

# MAT 1720 – Probabilités <sup>1</sup>

Alexandre PACHOT

9 mai 2020

# Table des matières

<b>1</b>	<b>Analyse combinatoire</b>	<b>2</b>
1.1	Introduction . . . . .	2
1.2	Principe fondamental de dénombrement (Principe de multiplication) . . . . .	2
1.3	Permutations . . . . .	2
1.3.1	Permutations d'objets discernables . . . . .	2
1.3.2	Permutations d'objets partiellement indiscernables . . . . .	2
	<b>Index</b>	<b>4</b>
	<b>Bibliographie</b>	<b>5</b>
	<b>Liens</b>	<b>6</b>

# Chapitre 1

## Analyse combinatoire

### 1.1 Introduction

Analyse combinatoire : théorie mathématique du dénombrement

### 1.2 Principe fondamental de dénombrement (Principe de multiplication)

**Exemple 1.2.3** Combien de plaques d'immatriculation d'auto de 7 caractères peut-on former si les 3 premiers caractères sont des lettres et les 4 derniers des chiffres ?

**Solution :**  $26 \times 26 \times 26 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 = 175\,760\,000$

**Exemple 1.2.4** Reprendre l'exemple précédent si l'on exclut que les lettres et les chiffres se répètent.

**Solution :**  $26 \times 25 \times 24 \times 10 \times 9 \times 8 \times 7 = 78\,624\,000$

**Exemple 1.2.5** Combien de codes alphanumériques (formés de chiffres et de lettres) de longueur 3 peut-on former si les répétitions ne sont pas permises ?

**Solution :**  $36 \times 35 \times 34 = 42\,840$

### 1.3 Permutations

#### 1.3.1 Permutations d'objets discernables

Permutation : arrangement de  $n$  objets considérés en même temps et pris dans un ordre donné.

**Exemple 1.3.5** M. Jones va disposer 11 livres différents sur un rayon de sa bibliothèque. Cinq d'entre eux sont des livres de mathématiques, quatre de chimie et deux de physique. Combien y a-t-il de dispositions possibles ?

**Solution :**  $11! = 39\,916\,800$

Jones aimerait ranger ses livres de façon que tous les livres traitant du même sujet restent groupés. Combien y a-t-il de dispositions possibles ?

**Solution :**  $5! \times 4! \times 2! \times 3! = 34\,560$

#### 1.3.2 Permutations d'objets partiellement indiscernables

Il y a  $\frac{4!}{2!2!}$  anagrammes de PAPA.

**Exemple 1.3.8** Trouvez le nombre d'anagrammes du mot PATATAS.

**Solution :**  $\frac{7!}{3!2!} = 420$

**Exemple 1.3.9** M. Jones va disposer 11 livres différents sur un rayon de sa bibliothèque. Cinq d'entre eux sont des livres de mathématiques, quatre de chimie et deux de physique. Les livres traitant du même sujet sont indiscernables. Combien y a-t-il de dispositions possibles ?

**Solution :**  $\frac{11!}{5!4!2!} = 6\,930$

Combien y a-t-il de dispositions possibles si les livres de mathématiques doivent rester groupés ?

**Solution :**  $\frac{7!}{4!2!} = 105$

### Arrangement

Dans un ensemble  $E$  de  $n$  éléments, sous-ensemble ordonné de  $k$  éléments de  $E$  pris sans répétition.

Le nombre d'arrangements est  $A_k^n := \frac{n!}{(n-k)!}$

Le nombre d'arrangements avec répétition est  $n^k$ .

**Exemple 1.3.10** Combien de codes alphanumériques de longueur 3 peut-on former si les répétitions ne sont pas permises ?

**Solution :**  $\frac{36!}{33!} = 42\,840$

Si les répétitions sont permises ?

**Solution :**  $36^3 = 46\,656$

# Index

Analyse combinatoire, 2

Arrangement, 3

Permutation, 2

# Bibliographie

- [Dav20] Thomas DAVIGNON. *MAT1720 – Introduction aux probabilités*. 2020. URL : [https://dms.umontreal.ca/~davignon/MAT1720/notes\\_de\\_cours.pdf](https://dms.umontreal.ca/~davignon/MAT1720/notes_de_cours.pdf).
- [Ndia] Ismaïla NDIAYE. *Chapitre 1 : Analyse combinatoire*. URL : [https://studium.umontreal.ca/pluginfile.php/5527500/mod\\_resource/content/1/MAT1720-Chap1.pdf](https://studium.umontreal.ca/pluginfile.php/5527500/mod_resource/content/1/MAT1720-Chap1.pdf).
- [Ndib] Ismaïla NDIAYE. *Chapitre 2 : Axiomes de probabilités*. URL : [https://studium.umontreal.ca/pluginfile.php/5527501/mod\\_resource/content/1/MAT1720-Chap2.pdf](https://studium.umontreal.ca/pluginfile.php/5527501/mod_resource/content/1/MAT1720-Chap2.pdf).

# Liens

*A First Course in Probability / Initiation aux probabilités*, Sheldon M. Ross :

— 4<sup>e</sup> édition (fr) : [local](#) – [web](#)

— Solutionnaire (7<sup>e</sup> édition, en) : [local](#) – [web](#)

— 8<sup>e</sup> édition (en) : [local](#) – [web](#)

— 10<sup>e</sup> édition (en) : [local](#)

*Introduction To Probability Models*, Sheldon M. Ross