

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования  
«САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ  
АЭРОКОСМИЧЕСКОГО ПРИБОРОСТРОЕНИЯ»

КАФЕДРА КОМПЬЮТЕРНЫХ ТЕХНОЛОГИЙ  
И ПРОГРАММНОЙ ИНЖЕНЕРИИ (КАФЕДРА №43)

ОТЧЕТ ЗАЩИЩЕН С  
ОЦЕНКОЙ: \_\_\_\_\_

ПРЕПОДАВАТЕЛЬ:

\_\_\_\_\_  
(должность, учёная степень, звание) / \_\_\_\_\_ / \_\_\_\_\_ / М. В. Фаттахова  
(подпись) (дата защиты) (инициалы, фамилия)

ОТЧЕТ О ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЕ №3

«Решение задачи многокритериальной оптимизации средствами Excel»

ПО КУРСУ: «Прикладные модели оптимизации»

РАБОТУ ВЫПОЛНИЛ (-А) СТУДЕНТ (-КА): \_\_\_\_\_ 4932 / С. И. Коваленко  
(номер группы) (инициалы, фамилия)

/ \_\_\_\_\_ / 20.11.2021  
(подпись студента) (дата отчета)

## 1 Формулировка задачи:

### Вариант 9

Строительная организация планирует сооружение домов типа  $D_1$ ,  $D_2$  и  $D_3$  с однокомнатными, двухкомнатными и трехкомнатными квартирами. Один дом типа  $D_1$  состоит из 10 одно-, 50 двух- и 35 трехкомнатных квартир. Для домов типов  $D_2$  и  $D_3$  эти цифры равны соответственно 20, 60, 10 и 15, 30, 5. Годовой план ввода жилой площади составляет не менее 700 однокомнатных квартир, 2000 двухкомнатных и 600 трехкомнатных. Известно, что затраты на возведение одного дома  $D_1$ ,  $D_2$  и  $D_3$  составляют соответственно 700, 400 и 300 тысяч у.д.е.

Требуется составить программу строительства так, чтобы удовлетворить следующим целям:

- Цель 1: минимизировать суммарные затраты.
- Цель 2: минимизировать количество строящихся домов типа  $D_1$ .
- Цель 3: максимизировать суммарное количество построенных домов, при условии, что годовой бюджет компании составляет 30000 тыс. у.д.е.

## 2. Математическая модель

$$\min H_1(x) = \min(700x_1 + 400x_2 + 300x_3)$$

$$\min H_2(x) = \min(x_1)$$

$$\max H_3(x) = \begin{cases} \max(x_1 + x_2 + x_3) \\ 700x_1 + 400x_2 + 300x_3 \leq 30000 \end{cases}$$

## Ограничения

$$\begin{cases} 10x_1 + 20x_2 + 15x_3 \geq 700 \\ 50x_1 + 60x_2 + 30x_3 \geq 2000 \\ 35x_1 + 10x_2 + 5x_3 \geq 600 \\ x_1, x_2, x_3 \geq 0 \end{cases}$$

### 3. Математические модели каждой цели и их решение с помощью Excel

$$L = H_1(x) = 700x_1 + 400x_2 + 300x_3 \rightarrow \min$$

$$\begin{cases} 10x_1 + 20x_2 + 15x_3 \geq 700 \\ 50x_1 + 60x_2 + 30x_3 \geq 2000 \\ 35x_1 + 10x_2 + 5x_3 \geq 600 \\ x_1, x_2, x_3 \geq 0 \end{cases}$$

количество	Тип дома					
	D1 (x1)	D2 (x2)	D3 (x3)			
Однокомнатных	10	20	15	700	>=	700
Двухкомнатных	50	60	60	2266,67	>=	2000
Трехкомнатных	35	10	5	600	>=	600
квартир						
Стоимость	700	400	300			
Стоимость проекта			18166,67	H1	18166,67	min
				H2	8,333333	min
				H3	39,16667	max
Объём	D1 (x1)	D2 (x2)	D3 (x3)			
строительства	8,3	30,8	0,0			

$$L = H_2(x) = x_1 \rightarrow \min$$

$$\begin{cases} 10x_1 + 20x_2 + 15x_3 \geq 700 \\ 50x_1 + 60x_2 + 30x_3 \geq 2000 \\ 35x_1 + 10x_2 + 5x_3 \geq 600 \\ x_1, x_2, x_3 \geq 0 \end{cases}$$

