

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования  
«САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ  
АЭРОКОСМИЧЕСКОГО ПРИБОРОСТРОЕНИЯ»

КАФЕДРА КОМПЬЮТЕРНЫХ ТЕХНОЛОГИЙ  
И ПРОГРАММНОЙ ИНЖЕНЕРИИ (КАФЕДРА №43)

ОТЧЕТ ЗАЩИЩЕН С  
ОЦЕНКОЙ:

\_\_\_\_\_

ПРЕПОДАВАТЕЛЬ:

\_\_\_\_\_  
(должность, учёная степень, звание) / \_\_\_\_\_ / \_\_\_\_\_ / М. В. Фаттахова  
(подпись) (дата защиты) (инициалы, фамилия)

ОТЧЕТ О ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЕ №3

«Решение задачи многокритериальной оптимизации средствами Excel»

ПО КУРСУ: «Прикладные модели оптимизации»

РАБОТУ ВЫПОЛНИЛ (-А) СТУДЕНТ (-КА):

\_\_\_\_\_  
(номер группы) / Н. С. Иванов  
(инициалы, фамилия)

/ \_\_\_\_\_ / 27.11.2021  
(подпись студента) (дата отчета)

## 1 Формулировка задачи:

### Вариант 8

Фирма производит два безалкогольных напитка «Колокольчик» и «Буратино». Для производства «Колокольчика» требуется 0,02 ч работы оборудования, а для «Буратино» – 0,04, а расход специального ингредиента на них составляет 0,01 кг и 0,04 кг на 1 л соответственно. Ежедневно в распоряжении фирмы 16 кг специального ингредиента и 24 ч работы оборудования. Доход от продажи одного литра «Колокольчика» составляет 0,25 рубля, а «Буратино» – 0,35.

Требуется составить такой план производства, который будет удовлетворять следующим целям:

- Цель 1: максимизировать суммарный доход от продажи.
- Цель 2: максимизировать суммарное количество производимых напитков.
- Цель 3: минимизировать используемое количество специального ингредиента.

## 2. Математическая модель

$$\max H_1(x) = \max(0,25x_1 + 0,35x_2)$$

$$\max H_2(x) = \max(x_1 + x_2)$$

$$\min H_3(x) = \max(-(0,01x_1 + 0,04x_2))$$

$$\begin{cases} 0,02x_1 + 0,04x_2 \geq 24 \\ 0,01x_1 + 0,04x_2 \geq 16 \\ x_1, x_2 \geq 0 \end{cases}$$

## 3. Математические модели каждой цели и их решение с помощью Excel

$$L = H_1(x) = 0,25x_1 + 0,35x_2 \rightarrow \max$$

$$\begin{cases} 0,02x_1 + 0,04x_2 \geq 24 \\ 0,01x_1 + 0,04x_2 \geq 16 \\ x_1, x_2 \geq 0 \end{cases}$$

Условие							
	«Колокольчик»	«Буратино»		H1	300	->	max
Ингредиент (кг)	0,01	0,04		H2	1200	->	max
Время (ч)	0,02	0,04		H3	-12	->	max
Стоимость	0,25	0,35					
Производство							
	«Колокольчик»	«Буратино»					
	1200	0					
Ограничения							
Ингредиент (кг)	12	0	12 <=	16			
Время (ч)	24	0	24 <=	24			
Стоимость	300	0	300				

$$L = H_2(x) = x_1 + x_2 \rightarrow \max$$

$$\begin{cases} 0,02 x_1 + 0,04 x_2 \geq 24 \\ 0,01 x_1 + 0,04 x_2 \geq 16 \\ x_1, x_2 \geq 0 \end{cases}$$

Условие							
	«Колокольчик»	«Буратино»		H1	300	->	max
Ингредиент (кг)	0,01	0,04		H2	1200	->	max
Время (ч)	0,02	0,04		H3	-12	->	max
Стоимость	0,25	0,35					
Производство							
	«Колокольчик»	«Буратино»					
	1200	0					
Ограничения							
Ингредиент (кг)	12	0	12 <=	16			
Время (ч)	24	0	24 <=	24			
Стоимость	300	0	300				

$$L = H_3(x) = -(0,01 x_1 + 0,04 x_2) \rightarrow \max$$

$$\begin{cases} 0,02 x_1 + 0,04 x_2 \geq 24 \\ 0,01 x_1 + 0,04 x_2 \geq 16 \\ x_1, x_2 \geq 0 \end{cases}$$

Условие							
	«Колокольчик»	«Буратино»		H1	230	->	max
Ингредиент (кг)	0,01	0,04		H2	800	->	max
Время (ч)	0,02	0,04		H3	-17	->	max
Стоимость	0,25	0,35					
Производство							
	«Колокольчик»	«Буратино»					
	500	300					
Ограничения							
Ингредиент (кг)	5	12	17 <=	16			
Время (ч)	10	12	22 <=	24			
Стоимость	125	105	230				

