Corso di Linguaggi di Programmazione — Parziale di fine modulo
Prova scritta **A** del 15 Dicembre 2016.

Tempo a disposizione: 2 ore e 30 minuti.

1. Per quali valori delle variabili (di linguaggio) X, Y e Z la seguente espressione
$$\mathcal{I}_{L_1}^{L_0}(\mathcal{C}_{Y,Z}^{X}, \mathcal{C}_{L_2,L_1}^{L_2})$$
ha senso? E cosa viene calcolato?

2. Si consideri il seguente linguaggio di programmazione, denominato *Funny*, definito dalla seguente sintassi astratta:
$$c \ ::= \ \mathtt{x:=1} \mid c\,\mathtt{;}\,c \mid c\,\mathtt{par}\,c$$
dove $\mathtt{x}$ è l'unica variabile utilizzabile. Definire le regole di semantica operazionale strutturata per *Funny*. La relazione di transizione è deterministica? Quanti diversi valori per $\mathtt{x}$ posso calcolare? Questo linguaggio è Turing-completo?

3. Considerando la sintassi astratta di *Funny* al punto precedente, si verifichi che essa è ambigua. Si proponga una sintassi concreta, che può far uso di zucchero sintattico, che sia non ambigua.

4. Costruire una grammatica libera G che generi il linguaggio $L = \{a^n c^{m+1} b^{n+1} \mid n, m \geq 0\}$ ed argomentare che effettivamente G generi L.

5. Classificare il linguaggio L del punto precedente, ovvero dire se L è regolare, oppure libero ma non regolare, oppure non libero, giustificando adeguatamente la risposta.

6. Si consideri l'espressione regolare $(ba|b)b^*$. Si costruisca l'automa NFA M associato, secondo la costruzione vista a lezione. Si trasformi l'NFA M nell'equivalente DFA M', secondo la costruzione per sottoinsiemi vista a lezione.

7. Preso il DFA M' calcolato al punto precedente, si verifichi se è minimo; se non lo fosse, lo si minimizzi per ottenere un DFA M''; quindi si ricavi da M'' la grammatica regolare associata, seguendo la costruzione vista a lezione; quindi si semplifichi la grammatica ottenuta, eliminando i simboli inutili; infine, si ricavi da quella grammatica l'espressione regolare associata.

8. Il linguaggio $L = \{a^n b^m \mid n, m \geq 0\}$ è di classe LL(1)? Giustificare la risposta senza esibire alcuna grammatica.

9. Sapendo che $L_1 = \{b^n a^m \mid 0 \leq n \leq m\}$ e $L_2 = \{b^n a^m \mid 0 \leq m \leq n\}$ sono liberi deterministici, è vero che $L_1 \cap L_2$ è un linguaggio libero deterministico?

10. Si consideri la grammatica G con simbolo iniziale S:
$$\begin{array}{lcl} S & \rightarrow & S + T \mid T \\ T & \rightarrow & a \mid (S) \end{array}$$
(*i*) Verificare che G non è di classe LL(1). (*ii*) Manipolare la grammatica G per renderla di classe LL(1). (*iii*) Costruire la tabella di parsing LL(1). (*iv*) Mostrare il funzionamento del parser LL(1) su input $a + (a)$.

11. Si consideri la grammatica G con simbolo iniziale S del punto precedente. (*i*) Verificare se G sia di classe LR(0), costruendo la tabella di parsing LR(0). (*ii*) Mostrare il funzionamento del parser LR(0) su input $(a + a)$.

