Segundo TP modelos fisicos

Grillo, Libonati, Maiza

Ejercicio 1

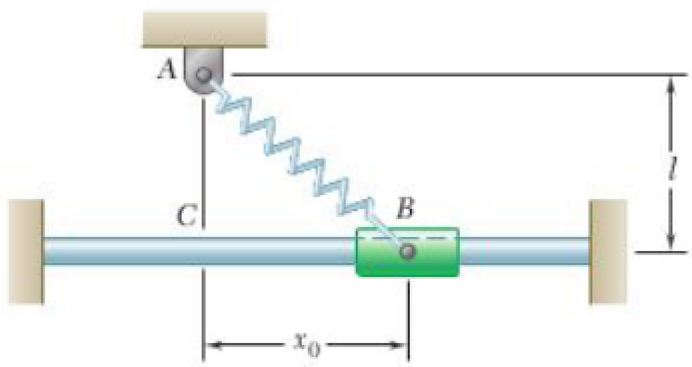

Figure 1: Modelo del problema

Un resorte **AB** de constante **k** se une a un soporte **A** y a un collarín de masa **m**.
La longitud no alargada del resorte es **L**.
Si se suelta el collarín desde el reposo en $x = x_0$ y se desprecia la fricción entre el collarín y la varilla horizontal, determine la magnitud de la velocidad del collarín cuando pasa por el punto **C**.

Diagrama de Cuerpo Libre

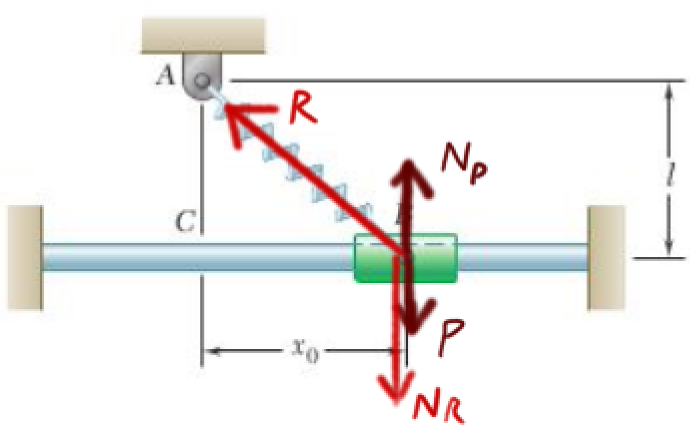

Figure 2: diagrama de cuerpo libre

Ya que se desprecia la fricción entre el collarín y la varilla horizontal, no hay fuerzas no conservativas actuando sobre el cuerpo, por lo que $W_{fnc} = \Delta E = 0J$

Luego, la energía en un punto es igual a:

$$E = E_{cinetica} + E_{potencial} = \frac{1}{2}m.v^2 + m.g.y + \frac{1}{2}k.(\Delta x)^2$$

Para este problema, vamos a descartar a la energía potencial gravitatoria, ya que la varilla mantiene al collarín a una misma altura. Eligiendo como nuestro eje al punto C, en todas las ecuaciones va a valer 0.

Si observamos el punto B:

$$E_B = 0 + 0 + \frac{1}{2}k.(L_b - L)^2$$

(Como se soltó al collarín desde el reposo, la energía cinética es nula)

Siendo L_b la longitud desde el punto A hasta el punto B. Por lo que:

$$E_B = \frac{1}{2}k.((\sqrt{x_0^2 + L^2}) - L)^2$$

Si ahora observamos la energía en el punto C:

$$E_C = \frac{1}{2}m.v^2 + 0 + \frac{1}{2}k.(L_C - L)^2$$

Y como L_C es la distancia desde el punto A al punto C, $L_C = L$. Por lo tanto:

$$E_C = \frac{1}{2}m.v^2$$

Ahora, sabiendo que $W_{fnc} = \Delta E = 0J$:

$$W_{fnc} = \Delta E = 0J = E_C - E_B = \frac{1}{2}m.v^2 - \frac{1}{2}k.((\sqrt{x_0^2 + L^2}) - L)^2$$

