

Prova parziale di Informatica Teorica - gennaio 2018

1. Data una funzione $f : N \rightarrow N$ e un insieme $A \subseteq N$, la controimmagine di A via f è l'insieme

$$f^{-1}(A) = \{x \mid f(x) \in A\}$$

- (a) dare un esempio di una funzione parziale calcolabile f e di un insieme *ricorsivo* A tale che $f^{-1}(A)$ è r.e. ma non ricorsivo
- (b) dimostrare che per ogni funzione parziale calcolabile f , se A è r.e. allora anche $f^{-1}(A)$ è r.e.
2. È possibile enumerare ogni insieme r.e. infinito mediante una funzione di enumerazione crescente? Motivare adeguatamente la risposta.
3. Data una funzione di enumerazione f totale e calcolabile, la funzione $count_f(n)$ conta quante volte n compare nella enumerazione, fino ad un massimo di 100 (se n compare più di 100 volte, l'output è 100):

$$count_f(n) = \min(100, |\{x \mid f(x) = n\}|)$$

E' possibile calcolare $count_f(n)$?

4. Classificare il seguente insieme:

$$A = \{i \mid \varphi_i \text{ è una funzione (parziale) periodica}\}$$

5. Classificare il seguente insieme:

$$A = \{\langle i, m \rangle \mid \forall x, \varphi_i(x) \downarrow \Rightarrow \varphi_i(x) \geq m\}$$

6. Dato un grafo $G = (V, E)$, il problema *I5* consiste nel decidere se il grafo contiene un insieme indipendente di dimensione maggiore o uguale a 5. Discutere la complessità.
7. Dimostrare che il problema di verificare se un grafo $G = (V, E)$ contiene un cammino semplice di lunghezza maggiore o uguale a $|V|/2$ è NP-completo.
8. Esprimere il problema del ricoprimento di vertici come un problema di programmazione intera. Dare la soluzione generale e discutere un esempio.