

### Prova Scritta di Informatica Teorica - 16 settembre 2016

1. Sia  $A$  r.e. non ricorsivo, e  $B$  finito. Dimostrare che  $A \cup B$  è r.e. non ricorsivo.
2. Dare un esempio di due insiemi  $A$  e  $B$  r.e. *non ricorsivi* tali che  $A \cup B = \mathcal{N}$ .
3. Dimostrare che i due insiemi  $A$  e  $B$  del punto precedente non possono essere entrambi estensionali.  
Hint: sia  $m$  un indice per la funzione ovunque divergente.  $m \in A \cup B = \mathcal{N}$ , dunque ...
4. Classificare il seguente insieme:

$$A = \{i | \forall x, \varphi_i(x) > 100\}$$

5. Classificare il seguente insieme:

$$B = \{i | \forall x \geq i, \varphi_i(x) \downarrow\}$$

6. (a) Dimostrare che, dati un grafo  $G$  e una costante  $k$ , la ricerca di un cammino semplice in  $G$  di lunghezza maggiore o uguale a  $k$  è un problema NP-completo.  
(b) dare un algoritmo deterministico di soluzione del problema precedente e discuterne la complessità  
(c) discutere il problema sotto l'ipotesi aggiuntiva che il grado massimo del grafo (numero degli archi incidenti in un nodo) sia una costante  $n$  nota.
7. Dare una riduzione del problema della 3-colorabilità a SAT, esprimendo i vincoli di colorabilità mediante formule proposizionali. Verificare che la riduzione sia costruibile in tempo polinomiale.