

## ПРИКЛАДНЫЕ МОДЕЛИ ОПТИМИЗАЦИИ

# Задачи к лабораторной работе №1

---

### **Вариант 1**

Компания имеет возможность рекламировать свою продукцию по местному радио и телевидению. Бюджет на рекламу ограничен суммой в 100 000 у.е. в месяц. Одна минута рекламного времени на радио стоит 15 у.е., а на телевидении – 300 у.е. Компания предполагает, что реклама на радио по времени должна превышать рекламу на телевидении не менее, чем в 2 раза. Вместе с тем, известно, что нерационально использовать более 400 минут рекламы в месяц. Последние исследования показали, что реклама на телевидении в 25 раз эффективнее рекламы на радио. Разработайте оптимальный бюджет рекламы на радио и телевидении.

### **Вариант 2**

Ткань четырех артикулов производится на ткацких станках двух типов с различной производительностью. Для изготовления ткани используются пряжа и красители. Исходные данные задачи представлены таблицей:

Ресурсы	Производительность станков (м.ч) и нормы расхода сырья (в кг на 1000м)				Мощности станков (тыс. станко-ч) и объем ресурсов (кг)
	Ткань 1 типа	Ткань 2 типа	Ткань 3 типа	Ткань 4 типа	
Станки 1 типа	20	10	25	15	100
Станки 2 типа	8	20	10	12	80
Пряжа	60	50	70	40	300
Красители	3	2	4	3	15

Прибыль от продажи 1 м ткани каждого типа равна соответственно 80, 70, 60 и 50 у.д.е. Определите ассортимент выпуска продукции, обеспечивающий максимальную прибыль.

### **Вариант 3**

Для изготовления трех видов изделий А, В и С используется токарное, фрезерное, сварочное и шлифовальное оборудование. Затраты времени на обработку одного изделия для каждого из типов оборудования, общий фонд рабочего времени каждого из типов используемого оборудования, а также прибыль от реализации одного изделия каждого вида указаны в таблице:

Тип оборудования	Затраты времени (станко-ч) на обработку одного изделия вида			Общий фонд рабочего времени оборудования (ч)
	A	B	C	
Фрезерное	2	4	5	120
Токарное	1	8	6	280
Сварочное	7	4	5	240
Шлифовальное	4	6	7	360
Прибыль (у.д.е.)	10	14	12	

Определите производственный план, при котором прибыль от реализации продукции была максимальной.

#### **Вариант 4**

Компания специализируется на выпуске хоккейных клюшек и наборов шахмат. Каждая клюшка приносит компании прибыль в размере \$2, а каждый шахматный набор - в размере \$4. На изготовление одной клюшки требуется четыре часа работы на участке А и два часа работы на участке В. Шахматный набор изготавливается с затратами шести часов на участке А, шести часов на участке В и одного часа на участке С. Доступная производственная мощность участка А составляет 120 ч-часов в день, участка В - 72 ч-часа и участка С - 10 ч-часов.

Сколько клюшек и шахматных наборов должна выпускать компания ежедневно, чтобы получать максимальную прибыль?

#### **Вариант 5**

Фабрика "GRM plc" выпускает два вида каш для завтрака – "Crunchy" и "Chewy". Используемые для производства обоих продуктов ингредиенты в основном одинаковы и, как правило, не являются дефицитными. Основным ограничением, накладываемым на объем выпуска, является наличие фонда рабочего времени в каждом из трех цехов фабрики.

В приведенной ниже таблице указаны общий фонд рабочего времени и число человеко-часов, требуемое для производства 1 т продукта.

Цех	Необходимый фонд рабочего времени, чел.-ч/т		Общий фонд рабочего времени, чел.-ч. в месяц
	"Crunchy"	"Chewy"	

А. Производство	10	4	1000
В. Добавка приправ	3	2	360
С. Упаковка	2	5	600

Доход от производства 1 т "Crunchy" составляет 150 ф. ст., а от производства "Chewy" – 75 ф. ст. На настоящий момент нет никаких ограничений на возможные объемы продаж. Имеется возможность продать всю произведенную продукцию.

