

## TD de MECANIQUE 1

### Exercice 1

Une particule  $M$  de coordonnées cylindriques  $(\rho, \theta, z)$  décrit une hélice telle que :  $\rho = R$ ,  $\theta = \omega t$ ,  $z = at$  ; où  $a$ ,  $\omega$  et  $R$  sont des constantes.

- 1) Exprimer le pas  $h$  de l'hélice
- 2) Exprimer la vitesse et l'accélération de  $M$  en coordonnées cylindriques et déterminer la distance parcourue par  $M$  pendant le temps  $t$ .
- 3) Déterminer le trièdre de Frénet  $(\vec{T}, \vec{N}, \vec{B})$  et exprimer le vecteur vitesse et accélération du point  $M$ .

### Exercice 2

Un avion vole d'Abidjan vers Korhogo avec une vitesse de 400 km par rapport à l'air au repos.

- 1) Trouver la direction que l'avion devrait suivre pour compenser l'action d'un vent qui souffle de l'Est vers l'Ouest à une vitesse de 57 km par rapport au sol.
- 2) Calculer la vitesse de l'avion par rapport au sol.

### Exercice 3

Une particule  $M$  se déplace dans le plan  $xOy$ . Sa vitesse est définie par  $\vec{v} = a\vec{u}_\theta + b\vec{u}_y$  où  $a$  et  $b$  sont des constantes.

- 1) Déterminer l'équation  $\rho(\theta)$  de la trajectoire en coordonnées polaires.
- 2) On choisit  $a = 3b$ . Sachant que pour  $\theta = 0$ , l'abscisse du point  $M$  est 1 m, donner l'expression de  $\rho(\theta)$ .
- 3) Déterminer l'allure de la trajectoire dans le plan  $xOy$ .

### Exercice 4

Dans un repère cartésien  $(O, x, y, z)$  muni de base  $(\vec{u}_x, \vec{u}_y, \vec{u}_z)$ . Un point  $M$  en mouvement a pour équations horaires

$$\begin{aligned}x &= 1 + \cos t \\y &= \sin t \\z &= 0\end{aligned}$$

- 1) Déterminer l'équation de la trajectoire et montrer que c'est un cercle, préciser le centre et le rayon.
- 2) Exprimer les vecteurs vitesse  $\vec{v}$ , vitesse angulaire  $\vec{\omega}$  et accélération  $\vec{a}$ .
- 3) Représenter la trajectoire et tous les vecteurs de la question 2 en un point  $M$  de la trajectoire.

### Exercice 5

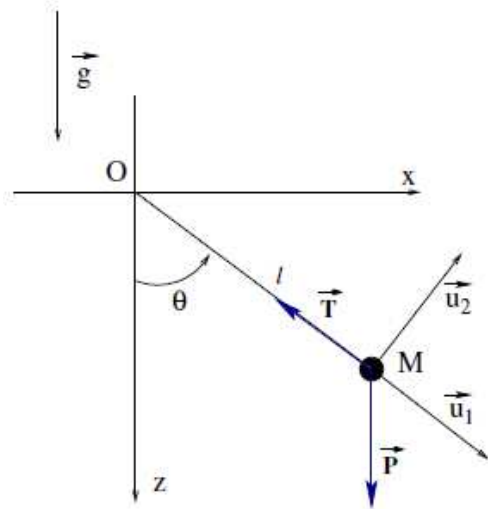
Le rotor d'une machine tourne à  $1200 \text{ tr.min}^{-1}$ . A l'instant  $t = 0$ , il est soumis à une accélération angulaire  $\alpha$  supposée constante jusqu'à l'arrêt complet. Il s'arrête en 300 tours.

- 1) Donner les équations horaires de  $\alpha$  et  $\alpha$ .
- 2) Calculer la durée du freinage.
- 3) Calculer la valeur de  $\alpha$ .

### Exercice 6

Considérons un pendule simple oscillant dans un plan vertical d'un référentiel terrestre galiléen. La position du point matériel est repérée à l'aide de l'angle  $\theta(t)$ .

