Université de Montréal - Département de mathématiques et de statistique

MAT1720 - Probabilités - EXAMEN INTRA

Mardi 16 juin 2015, 13h :30-15h :30.

Enseignant: Foued Zitouni

Directives pédagogiques : aucun document, ni calculatrice, ni téléphone cellulaire

Barème: devant chaque question (pour un total de 100 points).

Justifier toutes vos réponses

Question 1. (15 pts)

Soient A et B des événements indépendants tels que

$$P[A] < P[B]$$
 et $P[A|B] + P[B|A] = 1$.

- a) (8 pts) Calculer P[A] si $P[A \cap B] = \frac{4}{25}$.
- b) (7 pts) Calculer P[B] si $P[A \cup B] = \frac{19}{25}$.

Question 2. (10 pts)

Si nous avons

$$P[A \cup B] = 0.7 \text{ et } P[A \cup B^c] = 0.9.$$

Déterminer P[A].

Question 3. (25 pts)

De combien de manière peut-on asseoir 8 personnes en rang si :

- a) (5 pts) aucune restriction n'est mise;
- b) (5 pts) les personnes A et B veulent être ensemble;
- c) (5 pts) les hommes ne doivent avoir que des voisines et inversement, en supposant qu'il y'a 4 hommes et 4 femmes ;
- d) (5 pts) les hommes, qui sont au nombre de 5, doivent rester ensemble;
- e) (5 pts) les personnes forment 4 couples de gens mariés et si chaque couple doit rester réuni?

Question 4. (24 pts)

Lorsqu'une personne achète un certain modèle de voiture, elle peut choisir une ou plusieurs des options suivantes : A: la transmission automatique, C: le climatiseur, M: le moteur V6. D'après les données recueillies, 90% des clients choisissent au moins une des trois options, 75% en choisissent au moins deux et 45% les prennent toutes les trois. De plus, les trois options prises individuellement ont la même popularité. Finalement, tous les groupes possibles de deux options sont aussi également populaires. On définit l'événement A: la personne choisit l'option A; de même pour C et M.

- a) (6 pts) Combien de modèles différents de la voiture en question peut-on acheter si l'on prend au moins une des trois options?
- b) (6 pts) Les événements A,C et M sont-ils (globalement) indépendants? Justifier
- c) (6 pts) Calculer la probabilité que la personne qui achète une voiture choisisse exactement une options.
- d) (6 pts) Calculer la probabilité que la personne qui achète une voiture ait choisi les trois options, étant donné qu'elle en a choisi au moins une.

Question 5. (26 pts)

Nous lançons une pièce successivement. Si le résultat est Pile, nous gagnons 1\$. Nous obtenons Face avec la probabilité p et dans ce cas, nous perdons 1\$.

Problème : Si notre fortune de départ est 100\$, quelle est la probabilité que notre fortune atteigne 200\$, avant d'atteindre 0\$? (Étudier séparément les deux cas : $p \neq \frac{1}{2}$ et $p = \frac{1}{2}$).