

Tempo a disposizione: 2 ore e 30 minuti.

1. Sia P^{L_1} un programma scritto in L_1 . La seguente espressione

$$\mathcal{I}_{L_1}^{L_0}(C_{L_1, L_2}^{L_1}, P^{L_1})$$

cosa produce? Se non avessimo a disposizione un interprete per il linguaggio L_2 , avremmo comunque la possibilità, con i programmi a disposizione nell'espressione sopra, di eseguire P^{L_1} ?

2. Descrivere le regole di semantica operativa strutturata per l'espressione aritmetica $e_0 * e_1$, secondo la disciplina di valutazione esterna-destra (ED). Mostrare un esempio di una espressione di quel tipo tale che la valutazione ED e quella ID (interna-destra) non sono uguali.
3. Costruire una grammatica G che generi il linguaggio $L = \{a^n b^{2m} c^{n+1} \mid n, m \geq 0\}$.
4. Classificare il linguaggio L del punto precedente, ovvero dire se L è regolare, oppure libero ma non regolare, oppure non libero, giustificando adeguatamente la risposta.
5. Si consideri l'espressione regolare $a^*(a|b)a$. Si costruisca l'automa NFA M associato, secondo la costruzione vista a lezione. Si trasformi l'NFA M nell'equivalente DFA M' , secondo la costruzione per sottoinsiemi vista a lezione.
6. Preso il DFA M' calcolato al punto precedente, si ricavi da esso la grammatica regolare associata, seguendo la costruzione vista a lezione; quindi si semplifichi la grammatica ottenuta, eliminando i simboli inutili; infine, si ricavi da quella grammatica l'espressione regolare associata.
7. Se L ed R sono linguaggi regolari, il linguaggio $R \setminus L = \{w \in A^* \mid w \in R \wedge w \notin L\} = R \cap \bar{L}$ è regolare o libero, oppure non libero? Giustificare la risposta.
8. Mostrare che $L = \{a^n b^{2n+1} \mid n \geq 0\}$ è libero deterministico, costruendo un opportuno DPDA che riconosca $L\$$ per pila vuota.
9. Si consideri la seguente grammatica G con simbolo iniziale S :

$$\begin{aligned} S &\rightarrow AC \\ A &\rightarrow \epsilon \mid aSA \\ B &\rightarrow \epsilon \mid bB \\ C &\rightarrow cc \mid cBC \end{aligned}$$

- (i) Si calcolino i First e i Follow per tutti i nonterminali. (ii) La grammatica G è di classe LL(1)? (iii) Si rimuovano le produzioni epsilon per ottenere una grammatica G' senza produzioni epsilon, che sia equivalente a G .

10. Si consideri la grammatica G con simbolo iniziale S :

$$\begin{aligned} S &\rightarrow Sa \mid bB \\ B &\rightarrow \epsilon \mid bB \end{aligned}$$

- (i) Determinare il linguaggio generato $L(G)$. (ii) Verificare che G non è di classe LL(1). (iii) Manipolare la grammatica per ottenerne una equivalente G' di classe LL(1). (iv) Costruire il parser LL(1) per G' . (v) Mostrare il funzionamento del parser LL(1) su input baa .
11. Si consideri la grammatica G del punto precedente. (i) Costruire l'automa canonico LR(0). (ii) Costruire la tabella di parsing SLR(1) e verificare se ci sono conflitti. (iii) Mostrare il funzionamento del parser SLR(1) per l'input baa .

$$1) \quad I_{L_1}^{L_0} (P_{L_1, L_2}^{L_1}, P^{L_1}) = P^{L_2} \quad \text{dove } P^{L_2} \text{ è un progr. equivalente a } P^{L_1} \text{ ma scritto in } L_2$$

Se non abbiamo a disposizione un interprete per L_2 , possiamo comunque eseguire P^{L_1} perché già abbiamo $I_{L_1}^{L_0}$, cioè un interprete in grado di eseguire programmi scritti in L_1

$$2) \quad \frac{\langle e_1, \sigma \rangle \rightarrow \langle e_1', \sigma' \rangle}{\langle e_0 * e_1, \sigma \rangle \rightarrow \langle e_0 * e_1', \sigma' \rangle}$$

$$\langle e_0 * 0, \sigma \rangle \rightarrow \langle 0, \sigma \rangle$$

$$\langle e_0 * 1, \sigma \rangle \rightarrow \langle e_0, \sigma \rangle$$

$$\frac{\langle e_0, \sigma \rangle \rightarrow \langle e_0', \sigma' \rangle \quad n \neq 0, 1}{\langle e_0 * n, \sigma \rangle \rightarrow \langle e_0' * n, \sigma' \rangle}$$

$$\frac{n \neq 0, 1 \quad p = m * n}{\langle m * n, \sigma \rangle \rightarrow \langle p, \sigma \rangle}$$

