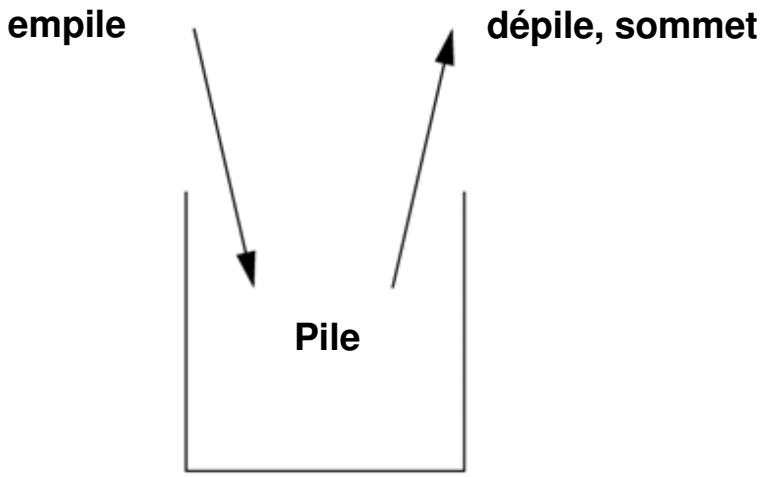
M2103 – Structures de Données

Piles et Files

Plan

- Piles
  - Introduction
  - Implémentation avec tableau
  - Implémentation avec liste chaînée
- Files
  - Introduction
  - Implémentation avec tableau
  - Implémentation avec liste chaînée
- Applications

Introduction aux piles



- Une *pile* est une collection pour laquelle l'accès est restreint à l'élément inséré le plus récemment
- LIFO
- 3 opérations
  - **empile** – insertion d'un élément au sommet
  - **dépile** – l'élément au sommet est supprimé
  - **sommet** – retourne la valeur de l'élément au sommet
    - Parfois une opération combinant les opérations 'dépile' et sommet est proposée
      - **Sommet&Depile** – retourne la valeur de l'élément au sommet et le dépile

Applications des piles

- Jouent un rôle important dans les applications pour les lesquelles une opération récente non achevée a une priorité par rapport à une opération précédente non achevée
  - Vérification du fait que les parenthèses soient correctement ouvertes et fermées au sein d'une expression numérique
    - Idée : empiler la parenthèse gauche et dépiler dès qu'une parenthèse droite est trouvée
  - Récursivité : imaginons chaque appel récursif et son résultat comme une paire de parenthèses 'légale'

Implémentation des Piles avec un Tableau

- La taille du tableau augmente/diminue avec chaque opération d'empilement/dépilement
- La variable `sommetDePile` (**sdp**) fournit l'indice du sommet
  - Pour une pile vide, **sdp** a une valeur -1

