

# Реляционная теория

# Задачи для самостоятельного решения

R1

Музыкант	Компания

R2

Песня	Музыкант	Жанр

R3

Радиостанция	Жанр

R4

Радиостанция	Песня	Дата

1. Найти музыканта, все песни которого проигрывались на радиостанции "Relax FM"
2. Найти компании, песни артистов которых проигрывались на радиостанции "Европа Плюс"
3. Найти песни, которые проигрывались на одной и той же радиостанции более одного раза
4. Найти жанры, характерные для радиостанций, на которых выступает группа "Ума Турман"
5. Найти песни, которые проигрывались на одной и той же радиостанции только 1 раз

# Реляционная алгебра

- Реляционная алгебра — это коллекция операций, которые принимают отношения в качестве операндов и возвращают отношение в качестве результата.

# Операции реляционной алгебры

Традиционные операции с множествами (булевы / теоретико-множественные)

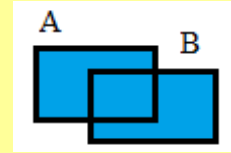
- *объединение: A UNION B,  $A \cup B$ ;*
- *пересечение: A INTERSECT B,  $A \cap B$ ;*
- *разность: A MINUS B,  $A - B$  ;*
- *декартово произведение A TIMES B ;  $A \times B$*

Специальные реляционные операции

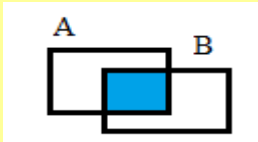
- *сокращение (выборка) A WHERE p;*
- *проекция;*
- *соединение ; A JOIN B;  $A \bowtie B$*
- *Деление;  $A \div B$ .*
- *Переименование атрибута*

# Булевы / теоретико-множественные операции

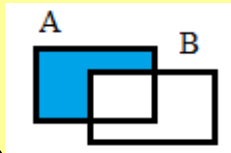
- объединение:  $A \text{ UNION } B, A \cup B;$



- пересечение:  $A \text{ INTERSECT } B, A \cap B;$



- разность:  $A \text{ MINUS } B, A - B;$



- декартово произведение  $A \text{ TIMES } B; A \times B$

A	B	A TIMES B
a	x	a x
b	y	a y
c		b x
		b y
		c x
		c y

# Объединение

- Если даны отношения  $a$  и  $b$  одного и того же типа, то **объединение** этих отношений  $a \cup b$  является отношением того же типа с телом, которое состоит из всех кортежей  $t$ , присутствующих в  $a$  или  $b$ , или в обоих отношениях.
- $a \cup b = \{t: t \in a \vee t \in b\}$

# Объединение. пример

A

S#	ФИО	Дисциплина	Оценка
1	Иванов И.И.	Проектир. БД.	5
2	Петров П.П.	ООП	4

B

S#	ФИО	Дисциплина	Оценка
1	Иванов И.И.	Проектир. БД.	5
3	Сидоров С.С.	Информатика	5

A	UNION		B
S#	ФИО	Дисциплина	Оценка
1	Иванов И.И.	Проектир. БД.	5
2	Петров П.П.	ООП	4
3	Сидоров С.С.	Информатика	5

# Объединение. Свойства

- **Коммутативность**  $a \cup b = b \cup a$

Двуместный оператор  $g$  называется *коммутативным*, если  $g(a,b) = g(b,a)$  для любых  $a$  и  $b$

- **Ассоциативность**  $a \cup (b \cup c) = (a \cup b) \cup c$

Двуместный оператор  $g$  называется *ассоциативным*, если  $g(a,g(b,c)) = g(g(a,b),c)$  для любых  $a, b, c$ .



