

la 1 aveva le stesse domande, ma invutite

Cognome _____ Nome _____

Matricola _____ Numero di CFU _____ Fila 2

Università degli Studi di Bologna, Corso di Laurea in Informatica

Esame di INFORMATICA TEORICA (6 CFU), 24/05/2023

Utilizzare i riquadri bianchi per le risposte. Solo se strettamente necessario, si può allegare un foglio protocollo in coda con ulteriore testo, indicando in alto nome, cognome, fila e matricola.

Nota: nelle domande da Q2 a Q6 una risposta giusta da 1 punto, una risposta sbagliata sottrae 0.25 punti. Si può scegliere di non rispondere, nel qual caso non vengono dati né sottratti punti.

Q1 (2 punti). Definisci (come tupla) la macchina di Turing su alfabeto di input $\{a, b\}$ che riconosce il linguaggio delle stringhe dove appare la lettera a (per esempio: $aa, aba, bbab, \dots$). Puoi usare un diagramma per descrivere la funzione di transizione. Per il punteggio pieno, utilizza un numero minimale di stati.

Q2 (4 punti). Nel seguito, sia $\text{code}(-)$ una funzione iniettiva calcolabile che codifichi macchine di Turing come stringhe in $\{0, 1\}^*$. Per ciascuno dei seguenti linguaggi, indica se é (1) decidibile, (2) indecidibile ma riconoscibile, (3) non riconoscibile.

	Linguaggio	Decidibile	Indecidibile ma riconoscibile	Non riconoscibile
(a)	$\{y \in \{0, 1\}^* \mid y = \text{code}(M) \text{ per qualche TM } M \text{ e } M \text{ si ferma su } \text{code}(M)\}$			
(b)	$\{y \in \{0, 1\}^* \mid y = \text{code}(M) \text{ per qualche TM } M \text{ e } M \text{ non si ferma sulla stringa vuota } \epsilon\}$			
(c)	$\{y \in \{0, 1\}^* \mid y = \text{code}(M) \text{ per qualche TM } M \text{ e } M \text{ si ferma su tutte le stringhe di lunghezza pari}\}$			
(d)	$\{y \in \{0, 1\}^* \mid y = \text{code}(M) \text{ per qualche TM } M \text{ e } M \text{ ha meno di due stati}\}$			

Q3 (4 punti). Indica (con un Si o No) a quali dei linguaggi di Q2 (indicati con (a), (b), (c) e (d)) *é applicabile* il teorema di Rice.

	Rice?		Rice?		Rice?		Rice?
(a)		(b)		(c)		(d)	

Q4 (4 punti). Sia L un linguaggio decidibile da una macchina di Turing in tempo $T(n)$. Per quali dei seguenti quattro possibili valori di $T(n)$ possiamo dire che L *é* nella classe P ?

	<i>É</i> in P ?
(a) $n + n^3$	
(b) $3 + 2^n$	

	<i>É</i> in P ?
(c) $2^{\log_2 n}$	
(d) $n!$	

Q5 (4 punti). Per ciascuno dei seguenti linguaggi, indica se *é* l'algoritmo noto di complessità minore *é* nella classe (1) P , (2) NP , (3) $PSPACE$. Si assume che $\langle - \rangle$ sia una codifica di un oggetto del problema (grafo, strategia, formula, etc.) come stringa del linguaggio. Come in classe, assumiamo che calcolare $\langle - \rangle$ impieghi tempo al piú polinomiale.

	Linguaggio	P	NP	$PSPACE$
(a)	Ricorda che un enunciato booleano <i>é</i> una formula della logica del prim'ordine (con connettivi \wedge, \vee, \neg) dove tutte le variabili sono vincolate da quantificatori. Considera: $\{\langle F \rangle \mid F \text{ é un enunciato booleano (con quantificatori) soddisfacibile}\}$			
(b)	$\{\langle F \rangle \mid F \text{ é una formula booleana senza quantificatori soddisfacibile}\}$			
(c)	$\{w \in \{a, b, c\}^* \mid w \text{ é una stringa palindroma}\}$			
(d)	Dato un grafo indiretto G , ricorda che un k -clique in G <i>é</i> un sottografo G' di G con k nodi, tale che ogni coppia di nodi di G' <i>é</i> collegata da un arco. Considera il linguaggio $\{\langle G \rangle \mid G \text{ ha un 5-clique}\}$			

la 1 aveva le stesse domande, ma invertite

Cognome _____ Nome _____

Matricola _____ Numero di CFU _____ Fila 2

Università degli Studi di Bologna, Corso di Laurea in Informatica

Esame di INFORMATICA TEORICA (6 CFU), 24/05/2023

Utilizzare i riquadri bianchi per le risposte. Solo se strettamente necessario, si può allegare un foglio protocollo in coda con ulteriore testo, indicando in alto nome, cognome, fila e matricola.

Q6 (7 punti). Indica (senza dimostrazione) quali di queste affermazioni sono vere, quali sono false, e quali sono problemi aperti.

	Linguaggio	V	F	Aperto
(a)	Alcuni linguaggi decidibili non sono in P .			
(b)	Se L_1 e L_2 sono in NP , allora anche $L_1 \cup L_2$ è in NP .			
(c)	Sia $co-P$ la classe dei linguaggio il cui complemento è in P . Esiste un problema in NP che non è in $co-P$.			
(d)	Esiste un problema in $PSPACE$ ma non in $NPSPACE$.			
(e)	Se L è in NP , allora $L \leq_p SAT$.			
(f)	Se $L \leq HALT$, allora L è indecidibile.			
(g)	Sia L un linguaggio $PSPACE$ -completo. Se $L \in NP$, allora $PSPACE \subseteq NP$.			

Q7 (5 punti). Considera i seguenti linguaggi L_1 e L_2 .

$$L_1 = \{y \in \{0,1\}^* \mid y = \text{code}(M) \text{ per qualche TM } M, \text{ e } M \text{ si ferma sulla string vuota } \epsilon\}$$

$$L_2 = \{y \in \{0,1\}^* \mid y = \text{code}(M) \text{ per qualche TM } M, \text{ e } M \text{ si ferma su } \text{code}(M)\}$$

Dimostra che esiste una mapping reduction da L_1 a L_2 (notazione $L_1 \leq L_2$).

