Quiz 2– Lösungen

1. Wir betrachten die Wörter $w_n = 1^{n^3}(01)^n \in \{0,1\}^*$ für alle $n \in \mathbb{N}$. Gib jeweils die beste obere Schranke für die Kolmogorov-Komplexität an, welche folgende Programme für die Wörter w_n liefern (in Abhängigkeit von n).

(a)
```
begin
  x := n;
  x := x*x*x;
  for i:=1 to x do
    write(1);
  for i:=1 to n do
    write(01);
end;
```

(b)
```
begin
  x := n;
  y := x*x*x;
  for i:=1 to y do
    write(1);
  for i:=1 to x do
    write(01);
end;
```

(c)
```
begin
  x := n;
  for i:=1 to x do
    for j:=1 to x do
      for k:=1 to x do
        write(01);
  for i:=1 to x do
    write(101);
end;
```

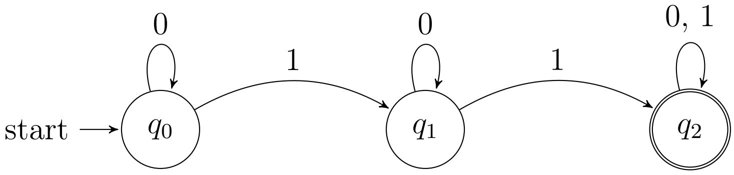
(d)
```
begin
  x := n;
  for i:=1 to n do
    for j:=1 to n do
      for k:=1 to n do
        write(1);
  for i:=1 to n do
    write(01);
end;
```

Lösung:
Die oberen Schranken für die Kolmogorov-Komplexität von w_n ergeben sich aus den Längen der jeweiligen Programmen im Maschinencode. Der einzige Teil, dessen Darstellungslänge variabel ist, ist die Angabe des Parameters n. Dieser benötigt eine Länge von $\lceil \log_2(n+1\rceil$. Somit
(a) $K(w_n) \leq 2\lceil \log(n+1)\rceil + c_A$
(b) $K(w_n) \leq \lceil \log(n+1)\rceil + c_B$
(c) Dieses Programm liefert keine obere Schranke für w_n, da es nicht w_n generiert!
(d) $K(w_n) \leq 5\lceil \log(n+1)\rceil + c_D$

2. Sei $M = (Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$ mit
- $Q = \{q_0, q_1, q_2\}$
- $\Sigma = \{0,1\}$
- $F = \{q_2\}$
- $\delta(q_0,0) = q_0,\quad \delta(q_0,1) = q_1$
  $\delta(q_1,0) = q_1,\quad \delta(q_1,1) = q_2$
  $\delta(q_2,0) = q_2,\quad \delta(q_2,1) = q_2$

(a) Stelle M graphisch dar

Lösung:



(b) Welche Aussagen sind korrekt?

○ $0100 \in L(M)$

√ $\hat{\delta}(q_0, 011011) \in F$

√ $L(M) = \{w \in \Sigma^* \mid \hat{\delta}(q_0, w) \in F\}$

√ $\hat{\delta}(q_0, 011011) = \hat{\delta}(q_1, 00001)$

○ $\hat{\delta}(q_0, 011011) = \hat{\delta}(q_0, 010000)$

(c) Bestimme $L(M)$.

Lösung:
$L(M) = \{w \in \{0,1\}^* \mid |w|_1 \geq 2\}$