- 1) Calculer le moment des forces par rapport à l'axe  $(\Delta)$  passant par  $O$  et perpendiculaire au plan osculateur.
- 2) Exprimer le moment cinétique  $L_{\Delta}(M)$  du point matériel.
- 3) A l'aide du théorème du moment cinétique, trouvez l'équation différentielle que vérifie  $\theta(t)$ .



### Exercice 7

Une particule  $M$  se déplace dans le plan  $xOy$ . Sa vitesse est définie par  $\vec{v} = a\vec{u}_\theta + b\vec{u}_y$  où  $a$  et  $b$  sont des constantes.

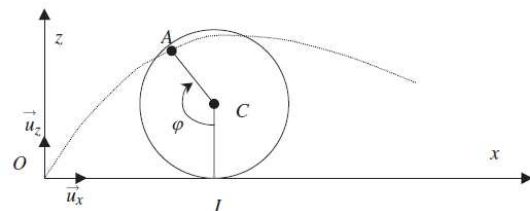
- 4) Déterminer l'équation  $\rho(\theta)$  de la trajectoire en coordonnées polaires.
- 5) On choisit  $a = 3b$ . Sachant que pour  $\theta = 0$ , l'abscisse du point  $M$  est 1 m, donner l'expression de  $\rho(\theta)$ .
- 6) Déterminer l'allure de la trajectoire dans le plan  $xOy$ .

### Exercice 8

Une roue circulaire de centre  $C$ , de rayon  $a$ , roule sans glisser sur  $Ox$ , tout en restant dans le plan  $Ox, Oz$ .

Un point  $A$  de la roue coïncide à l'instant  $t = 0$  avec l'origine  $O$  du repère. Le centre  $C$  a une vitesse constante  $V_0$ .

- 1) Déterminer les coordonnées de  $A$  à l'instant  $t$ .
- 2) Calculer  $\vec{V}$  le vecteur vitesse de  $A$  par rapport au sol.
- 3) Donner l'expression du vecteur vitesse angulaire  $\vec{\omega}$ . Calculer le produit vectoriel  $\vec{\omega} \wedge \vec{IA}$ . Que peut-on en déduire ?
- 4) Calculer  $\vec{a}$ , le vecteur accélération de  $A$  par rapport au sol.
- 5) Retrouver les vecteurs vitesse  $\vec{V}$  et accélération  $\vec{a}$  en utilisant la loi de composition des mouvements.



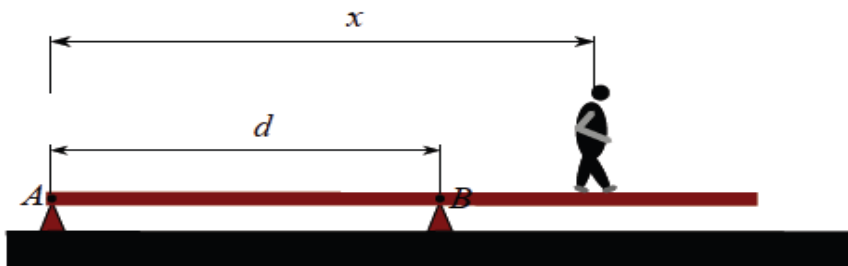
### Exercice 9

Un véhicule de masse  $m = 300 \text{ kg}$ , animé d'une vitesse  $\vec{v} = 80 \text{ km/h}$ . Pour éviter d'entrer en collision avec un automobiliste stationné à  $20 \text{ m}$ . Calculer la force de freinage nécessaire pendant une durée de  $3 \text{ s}$  pour éviter la collision.

### Exercice 10

Une poutre de masse  $M = 100 \text{ kg}$  et de longueur  $l = 5 \text{ m}$ , repose sur deux support A et B distant de  $d = 3 \text{ m}$ . Un individu de masse  $m = 75 \text{ kg}$  se déplace le long de la poutre en partant de l'extrémité A.

- 1) Calculer la distance maximale à laquelle peut s'éloigner l'individu tout en conservant l'équilibre de la poutre
- 2) Exprimer la réaction du support A sur la poutre en fonction de  $x$ .



### Exercice 11

Considérons le système ci-dessous formé d'une combinaison de ressorts. Le corps solide de masse  $m$  se déplace horizontalement suivant la direction  $x$ .

- 1) Calculer la raideur du ressort équivalent.
- 2) Calculer la pulsation propre du système.

