

Informatica Teorica 2022/2023 - Esercitazione 2

15 Marzo 2023

1 Esercitazione

Mapping-Reduction

Nozioni Richieste: Mapping-Reduction.

Problema 1. Mostra che \leq é una relazione transitiva.

Nozioni Richieste: Mapping-Reduction; Linguaggio Decidibile.

Problema 2. Dimostra che se $L \leq L'$ e L' é decidibile, allora L é decidibile.

Nozioni Richieste: Mapping-Reduction; Linguaggio Riconoscibile.

Problema 2 bis. Dimostra che se $L \leq L'$ e L' é riconoscibile, allora anche L é riconoscibile.

Problema 3. Considera il seguente linguaggio

$$U = \{y \in \{0, 1\}^* \mid y = \text{code}(M) \ \& \ M \text{ accetta } 111\}.$$

Dimostra che U é indecidibile sfruttando l'ind decidibilità di $HALT$.

Suggerimento: Ricorda che, per il Corollario 1 (Lezione 7), se $L \leq L'$ e L é indecidibile, allora L' é indecidibile.

Teorema di Rice

Nozioni Richieste: Proprietá di Linguaggio; Proprietá Triviale.

Problema 4. Quali delle seguenti proprietá sono proprietá di linguaggio triviali? Quali no?

- $\{y \mid y = \text{code}(M) \ \& \ \epsilon \in L_M\}$
- $\{y \mid y = \text{code}(M) \ \& \ M \text{ non é TM}\}$
- $\{y \mid y = \text{code}(M) \ \& \ L_M \text{ contiene tutte le stringhe di lunghezza pari}\}$
- $\{y \mid y = \text{code}(M) \ \& \ M \text{ ha 3 stati}\}.$

Nozioni Richieste: Teorema di Rice.

Problema 5. Enuncia il teorema di Rice. Puoi applicarlo per dimostrare l'inecidibilità di

$$INF = \{\text{code}(M) \mid M \text{ TM tale che } L(M) \text{ linguaggio infinito}\}$$

2 Esercizi Supplementari

Linguaggi Decidibili & Riconoscibili (Ripasso)

Problema 6. Descrivi (in linguaggio naturale) una TM M che decide il linguaggio delle stringhe con uguale numero di 0 e 1. (Alfabeto $\{0, 1\}$.)

Problema 7. Supponi che L sia riconoscibile e il suo complemento L^- non sia riconoscibile. Considera il linguaggio

$$L' = \{0x \mid x \in L\} \cup \{1x \mid x \notin L\}.$$

(a.) Il linguaggio L' é decidibile? Riconoscibile? Non-riconoscibile? (b.) L'^- é decidibile? Riconoscibile? Non-riconoscibile? Dimostra per contraddizione.

Problema 8. Considera il problema decisionale

$$\text{Data TM } M, M \text{ ferma su input } x \text{ i } 100 \text{ passi?}$$

e il linguaggio corrispondente

$$L = \{\text{code}(x)\text{code}(M) : \text{TM } M \text{ ferma su input } x \text{ in } 100 \text{ passi}\}.$$

L é decidibile? Riconoscibile? Non-riconoscibile?

Teorema di Rice

Problema 9. Quali delle seguenti sono proprietà di linguaggi? Quali sono triviali?

- a. $\{y \mid y = \text{code}(M) \ \& \ L_M = L^- \text{ per qualche } L \text{ finito}\}$
- b. $\{y \mid y = \text{code}(M) \ \& \text{ferma su qualche input}\}$
- c. $\{y \mid y = \text{code}(M) \ \& \ M \text{ non torna allo stato iniziale}\}$
- d. $\{y \mid y = \text{code}(M) \ \& \ ab \in L_M\}$
- e. $\{y \mid y = \text{code}(M) \ \& \ L_M \text{ riconoscibile}\}$