Devoir n$^{\text{o}}$ 1 *

Claudéric DeRoy Alexandre Pachot

30 septembre 2020

Question 1

a) *En utilisant les lois généralisées de De Morgan, montrez que* $\overline{A \cup B \cup C} = \overline{A} \cap \overline{B} \cap \overline{C}$.

$\boxed{\Rightarrow}$

$$\begin{aligned}
\forall x, x \in \overline{A \cup B \cup C} &\Rightarrow x \notin A \cup B \cup C \\
&\Rightarrow x \notin A \quad \wedge \quad x \notin B \quad \wedge \quad x \notin C \\
&\Rightarrow x \in \overline{A} \quad \wedge \quad x \in \overline{B} \quad \wedge \quad x \in \overline{C} \\
&\Rightarrow x \in \overline{A} \cap \overline{B} \cap \overline{C}
\end{aligned}$$

$\boxed{\Leftarrow}$

$$\begin{aligned}
\forall x, x \in \overline{A} \cap \overline{B} \cap \overline{C} &\Rightarrow x \in \overline{A} \quad \wedge \quad x \in \overline{B} \quad \wedge \quad x \in \overline{C} \\
&\Rightarrow x \notin A \quad \wedge \quad x \notin B \quad \wedge \quad x \notin C \\
&\Rightarrow x \notin A \cup B \cup C \\
&\Rightarrow x \in \overline{A \cup B \cup C} \qquad \square
\end{aligned}$$

b) *Prouvez ou infirmez : Pour tous ensembles finis non-vides* A, B, C

$$(\bar{A} \times B) \cup (A \times C) = (\bar{A} \cup A) \times (B \cup C)$$

$$\begin{aligned}
x \in (\bar{A} \times C) &\Rightarrow x \notin (\bar{A} \times B) \quad \wedge \quad x \notin (A \times C) \\
&\Rightarrow x \notin (\bar{A} \times B) \cup (A \times C) \qquad (1) \\
x \in (\bar{A} \times C) &\Rightarrow x \in (\bar{A} \cup A) \times (C \cup B) \\
&\Rightarrow x \in (\bar{A} \cup A) \times (B \cup C) \qquad (2) \\
(1) \text{ et } (2) &\Rightarrow (\bar{A} \times B) \cup (A \times C) \neq (\bar{A} \cup A) \times (B \cup C)
\end{aligned}$$

*IFT 1065 – Structures discrètes en informatique – Automne 2020 – Margarida Carvalho

Question 2

(p ∧ (p ⇒ q) ⇒ q)

p	q	p ⇒ q (1)	p ∧ (1)	(2) ⇒ q
V	V	V	V	V
V	F	F	F	V
F	V	V	F	V
F	F	V	F	V

Question 3

$$\neg p \vee (r \Rightarrow (\neg q)) \equiv \neg p \vee \neg q \vee \neg r$$

$$\begin{aligned}
\neg p \vee (r \Rightarrow (\neg q)) &\equiv \neg p \vee \neg(\neg(r \Rightarrow (\neg q)) \\
&\equiv \neg p \vee \neg(r \wedge \neg(\neg q)) \\
&\equiv \neg p \vee \neg r \vee \neg q
\end{aligned}$$