# Пересечение

- Если даны отношения  $a$  и  $b$  одного и того же типа, то **пересечением** этих отношений  $a \text{ INTERSECT } b$  является отношение того же типа с телом, состоящим из всех кортежей  $t$ , таких, что  $t$  присутствует одновременно в  $a$  и  $b$ .
- $a \cap b = \{t: t \in a, t \in b\}$

# Пересечение. пример

A

S#	ФИО	Дисциплина	Оценка
1	Иванов И.И.	Проектир. БД.	5
2	Петров П.П.	ООП	4

B

S#	ФИО	Дисциплина	Оценка
1	Иванов И.И.	Проектир. БД.	5
3	Сидоров С.С.	Информатика	5

A	INTERSECT	B	
S#	ФИО	Дисциплина	Оценка
1	Иванов И.И.	Проектир. БД.	5

# Пересечение. Свойства

- **Коммутативность**  $a \cap b = b \cap a$

Двуместный оператор  $g$  называется *коммутативным*, если  $g(a,b) = g(b,a)$  для любых  $a$  и  $b$

- **Ассоциативность**  $a \cap (b \cap c) = (a \cap b) \cap c$

Двуместный оператор  $g$  называется *ассоциативным*, если  $g(a,g(b,c)) = g(g(a,b),c)$  для любых  $a, b, c$ .

# Разность

- Если даны отношения  $a$  и  $b$  одного и того же типа, то **разностью** этих отношений  $a$  MINUS  $b$  (в указанном порядке), является отношение того же типа с телом, состоящим из всех кортежей  $t$ , таких, что  $t$  присутствует в  $a$ , но не в  $b$ .
- $a-b = \{t: t \in a, : t \notin b \}$

# Разность. пример

A

S#	ФИО	Дисциплина	Оценка
1	Иванов И.И.	Проектир. БД.	5
2	Петров П.П.	ООП	4

B

S#	ФИО	Дисциплина	Оценка
1	Иванов И.И.	Проектир. БД.	5
3	Сидоров С.С.	Информатика	5

A MINUS

B

S#	ФИО	Дисциплина	Оценка
2	Петров П.П.	ООП	4

B MINUS

A

S#	ФИО	Дисциплина	Оценка
3	Сидоров С.С.	Информатика	5

# Декартово произведение

- **декартово произведение**  $a$  TIMES  $b$  отношений  $a$  и  $b$ , не имеющих общих атрибутов, как отношение, заголовок которого представляет собой (теоретико-множественное) объединение заголовков отношений  $a$  и  $b$ , а тело состоит из всех кортежей  $t$ , таких, что  $t$  является (теоретико-множественным) объединением кортежа, принадлежащего к отношению  $a$ , и кортежа, принадлежащего к отношению  $b$ .
- $a \times b = \{t: t = (t_1, t_2) \ t_1 \in a, t_2 \in b \}$

# Декартово произведение. пример

A

S#	ФИО	Дисциплина	Оценка
1	Иванов И.И.	Проектир. БД.	5
2	Петров П.П.	ООП	4

B

S#	ФИО	Дисциплина	Оценка
1	Иванов И.И.	Проектир. БД.	5
3	Сидоров С.С.	Информатика	5

C

P#	Преподаватель
Экзамен	Карпов А.А.
Контрольная	Тунцов К.К.

A		TIMES		C	
S#	ФИО	Дисциплина	Оценка	P#	Преподаватель
1	Иванов И.И.	Проектир. БД	5	Экзамен	Карпов А.А.
1	Иванов И.И.	Проектир. БД	5	Контрольная	Тунцов К.К.
2	Петров П.П.	ООП	4	Экзамен	Карпов А.А.
2	Петров П.П.	ООП	4	Контрольная	Тунцов К.К.

# Специальные реляционные операции

- *сокращение (выборка)*
  - *проекция;*
  - *соединение :*
    - *Естественное соединение*
    - *Тета-соединение*
    - *Эквисоединение*
  - *Деление;  $A \div B$ .*
- 
- *Переименование атрибута*



# Выборка (сокращение)

- **Операция выборки** применяется к одному отношению R и определяет результирующее отношение, которое содержит только те кортежи (строки) из отношения R, которые удовлетворяют заданному условию (*предикату*).

