

Прикладные модели ОПТИМИЗАЦИИ

Доцент, к.ф.-м.н., доцент кафедры № 43

Фаттахова Мария Владимировна

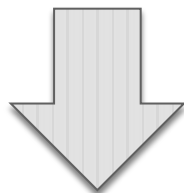
mvfa@yandex.ru

Задачи выпускника

**02.03.03 Математическое
обеспечение и
администрирование
информационных систем**

Математическое
обеспечение
сетей и систем

Занимают
посты
бизнес-
аналитиков и
технических
директоров

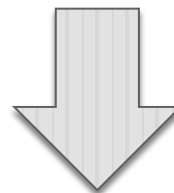


**Абстрактное и системное
мышление**

**09.03.04 Программная
инженерия**

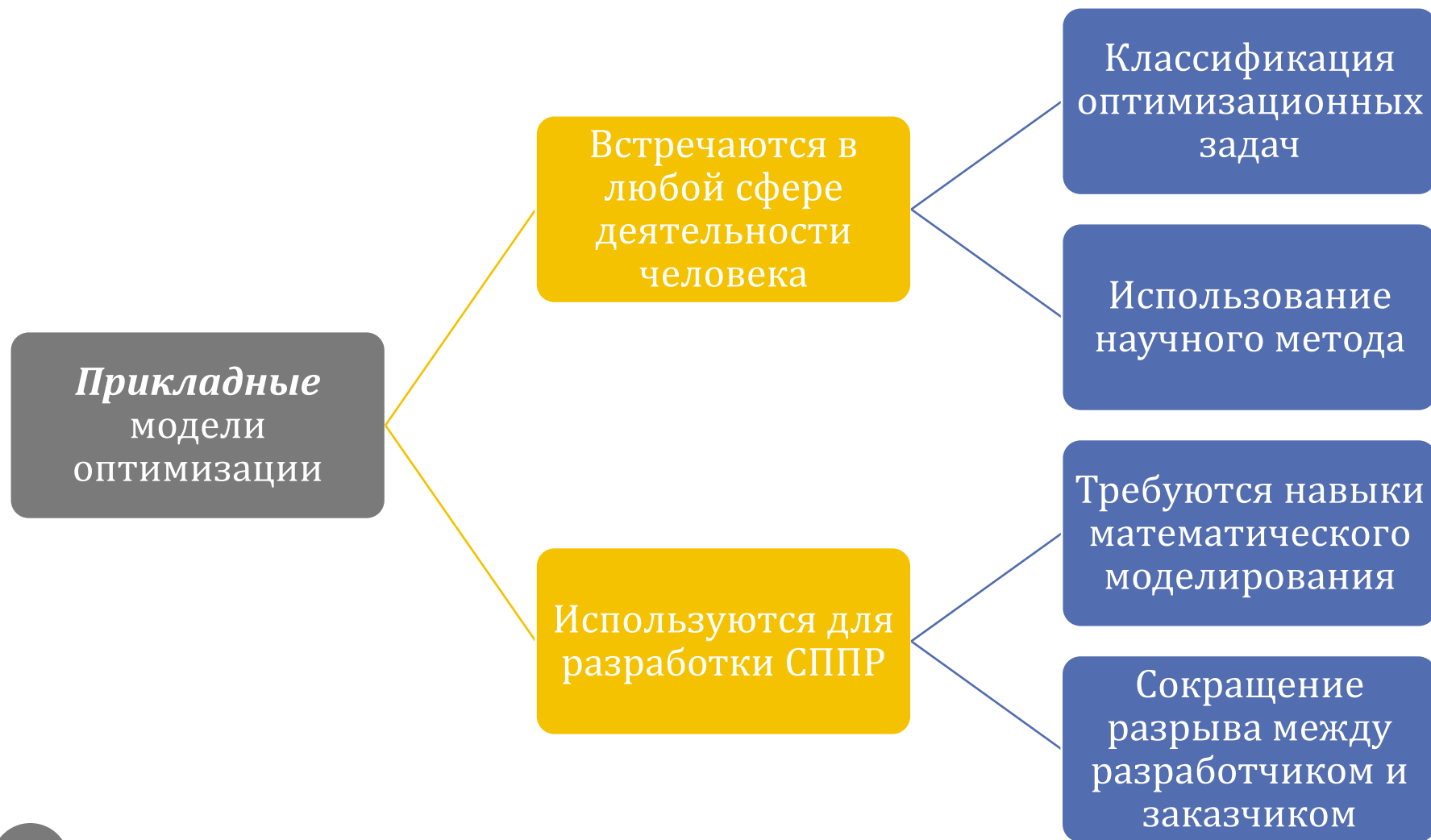
Написание
компьютерных
программ

Контроль всех
этапов процесса: от
планирования и
согласования с
заказчиком до
инсталляции и
ввода в
эксплуатацию



