Prova Parziale di Informatica Teorica - 11/2/2011

1. Discutere la calcolabilità della seguente funzione:

$$f(i) = \begin{cases} \mu x.x \in cod(\varphi_i) & \text{se } cod(\varphi_i) \neq \emptyset \\ \uparrow & \text{se } cod(\varphi_i) = \emptyset \end{cases}$$

2. Discutere la calcolabilità della seguente funzione:

$$g(i,j) = \begin{cases} 1 & \text{se } \varphi_i \subseteq \varphi_j \\ 0 & \text{altrimenti} \end{cases}$$

   dove $\subseteq$ è l'abituale relazione parziale d'ordinamento (inclusione dei grafi).

3. Classificare il seguente insieme:

$$A = \{i | i \in cod(\varphi_i)\}$$

4. Classificare il seguente insieme:

$$B = \{i | \exists n, m.n \neq m \land \varphi_i(n) = \varphi_i(m)\}$$

   (dove $\varphi_i(n)$ e $\varphi_i(m)$ si intendono entrambi definiti).

5. Classificare il seguente insieme:

$$C = \{i \mid |W_i| = 1\}$$

   (ovvero φ_i converge su uno ed un solo input).

6. Classificare il seguente insieme:

$$D = \{i \mid |W_i| \geq i\}$$

   (ovvero φ_i converge su un numero di input superiori a i).

7. Dimostrare che date due numerazioni *accettabili* φ e ψ delle funzioni parziali calcolabili, esiste necessariamente un indice m tale che $\varphi_m = \psi_m$ (hint: usare il teorema di Roger).

8. Sia

$$Tot = \{i \mid \varphi_i \text{ è totale}\}$$

   Dimostrare che sia Tot che il suo complementare sono produttivi.