De donde sale que:

$$v = \sqrt{\frac{k.((\sqrt{x_0^2 + L^2}) - L)^2}{m}}$$

Ejercicio 2

Apartado a)

Tenemos que un satélite se ubica en una órbita circular, por lo cual la fuerza de gravedad F que la tierra ejerce sobre el satélite es normal a la órbita, y se tiene que $F = \frac{GMm}{r^2}$, donde G es la constante de gravitación universal, M es la masa de la tierra, m es la masa del satélite y r es la distancia del satélite al centro de la tierra.

También podemos escribir $F = ma$, y como $a = \frac{v^2}{r}$ obtenemos $F = \frac{GMm}{r^2} = m\frac{v^2}{r}$, de donde $v^2 = \frac{GM}{r}$.

Además sabemos que $GM = gR^2$, donde R es el radio de la tierra y g la aceleración de la gravedad, por lo cual escribimos $v^2 = \frac{gR^2}{r}$. Finalmente, despejamos la velocidad $v = R\sqrt{\frac{g}{r}} = \sqrt{\frac{GM}{r}}$ con la cual el satélite describe su órbita.

Además, la velocidad con la cual el satélite describe su órbita es $v = \frac{2\pi r}{T}$, donde T es el período (que tenemos como dato, T = 23.934 h). Luego, $R\sqrt{\frac{g}{r}} = \frac{2\pi r}{T} \Rightarrow T = \frac{2\pi r}{R\sqrt{\frac{g}{r}}}$

Para los siguientes cálculos utilizaremos estos valores de las constantes g y R:

- $g = 9.81\ m/s^2 = 127137.6\ km/h^2$
- $R = 6.37\ .\ 10^6\ m = 6370\ km$

Ahora planteamos:

$$T = 23.934\ h = \frac{2\pi}{R} \frac{r}{\sqrt{\frac{g}{r}}}$$

$$\Rightarrow$$

$$\frac{r}{\sqrt{\frac{g}{r}}} = 24264.7\ km\ h$$

$$\Rightarrow$$

$$\frac{r^2}{\frac{g}{r}} = 588775461.2\ km^2\ h^2$$

$$\Rightarrow$$

$$\frac{r^3}{g} = 588775461.2\ km^2\ h^2$$

$$\Rightarrow$$

$$r^3 = 588775461.2\ km^2\ h^2 * 127137.6\ km/h^2 = 7.49\ .\ 10^{13}\ km^3$$

$$\Rightarrow$$

$$r = \sqrt[3]{7.49\ .\ 10^{13}\ km^3}$$

$$\Rightarrow$$

$$r = 42144.53\ km$$

Obtuvimos que la distancia del satélite al centro de la tierra es $r = 42144.53\ km$. Nosotros queremos calcular la distancia d del satélite a la superficie terrestre, que será $d = r - R = (42144.53 - 6370)\ km$.

Por lo tanto, al distancia del satélite a la superficie de la tierra es

$$\mathbf{d = 35774.53\ km = 22229.26\ mi}$$

En unidades del USI y de uso común en Estados Unidos resulta

$$\mathbf{d = 35774530\ m = 117370492.8\ ft}$$

Apartado b)

En el apartado anterior dijimos que $v = \frac{2\pi r}{T}$. Luego:

$$v = 2\pi \frac{42144.53\ km}{23.934\ h}$$

$$\Rightarrow$$

$$v = 2\pi\ 1760.86\ km/h$$

Finalmente, resulta

$$\mathbf{v = 11063.84\ km/h = 6874.75\ mi/h}$$

En unidades del USI y de uso común en Estados Unidos resulta

$$\mathbf{v = 3073.29\ m/s = 10082.97\ ft/s}$$

Ejercicio 3

Queremos encontrar los valores de θ para los cuales el bloque pierde el contacto con la superficie, con un coeficiente de fricción cinética desde 0 hasta 0,4.