1) $I^{L_0}_{L_1}\left(C^{X}_{Y,Z},\, C^{L_2}_{L_2,L_1}\right)$

$X = L_1$
$Y = L_2$
$Z =$ qualsiasi

$= C^{Z}_{L_2, L_1}$

2) Funny $\quad c ::= x:=1 \mid c;c \mid c \text{ par } c$

Ass $\quad \dfrac{}{\langle x:=1, \sigma\rangle \longrightarrow \sigma[^x/_1]}$

Seq1 $\quad \dfrac{\langle c_0, \sigma\rangle \longrightarrow \langle c_0', \sigma'\rangle}{\langle c_0; c_1, \sigma\rangle \longrightarrow \langle c_0'; c_1, \sigma'\rangle}$

Seq2 $\quad \dfrac{\langle c_0, \sigma\rangle \longrightarrow \sigma'}{\langle c_0; c_1, \sigma\rangle \longrightarrow \langle c_1, \sigma'\rangle}$

Par1 $\quad \dfrac{\langle c_0, \sigma\rangle \longrightarrow \langle c_0', \sigma'\rangle}{\langle c_0 \text{ par } c_1, \sigma\rangle \longrightarrow \langle c_0' \text{ par } c_1, \sigma'\rangle}$

Par2 $\quad \dfrac{\langle c_0, \sigma\rangle \longrightarrow \sigma'}{\langle c_0 \text{ par } c_1, \sigma\rangle \longrightarrow \langle c_1, \sigma'\rangle}$

Par3 $\quad \dfrac{\langle c_1, \sigma\rangle \longrightarrow \langle c_1', \sigma'\rangle}{\langle c_0 \text{ par } c_1, \sigma\rangle \longrightarrow \langle c_0 \text{ par } c_1', \sigma'\rangle}$

Par4 $\quad \dfrac{\langle c_1, \sigma\rangle \longrightarrow \sigma'}{\langle c_0 \text{ par } c_1, \sigma\rangle \longrightarrow \langle c_0, \sigma'\rangle}$

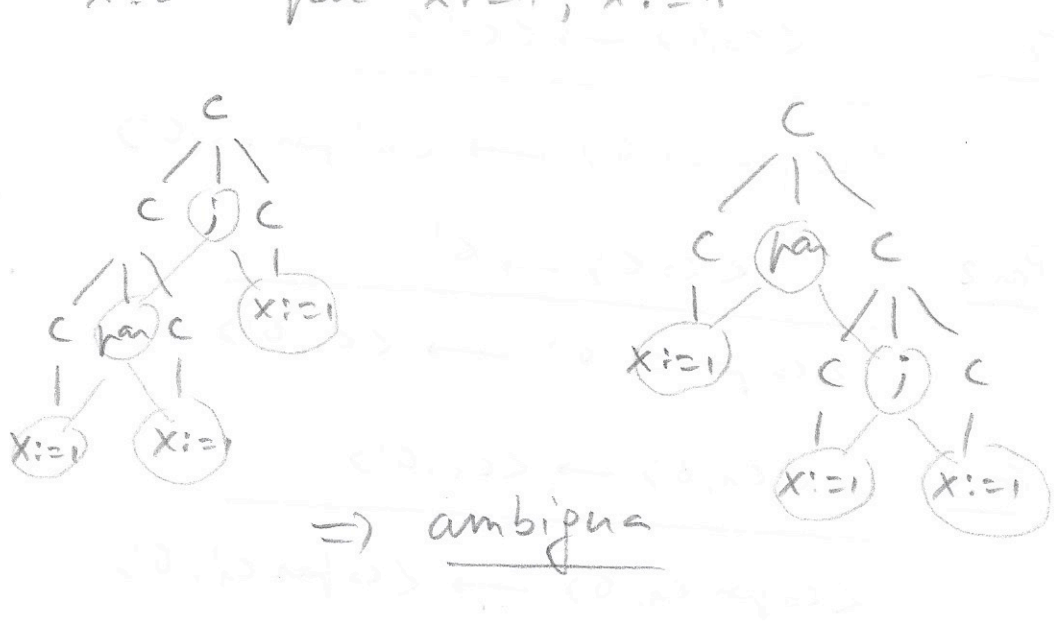
La relazione $\rightarrow$ non è deterministica, basta vedere le regole del <u>Par</u>

$$
\begin{tikzcd}[column sep=small]
 & \langle x:=1 \text{ par } x:=1; x:=1,\ \sigma \rangle \arrow[dl] \arrow[dr] & \\
\langle x:=1; x:=1,\ \sigma[x/1] \rangle \arrow[dr] & & \langle x:=1 \text{ par } x:=1,\ \sigma[x/1] \rangle \arrow[dl] \\
 & \langle x:=1,\ \sigma[x/1] \rangle \arrow[d] & \\
 & \sigma[x/1] &
\end{tikzcd}
$$

Ma il nondeterminismo è solo apparente, perché calcola sempre e solo $x=1$!