- Сигма  $\sigma_{\text{предикат}}(R)$
- $\sigma_{X=x}(a) = \{t: t \in a, t(X)=x\}$

# Выборка пример

A

S#	ФИО	Дисциплина	Оценка
1	Иванов И.И.	Проектир. БД.	5
2	Петров П.П.	ООП	4
3	Сидоров С.С.	Информатика	5

$$\sigma_{\text{Оценка}=5}(A)$$

A WHERE Оценка=5

S#	ФИО	Дисциплина	Оценка
1	Иванов И.И.	Проектир. БД.	5
3	Сидоров С.С.	Информатика	5

# Свойства выборки

- **Выборка дистрибутивна относительно пересечения, объединения и разности**
  - Одноместный оператор  $f$  называется *дистрибутивным* относительно двуместного оператора  $g$ , если  $f(g(a,b)) = g(f(a),f(b))$  для любых  $a$  и  $b$ .
- **Выборка дистрибутивна относительно соединения при условии, что условие выборки не сложнее, чем конъюнкция (AND) двух различных условий, по одному для каждого из двух операндов.**

# Проекция

- Операция проекции применяется к отношению  $R$  и определяет новое отношение, содержащее вертикальное подмножество отношения  $R$ , создаваемое посредством извлечения значений указанных атрибутов и исключения из результата строк-дубликатов
- $\pi_x(a) = \{t(x), : t \in a\}$

# Проекция пример

A

S#	ФИО	Дисциплина	Оценка
1	Иванов И.И.	Проектир. БД.	5
2	Петров П.П.	ООП	4
3	Сидоров С.С.	Информатика	5

$$\pi_{\{S\#, \text{ФИО}, \text{Дисциплина}\}}(A)$$

A OVER S#, ФИО, Дисциплина

S#	ФИО	Дисциплина
1	Иванов И.И.	Проектир. БД.
2	Петров П.П.	ООП
3	Сидоров С.С.	Информатика

$$\pi_{\text{Оценка}}(A)$$

A OVER Оценка

Оценка
4
5

# Свойства проекции

- Ни один из атрибутов не может быть указан в разделенном запятыми списке имен атрибутов больше одного раза
- **Проекция дистрибутивна относительно объединения**
  - Одноместный оператор  $f$  называется *дистрибутивным* относительно двуместного оператора  $g$ , если  $f(g(a,b)) = g(f(a),f(b))$  для любых  $a$  и  $b$ .
- **Проекция дистрибутивна относительно соединения при условии, что все атрибуты, по которым производится соединение, включены в проекцию.**

# Соединение

- *Естественное соединение*  
 $A \text{ JOIN } B, A \bowtie B$
- *Тета-соединение*  
 $(A \text{ TIMES } B) \text{ WHERE } X \theta Y, A \bowtie_{\theta} B$
- *Эквисоединение*  
 $(A \text{ TIMES } B) \text{ WHERE } X = Y, A \bowtie_{=} B$

# Тета-соединение

- $R \bowtie_F S$ . Операция тета-соединения определяет отношение, которое содержит кортежи из декартова произведения отношений  $R$  и  $S$ , удовлетворяющие предикату  $F$ . Предикат  $F$  имеет вид  $R.a_i \theta S.b_j$ , где вместо  $\theta$  может быть указана одна из операций сравнения ( $<, \leq, >, \geq, =, \neq$ ).



# Тета-соединение

A

S#	ФИО	Дисциплина	Оценка
1	Иванов И.И.	Проектир. БД.	5
2	Петров П.П.	ООП	4

D

D#	Преподаватель
Информатика	Карпов А.А.
ООП	Тунцов К.К.

A TIMES D

S#	ФИО	Дисциплина	Оценка	D#	Преподаватель
1	Иванов И.И.	Проектир. БД.	5	Информатика	Карпов А.А.
1	Иванов И.И.	Проектир. БД.	5	ООП	Тунцов К.К.
2	Петров П.П.	ООП	4	Информатика	Карпов А.А.
2	Петров П.П.	ООП	4	ООП	Тунцов К.К.