**Умение применять
научный метод**

Прикладные модели оптимизации



ЛИТЕРАТУРА

- Таха Х. *Введение в исследование операций*, 2006.
- Кремер Н. Ш., Путко Б. А., Тришин И. М. и др. *Исследование операций в экономике: учебное пособие*, 1999.
- Соловьёва Н. А., Чернопрудова Е. Н., Тишина Н. А., Валеев А. Ф. *Исследование операций в задачах программной инженерии*.
- Зайцев М. Г., Варюхин С. Е. *Методы оптимизации управления и принятия решений. Примеры, задачи, кейсы*, 2007. (Дополнительная литература)

Форма и виды текущего контроля знаний

- Выполнение обязательных лабораторных работ.
- Выполнение обязательных домашних заданий.
- Выполнение дополнительных (необязательных) заданий.
- Промежуточное тестирование – *октябрь 2021*.
- Экзамен (итоговый тест).
- Курсовая работа.

Структура оценки по курсу ПМО

- Лабораторные работы – 37 баллов
- Домашние задания – 18 баллов
- Промежуточный тест – 15 баллов
- *Дополнительные задания – 10 баллов*
- **Экзамен – 30 баллов** (теоретические вопросы – 20 баллов, практические задания – 10 баллов)

Допуск к экзамену: 40 баллов

ВВЕДЕНИЕ

Оптимизация

- целенаправленная деятельность, заключающаяся в получении наилучших результатов при соответствующих условиях;
- процесс нахождения экстремума функции, т. е. выбор наилучшего (в определенном смысле) варианта из множества возможных.

Исследование операций

- *«Исследование операций – это экспериментальная и прикладная наука, занимающаяся наблюдением, пониманием и предсказанием поведения целенаправленных человеко-машинных систем, а поэтому практических проблем правительства, бизнеса и общества».*

Американское общество исследования операций,

1952

Основные этапы научного метода

- Определение проблемы.
- Формулировка гипотезы.
- Проведение эксперимента.
- Создание модели.
- Проверка модели.

Модель

Модель – это некоторый материальный или абстрактный объект:

- находящийся в определенном объективном соответствии с исследуемым объектом,
- несущий о нем определенную информацию,
- способный замещать его на определенных этапах исследований.

Виды моделей 1

- **Вербальная модель:** любая словесная формулировка задачи.
- **Физическая модель:** имеет ту же физическую природу, что и исследуемый объект, но отличается от неё размерами, весом и пр.
- **Аналоговые модели:** имеют иную физическую природу, чем рассматриваемый объект.

Виды моделей 2

- **Знаковые модели** – абстрактные модели явления или процесса в форме графиков, схем, рисунков, формул химических или ядерных реакций, математических соотношений.
 - *Математическая модель* – важнейший класс знаковых моделей.
- **Количественная модель** – математическая или вербальная модель явления или процесса, реализованная в форме компьютерной программы.

Математическая модель

- ❑ **Математическая модель** (знаковая) – это модель объекта или системы, заданная в виде формул, функций, уравнений, отображений и других математических (в т.ч. алгоритмических) соотношений.