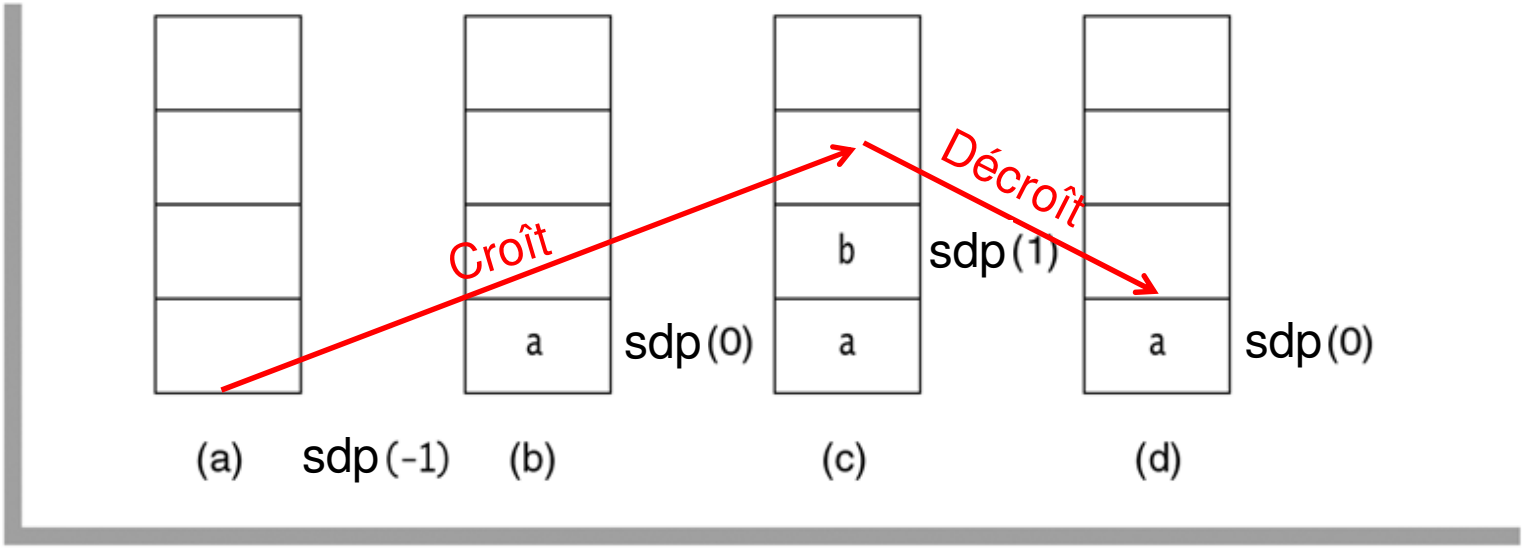
Opérations de pile

(a) Pile vide

(b) empile (a)

(c) empile (b)

(d) dépile ()



Classe Pile : Interface

```
def __init__(self):
  """
  :sortie self:
  :post-cond: pile initialisée et vide
  """

def est_vide (self):
  """
  :entrée self:
  :sortie b: bool
  :post-cond: b est True si la pile est vide
  """

def empile (self, e):
  """
  :entrée e: object
  :entrée-sortie self:
  :pré-cond: pile non pleine
  :post-cond: e est ajouté au sommet de la pile
  """
```

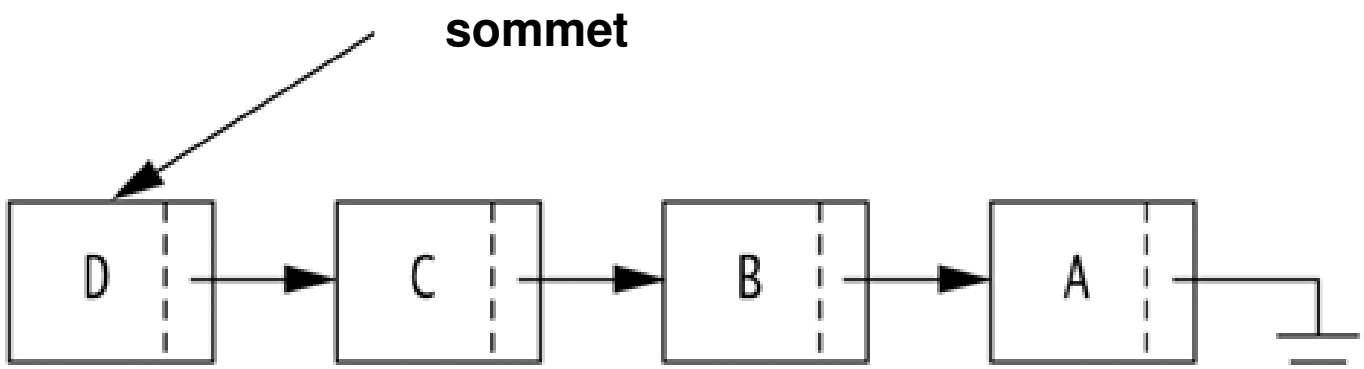
```
def est_pleine (self):
  """
  :entrée self:
  :sortie b: bool
  :post-cond: b est True si la pile est pleine
  """

def dépile (self):
   """
  :entrée-sortie self:
  :pré-cond: pile non vide
  :post-cond: e est retiré du sommet
  """

def sommet (self):
  """
  :entrée self:
  :sortie e: object
  :pré-cond: pile non vide
  :post-cond: retourne la valeur du sommet
  """
```

