FORMULARIO CALCOLO NUMERICO

Libera Longo

2023-01-27

1 Floating Point

Si definisce insieme dei numeri macchina (floating-point) con t cifre significative, base β e range (L, U), l'insieme dei numeri reali definito nel modo seguente

$$\mathbb{F}(\beta, t, L, U) = \{0\} \cup \left\{ x \in \mathbb{R} = sign(x)\beta^p \sum_{i=1}^{t} d_i \beta^{-i} \right\}$$

ove t, β sono interi positivi con $\beta \geq 2$. Si ha inoltre

$$0 \leq d_i \leq \beta - 1, \qquad i = 1, 2, ...$$
$$d_i \neq 0, \qquad L \leq p \leq U \qquad p \in [L, U]$$

Usualmente U è positivo e L negativo.
I numeri dell'insieme $\mathbb{F}$ sono ugualmente spaziati tra le successive potenze di β, ma non su tutto l'intervallo.
Esempio $\beta = 2, t = 3, L = -1, U = 2$
$\mathbb{F} = \{0\} \cup \{0.100 \times 2^p,\ 0.101 \times 2^p,\ 0.110 \times 2^p,\ 0.111 \times 2^p,\ p = -1, 0, 1, 2\}$ dove 0.100 0.101 0.110 0.111 sono tutte le possibili mantisse e p il valore dell'esponente.

- In rappresentazione posizionale un numero macchina $x \neq 0$ viene denotato con $x = \pm .d_1 d_2 ... d_t \beta^p$
- La maggior parte dei calcolatori ha la possibilità di operare con lunghezze diverse di t, a cui corrispondono, ad esempio, la semplice e la doppia precisione.
- E' importante osservare che l'insieme $\mathbb{F}$ non è un insimee continuo e neppure infinito.

Come rappresentare un numero reale positivo x in un sistema di numeri macchina $\mathbb{F}(\beta, t, L, U)$?

- Il numero x è tale che $L \leq p \leq U$ e $d_i = 0$ per $i > t$; allora x è un numero macchina ed è rappresentato esattamente ($x \in \mathbb{F}$).
- $p \notin [L, U]$; il numero non può essere rappresentato esattamente ($x \notin \mathbb{F}$).
  Se $p < L$, si dice che si verifica un underflow; solitamente si assume come valore approssimato del numero x il numero zero.
  Se $p > U$ si verifica un overflow e solitamente non si effettua nessuna approssimazione, ma il sistema di calcolo dà un avvertimento più drastico, come ad esempio, l'arresto del calcolo.

Se una matrice $An \times n$ ha un autovettore $\lambda = 0$, allora A è singolare.
Il costo computazionale per la risoluzione di un sistema triangolare è di: $O(\frac{n^2}{2})$

2 Condizionamento e Stabilità

3 Fattorizzaizone LR o LU

3.1 Fattorizzazione LU con pivot

4 Fattorizzazione di Cholesky

5 Interpolazione

6 Chebyshev

7 Norme

8 Punti di massimo e minimo

9 direzione e metodi di discesa

10 minimi quadrati