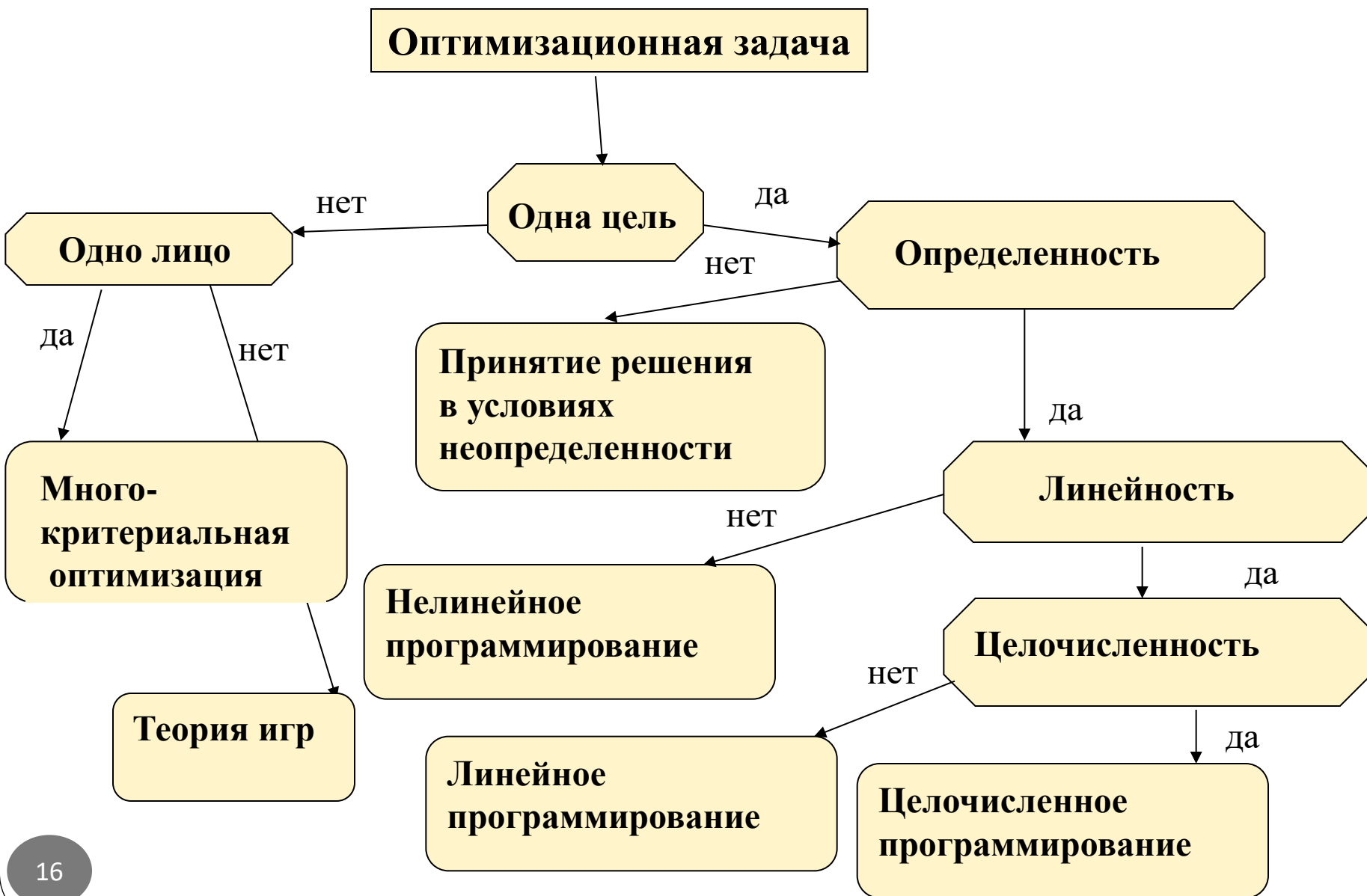
Общая схема решения проблемы:

*Вербальная модель → математическая модель →
→ количественная модель*

Создание математической модели оптимизации

- Понять **проблему**, составить **описательную модель** задачи.
- Идентифицировать основные **переменные** задачи
- Выбрать некоторую **количественную меру эффективности** для критерия (целевой функции).
- Представить эту **меру эффективности как функцию** относительно основных переменных.
- Идентифицировать и представить все **ограничения** как выражения относительно основных переменных.
- Собрать количественные данные или сделать соответствующие оценки для всех **параметров** модели.

КЛАССИФИКАЦИЯ ОПТИМИЗАЦИОННЫХ ЗАДАЧ



Тема 1. Линейное программирование

Лекция 1

Линейное программирование

– раздел *математического программирования*.

Математическое программирование изучает проблемы принятия решений, которые могут быть математически сформулированы как задачи нахождения максимума (минимума) некоторой, вообще говоря, нелинейной функции (целевой функции) многих переменных, при заданной системе ограничений на переменные решения.

Задача линейного программирования (ЗЛП)

— это задача нахождения наибольшего (наименьшего) значения *линейной функции* многих переменных при *линейных ограничениях* типа равенств (неравенств), когда на переменные задачи есть (нет) ограничений на знак.

Основные проблемные ситуации, в которых используются модели ЛП

- Определение производственного задания.
- Распределение и назначение.
- Составление проектов сложных систем.
- Производственный график и планирование работ.
- Смеси (например, нефтяных продуктов).