Classe Pile : Implémentation Tableau

```
import numpy

MAX = 100

class Pile:

  def __init__(self):
    self._tabpile = numpy.empty(MAX, object)
    self._sdp = -1

  def est_vide(self):
    b = (self._sdp == -1)
    return b

  def est_pleine(self):
    b = (self._sdp == MAX-1)
    return b

  def empile(self,e):
    self._sdp = self._sdp + 1
    self._tabpile[self._sdp] = e

  def sommet(self):
    e = self._tabpile[self._sdp]
    return e

  def dépile(self):
    self._sdp = self._sdp - 1
```

Implémentation avec Listes Chaînées

- La contrainte liée à la taille du tableau peut être évitée si une liste chaînée simple remplace celui-ci.
- L'intérêt de l'espace mémoire utilisé pour sauvegarder les liens pour chaque noeud dépend de l'application.



Classe Pile : Implémentation Liste Chaînée

```
class Pile:

  class MaillonPile :
    def __init__(self, val):
      self._valeur = val
      self._suiv = None

  def __init__(self):
    self._sommet = None

  def est_vide(self):
    b = (self._sommet == None)
    return b

  def est_pleine (self):
    # pas de limitation du nb. d'éléments
    b = False
    return b
```

```
  def empile (self, e):
    #insertion d'un nouveau noeud en tête de liste
    tmp = Pile.MaillonPile(e)
    tmp._suiv = self._sommet
    self._sommet = tmp

  def sommet (self):
    e = self._sommet._valeur
    return e

  def dépile (self):
    self._sommet = self._sommet._suiv
```

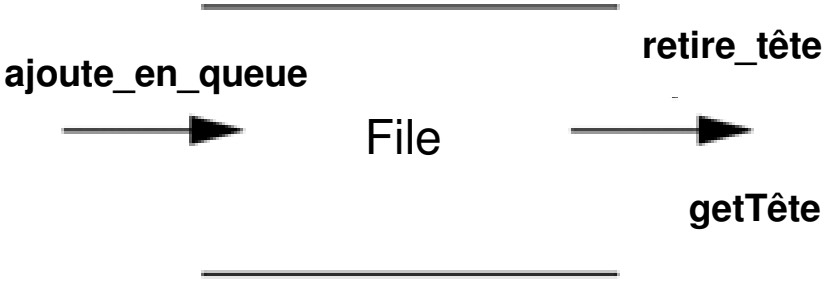
Analyse Algorithmique

- Complexité des trois méthodes est $O(1)$
  - Les opérations n'impliquant que le premier maillon, tous les calculs sont réalisés indépendamment de la taille de la liste.

Plan

- Piles
  - Introduction
  - Implémentation avec tableau
  - Implémentation avec liste chaînée
- Files
  - Introduction
  - Implémentation avec tableau
  - Implémentation avec liste chaînée
- Applications