Требуется: сформулировать модель линейного программирования, максимизирующую общий доход фабрики за месяц.

### **Вариант 6**

Предприятие располагает ресурсами сырья, рабочей силы и оборудованием, необходимыми для производства любого из 4-х видов производимых товаров. Затраты ресурсов на изготовление единицы данного вида товара, прибыль, получаемая предприятием, а также запасы ресурсов указаны в таблице:

Тип ресурса	Вид товаров				Объём ресурсов
	1	2	3	4	
Сырьё, кг	3	5	2	4	60
Рабочая сила, ч	22	14	18	30	400
Оборудование, станко-ч	10	14	8	16	128
Прибыль на единицу товара, руб.	300	250	560	480	

Определите оптимальный план производства товаров, максимизирующий прибыль.

### **Вариант 7**

Консервный завод перерабатывает за смену 60000 кг спелых помидоров (7 центов за кг) в томатный сок и пасту. Готовая продукция пакетируется в упаковки по 24 банки. Производство одной банки сока требует одного кг помидоров, а одной банки пасты – 3 кг. Заводской склад может принять за смену только 2000 упаковок сока и 6000 упаковок пасты. Оптовая цена одной упаковки томатного сока составляет 18 долларов, одной упаковки томатной пасты – 9 долларов. Найдите оптимальную структуру производства консервного завода.

### **Вариант 8**

Фирма производит два безалкогольных напитка «Колокольчик» и «Буратино». Для производства «Колокольчика» требуется 0,02 ч работы оборудования, а для «Буратино» – 0,04, а расход специального ингредиента на них составляет 0,01 кг и 0,04 кг на 1 л соответственно. Ежедневно в распоряжении фирмы 16 кг специального ингредиента и 24 ч работы оборудования. Доход от продажи одного литра «Колокольчика» составляет 0,25 рубля, а «Буратино» – 0,35. Определите ежедневный план производства напитков каждого вида, обеспечивающий максимальный доход от продажи.

### **Вариант 9**

Строительная организация планирует сооружение домов типа  $D_1$ ,  $D_2$  и  $D_3$  с однокомнатными, двухкомнатными и трехкомнатными квартирами. Один дом типа  $D_1$  состоит из 10 одно-, 50 двух- и 35 трехкомнатных квартир. Для домов типов  $D_2$  и  $D_3$  эти цифры равны соответственно 20, 60, 10 и 15, 30, 5. Годовой план ввода жилой площади составляет не менее 700 однокомнатных квартир, 2000 двухкомнатных и 600 трехкомнатных. Требуется составить программу строительства так, чтобы выполнить годовой план с наименьшими затратами, если известно, что затраты на возведение одного дома  $D_1$ ,  $D_2$  и  $D_3$  составляют соответственно 700, 400 и 300 тысяч у.д.е.

### **Вариант 10**

Пошивочный цех швейной фабрики изготавливает плащи, костюмы и куртки из тканей трех видов: вельвета, джинсовой ткани, подкладочного шелка, месячный запас которых составляет соответственно 600 м, 2800 м, 2000 м. Расход ткани в метрах на одно изделие каждого вида и прибыль в рублях от реализации одной единицы указаны в таблице.

	Плащ	Костюм	Куртка
Вельвет	1	0,5	1,5
Джинсовая ткань	4	5	3
Подкладочный шелк	3,5	4	2,5
Прибыль	900	1500	800

Сколько изделий каждого видам должен выпускать цех, чтобы обеспечить максимальную месячную прибыль?