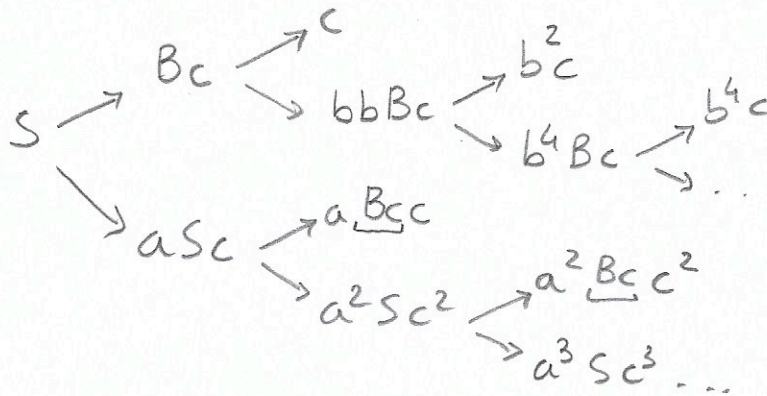
$$\langle (2-5) * 0, \sigma \rangle \xrightarrow{ED} \langle 0, \sigma \rangle$$

$$\langle (2-5) * 0, \sigma \rangle \not\xrightarrow{ID}$$

$$3) \quad L = \{ a^n b^{2m} c^{n+1} \mid n, m \geq 0 \}$$

$$S \rightarrow aSc \mid Bc$$

$$B \rightarrow \varepsilon \mid bbB$$



$$Bc \rightsquigarrow b^{2m} c \mid m \geq 0$$

$$a^n \underbrace{b^{2m} c}_{c^n} = a^n b^{2m} c^{n+1}$$

4) $L = \{a^n b^{2m} c^{n+1} \mid n, m \geq 0\}$ è libero, perché generato da una gr. libera.

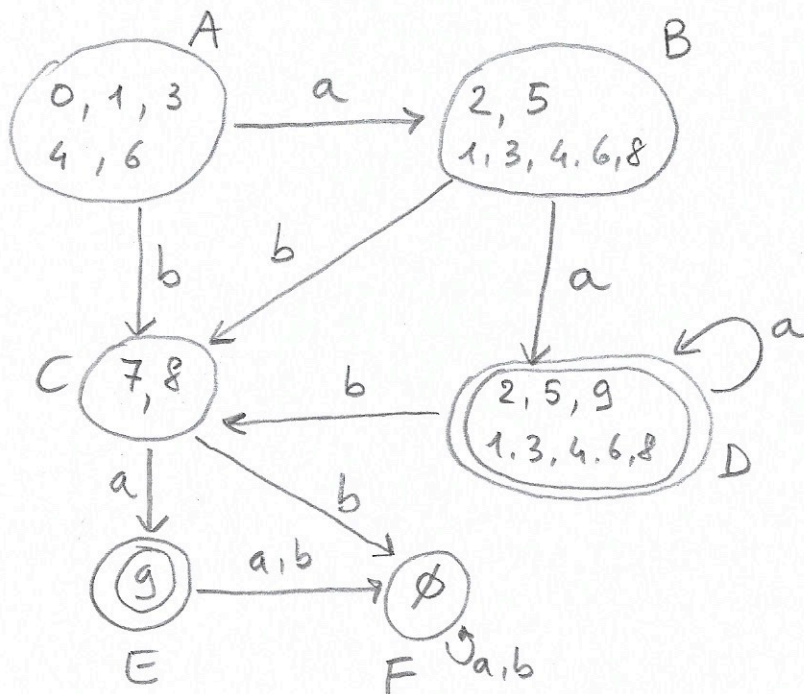
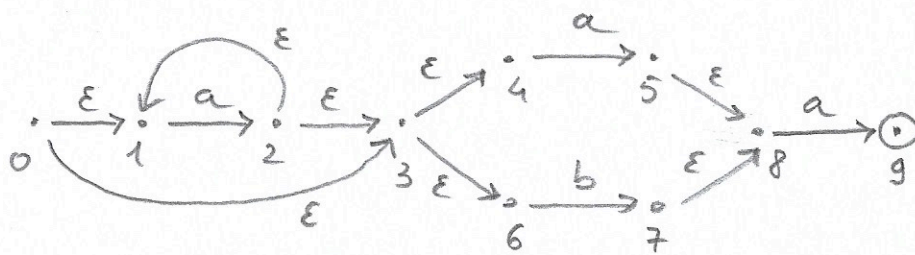
L è non regolare per il PLA inverso.