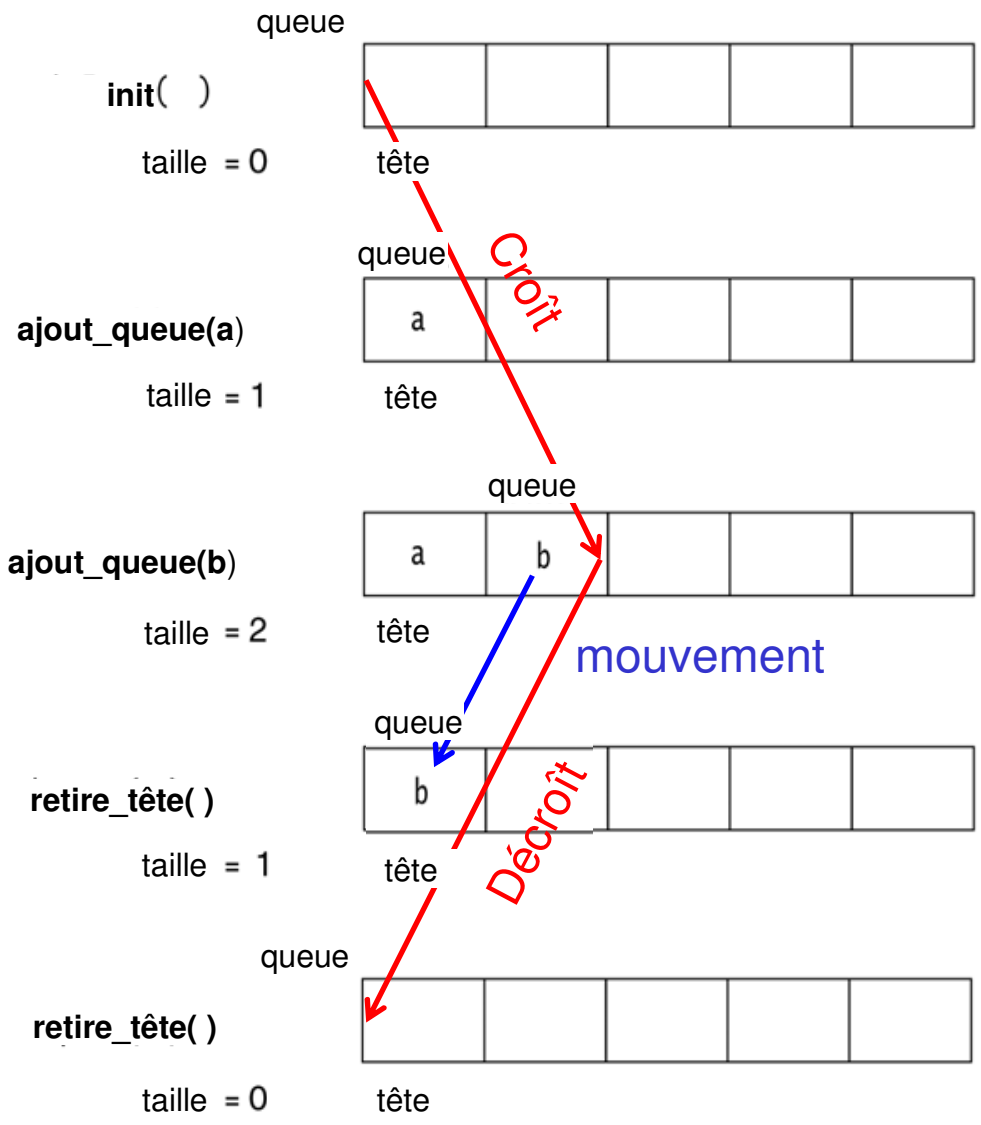
Introduction aux Files



- Une file est une liste pour laquelle l'élément accédé est le plus anciennement inséré
  - FIFO
- Les files jouent un rôle important dans des applications où une opération non achevée possède la priorité par rapport à une autre opération plus récente
  - Equité
  - Afin d'éviter la famine
- 3 opérations:
  - **ajoute_en_queue** – insertion d'un élément à l'arrière
  - **retire_tête** – suppression de l'élément de tête
  - **getTête** – détermine l'élément de tête sans le retirer