Eso significa que queremos encontrar los valores de θ para los cuales $N = 0$ (la normal)

Diagrama de cuerpo libre

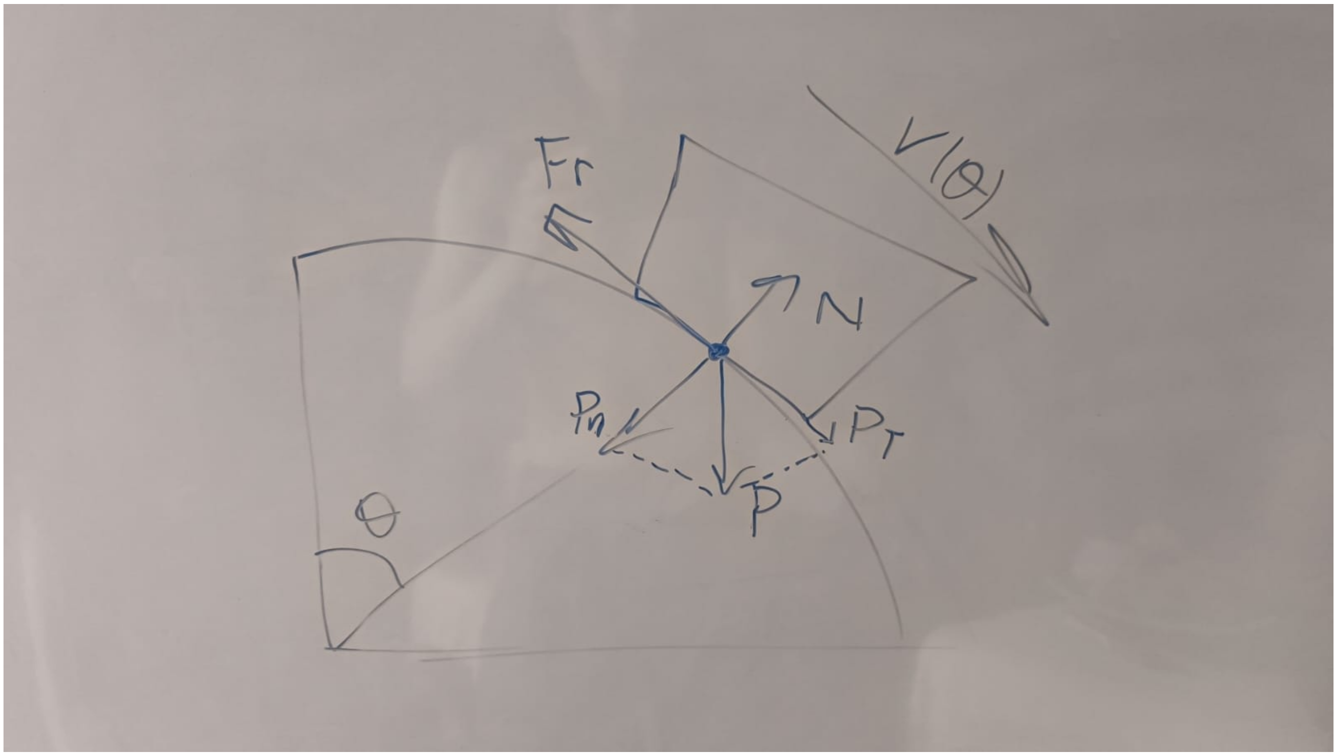

Figure 3: diagrama_cuerpo_libre

Cosas que sabemos:

Teniendo en cuenta que el bloque se encuentra en un movimiento circular podemos afirmar que:

$$N = m.a = m.(g.\cos\theta - \frac{(v_\theta)^2}{r})$$

$$N = 0 = m.(g.\cos\theta - \frac{(v_\theta)^2}{r}) = g.\cos\theta - \frac{v_\theta^2}{r}$$

$$\frac{v_\theta^2}{r} = g.\cos\theta \implies \frac{v_\theta^2}{\cos\theta} = r.g$$

Por lo que necesitamos encontrar v_θ^2

Acercamiento a través de la energía

$$W_{fnc} = \Delta E$$

$$E = \frac{1}{2}m.v^2 + m.g.y$$

$$F_r = \mu_c * N = \mu_c * P * \cos\theta$$

$$W_{fnc} = W_{roce} = \int_0^\theta F_r * d\theta = \mu_c * P * \int_0^\theta \cos\theta * d\theta = \mu_c * P * \sin\theta$$

$$W_{fnc} = E_\theta - E_0$$

$$\mu_c * P * \sin\theta = \frac{1}{2}m.v_\theta^2 + m.g.y_\theta - \frac{1}{2}m.v_0^2 - m.g.y_0$$

$$\frac{1}{2}m.v_\theta^2 = \frac{1}{2}m.v_0^2 + m.g.(y_0 - y_\theta) + \mu_c * P * \sin\theta$$

$$m.v_\theta^2 = m.v_0^2 + 2.m.g.(y_0 - y_\theta) + 2 * \mu_c * P * \sin\theta$$

Ademas $y_\theta = r.\cos\theta$

$$v_\theta^2 = v_0^2 + 2.g.(y_0 - y_\theta) + 2 * \mu_c * g * \sin\theta$$

Por lo tanto:

$$\frac{v_0^2 + 2.g.(y_0 - y_\theta) + 2 * \mu_c * g * \sin\theta}{\cos\theta} - r.g = 0$$

Luego, resolvemos esta ecuacion buscando el valor de θ, en un programa en python, para cada valor de μ_c entre 0 y 0.4

```
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt

# Constantes
g = 9.8  # Gravedad
r = 1.524  # Radio
v0 = 3.5**2  # Velocidad inicial
m = 0.45 # Masa
energia_inicial = (1/2) * v0 * m + m * g * r

# Magnitud del roce
def Fr(mu, theta):
    return mu * g * m * np.cos(theta)

# Altura cuando el bloque esta en el angulo theta
def altura(theta):
    return r * np.cos(theta)

def potencial(theta):
    return  m * g * altura(theta)

def W_fnc(mu,theta):
    return Fr(mu, theta) * theta * r

def velocidad_cuadrado(mu, theta):
    return v0 + 2*g*(r - altura(theta)) + 2*mu*g* np.sin(theta)
```

```python
radianes = np.linspace(0, np.pi / 2, 100)  # Valores de radianes de 0 a pi/2
coeficientes = np.linspace(0, 0.4, 100)  # Valores de mu en el rango [0, 0.4]

# Listas para almacenar los puntos que cumplen la igualdad
x_points = []
y_points = []

# Comprobación de la igualdad
for mu in coeficientes:
    for theta in radianes:
        division = (m*g) - (velocidad_cuadrado(mu, theta) / np.cos(theta))
        if np.isclose(division,0, atol=1):  # Tolerancia para la comparación
            x_points.append(mu)
            y_points.append(theta)

# Graficar los puntos que cumplen la igualdad
plt.figure(figsize=(10, 6))
plt.plot(x_points, y_points, color='b', label=r'$\theta(\mu_c)$')
plt.xlabel('Coeficiente de rozamiento')
plt.ylabel('Theta crítico')
plt.title('Donde se desprende el bloque')
plt.xlim(0, 0.4)
plt.ylim(0, np.pi / 2)
plt.grid()
plt.savefig("grafica.png")
```

Lamentablemente las conclusiones parecieran haber sido erroneas, puesto que la gráfica no presenta valores para los cuales el bloque se separe de la superficie.