Il ling. Funny non è ovviamente Turing-completo.
Ad es: $f(x)=x+1$ non riesco a calcolarla

3) $x:=1$ par $x:=1$; $x:=1$



$\Rightarrow$ <u>ambigua</u>

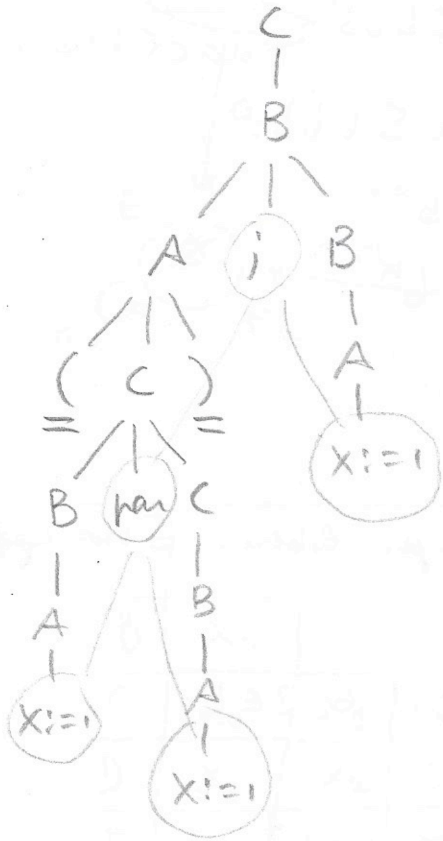
Per risolvere l'ambiguità dobbiamo:

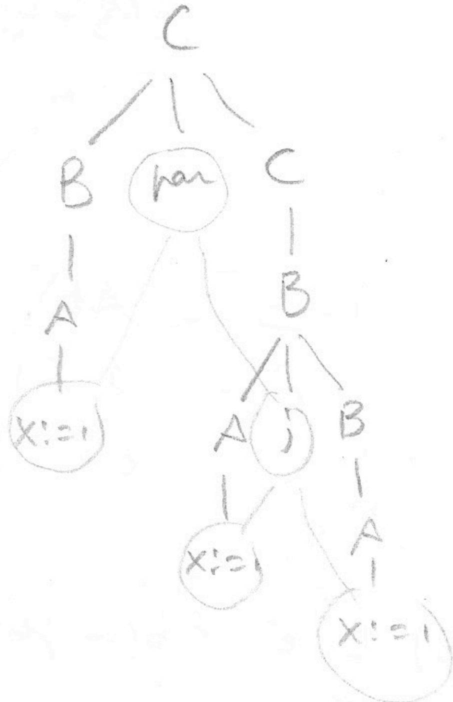
- fissare l'associatività di ; e par : ass dx
- decidere la priorità tra ; e par : ; > par