A ⋈<sub>Дисциплина>D#</sub> D

A TIMES D WHERE Дисциплина>D#

S#	ФИО	Дисциплина	Оценка	D#	Преподаватель
1	Иванов И.И.	Проектир. БД.	5	Информатика	Карпов А.А.
1	Иванов И.И.	Проектир. БД.	5	ООП	Тунцов К.К.
2	Петров П.П.	ООП	4	Информатика	Карпов А.А.

# Эквисоединение

- $R \bowtie_F S$  Определяет отношение, которое содержит кортежи из декартова произведения отношений  $R$  и  $S$ , удовлетворяющие предикату  $F$  (предикат должен предусматривать только сравнение на равенство)

# Эквисоединение пример

A

S#	ФИО	Дисциплина	Оценка
1	Иванов И.И.	Проектир. БД.	5
2	Петров П.П.	ООП	4

D

D#	Преподаватель
Информатика	Карпов А.А.
ООП	Тунцов К.К.

A ⋈<sub>Дисциплина=D#</sub> D

A		TIMES				D WHERE Дисциплина=D#	
S#	ФИО	Дисциплина	Оценка	D#	Преподаватель		
2	Петров П.П.	ООП	4	ООП	Тунцов К.К.		

# Естественное соединение

- $R \bowtie S$ . Естественным соединением называется соединение по эквивалентности двух отношений  $R$  и  $S$ , выполненное по всем общим атрибутам  $x$ , из результатов которого исключается по одному экземпляру каждого общего атрибута.

# Естественное соединение

- Предположим, что отношения  $a$  и  $b$ , соответственно, имеют следующие атрибуты.  $X_1, X_2, \dots, X_m, Y_1, Y_2, \dots, Y_n$
- $Y_1, Y_2, \dots, Y_n, Z_1, Z_2, \dots, Z_p$
- ЭТО означает, что два рассматриваемых отношения имеют общее множество атрибутов  $Y$ , состоящее из атрибутов  $Y_1, Y_2, \dots, Y_n$  (и только из этих атрибутов), другие атрибуты отношения  $a$  образуют множество  $x$ , состоящее из атрибутов  $X_1, X_2, X_m$ , а другие атрибуты отношения  $b$  образуют множество  $z$ , состоящее из атрибутов  $Z_1, Z_2, \dots, Z_p$ .
- В таком случае (**естественное**) **соединение**  $a$  и  $b$  выражается следующим образом.
- $a \text{ JOIN } b$
- Оно представляет собой отношение с заголовком  $\{X, Y, Z\}$  и телом, состоящим из всех таких кортежей  $\{X\ x, Y\ y, Z\ z\}$ , что любой из этих кортежей присутствует и в отношении  $a$ , со значением  $x$  атрибута  $x$  и значением  $y$  атрибута  $Y$ , и в отношении  $b$ , со значением  $y$  атрибута  $Y$  и значением  $z$  атрибута  $Z$ .

# Естественное соединение пример

A

S#	ФИО	Дисциплина	Оценка
1	Иванов И.И.	Проектир. БД.	5
2	Петров П.П.	ООП	4

D

Дисциплина	Преподаватель
Информатика	Карпов А.А.
ООП	Тунцов К.К.

A ⋈ D

A	JOIN	D		
S#	ФИО	Дисциплина	Оценка	Преподаватель
2	Петров П.П.	ООП	4	Тунцов К.К.