Implémentation avec Tableau

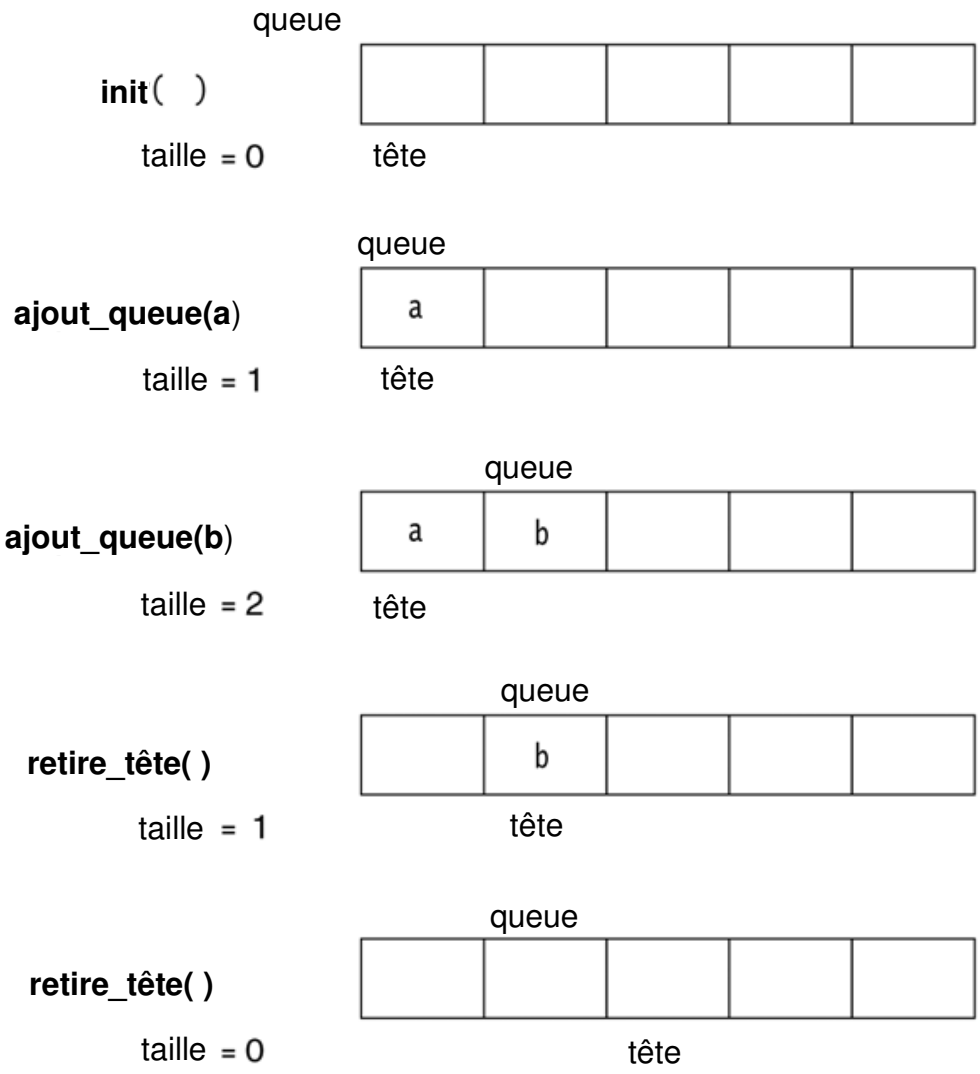
- Utilisation d'un tableau standard **n'est pas** une option naturelle dans la mesure où
  - La taille du tableau croît avec chaque opération **ajout_queue**
  - mais elle ne décroît pas avec chaque opération **retire_tête**
    - à moins que l'élément le plus récemment accédé occupe la position 0 etc...
      - ce qui nécessite de bouger tous les autres éléments