C ::= B par C | B

B ::= A ; B | A

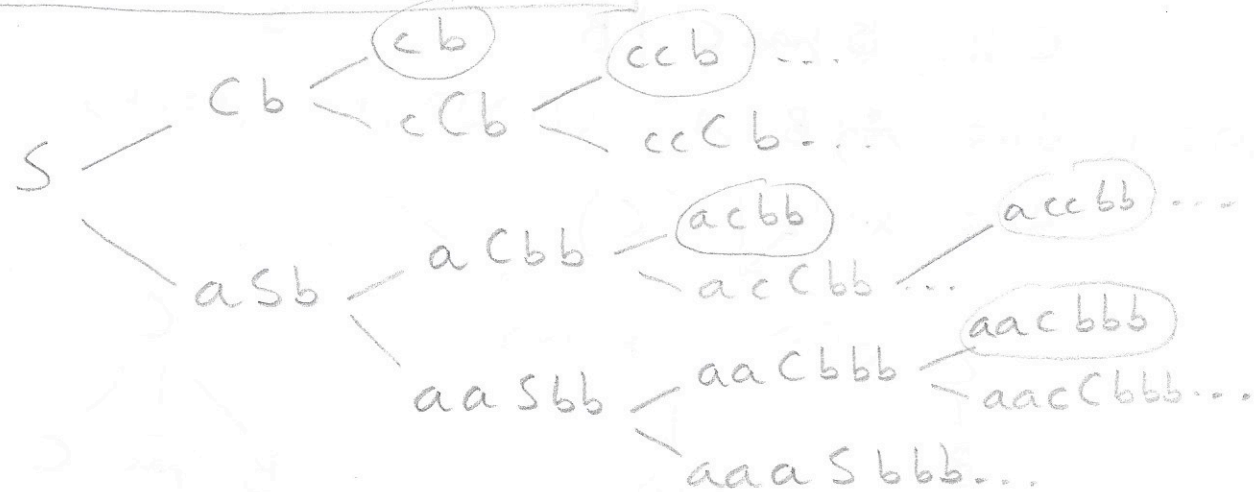
A ::= x:=1 | (C)





4) $L = \{a^n c^{m+1} b^{n+1} \mid n,m \geq 0\}$

$$\boxed{\begin{aligned} S &\to aSb \mid Cb \\ C &\to c \mid cC \end{aligned}}$$



$$\boxed{\begin{aligned} S &\to Ab \\ A &\to aAb \mid C \\ C &\to c \mid cC \end{aligned}}$$

- $S \to Ab$ — $a^n c^+ b^{n+1}$
- $A \to aAb \mid C$ — $a^n c^+ b^n$
- $C \to c \mid cC$ — c^+

---

5) L è libero perché generato da una gr. libera. È non regolare!

- Fissiamo $N > 0$
- Scegliamo $z = a^N c^{N+1} b^{N+1}$ $\quad |z| > N$ e $z \in L$
- Per ogni u,v,w tali che
  - $z = uvw$
  - $|uv| \leq N$
  - $|v| \geq 1$

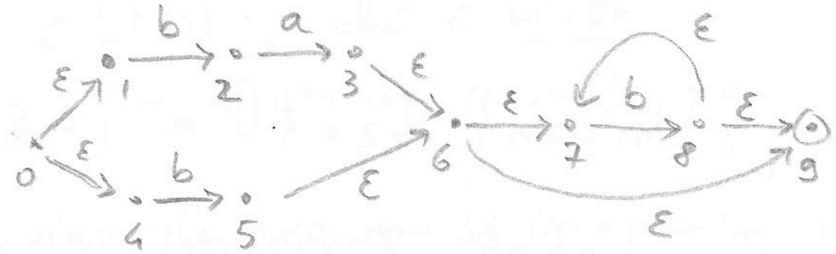
  $\Rightarrow uv \in a^+$, $v = a^j$ $\; j \geq 1$