# Деление

- Предположим, что отношение  $R$  определено на множестве атрибутов  $A$ , а отношение  $S$  — на множестве атрибутов  $B$ , причем  $B \subseteq A$  (т.е.  $B$  является подмножеством  $A$ ). Пусть  $C = A - B$ , т.е.  $C$  является множеством атрибутов отношения  $R$ , которые не являются атрибутами отношения  $S$ . Тогда определение операции деления будет выглядеть следующим образом.
- $R \div S$ , Результатом **операции деления** является набор кортежей отношения  $R$ , определенных на множестве атрибутов  $C$ , которые соответствуют комбинации всех кортежей отношения  $S$ .
- $R \text{ DIVIDE BY } S \text{ PER } C$

# Деление пример

делимое (DEND) , делитель (DOR), посредник (MED)

$$\text{DEND} \propto \text{MED} \div \text{DOR}$$

DEND		MED			
S#		S#	P#	S#	P#
S1		S1	P1	S2	P1
S2		S1	P2	S2	P2
S3		S1	P3	S3	P2
S4		S1	P4	S4	P2
S5		S1	P5	S4	P4
		S1	P6	S4	P5
		..	..		
DOR		DOR		DOR	
P#		P#		P#	
P1		P2		P1	
		P4		P2	
				P3	
				P4	
				P5	
				P6	
DEND DIVIDEBY DOR PER MED					
S#		S#		S#	
S1		S1		S1	
S2		S4			



# Дополнительные операторы реляционной алгебры

- Оператор переименования атрибутов S  
RENAME CITY AS SCITY
- A RENAME Atr<sub>1</sub>, Atr<sub>2</sub> AS NewAtr<sub>1</sub>, NewAtr<sub>2</sub>  
где Atr<sub>1</sub>, Atr<sub>2</sub> - старые значения атрибутов  
NewAtr<sub>1</sub>, NewAtr<sub>2</sub> - новые значения атрибутов

- Оператор присвоения Result ← операция

- Оператор переименования атрибутов

$$\sigma_{\text{имя\_стар} \leftarrow \text{имя\_нов}}(R)$$

# Оператор переименования

- $\rho_s(E)$  или  $\rho_{S(a_1, a_2, \dots, a_n)}(E)$
- **Операция переименования** позволяет присвоить новое имя  $S$  выражению  $E$ , а также дополнительно переименовать атрибуты как  $a_1, a_2, \dots, a_n$

# Приоритеты операций реляционной алгебры

Операция	Приоритет
Переименование	4
Выборка	3
Проекция	3
Декартово произведение	2
Соединение	2
Пересечение	2
Деление	2
Объединение	1
Разность	1

# Примеры решения задач 1

R1

Спортсмен	Дисциплина	Олимпиада	Место

R2

Город	Олимпиада
Сочи	2014
Пхенчхан	2018

R3

Страна	Город
Корея	Пхенчхан
Россия	Сочи

R4

Спортсмен	Страна

1. Найти страны, спортсмены которых участвовали в олимпиаде в Пхенчхане

$$R_{124} \leftarrow R1 \bowtie R2 \bowtie R4$$

R124					
Спортсмен	Дисциплина	Олимпиада	Место	Город	Страна

Ответ  $\Pi_{\{ \text{страна} \}} \left( \sigma_{\text{город}=\text{Пхенчхан}} (R1 \bowtie R2 \bowtie R4) \right)$

Страна

# Примеры решения задач 2

R1

Спортсмен	Дисциплина	Олимпиада	Место

R2

Город	Олимпиада
Сочи	2014
Пхенчхан	2018

R3

Страна	Город
Корея	Пхенчхан
Россия	Сочи

R4

Спортсмен	Страна

2. Найти страны, которые участвовали в олимпиаде в Корее и заняли 1-е места

$$R23 \leftarrow R2 \bowtie R3$$

$$R14 \leftarrow R1 \bowtie R4$$

R23

Город	Олимпиада	Страна

R14

ФИО	Дисциплина	Олимпиада	Место	Страна

Ответ  $\Pi_{\{страна\}} \left( \sigma_{\substack{\text{место}=1, \\ \text{страна1}=\text{Корея}}} \left( \left( \rho_{R23'}(\text{город}, \text{олимпиада}, \text{страна1})(R23) \right) \bowtie R14 \right) \right)$

