MÉCANIQUE

Examen avril 2002

EXERCICE 1:

On dispose d'un cône de rayon R, de hauteur h et de masse M.

(On donne : $\mathbf{V = \frac{\pi}{3} R^2 h}$)

a- Donner la position du centre de masse G ?

b- Déterminer le moment d'inertie Ioz du cône par rapport à l'axe oz?.

RAPPEL : Le moment d'inertie d'un disque (de rayon r et de masse m) par rapport à son axe de rotation (Δ) perpendiculaire au disque passant par son centre de masse est $\mathbf{mr^2/2}$;

Solution 1:

a- z=h/4

b- On trouve : Izz = $\frac{3}{10}$ ***MR²***

EXERCICE 2:

Soit un champ de force $\vec{F}$ (M) définit dans un repère $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ en tout point M(x, y, z) de l'espace par :

$$\vec{F}(M) = (yz-y^2)\,\vec{i} + (xz-2xy)\,\vec{j} + (xy-2z)\,\vec{k}$$

Calculer le travail de cette force quand son point d'application se déplace de A(2,0,2) à B(1, 1,0) ? (L'unité de longueur est le mètre, la force est exprimée en Newton)

REMARQUE IMPORTANTE:

Vous pouvez calculer directement l'énergie potentielle Ep sans démontrer que $\vec{rot}\,\vec{F} = \vec{\nabla} \wedge \vec{F} = \vec{0}$, vous calculerez ensuite le travail demandé

Solution 2:

♦ ***On trouve*** $E_p = -xyz + xy^2 + z^2 + C$

♦ ***Calcul du travail de la force :*** $W_{A\flat B}(\vec{F}) = -\left[E_p(B) - E_p(A)\right]$

d'où $W_{A\flat B}(\vec{F}) = 3\ J$

EXERCICE 3:

Un point matériel M de masse m décrit une trajectoire, définie en coordonnées polaires par : $r = A\,e^{-\theta}$ (A constante positive) sous l'action d'une force centrale $\vec{F}$

. Le centre de la trajectoire O est considéré comme origine d'un repère fixe xOy.
Exprimer $\dot{\theta}$ en fonction de θ, de A et de la constante des aires C ?
Déterminer l'expression de la force centrale F en fonction de m, C, r ?

Rappel : En utilisant les coordonnées polaires (r, θ), les vecteurs vitesse et accélération s'écrivent dans la base $(\vec{e}_r, \vec{e}_\theta)$ sous la forme suivante :

$$\vec{v} = \dot{r}\vec{e}_r + r\dot{\theta}\vec{e}_\theta \quad \text{et} \quad \vec{a} = (\ddot{r} - r\dot{\theta}^2)\vec{e}_r + (r\ddot{\theta} + 2\dot{r}\dot{\theta})\vec{e}_\theta$$

Solution 3:

- ***On a : $= e^{-2}\, qC/A^2$***
- ***On obtient : $f = -2mc^2/r^3$***

EXERCICE 4:

Dans le repère terrestre supposé galiléen, on considère une masse M attachée à l'extrémité d'un ressort horizontal de constante de raideur k. A l'instant initial, la masse M est en équilibre, puis on tire une balle de fusil de masse m qui percute la masse M avec une vitesse $\vec{v} = V_0\, \vec{i}$, V_0 = constante positive.
Déterminer l'expression de l'amplitude maximale x_m des oscillations de la masse M après le choc qui est parfaitement élastique, en fonction de M, m, k et V_0 ?

Solution 4:

- **On a : $m v_0 + 0 = M V' + m v'$ d'où $V' = \dfrac{2m}{M+m} v_0$**
- **On obtient : $x_m = \sqrt{\dfrac{M}{k}}\, V' = \sqrt{\dfrac{M}{k}}\, \dfrac{2m}{M+m} v_0$**

[Retour | Accueil | Cours | Exercices | Examens | Quizz-Qcm | Q-R (tests) | Contact]