e = 9.11 \times 10^{-31}kg$
Massa protone: $m_p = 1.67 \times 10^{-27}kg$
Cost. dielettrica: $\varepsilon_0 = 8.85 \times 10^{-12}\frac{F}{m}$
Perm. magnetica: $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}\frac{H}{m}$
Cost. Boltzmann: $k_b = 1.38 \times 10^{-23}\frac{J}{K}$
N. Avogadro: $N_A = 6.022 \times 10^{23}mol^{-1}$
C. dei gas: $R = \begin{cases} 8.314\frac{J}{mol \cdot K} \\ 0.082\frac{L \cdot atm}{mol \cdot K} \end{cases}$
C. Stefan-Boltzmann:

$$\sigma = 5.6 \times 10^{-8}\frac{W}{m^2 \cdot K^4}$$

Altre costanti

Accel gravità sulla terra: $g = 9.81\frac{m}{s^2}$
Raggio terra: $R_T = 6.37 \times 10^6m$
Massa terra: $M_T = 5.98 \times 10^{24}kg$
Massa sole: $M_S = 1.99 \times 10^{30}kg$
Massa luna: $M_L = 7.36 \times 10^{22}kg$
Vol 1 mole di gas STP: $V_{STP} = 22.4L$
Temp. 0 assoluto: $\phi_0 = -273.15°C$

Trigonometria

$\sin^2(\alpha) + cos^2(\alpha) = 1$, $\tan(\alpha) = \frac{\sin(\alpha)}{\cos(\alpha)}$, $\sin(-\alpha) = -\sin(\alpha)$, $\cos(-\alpha) = \cos(\alpha)$

$$\sin(\alpha \pm \beta) = \sin(\alpha)\cos(\beta) \pm \cos(\alpha)\sin(\beta)$$

$$\cos(\alpha \pm \beta) = \cos(\alpha)\cos(\beta) \mp \sin(\alpha)\sin(\beta)$$

$$\sin(\alpha) = \pm\cos(\frac{\pi}{2} \mp \alpha) = \pm\sin(\pi \mp \alpha)$$

$$\cos(\alpha) = \sin(\frac{\pi}{2} \pm \alpha) = -\cos(\pi \pm \alpha)$$

$\sin^2(\alpha) = \frac{1-\cos(2\alpha)}{2}$, $\cos^2(\alpha) = \frac{1+\cos(2\alpha)}{2}$

$$\sin(\alpha) + \sin(\beta) = 2\cos\frac{\alpha - \beta}{2}\sin\frac{\alpha + \beta}{2}$$

$$\cos(\alpha) + \cos(\beta) = 2\cos\frac{\alpha - \beta}{2}\cos\frac{\alpha + \beta}{2}$$

Derivate

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}f(x) = f'(x)$$

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}(a \cdot x) = af'(a \cdot x)$$

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}f(g(x)) = f'(g(x)) \cdot g'(x)$$

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}x^n = nx^{n-1}$$

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}\frac{1}{x^n} = -n\frac{1}{x^{n+1}}$$

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}e^x = e^x$$

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}\ln x = \frac{1}{x}$$

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}\sin(x) = \cos(x)$$

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}\cos(x) = -\sin(x)$$

Integrali

$$\int f(x)\mathrm{d}x = I(x)$$

$$\int f(x-a)\mathrm{d}x = I(x-a)$$

$$\int f(a \cdot x)\mathrm{d}x = \frac{I(a \cdot x)}{a}$$

$$\int x^n\mathrm{d}x = \frac{x^{n+1}}{n+1}\ ,\ n \neq -1$$

$$\int \frac{1}{x^n}\mathrm{d}x = -\frac{1}{(n-1)} \cdot \frac{1}{x^{n-1}}\ ,\ n \neq 1$$

$$\int \frac{1}{x}\mathrm{d}x = \ln x$$

$$\int e^x\mathrm{d}x = e^x$$

$$\int \sin(x)\mathrm{d}x = \cos(x)$$

$$\int \cos(x)\mathrm{d}x = -\sin(x)$$

$$\int_{x_0}^{x_1} f(x)\mathrm{d}x = I(x_1) - I(x_0)$$

Approssimazioni ($x_0 = 0$)

$$\sin x = x + O(x^2)$$

$$(1+x)^\alpha = 1 + \alpha x + O(x^2)$$

$$\ln(1+x) = x + O(x^2)$$