### **Вариант 11**

При изготовлении изделий А и В используются токарные и фрезерные станки, а также сталь и цветные металлы. По технологическим нормам на производство единицы изделия А требуется 300 и 200 единиц соответственно токарного и фрезерного оборудования (в станко-часах) и 10 и 20 единиц

стали и цветных металлов (в килограммах). Для производства единицы изделия В требуется 400, 100, 70 и 50 соответствующих единиц тех же ресурсов. Цех располагает 124000 и 6800 станко-часами оборудования, 640 и 840 кг материалов. Прибыль от реализации единицы изделия А – 6000 у.е., В – 16000 у.е. Определите план выпуска изделий, обеспечивающий максимальную прибыль при условии, что время работы фрезерных станков должно быть использовано полностью.

### **Вариант12**

Столовая предприятия имеет 14 кг муки, 75 яиц, 11 кг маргарина, 6 кг сахарного песка и 10 кг сметаны. Расход этих продуктов на одно кондитерское изделие каждого типа указан в таблице.

	Мука	Яйца	Маргарин	Сахар	Сметана
Бисквит	0,2	5	0	0,2	0
Песочный торт	0,5	0	0,5	0,15	0,5
Кекс	1/3	25/3	1/3	1/3	0

Сколько кондитерских изделий каждого вида необходимо испечь, чтобы суммарное их количество было максимальным, а весь маргарин израсходован?

### **Вариант 13**

Хлебозавод выпускает кексы, бисквиты, сдобные булочки и сухари. Расход муки двух видов и различных добавок в центнерах на центнер каждого вида изделий приведен в таблице.

	Мука высший сорт	Мука первый сорт	Сахар	Изюм	Другие компоненты
Кексы	0,2	0,3	0,1	0,001	0,1
Бисквиты	0,4	-	0,2	-	0,2
Сдобные булочки	0,1	0,4	0,1	0,001	-
Сухари	-	0,6	0,2	-	0,1

Лимит сырья в центнерах, данный заводу на месяц, составляет соответственно 500, 500, 700, 10 и 250. Сколько центнеров изделий каждого вида должен выпускать завод для получения максимальной прибыли, если при реализации 1ц кексов завод получает 50 руб. прибыли, 1ц бисквитов – 55 руб., 1ц сдобных булочек – 20 руб., 1ц сухарей – 30 руб.?

### **Вариант 14**

В мастерской при изготовлении столов, шкафов и тумбочек применяются два вида древесины. На один стол расходуется  $0,15 \text{ м}^3$  древесины первого вида и  $0,2 \text{ м}^3$  – второго, на один шкаф  $0,2 \text{ м}^3$  и  $0,1 \text{ м}^3$  соответственно, а на одну тумбочку  $0,05 \text{ м}^3$  древесины первого вида. В наличии имеется  $60 \text{ м}^3$  древесины первого вида и  $40 \text{ м}^3$  второго. Количество выпущенных шкафов должно быть не менее 200. Выпуск столов и тумбочек не лимитирован. Прибыль мастерской от производства одного стола составляет 12 руб., шкафа – 15 руб., тумбочки – 3 руб. Сколько столов, шкафов и тумбочек должна производить мастерская, чтобы получить наибольшую прибыль?

### **Вариант 15**

Кондитерская фабрика выпускает четыре вида конфет: «Шоколадные батончики», «Ореховые», «Райский вкус» и «Юбилейные», для производства которых использует пять видов основного сырья: светлый и темный шоколад, сахар, карамель и орехи. Нормы расхода сырья (кг) каждого вида на производство 1 кг конфет каждого вида приведены в таблице. В ней же указаны общее количество сырья, которое может быть использовано фабрикой, а также приведена прибыль от производства 1 кг конфет:

Вид сырья	Тип карамели				Объем ресурса, кг
	«Шоколадные батончики»	«Ореховые»	«Райский вкус»	«Юбилейные»	
Темный шоколад	1	0,8	0,5	2	1411
Светлый шоколад	0,1	0,2	0,1	0,1	149
Сахарный песок	0,4	0,3	0,4	1,3	815,5
Карамель	0,3	0,2	0,3	0,7	466
Орехи	0,9	0,7	0,1	1,5	1080
Прибыль от реализации 1 кг продукции, р.	108	112	126	154	

Найдите план производства конфет, обеспечивающий максимальную прибыль от реализации.