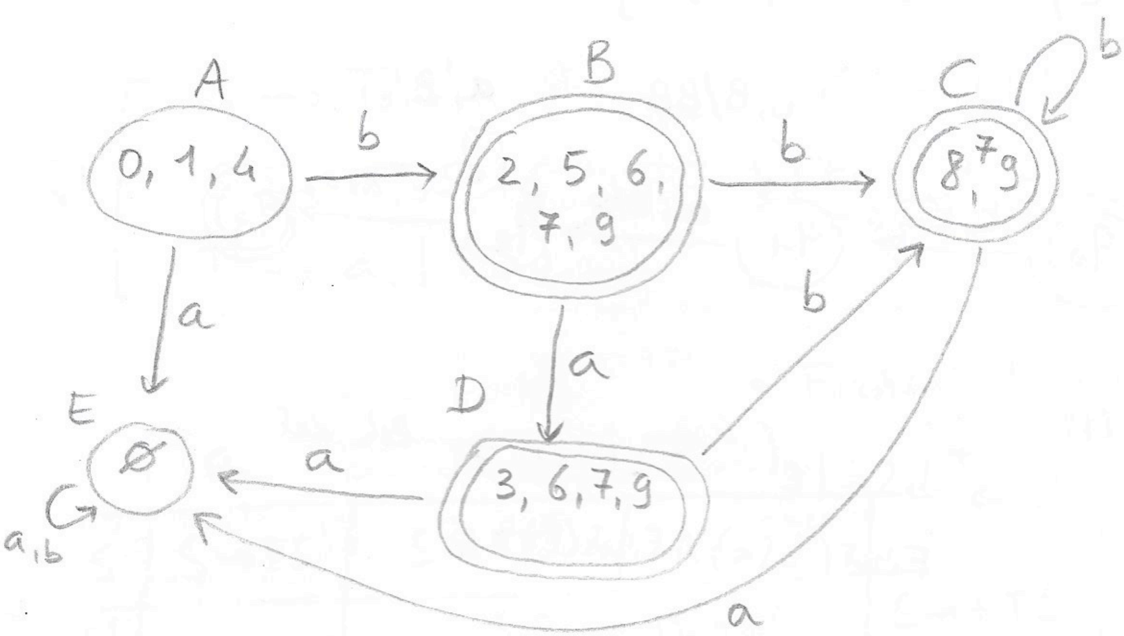
- Allora per $k=2$

$$uv^2w \notin L$$
$$= a^{N+j} c^{N+1} b^{N+1} \notin L$$

$\Rightarrow$ L non è regolare.

6) $(ba|b)b^*$

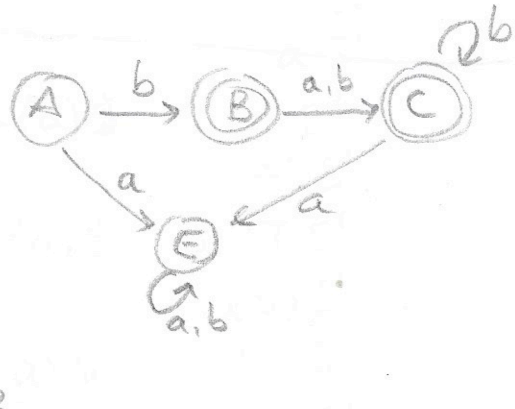




7)

B	X_0			
C	X_0	X_1		
D	X_0	X_1	0	
E	X_1	X_0	X_0	X_0
	A	B	C	D

$C \sim D$



$A \to bB \mid \cancel{aE}$

$B \to aC \mid bC \mid \varepsilon$

$C \to bC \mid \cancel{aE} \mid \varepsilon$

$\cancel{E \to} \cancel{aE} \mid \cancel{bE}$

$A \to bB$

$B \to aC \mid bC \mid \varepsilon$

$C \to bC \mid \varepsilon \quad \leadsto \quad b^*$

$C \leadsto b^*$

$B \leadsto ab^* \mid bb^* \mid \varepsilon$

$A \leadsto b(ab^* \mid bb^* \mid \varepsilon) \cong b(a|\varepsilon)b^*$

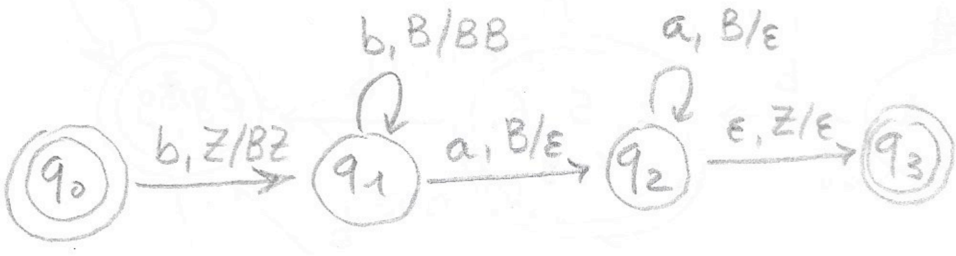
8) $L = \{a^n b^m \mid n,m \geq 0\}$ è regolare a^*b^*

