MAT1720 – INTRODUCTION AUX PROBABILITÉS – HIVER 2020
SOLUTIONS CORRECTES AUX EXERCICES 1 ET 2 DE L'INTRA E19

Solution (Exercice 1)**.** Tout est vrai

Solution (Exercice 2)**.** (a) On fait des tirages consécutifs avec remise. Comme il y a 10 boules en tout, il y a 10^3 tirages possibles qui sont équiprobables.

D'entre ces 10^3 tirages, il y en a $\binom{3}{2}2^2 8^1 = 96$ où il y a exactement deux boules blanches.

Donc, finalement,

$$\mathbb{P}\{A\} = \frac{\binom{3}{2}2^2 8^1}{10^3}.$$

On aurait pu aussi résoudre ce problème en utilisant une variable aléatoire binomiale : Si X est le nombre de boules blanches dans les 3 premiers tirages, $A = \{X = 2\}$. Mais X est une variable binomiale de paramètres $n = 3$ et $p = 2/10$. Donc

$$\mathbb{P}\{A\} = \mathbb{P}\{X = 2\} = \binom{3}{2}\left(\frac{2}{10}\right)^2 \frac{8}{10}.$$

(b) On a que

$$C_n = B_n \cap \left(\bigcap_{i=1}^{n-1} N_i\right),$$

puisque C_n est l'événement que les $n-1$ premières boules sont noires et que la $n$ième est blanche.

(c) Puisque les tirages sont indépendants, on a que

$$\mathbb{P}\{C_n\} = \mathbb{P}\{B_n\} \cdot \prod_{i=1}^{n-1} \mathbb{P}\{N_i\} = \frac{1}{5} \cdot \prod_{i=1}^{n-1} \frac{2}{5} = \frac{2^{n-1}}{5^n}.$$