Quiz 12 – Lösungen

1. Zeige, dass $L = \{ww \mid w \in \{0,1\}^*\}$ keine kontextfreie Sprache ist.

Lösung:
Proof-Sketch
Nehmen wir an L sei kontextfrei, d.h. Pumping-Lemma gilt für L. Betrachten wir das Wort

$$z = 0^{n_L}1^{n_L}0^{n_L}1^{n_L}$$

Offensichtlich gilt $|z| = 4n_L > n_L$. Es gibt also eine Zerlegung $z = uvwxy$ mit den 3 Eigenschaften. Mit (ii) $uwx \leq n_L$ können wir folgern, dass u und v nur zwei unterschiedliche Buchstaben aus dem ersten und dem *repertierten Wort* haben kann. Mit (i) $|vx| \geq 1$ erhalten wir einen Widerspruch in (iii), denn uv^2wx^2y ist nicht in L.

2. Entwerfe den nichtdeterministischen Kellerautomaten für

$$L = \{ww^{\mathrm{R}} \mid w \in \{a,b\}^*\}$$

Lösung:
$M = (\{q_0, q_1\}, \{a, b\}, \{a, b, Z_0\}, \delta, q_0, Z_0)$ mit der

$$\begin{aligned}
\delta(q_0, a, Z_0) &= \{(q_0, Z_0a), (q_1, Z_0a)\} \\
\delta(q_0, b, Z_0) &= \{(q_0, Z_0b), (q_1, Z_0b)\} \\
\delta(q_0, a, a) &= \{(q_0, aa), (q_1, aa)\} \\
\delta(q_0, a, b) &= \{(q_0, ab), (q_1, ab)\} \\
\delta(q_0, b, a) &= \{(q_0, ba), (q_1, ba)\} \\
\delta(q_0, b, b) &= \{(q_0, bb), (q_1, bb)\} \\
\delta(q_0, \lambda, Z_0) &= \{(q_1, \lambda)\} \\
\delta(q_1, a, a) &= \{q_1, \lambda\} \\
\delta(q_1, b, b) &= \{q_1, \lambda\} \\
\delta(q_1, \lambda, Z_0) &= \{(q_1, \lambda)\}
\end{aligned}$$