Prova Scritta di Informatica Teorica - maggio 2017

1. Dimostrare che ogni funzione totale strettamente crescente ha un codominio ricorsivo.

2. Classificare il seguente insieme

$$A = \{i \mid cod(\varphi_i) \text{ è ricorsivo } \}$$

3. La funzione δ_i è definita nel modo seguente:

$$\delta_i(j) = \begin{cases} 1 & \text{se } j = i \\ 0 & \text{se } j \neq i \end{cases}$$

   (a) dimostrare che ogni funzione δ_i è calcolabile.

   (b) in particolare, per ogni $i \in K$, δ_i è calcolabile. Quindi $i \in K$ se e solo se $\delta_i(i) = 1$: spiegare perchè questo non contraddice l'indecidibilità di K.

4. Date due funzioni binarie f, g, la loro distanza di Hamming $Ham(f, g)$ è il numero di input su cui danno risultati differenti. Classificare in seguente insieme:

$$A = \{(i, j) \mid Ham(\varphi_i, \varphi_j) > 5\}$$

5. Classificare il seguente insieme:

$$A = \{n | \varphi_n(0) = 0\}$$

6. SAT essendo in NP è anche in PSPACE.

   (a) Dare un algoritmo per SAT che rispetta tale consumo di spazio.

   (b) Dimostrare che un problema NP-completo è in Pspace è sufficiente a dimostrare che NP $\subseteq$ PSPACE? Motivare la riposta.

7. Dato un grafo orientato $G = (V, E, s, t)$ con sorgente s e target t, un arco v è un collo di bottiglia se ogni cammino da s a t attraversa necessariamente v. Discutere la complessità di determinare se un grafo $G = (V, E, s, t)$ ha un collo di bottiglia.

8. Discutere la complessità del problema UNIQUE_SAT che consiste nel determinare se una formula proposizionale ammette un'unica attribuzione di valori di verità che la soddisfa.