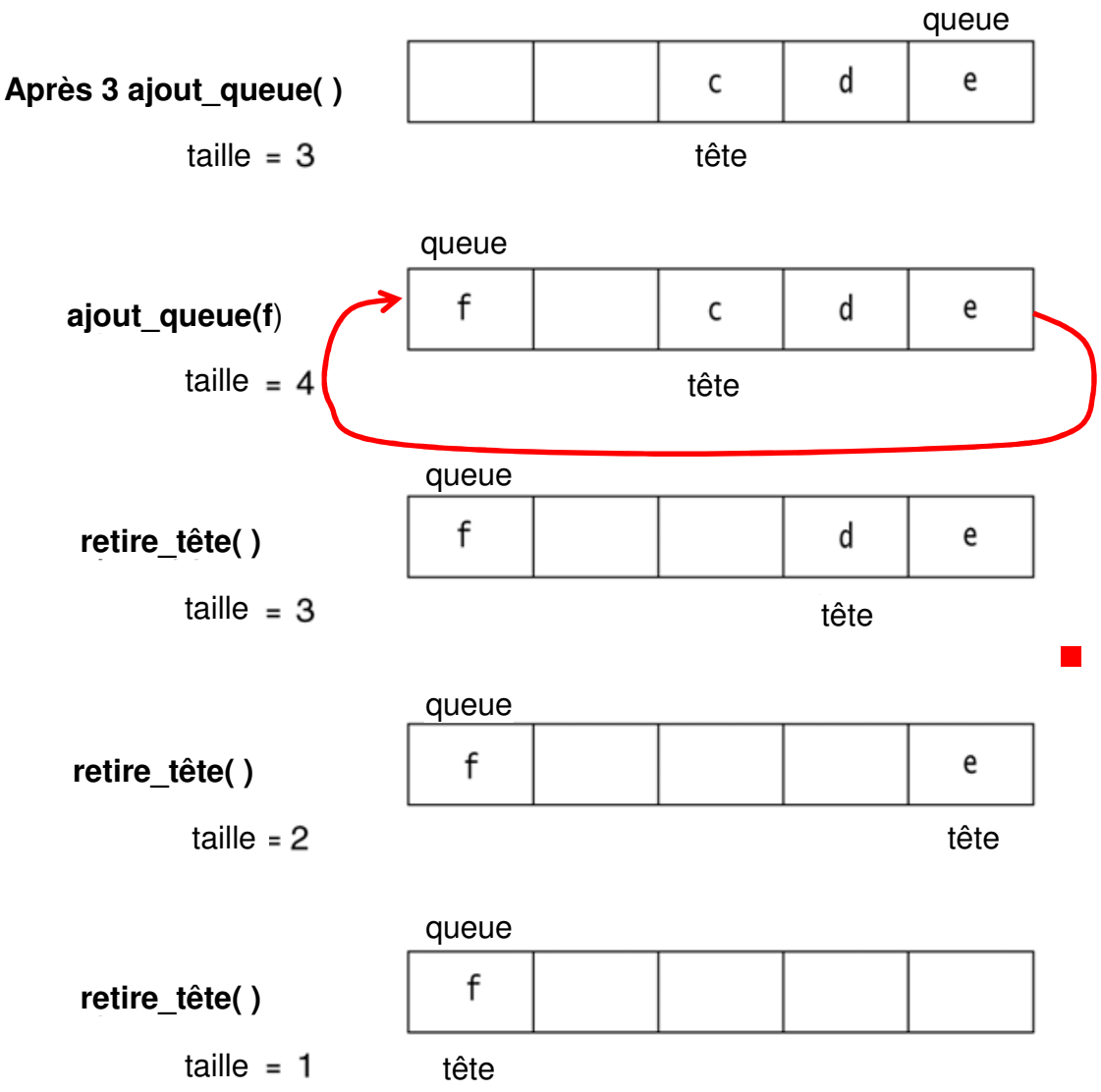
Implémentation avec Tableau Circulaire (1)

- Problème peut être résolu si

  1. mise en oeuvre d'un élément *tête* avançant avec chaque opération `retire_tête`



Implémentation avec Tableau Circulaire (2)



2. le tableau est circulaire,
   - ♦ i.e., la dernière position est reliée à la position d'indice 0.