A lezione abbiamo dimostrato che tutti i ling. reg. sono di classe LL(1). Allora L è di classe LL(1).

9) $L_1 = \{b^n a^m \mid 0 \leq n \leq m\}$ $L_2 = \{b^n a^m \mid 0 \leq m \leq n\}$

$L_1 \cap L_2 = \{b^n a^n \mid n \geq 0\}$ è lib. det.

1- DPDA



2- Gr. LL(1)

$S \to bSa \mid \varepsilon$ è LL(1) $\Rightarrow$ lib. det.

$First(bSa) \cap First(\varepsilon) = \emptyset$

$\{b\} \cap Follow(S) = \emptyset$

$\{\$, a\}$

3- Gr. SLR(1)

...

10)

$$G \begin{cases} S \rightarrow S+T \mid T \\ T \rightarrow a \mid (S) \end{cases}$$

G non è LL(1) perché è ric. sx

$$first(S+T) \cap First(T) \neq \emptyset$$

Rimuoviamo la ricorsione sx immediat.

$$G' \begin{cases} S \rightarrow TS' \\ S' \rightarrow +TS' \mid \varepsilon \\ T \rightarrow a \mid (S) \end{cases}$$

G' è LL(1)

- $First(+TS') \cap First(\varepsilon) = \emptyset$

  $First(+TS') \cap Follow(S') = \emptyset$

  $\{\$,)\} = Follow(S)$

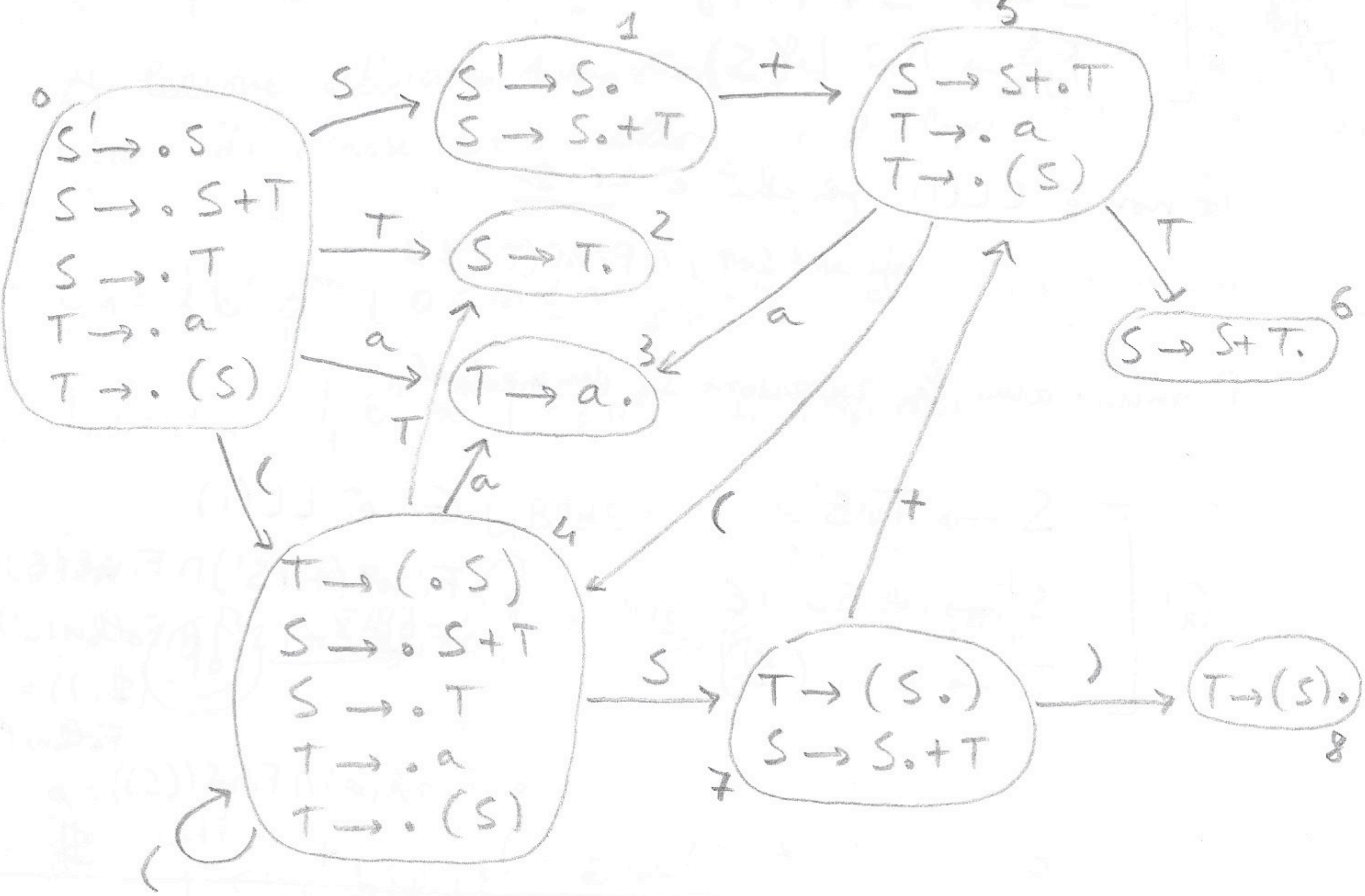
- $First(a) \cap First((S)) = \emptyset$