Страна

$$\Pi_{\{страна\}} \left( \sigma_{\substack{\text{место}=1, \\ \text{страна1}=\text{Корея}}} \left( \left( \sigma_{\text{страна} \leftarrow \text{страна1}}(R23) \right) \bowtie R14 \right) \right)$$

# Примеры решения задач 3

R1

Спортсмен	Дисциплина	Олимпиада	Место

R2

Город	Олимпиада
Сочи	2014
Пхенчхан	2018

R3

Страна	Город
Корея	Пхенчхан
Россия	Сочи

R4

Спортсмен	Страна

3. Найти страну, в которой проводилось больше 1 олимпиады

$$R23 \leftarrow R2 \bowtie R3$$

$$R2323 \leftarrow R23 \bowtie \left( \rho_{R23'(\text{город1, олимпиада1, страна})}(R23) \right)$$

R23

Город	Олимпиада	Страна

R2323

Город	Олимпиада	Страна	Город1	Олимпиада1

$$\text{Ответ } \Pi_{\{\text{страна}\}} \left( \sigma_{\text{олимпиада} <> \text{олимпиада1}} \left( R23 \bowtie \left( \rho_{R23'(\text{город1, олимпиада1, страна})} \right) \right) \right)$$

Страна

--

$$R2323' \leftarrow \Pi_{\{\text{страна}\}} \left( \sigma_{\text{олимпиада} <> \text{олимпиада1}} (R2323) \right)$$

# Примеры решения задач 4

R1

Спортсмен	Дисциплина	Олимпиада	Место

R2

Город	Олимпиада
Сочи	2014
Пхенчхан	2018

R3

Страна	Город
Корея	Пхенчхан
Россия	Сочи

R4

Спортсмен	Страна

4. Найти страну, в которой проводилось НЕ больше 1 олимпиады

$$R23 \leftarrow R2 \bowtie R3$$

$$R2323 \leftarrow R23 \bowtie \left( \rho_{R23'(\text{город1, олимпиада1, страна})}(R23) \right)$$

R23

Город	Олимпиада	Страна

R2323

Город	Олимпиада	Страна	Город1	Олимпиада1

$$R2323' \leftarrow \Pi_{\{\text{страна}\}} \left( \sigma_{\text{олимпиада} <> \text{олимпиада1}}(R2323) \right)$$

Ответ  $\Pi_{\{\text{страна}\}}(R3) - R2323'$

Страна

# Примеры решения задач 5

R1

Спортсмен	Дисциплина	Олимпиада	Место

R2

Город	Олимпиада
Сочи	2014
Пхенчхан	2018

R3

Страна	Город
Корея	Пхенчхан
Россия	Сочи

R4

Спортсмен	Страна

5. Найти страны, спортсмены которых не участвовали в олимпиаде в Пхенчхане

$$R_{124} \leftarrow R1 \bowtie R2 \bowtie R4$$

R124					
Спортсмен	Дисциплина	Олимпиада	Место	Город	Страна

Ответ  $\Pi_{\{страна\}}(R4) - \Pi_{\{страна\}}(\sigma_{город=Пхенчхан}(R1 \bowtie R2 \bowtie R4))$

Страна



# Примеры решения задач 6

R1

Спортсмен	Дисциплина	Олимпиада	Место

R2

Город	Олимпиада
Сочи	2014
Пхенчхан	2018

R3

Страна	Город
Корея	Пхенчхан
Россия	Сочи

R4

Спортсмен	Страна

6. Найти страны, спортсмены которых участвовали во всех олимпиадах

$$R14 \leftarrow R1 \bowtie R4$$

R14

ФИО	Дисциплина	Олимпиада	Место	Страна

Ответ  $\Pi_{\{\text{страна, Олимпиада}\}} (R1 \bowtie R4) \div \Pi_{\{\text{олимпиада}\}} (R2)$

Страна