- Dans ce cas, le fait que la file soit pleine ne peut être vérifié par l'élément *queue*;
  - utilisation d'un compteur qui donne le nombre d'éléments `nbElements`

Classe File : Interface

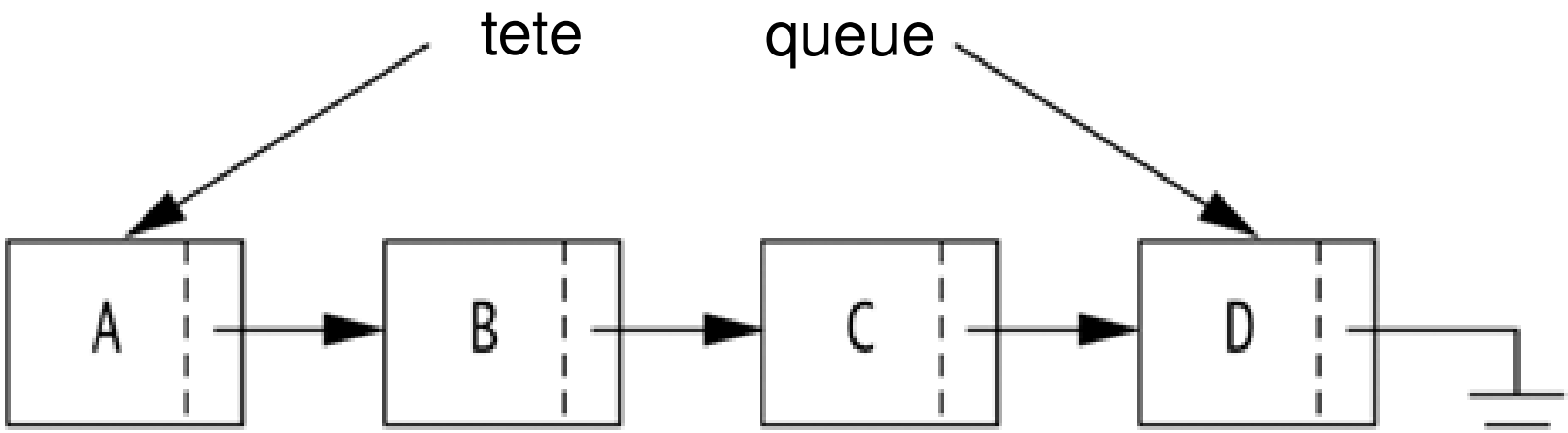
```
class File:

  def __init__ (self):
    """
    :sortie self:
    :post-cond: file initialisée et vide
    """

  def est_vide (self):
    """
    :entrée self:
    :sortie b: bool
    :post-cond: b est True si la file est vide
    """

  def est_pleine (self):
    """
    :entrée self:
    :sortie b: bool
    :post-cond: b est True si la file est pleine
    """
```

```
  def ajout_queue (self,e):
      """
      :entrée e: object
      :entrée-sortie self:
      :pré-cond: la file n'est pas pleine
      :post-cond: e est ajouté en queue de file
      """

  def retire_tête (self):
    """
    :entrée-sortie self:
    :pré-cond: la file n'est pas vide
    :post-cond: élément en tête de file retiré
    """

  def getTête (self):
    """
    :entrée self:
    :sortie e: object
    :pré-cond: la file n'est pas vide
    :post-cond: retourne la valeur de l'élément en tête
    """
```

Classe File : Implémentation Tableau

```
import numpy

MAX = 100

class File:

  def __init__(self):
    self._tabfile = numpy.empty(MAX, object)
    self._tete = 0
    self._queue = -1
    self._nbElements = 0

  def est_vide(self):
    b = (self._nbElements == 0)
    return b

  def est_pleine(self):
    b = (self._nbElements == MAX)
    return b

  def ajout_queue(self,e):
    self._queue = (self._queue+1) % MAX
    self._tabfile[self._queue] = e
    self._nbElements = self._nbElements+1

  def getTête(self):
    e = self._tabfile[self._tete]
    return e

  def retire_tête(self):
    self._nbElements = self._nbElements-1
    self._tete = (self._tete+1) % MAX
```