- Fissiamo $N > 0$ generico
- Scegliamo $z = a^N b^{2N} c^{N+1}$ $z \in L$ e $|z| \geq N$
- Per ogni U, V, W tali che $z = UVW$, $|UV| \leq N$ e $|V| \geq 1$, deve essere $V \in a^*$. Sia $V = a^j$ con $j \geq 1$.
- Allora $\exists k=2$. $UV^2W \notin L$. Infatti:

$$UV^2W = a^{N+j} b^{2N} c^{N+1} \notin L$$

$\Rightarrow L$ non è regolare

5) $a^*(a|b)a$



$A \rightarrow aB | bC$
 $B \rightarrow aD | bC$
 $C \rightarrow aE | bF$
 $D \rightarrow aD | bC | \epsilon$
 $E \rightarrow aF | bF | \epsilon$
 $F \rightarrow aF | bF$

$A \rightarrow aB | bC$
 $B \rightarrow aD | bC$
 $C \rightarrow aE$
 $D \rightarrow aD | bC | \epsilon$
 $E \rightarrow \epsilon$

$C = a$
 $E = \epsilon$
 Sostituiamo

$A \rightarrow aB | ba$
 $B \rightarrow aD | ba$
 $C \rightarrow a$
 $D \rightarrow aD | ba | \epsilon$
 $E \rightarrow \epsilon$

$D = a^*(ba | \epsilon)$

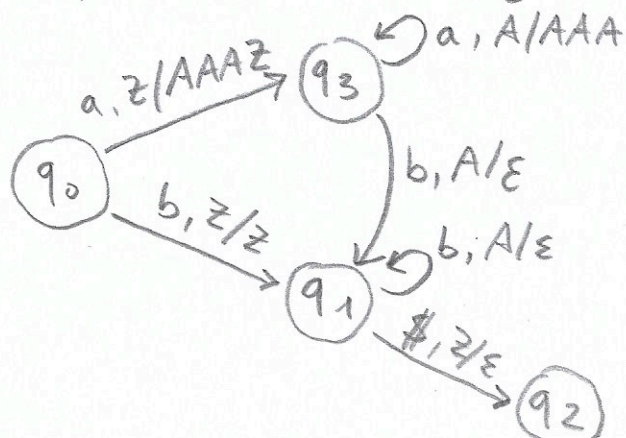
$\Rightarrow B = aa^*(ba | \epsilon) | ba$

$\Rightarrow A = a(aa^*(ba | \epsilon) | ba) | ba$

7) L regolare R regolare $R \cap \bar{L}$ è regolare perché

- \bar{L} è regolare, perché i lang. reg. sono chiusi per complementazione
- $R \cap \bar{L}$ è regolare, perché i lang. reg. sono chiusi per intersezione

8) $L = \{a^n b^{2n+1} \mid n \geq 0\}$



9)

$$G \begin{cases} S \rightarrow AC \\ A \rightarrow \epsilon / aSA \\ B \rightarrow \epsilon / bB \\ C \rightarrow cc / cBC \end{cases}$$

First Follow		
S	a, c	\$, a, c
A	a, ϵ	c
B	b, ϵ	c
C	c	\$, a, c

G non è di classe LL(1), perché, ad. es.

$C \rightarrow cc / cBC$ crea conflitto.

$$N(G) = \{A, B\}$$

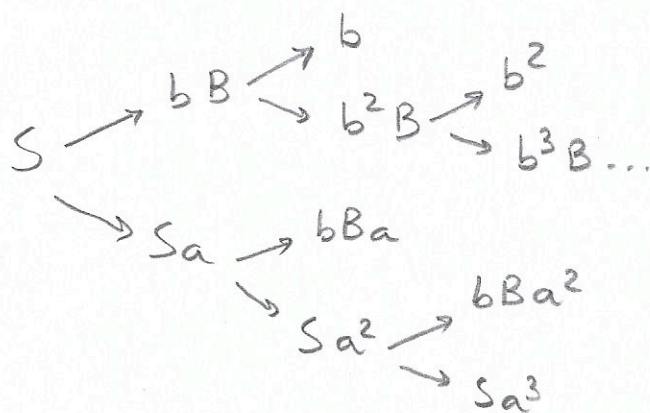
$$G' \begin{cases} S \rightarrow AC / C \\ A \rightarrow aSA / aS \\ B \rightarrow bB / b \\ C \rightarrow cc / cBC / cC \end{cases}$$

$$L(G) = L(G')$$

per un teorema
visto a lezione

10)

$$\begin{aligned} S &\rightarrow Sa / bB \\ B &\rightarrow \epsilon / bB \end{aligned}$$



$$\underline{bB} = b^+$$

$$\begin{aligned} & \searrow b^+ / b^+a^+ \\ & \nearrow = b^+(\epsilon / a^+) \\ & = b^+a^* \end{aligned}$$

b^+a^+

$$L(G) = \{b^m a^m \mid m \geq 1, m \geq 0\}$$

G non è LL(1) perché è ricorsiva sx

$$\underline{S \rightarrow Sa}$$

$$G' \begin{cases} S \rightarrow bBS' \\ S' \rightarrow aS' \mid \epsilon \\ B \rightarrow \epsilon \mid bB \end{cases}$$