#### 4. Решение многокритериальной задачи методом главного критерия

Точка sq(статус-кво) ( 213; 750; -15 )

$$\max H_1(x) = \max(0,25 x_1 + 0,35 x_2)$$

$$0,02 x_1 + 0,04 x_2 \geq 24$$

$$0,01 x_1 + 0,04 x_2 \geq 16$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

$$x_1 + x_2 \geq 750$$

$$0,01 x_1 + 0,04 x_2 \geq -15$$

Условие									
	«Колокольчик»	«Буратино»		H1	300	->	max		
Ингредиент (кг)	0,01	0,04		H2	1200	=>	750		
Время (ч)	0,02	0,04		H3	-12	=>	-15		
Стоимость	0,25	0,35							
Производство									
	«Колокольчик»	«Буратино»							
	1200	0							
Ограничения									
Ингредиент (кг)	12	0	12 <=	16					
Время (ч)	24	0	24 <=	24					
Стоимость	300	0	300						

#### 5. Арбитражное решение Нэша

Точка sq ( 213; 750; -15 )

$$\max H_1^N(x) = \max(0,25 x_1 + 0,35 x_2)(x_1 + x_2)(-(0,01 x_1 + 0,04 x_2))$$

$$0,02 x_1 + 0,04 x_2 \geq 24$$

$$0,01 x_1 + 0,04 x_2 \geq 16$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

$$0,25 x_1 + 0,35 x_2 \geq 213$$

$$x_1 + x_2 \geq 750$$

$$0,01 x_1 + 0,04 x_2 \geq -15$$

Условие									
	«Колокольчик»	«Буратино»		H1	277,5	=>	213		
Ингредиент (кг)	0,01	0,04		H2	1050,0	=>	750		
Время (ч)	0,02	0,04		H3	-15	=>	-15		
Стоимость	0,25	0,35							
Производство									
	«Колокольчик»	«Буратино»							
	900,0	150,0							
Ограничения									
Ингредиент (кг)	9,0	6,0	15 <=	16					
Время (ч)	18,0	6,0	24 <=	24					
Стоимость	225,0	52,5	277,5						

Функция Нэша  
4370625

## 6. Методом минимизации расстояния до «утопической» точки

Утопическая точка ( 300; 1200; 0)

$$\rho^2 = (H_1(x) - 300)^2 + (H_2(x) - 1200)^2 + (H_3(x) - 0)^2$$

$$\min \rho^2(x) = (0,25x_1 + 0,35x_2 - 300)^2 + (x_1 + x_2 - 1200)^2 + (-(0,01x_1 + 0,04x_2) - 0)^2 \rightarrow \min$$

$$0,02x_1 + 0,04x_2 \geq 24$$

$$0,01x_1 + 0,04x_2 \geq 16$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

Условие							
	«Колокольчик»	«Буратино»		H1	300	300	
Ингредиент (кг)	0,01	0,04		H2	1200	1200	
Время (ч)	0,02	0,04		H3	-12	0	
Стоимость	0,25	0,35					
Производство							
	«Колокольчик»	«Буратино»					
	1200	0					
Ограничения							
Ингредиент (кг)	12,0	0,0	12,0 <=	16			
Время (ч)	24,0	0,0	24,0 <=	24			
Стоимость	300,0	0,0	300,0				
Расстояние до утопической точки							
143,9864483							

## 7. Сводная таблица построенных решений:

Решение	$x_1^*$	$x_2^*$	$H_1^*$	$H_2^*$	$H_3^*$
Оптим. для ЦФ1	1200	0	300	1200	-12
Оптим. для ЦФ2	1200	0	300	1200	-12
Оптим. для ЦФ3	0	0	0	0	0
Точка статус-кво	500	250	212,5	750	-15
Метода главного критерия (главный – первый)	1200	0	300	1200	-12
Арбитражное решение Нэша	900	150	277	1050	-15
Решение методом минимизации расстояния до «утопической» точки	1200	0	300	1200	-12

Оптимальным решением будет решение методом главного критерия

### 8. Эффективная кривая.

min H1	212,5	max H1	300
max H3	0	min H3	-15

$$\Delta = \frac{\max H_3 - \min H_3}{10} = \frac{-(-15)}{10} = \frac{15}{10} = 1,5$$

$$\max H_1(x) = \max(0,25x_1 + 0,35x_2)$$

$$0,02x_1 + 0,04x_2 \geq 24$$

$$0,01x_1 + 0,04x_2 \geq 16$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

$$-(0,01x_1 + 0,04x_2) \geq \min H_3 + k \cdot (-\Delta), k = 0, \dots, 10$$

Условие										K	H1	H3
	«Колокольчик»	«Буратино»		H1	13,13					0	131,3	-15,0
Ингредиент (кг)	0,01	0,04		H3	-1,5	<=	-1,5			1	118,1	-13,5
Время (ч)	0,02	0,04								2	112	-12,0
Стоимость	0,25	0,35			DELTA	1,5				3	91,88	-10,5
					min	-15				4	78,75	-9,0
	Производство				k	9				5	65,63	-7,5
	«Колокольчик»	«Буратино»								6	52,5	-6,0
	0	37,5								7	39,38	-4,5
										8	26,25	-3,0
	Ограничения									9	13,13	-1,5
Ингредиент (кг)	0	1,5	1,5 <= 16							10	0	0
Время (ч)	0	1,5	1,5 <= 24									
Стоимость	0	13,125	13,13									