Implémentation avec Liste Chaînée



Classe File : Implémentation Liste Chaînée

```
class File:

  class MaillonFile :
    def __init__(self, val):
      self._valeur = val
      self._suiv = None

  def __init__(self):
    self._tete = None
    self._queue = None

  def est_vide(self):
    b = (self._tete == None)
    return b

  def est_pleine (self):
    #pas de limitation du nb éléments
    b = False
    return b
```

```
def ajout_queue (self,e):
  tmp = File.MaillonFile(e)
  if self.est_vide():
    self._queue = tmp
    self._tete = self._queue
  else:
    self._queue._suiv = tmp
    self._queue = self._queue._suiv

def getTête (self):
  e = self._tete._valeur
  return e

def retire_tête (self):
  self._tete = self._tete._suiv
```

Plan

- Piles
  - Introduction
  - Implémentation avec tableau
  - Implémentation avec liste chaînée
- Files
  - Introduction
  - Implémentation avec tableau
  - Implémentation avec liste chaînée
- Applications

Application 1 : Texte bien parenthésé

Considérons un tableau de caractères représentant un texte. Ce texte contient des parenthèses rondes (« (» et «) ») et carrées (« [» et «] »).

A chaque parenthèse ouvrante doit correspondre une parenthèse fermante du même type, et réciproquement.

Par ailleurs, si une parenthèse ouvrante est ouverte à l'intérieur d'un autre couple de parenthèses, sa parenthèse fermante doit elle aussi se trouver à l'intérieur du même couple.

Le tableau ci-dessous donne des exemples de textes bien et mal parenthésés.

Bien parenthésés	Mal parenthésés
abc	(
(abc)	abc)
ab[cd]ef	ab)c
a[b]c(d)e	a(b]c
a((b)c)d	a(b(c)d
a(b[c()e]f)g	a(b[c)d]e

Application 1 : Texte bien parenthésé

- Conditions nécessaires
  - Texte contient autant de « (» que de «) », et autant de « [» que de «] »
  - Type (rond ou carré) d'une parenthèse fermante doit toujours correspondre au type de la dernière parenthèse ouvrante rencontrée (et non encore fermée)
- Idée : stocker dans une pile les types des parenthèses ouvrante rencontrées
  - Lorsqu'on rencontre une parenthèse fermante, il faut s'assurer qu'il reste dans la pile une parenthèse ouvrante à fermer, et que son type correspond à celui de la parenthèse fermante.
  - Si ces conditions sont vérifiées, la parenthèse ouvrante est retirée de la pile. Sinon, on peut interrompre le traitement.
  - A la fin du texte, il faut également vérifier qu'aucune parenthèse ne demeure ouverte dans la pile.

Application 1 : Texte bien parenthésé - Spécification

```
def bien_parenthésé (txt):
  """
   :entrée txt: str
   :sortie b: bool
   :post-cond: b est True si le texte est bien parenthésé
  """
```

Application 2 : Inversion de l'ordre des éléments d'une pile - Spécification

```
def inverse_pile(p):
  """
  :entrée/sortie p: Pile
  :post-cond: inverse l'ordre des éléments de p
  """
```

Texte bien parenthésé - Implémentation

```
def bien_parenthésé (txt):
  b = True
  p = Pile()
  i = 0
  while b and i < len(txt):
    if txt[i] == "(" or txt[i] == "[":
      p.empile(txt[i])
    elif txt[i] == ")":
      if not p.est_vide() and p.sommet() == "(":
        p.dépile()
      else:
        b = False
    elif txt[i] == "]":
      if not p.est_vide() and p.sommet() == "[":
        p.dépile()
      else:
        b = False
    i = i+1
  if not p.est_vide():
    b = False
  return b
```

Application 2 : Inversion de l'ordre des éléments d'une pile - Implémentation

- Idée
  - dépiler tous les éléments de la pile, puis les ré-empiler dans l'ordre ou ils sont sortis. On utilisera donc une file comme stockage intermédiaire.

```
def inverse_pile(p):
  f = File()
  while not p.est_vide():
    e = p.sommet()
    p.dépile()
    f.ajout_queue(e)
  while not f.est_vide():
    e = f.getTête()
    f.retire_tête()
    p.empile(e)
```