### **Вариант 16**

Завод бытовой химии производит два вида чистящих средств, А и В, используя при этом сырьё I и II. Для производства чистящих средств ежедневно используется 150 кг сырья типа I и 180 кг сырья типа II. На получение одной упаковки средства А используется 0,5 кг сырья I и 0,6 кг сырья II. На производство одной упаковки средства В затрачивается 0,5 кг сырья I и 0,4 кг сырья II. Доход от одной упаковки средств А и В составляет соответственно 8 и 10 долларов. Ежедневное производство средства А должно быть не менее 30 и не более 150 упаковок. Для производства средства В аналогичные ограничения составляют 40 и 200 единиц. Найдите оптимальный план выпуска чистящих средств.

### **Вариант 17**

Продукцией городского молочного завода являются молоко, кефир и сметана, расфасованные в бутылки. На производство 1 т молока, кефира и сметаны требуется соответственно 1010, 1010 и 9450 кг молока. При этом затраты рабочего времени при розливе 1 т молока и кефира составляют 0,18 и 0,19 машино-ч. На расфасовке 1 т сметаны заняты специальные автоматы в течение 3,25 ч. Всего для производства цельномолочной продукции завод может использовать 136 000 кг молока. Основное оборудование может быть занято в течение 21,4 машино-ч, а автоматы по расфасовке сметаны – в течение 16,25 ч. Прибыль от реализации 1 т молока, кефира и сметаны соответственно равна 30, 22 и 136 руб. Завод должен ежедневно производить не менее 100 т молока, расфасованного в бутылки. На производство другой продукции не имеется никаких ограничений.

Требуется определить, какую продукцию и в каком количестве следует ежедневно изготавливать заводу, чтобы прибыль от ее реализации была максимальной.

### **Вариант 18**

Менеджер производственного отдела фирмы, выпускающей электронное оборудование, составляет оптимальный план выпуска 3 типов магнитофонов. Необходимая информация суммирована в таблице:

Тип	Сборка, ч	Проверка, ч	Упаковка, ч	Себестоимость, \$	Цена, \$
А	5	1,2	8	70	110
В	3	1,0	8	60	90
С	2	1,6	8	50	85
Ресурсы рабочего времени	500 ч	160 ч	900 ч		

Какое количество магнитофонов каждого типа надо собирать, чтобы максимизировать прибыль?

### **Вариант 19**

Фирма выпускает 5 различных изделий: стулья, столы, бюро, книжные шкафы и сервировочные тележки. Соответствующая прибыль за единицу – 16, 30, 42, 45 и 32 долл. Продукция требует одних и тех же основных операций: обрезки, шлифовки и сборки. Необходимое для выполнения этих операций время для каждого изделия приведено в таблице:

Изделие	Время на операцию, мин		
	Обрезка	Шлифовка	Сборка
Стул	8	12	4
Стол	6	10	3
Бюро	9	15	5
Книжный шкаф	9	12	4
Сервировочная тележка	12	8	6

Имеется 320 мин для обрезки, 400 мин для шлифовки и 270 мин для сборки. Какая комбинация изделий должна быть произведена в это время, чтобы максимизировать прибыль?

### **Вариант 20**

Кондитерская фабрика для производства трех видов карамели - «Лимонная», «Лесная ягода» и «Летний день» - использует три вида основного сырья: сахарный песок, патоку и фруктовое пюре. Нормы расхода сырья (т) каждого вида на производство 1 т карамели данного вида приведены в таблице. В ней же указаны общее количество сырья каждого вида, которое может быть использовано фабрикой, а также приведена прибыль от производства 1 т карамели данного вида:

Вид сырья	Тип карамели			Объем ресурса, т
	«Лимонная»	«Лесная ягода»	«Летний день»	
Сахарный песок	0,8	0,5	0,6	800
Патока	0,4	0,4	0,3	600
Фруктовое пюре	0,1	0,1	-	120
Прибыль от реализации 1т продукции, р.	108	112	126	



Найдите план производства карамели, обеспечивающий максимальную прибыль от ее реализации.