количество	Тип дома					
	D1 (x1)	D2 (x2)	D3 (x3)			
Однокомнатных	10	20	15	1200	>=	700
Двухкомнатных	50	60	60	3600	>=	2000
Трехкомнатных	35	10	5	600	>=	600
квартир						
Стоимость	700	400	300			
Стоимость проекта			24000	H1	24000	min
				H2	0	min
				H3	60	max
Объём	D1 (x1)	D2 (x2)	D3 (x3)			
строительства	0,0	60,0	0,0			

Без дополнительных ограничений дома первого типа можно не строить

$$L = H_3(x) = x_1 + x_2 + x_3 \rightarrow \max$$

$$\begin{cases} 700x_1 + 400x_2 + 300x_3 \leq 30000 \\ 10x_1 + 20x_2 + 15x_3 \geq 700 \\ 50x_1 + 60x_2 + 30x_3 \geq 2000 \\ 35x_1 + 10x_2 + 5x_3 \geq 600 \\ x_1, x_2, x_3 \geq 0 \end{cases}$$

количество	Тип дома					
	D1 (x1)	D2 (x2)	D3 (x3)			
Однокомнатных	10	20	15	1392,86	>=	700
Двухкомнатных	50	60	60	5614,29	>=	2000
Трехкомнатных	35	10	5	600	>=	600
квартир						
Стоимость	700	400	300			
Стоимость проекта				30000	<=	30000
					H1	30000,0 min
					H2	4,3 min
					H3	94,3 max
Объём	D1 (x1)	D2 (x2)	D3 (x3)			
строительства	4,3	0,0	90,0			

#### 4. Решение многокритериальной задачи методом главного критерия

Точка sq (22800,0; 17; 48)

$$\min H_1(x) = \min(700x_1 + 400x_2 + 300x_3)$$

$$700x_1 + 400x_2 + 300x_3 \leq 30000$$

$$10x_1 + 20x_2 + 15x_3 \geq 700$$

$$50x_1 + 60x_2 + 30x_3 \geq 2000$$

$$35x_1 + 10x_2 + 5x_3 \geq 600$$

$$x_1 \leq 17$$

$$x_1 + x_2 + x_3 \geq 48$$

$$x_1, x_2, x_3 \geq 0$$

количество	Тип дома					
	D1 (x1)	D2 (x2)	D3 (x3)			
Однокомнатных	10	20	15	700	>=	700
Двухкомнатных	50	60	60	2771	>=	2000
Трехкомнатных	35	10	5	600	>=	600
квартир						
Стоимость	700	400	300			
Стоимость проекта				19429	<=	30000
					H1	19428,6 min
					H2	10,9 min <= 17
					H3	48,0 max >= 48
Объём	D1 (x1)	D2 (x2)	D3 (x3)			
строительства	10,9	6,9	30,3			

## 5. Арбитражное решение Нэша

Точка sq (22800,0; 17; 48)

$$\max H_1^N(x) = \max(-(700x_1 + 400x_2 + 300x_3))(-x_1)(x_1 + x_2 + x_3)$$

$$10x_1 + 20x_2 + 15x_3 \geq 700$$

$$50x_1 + 60x_2 + 30x_3 \geq 200$$

$$35x_1 + 10x_2 + 5x_3 \geq 600$$

$$700x_1 + 400x_2 + 300x_3 \leq 22800,0$$

$$x_1 \leq 17$$

$$x_1 + x_2 + x_3 \geq 48$$

$$x_1, x_2, x_3 \geq 0$$

	Тип дома								
количество	D1 (x1)	D2 (x2)	D3 (x3)						
Однокомнатных	10	20	15	904,3	>=	700			
Двухкомнатных	50	60	60	3711	>=	2000			
Трехкомнатных	35	10	5	600	>=	600			
квартир									
Стоимость	700	400	300						
Стоимость проекта				22800	<=	22800	H1	22800,0 min	Функция Нэша
							H2	9,4 min	<= 17
							H3	63,4 max	>= 48
Объём	D1 (x1)	D2 (x2)	D3 (x3)						
строительства	9,4	0,0	54,0						

