Prova Parziale di Informatica Teorica - 03/02/2014

- 1. Dare un esempio di un insieme r.e. non ricorsivo contenuto in un insieme ricorsivo.
- 2. Dare un esempio di un insieme non r.e. contenuto in un insieme r.e. non ricorsivo (dimostrare le proprietà degli insiemi considerati).
- 3. Sia maxout(i) la funzione così definita:

$$\max(i) = \begin{cases} \max\{m|m \in cod(\varphi_i)\} & \text{se } cod(\varphi_i) \text{ è finito e non vuoto} \\ \uparrow & \text{altrimenti} \end{cases}$$

(ovvero, maxout(i) calcola il massimo output restituito da φ_i se tale massimo esiste). Discutere la calcolabilità di maxout.

- 4. Una funzione f si dice idempotente se per ogni n, f(f(n)) = f(n). È possibile decidere se un programma calcola una funzione idempotente? È possibile semideciderlo?
- 5. Diciamo che una coppia (n, m) è un *ciclo* per f se f(n) = m e f(m) = n. Classificare il seguente insieme:

$$A = \{i | \varphi_i \text{ contiene un ciclo}\}$$

6. Dimostrare che il seguente insieme è creativo, per ogni per a fissato:

$$A = \{i | \forall x \le a, \varphi_i(x) \downarrow \}$$

7. Classificare il seguente insieme,

$$A = \{i | \forall x \le i, \varphi_i(x) \downarrow \}$$

- 8. In generale, il grafo di una funzione calcolabile è r.e. ma non sempre ricorsivo. Dimostrare che data una funzione parziale calcolabile f è possibile definire una funzione calcolabile f' per cui valgono entrambe le condizioni seguenti
 - (a) dom(f') = dom(f)
 - (b) il grafo di f' è ricorsivo.

Hint: si prenda in considerazione il tempo di esecuzione.