

# Informatica Teorica 2022/2023 - Allenamento

*Notazione.* Usiamo  $\langle \cdot \rangle$  per indicare una codifica ragionevole di uno o più oggetti in stringhe, senza specificare ulteriormente il metodo di codifica.

**Problema 1.** Sia  $t(n)$  una funzione con  $t(n) \geq 1$ . Dimostra che per ogni multi-tape TM che esegue in tempo  $t(n)$  esiste una single-tape TM equivalente che esegue in tempo  $O(t^2(n))$ .

**Problema 2.** Sia  $t(n)$  una funzione con  $t(n) \geq n$ . Dimostra che, per ogni single-tape NTM che esegue in tempo  $t(n)$  esiste una single-tape TM equivalente che esegue in tempo  $2^{O(t(n))}$ .

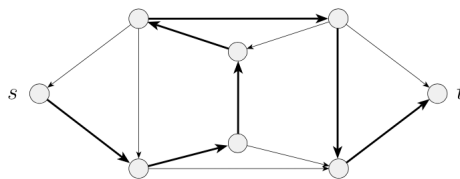
**Problema 3.** Due numeri sono detti relativamente primi se 1 è il maggiore intero che divide entrambi (per es. 10 e 21 sono relativamente primi, 10 e 22 no perché entrambi divisibili per 2). Considera il problema RP che testa se due numeri siano relativamente primi:

$$RP = \{ \langle x, y \rangle \mid x \text{ e } y \text{ sono relativamente primi} \}.$$

Mostra che  $RP \in P$ .

**Problema 4.** Dato un grafo diretto  $G$ , un *Hamiltonian path* è un percorso diretto che attraversa ciascun nodo esattamente una volta. Consideriamo il problema di controllare se un grafo diretto contenga un *Hamiltonian path* che colleghi due nodi specificati. Sia

$$HP = \{ \langle G, s, t \rangle \mid G \text{ grafo diretto con Hamiltonian path da } s \text{ a } t \}$$



Costruisci una (poly-time) NTM che decide HP.

**Problema 5.**  $L \in NP$  sse esiste una poly-time NTM che decide  $L$  (senza consultare le slide).

**Problema 6.** 3SAT è poly-time riducibile a CLIQUE.

**Problema 7.** Mostra che SSUM è NP-completo.

*Suggerimento.* Considera che sappiamo che 3SAT è NP-completo e abbiamo già dimostrato  $SSUM \in NP$  (Problema 2, Esercitazione 3).