

L1 MATHS INFO  
Probabilités et statistique  
TD Fiche n° 3

14 avril 2013

**Exercice 1**

D'une urne contenant 20 boules dont 6 sont blanches et 14 sont noires, on extrait, au hasard sans remise, deux boules. Soit  $A$  l'événement "parmi les deux boules choisies, il y a au moins une boule blanche" et  $B$  l'événement "les deux boules sont blanches". Les événements  $A$  et  $B$  sont compatibles ou incompatibles? S'agit-il d'événements élémentaires ou composés?

**Exercice 2**

1. Décrire l'expérience qui consiste à lancer un dé non truqué.
2. On lance une pièce de monnaie non truquée. Décrire cette expérience.
3. On extrait au hasard une boule d'une urne qui contient 20 boules numérotées de 1 à 20. Trouver la probabilité que le nombre inscrit sur la boule soit :
  - (a) un nombre premier.
  - (b) un nombre pair.
  - (c) un nombre divisible par 3.
4. Chacune des 26 lettres de l'alphabet est écrite sur une carte et introduite dans une urne. Trouver la probabilité qu'en choisissant au hasard et sans remise quatre cartes l'on obtienne dans l'ordre de sélection le mot PAIX.
5. Une urne contient 10 boules parmi lesquelles 3 sont rouges, 4 sont jaunes, 1 est bleue et 2 sont blanches. Les boules rouges, jaunes, bleue et blanches sont marquées de 2, 5, 10 et 20 points respectivement. Trouver la probabilité qu'en tirant 2 boules sans remise, on obtienne
  - (a) sept points.
  - (b) au moins 7 points.
  - (c) une boule ayant plus de 10 points et une boule ayant moins de 10 points.

**Exercice 3**

Une firme a étudié un alcootest dans une population et a pour cela recruté 500 personnes; elle a fait boire 160 d'entre elles et a obtenu les résultats suivants, où  $A$  désigne l'événement "alcootest positif" et  $I$  l'événement "individu ivre".

	I	$\bar{I}$
A	150	18
$\bar{A}$	10	322

1. Calculer les probabilités suivantes :  $\mathbb{P}(A|I)$ ,  $\mathbb{P}(\bar{A}|\bar{I})$
2. On suppose qu'un individu est ivre avec la probabilité  $p$  : Calculer les probabilités conditionnelles  $\mathbb{P}(I|A)$  et  $\mathbb{P}(\bar{I}|\bar{A})$  en fonction de  $p$ .
3. Faire les calculs pour  $p = 0,01$ . Après cette enquête, la firme peut-elle dire que son alcootest est fiable ? Justifiez votre réponse.

#### Exercice 4

Une urne contient les mots LE, GRANDS, HANCHE, LA, FOU, ROSEAU et on tire au hasard un mot dans l'urne. On note  $X$  la longueur (nombre lettres) du mot tiré,  $Y$  le nombre de voyelles,  $Z = X - Y$  et  $W$  la variable indicatrice de l'évènement "le mot commence par la lettre L".

1. Déterminer dans un tableau la loi de chaque v.a.
2. Calculer leur espérance et leur variance.
3. Déterminer explicitement les événements  $\{X \geq 3\}$ ,  $\{Y \leq 3\}$ ,  $\{X \geq 3 \text{ et } Y \leq 3\}$ ,  $\{Y > Z\}$ ,  $\{\max(Y, Z) = 2\}$ , puis calculer leur probabilité.

#### Exercice 5

Un étudiant passe 2 examens, supposés indépendants. On note  $X$  et  $Y$  ses notes au premier et deuxième examen. Les notes peuvent prendre les valeurs normalisées et équiprobables 1, 2, 3, 4, 5.

1. Déterminer la loi conjointe de  $(X, Y)$ .
2. Calculer les probabilités  $\mathbb{P}(X = Y)$ ,  $\mathbb{P}(X > Y)$ ,  $\mathbb{P}(X < Y)$ .
3. On pose  $U = \max(X, Y)$  et  $V = \min(X, Y)$ .
  - (i) Calculer la probabilité  $\mathbb{P}(U \leq k)$ . En déduire la loi et l'espérance de  $U$ .
  - (ii) Adopter un raisonnement analogue pour la loi et l'espérance de  $V$ .

#### Exercice 6

On tire sans remise 3 boules dans une urne qui en contient 2 rouges et 4 noires. On note  $X$  le nombre des boules rouges tirées et  $Y$  le rang de la première boule noire.

1. Déterminer les lois de  $X$  et  $Y$  puis leur loi conjointe.
2. Les v.a. sont elles-indépendantes ?