Пример 1

Для изготовления брусьев длиной 1,2 м, 3 м и 5 м в соотношении 2:1:3 на распил поступает 195 бревен длиной 6 м. Определите план распила, обеспечивающий максимальное число комплектов.

Пример 1

Бревно – 6 м

| Способ распила | Число полученных брусков длиной | | |
|-------------------|---------------------------------|-----|-----|
| | 1,2 м | 3 м | 5 м |
| 1 | 5 | - | - |
| 2 | 2 | 1 | - |
| 3 | - | 2 | - |
| 4 | - | - | 1 |

x_i – число брёвен, распиленных i –ым способом,
 $i = 1, \dots, 4$.

x – ЧИСЛО КОМПЛЕКТОВ

Пример 2

Сформулирован перечень задач, решаемых на первом этапе автоматизации.

Время, требуемое на разработку задач, превышает заданный срок ввода первой очереди в эксплуатацию. Возникает проблема составления *титульного списка*, т.е. возникает необходимость ограничения перечня задач, автоматизируемых на *первом этапе*.

Пример 2

Задача:

требуется сформировать перечень задач, подлежащих автоматизации (титульный список) на первом этапе, с учетом имеющихся материальных, трудовых, временных и прочих ресурсов.

Экономическая интерпретация ЗЛП

Задача планирования производства

x_1 – объем выпуска продукции 1-го вида в плановый период, (ед. измер.)

x_2 – объем выпуска продукции 2-го вида в плановый период, (ед. измер.)

План выпуска (производственный план): (x_1, x_2)

Функция прибыли: $L = c_1 x_1 + c_2 x_2$

Цель: $\max L = \max(c_1 x_1 + c_2 x_2)$

Экономическая интерпретация ЗЛП

a_{ij} – количество ресурса типа i , необходимое для
производства единицы продукции вида j , $i = 1, 2, 3$; $j = 1, 2$

Количество ресурса типа 1, необходимое для реализации
производственного плана (x_1, x_2) :

$$a_{11}x_1 + a_{12}x_2$$

b_1 – доступное количество ресурса типа 1

$$a_{11}x_1 + a_{12}x_2 \leq b_1$$

$$a_{21}x_1 + a_{22}x_2 \leq b_2$$

$$a_{31}x_1 + a_{32}x_2 \leq b_3$$

$$x_1 \geq 0, \quad x_2 \geq 0$$

Математическая модель задачи планирования производства

$$\max L = \max(c_1 x_1 + c_2 x_2)$$

$$a_{11}x_1 + a_{12}x_2 \leq b_1$$

$$a_{21}x_1 + a_{22}x_2 \leq b_2$$

$$a_{31}x_1 + a_{32}x_2 \leq b_3$$

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$$

Математическая постановка ЗЛП (в общем виде)

$$\max L = \max \sum_{j=1}^n c_j x_j$$

$$\sum_{j=1}^n a_{ij} x_j \leq b_i, \quad i = 1, \dots, m_1,$$

$$\sum_{j=1}^n a_{ij} x_j = b_i, \quad i = m_1 + 1, \dots, m,$$

$$x_j \geq 0, \quad j = 1, \dots, n.$$

$$\min L = \min \sum_{j=1}^n p_j x_j$$

$$\sum_{j=1}^n q_{ij} x_j \geq r_i, \quad i = 1, \dots, m_1,$$

$$\sum_{j=1}^n q_{ij} x_j = r_i, \quad i = m_1 + 1, \dots, m,$$

$$x_j \geq 0, \quad j = 1, \dots, n.$$

Определения

Целевая функция – величина, которая количественно характеризует цель, которую хотим достичь

$$L = \sum_{j=1}^n c_j x_j$$

Переменные решения (основные) – величины, которые мы можем изменять и от которых зависит целевая функция

$$x_1, x_2, \dots, x_n$$

Определения

Параметры модели – числа, которые в ходе решения остаются неизменными.

Изменение параметров может вызвать изменение решения.

Ограничения – условия, ограничивающие изменение переменных в процессе поиска *экстремума*;

записываются с помощью уравнений или неравенств.

Ограничения, параметры

$$\max L = \max \sum_{j=1}^n c_j x_j$$

$$\sum_{j=1}^n a_{ij} x_j \leq b_i, \quad i = 1, \dots, m_1,$$

$$\sum_{j=1}^n a_{ij} x_j = b_i, \quad i = m_1 + 1, \dots, m,$$

$$x_j \geq 0, \quad j = 1, \dots, n.$$