	First	Follow
S	b	\$
S'	a, ϵ	\$
B	b, ϵ	a, \$

$$G' \in LL(1) \iff \begin{cases} \text{First}(aS') \cap \text{First}(\epsilon) = \emptyset \\ \text{First}(aS') \cap \text{Follow}(S') = \emptyset \\ \text{First}(\epsilon) \cap \text{First}(bB) = \emptyset \\ \text{Follow}(B) \cap \text{First}(bB) = \emptyset \end{cases}$$

	a	b	\$
S		$S \rightarrow bBS'$	
S'	$S' \rightarrow aS'$		$S' \rightarrow \epsilon$
B	$B \rightarrow \epsilon$	$B \rightarrow bB$	$B \rightarrow \epsilon$

baa\$

S
bBS'

aa\$

BS'

S'

aS'

a\$

S'

aS'

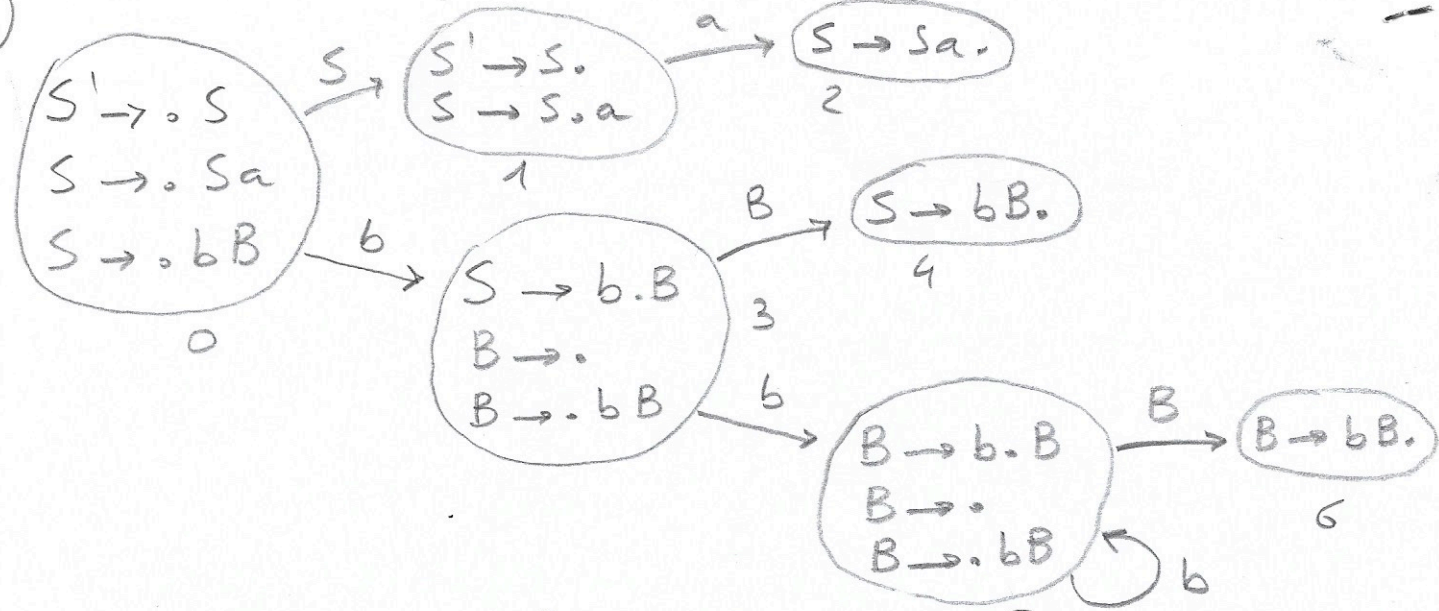
\$

S'

ϵ

accepted

11)



	a	b	\$	S	B	
0		S3		\$1		
1	S2		acc			
2	R1		R1			
3	R3	S5	R3		\$4	
4	R2		R2			
5	R3	S5	R3		\$6	
6	R4		R4			

$S \rightarrow Sa^{(1)} | bB^{(2)}$
 $B \rightarrow \epsilon^{(3)} | bB^{(4)}$

- $(0, \epsilon, baa\$)$
- $(03, b, aa\$)$
 $\downarrow B$
- $(034, bB, aa\$)$
 $\downarrow S$
- $(01, S, aa\$)$
- $(012, Sa, a\$)$
 $\downarrow S$
- $(01, S, a\$)$
- $(012, Sa, \$)$
 $\downarrow S$
- $(01, S, \$)$

First Follow

S	b	a, \$
B	b, ε	a, \$

ACCEPT!