**Теория к семинару №12**

Для решения гиперболического уравнения



в области  можно использовать «схему с весами»



где  - оператор пространственного дифференцирования (с учетом умножения на ).

Выражение можно преобразовать так:



где . Теперь нетрудно выразить решение на текущем слое через два предыдущих слоя



Для вычисления решения на первом слое надо использовать следующую формулу:



В случае независящих от времени граничных условий Дирихле удобнее всего обеспечить их выполнение, занулив первую и последнюю строку в матрице оператора . Именно так это делалось ранее при решении уравнения теплопроводности с аналогичными граничными условиями.

Для контроля правильности счета следует провести несколько расчетов со сгущением сетки (сгущать сетку необходимо как по пространству, так и по времени) и вычислить эффективный порядок метода. Поскольку теоретическая оценка погрешности метода , то при **одновременном сгущении сетки по пространству и времени в одно и то же число раз** должен получиться второй порядок.

Сгущать сетку удобнее всего каждый раз вдвое, а погрешность рассчитывать по общим узлам двух соседних вложенных сеток. Наиболее удобная норма в данном случае – чебышевская, или норма C. Формула расчета эффективного порядка по трем сеткам выглядит так:



Разности вычисляются по общим узлам двух сеток.

**Задание к семинару №12**

1. Решить задачу при  в области . Взять  и . Отобразить решение на каждом временном слое.
2. В условии 1 задания взять , подобрать согласованные граничные условия. Все остальное оставить как в 1 задании. Повторить расчет.
3. В условии 2 задания провести расчет на сгущающихся сетках и доказать второй порядок метода. Задачу решать в области , для первой сетки взять  и . Провести расчеты на 7 сетках. Решение на каждом слое не отображать. Построить график эффективного порядка от номера самой грубой сетки из трех сеток, участвующих в расчете эффективного порядка.