## 6. Методом минимизации расстояния до «утопической» точки

Утопическая точка (18166,67; 0; 94,3)

$$\rho^2 = (H_1(x) - 18166,67)^2 + (H_2(x) - 0)^2 + (H_3(x) - 94,3)^2$$

$$\min \rho^2(x) = \min(700x_1 + 400x_2 + 300x_3 - 18166,67)^2 + (x_1 - 0)^2 + (x_1 + x_2 + x_3 - 94,3)^2$$

$$10x_1 + 20x_2 + 15x_3 \geq 700$$

$$50x_1 + 60x_2 + 30x_3 \geq 200$$

$$35x_1 + 10x_2 + 5x_3 \geq 600$$

$$x_1, x_2, x_3 \geq 0$$

	Тип дома								
количество	D1 (x1)	D2 (x2)	D3 (x3)						
Однокомнатных	10	20	15	700,004	>=	700			
Двухкомнатных	50	60	60	2266,68	>=	2000			
Трехкомнатных	35	10	5	600	>=	600			
квартир									
Стоимость	700	400	300						
							H1	18166,7 min	расстояние до «утопической» точки
							H2	8,3 min	172,1
							H3	39,2 max	
Объём	D1 (x1)	D2 (x2)	D3 (x3)						
строительства	8,3	30,8	0,0						

7. Сводная таблица построенных решений:

Решение	$x_1^*$	$x_2^*$	$x_3^*$	$H_1^*$	$H_2^*$	$H_3^*$
Оптим. для ЦФ1	8,3	30,8	0	18166,67	8,3	39,16
Оптим. для ЦФ2	0	60	0	24000	0	60
Оптим. для ЦФ3	4,3	0	90	30000	4,3	94,3
Точка статус-кво	17	60	15	22800	17	48
Метода главного критерия (главный – первый)	10,9	6,9	30,3	19428,6	10,9	48
Арбитражное решение Нэша	9,4	0	54	22800	9,4	63,4
<b>Решение методом минимизации расстояния до «утопической» точки</b>	<b>8,3</b>	<b>30,8</b>	<b>0</b>	<b>18166,67</b>	<b>8,3</b>	<b>39,16</b>

Оптимальным решением будет решение методом минимизации расстояния до «утопической» точки т. к. оно полностью совпало с оптимальным решением для 1-ой целевой функции.

## 8. Эффективная кривая.

min H1	30000		max H1	18166,67
max H3	94,3		min H3	39,16

$$\Delta = \frac{\max H_3 - \min H_3}{10} = \frac{94,3 - 39,16}{10} = \frac{55,14}{10} = 5,5$$

$$\min H_1(x) = \min(700x_1 + 400x_2 + 300x_3)$$

$$10x_1 + 20x_2 + 15x_3 \geq 700$$

$$50x_1 + 60x_2 + 30x_3 \geq 200$$

$$35x_1 + 10x_2 + 5x_3 \geq 600$$

$$x_1 + x_2 + x_3 \geq \min H_1 + k \cdot (-\Delta), k = 0, \dots, 10$$

$$x_1, x_2, x_3 \geq 0$$

Тип дома												k	H1	H3
количество	D1 (x1)	D2 (x2)	D3 (x3)											
Однокомнатных	10	20	15	700	>=	700						0	18166,7	39,16
Двухкомнатных	50	60	60	2581,371	>=	2000						1	18953,4	44,674
Трехкомнатных	35	10	5	600	>=	600						2	19741,1	50,19
квартир												3	22283	55,7
Стоимость	700	400	300									4	22283	61,2
										k	1	5	23570,3	66,73
										DELAT	5,514	6	24856	72,24
Стоимость проекта	18953,43	<=	30000	H1	18953,4	min				min	39,16	7	26,143,5	77,75
										k*DELTA		8	27430	83,27
												9	28716,7	88,78
Объём	D1 (x1)	D2 (x2)	D3 (x3)	H3	44,674	max	>=	44,674				10	30000	94,3
строительства	9,9	15,9	18,9											