### **Вариант 21**

Объединение «Комфорт» производит холодильники, газовые плиты, морозильные шкафы и электропечи по цене 200, 180, 250 и 100 у.е. соответственно. Постоянным фактором, ограничивающим объем производства, является фиксированная величина трудовых ресурсов – 12 000 человеко-часов в месяц. Выяснилось, однако, что в ближайший месяц дефицитной будет и листовая сталь для корпусов указанных изделий, поскольку поставщики смогут обеспечить лишь  $7\,000\text{ м}^2$  этого материала.

Требуется составить план производства на данный месяц, с тем чтобы максимизировать стоимость выпущенной продукции. Известно, что для изготовления холодильника требуется  $2\text{ м}^2$  листовой стали и 3 чел.-ч рабочего времени, для газовой плиты – соответственно  $1,5\text{ м}^2$  и 3 чел.-ч, для морозильного шкафа –  $3\text{ м}^2$  и 4 чел.-ч, для электропечи –  $1\text{ м}^2$  и 2 чел.-ч.

### **Вариант 22**

В мастерской при изготовлении столов, шкафов и тумбочек применяются два вида древесины. На один стол расходуется  $0,15\text{ м}^3$  древесины первого вида и  $0,2\text{ м}^3$  – второго; на один шкаф  $0,2\text{ м}^3$  и  $0,1\text{ м}^3$  соответственно, а на одну тумбочку –  $0,05\text{ м}^3$  древесины первого вида. В наличие имеется  $60\text{ м}^3$  древесины первого вида и  $40\text{ м}^3$  второго. Количество выпущенных шкафов должно быть не менее 200. Выпуск столов и тумбочек не лимитирован. Прибыль мастерской от производства одного стола составляет 12 у.д.е., шкафа – 15 у.д.е., тумбочки – 3 у.д.е. Сколько столов, шкафов и тумбочек должна производить мастерская, чтобы получить наибольшую прибыль?

### **Вариант 23**

Ресторан торгует порционными мясными пирогами и чизбургерами. На порцию мясного пирога идет четверть фунта мяса, а на чизбургер только 0,2 фунта. В начале рабочего дня в ресторане имеется 200 фунтов мяса. Ресторан имеет доход 20 центов от одной порции мясного пирога и 15 центов от одного чизбургера. Ресторан не может продать в день более 900 порционных блюд. Какова должна быть доля чизбургеров, чтобы максимизировать доход ресторана?

### **Вариант 24**

В одном из цехов фабрики глиняных игрушек выпускаются три их вида: козел по цене 2 руб., старик, плетущий лапоть, – 4 руб., русская тройка – 10

рублей. Трудоемкость изготовления козла 0,3 ч, старика – 0,5 ч и тройки – 2 ч. Месячный трудовой ресурс цеха 2300 часов. За месяц может быть реализовано козлов до 3000 шт., стариков – до 2000 шт., троек – до 500 шт. Определить месячный план цеха, обеспечивающий максимальную суммарную стоимость реализованной продукции.

### **Вариант 25**

Фирма производит и продает столы и шкафы из древесины хвойных и лиственных пород. Расход каждого вида в кубометрах на каждое изделие задан в таблице.

	Хвойные	Лиственные	Цена изделия (тыс. у.д.е.)
Стол	0,15	0,2	0,8
Шкаф	0,3	0,1	1,5
Запас древесины	80	40	

Определите оптимальное количество столов и шкафов, которое следует поставлять на продажу для получения максимального дохода фирмы.