

Prova Parziale di Informatica Teorica - 21/01/2016

1. dimostrare che esiste h totale e calcolabile tale che per ogni i, j

$$\varphi_{h(i,j)} = \varphi_i \circ \varphi_j$$

2. Discutere la differenza e la calcolabilità delle seguenti funzioni:

$$\text{min_decr_1}(i) = \min\{n > 0 \mid \varphi_i(n) < \varphi_i(n-1)\}$$

$$\text{min_decr_2}(i) = \min\{n > 0 \mid \forall x \leq n, \varphi_i(x) \downarrow \wedge \varphi_i(n) < \varphi_i(n-1)\}$$

Entrambe le funzioni si intendono indefinite se il valore cercato non esiste.

3. Dati i seguenti insiemi

$$A = \{i \mid \varphi_i(0) \neq 0\}$$

$$B = \{i \mid \varphi_i(0) \downarrow \wedge \varphi_i(0) \neq 0\}$$

- spiegare la differenza tra di essi e il loro rapporto di inclusione
- classificare i due insiemi

4. Classificare il seguente insieme:

$$A = \{i \mid \exists n, \forall m \leq n, \varphi_i(m) \leq n\}$$

5. Diciamo che una funzione è *sparsa* se non converge mai su due input consecutivi. Classificare l'insieme

$$A = \{i \mid \varphi_i \text{ è sparsa}\}$$

6. Dimostrare che il seguente insieme è produttivo:

$$A = \{i \mid \text{cod}(\varphi_i) \text{ è infinito}\}$$

7. Dimostrare che se A è produttivo $A \cup \{n\}$ è anch'esso produttivo, per ogni n .