	a	(	)	+	\$
S	$S \rightarrow TS'$	$S \rightarrow TS'$			
S'			$S' \rightarrow \varepsilon$	$S \rightarrow +TS'$	$S' \rightarrow \varepsilon$
T	$T \rightarrow a$	$T \rightarrow (S)$			

	First	Follow
S	a, (	\$,)
S'	+, ε	\$,)
T	a, (	+, \$,)

a+(a)\$	S
	TS'
	aS'
+(a)\$	S'
	+TS'
(a)\$	TS'
	(S)S'
a)\$	S)S'
	TS')S'
	aS')S'
)\$	S')S'
	)S'
\$	S'
	ε OK

11) (0) $S' \to S$ (1) $S \to S+T$ (2) $S \to T$ (3) $T \to a$ (4) $T \to (S)$



	a	(	)	+	$	S	T
0	s3	s4				g1	g2
1				s5	acc		
2	r2	r2	r2	r2	r2		
3	r3	r3	r3	r3	r3		
4	s3	s4				g7	g2
5	s3	s4					g6
6	r1	r1	r1	r1	r1		
7			s8	s5			
8	r4	r4	r4	r4	r4		

$(0,\ \varepsilon,\ (a+a)\$)$

$(04,\ (,\ a+a)\$)$

$(04\underbrace{3},\ (\underbrace{a}_{T},\ +a)\$)$

$(04\underbrace{2},\ (\underbrace{T}_{S},\ +a)\$)$

$(047,\ (S,\ +a)\$)$

$(0475,\ (S+,\ a)\$)$

$(0475\underbrace{3},\ (S+\underbrace{a}_{T},\ )\$)$

$(04\underbrace{756},\ (\underbrace{S+T}_{S},\ )\$)$

$(047,\ (S,\ )\$)$

$(0\underbrace{478},\ \underbrace{(S)}_{T},\ \$)$

$(0\underbrace{2},\ \underbrace{T}_{S},\ \$)$

$(01,\ S,\ \$)$ accept!