

LIFLC – TD3

lundi 7 octobre

Notions abordées : formules propositionnelles, déduction naturelle

1 Échauffement avec quelques séquents

Question 1. Montrer que les séquents suivants sont des séquents prouvables.

1. $\vdash A \Rightarrow (A \Rightarrow B) \Rightarrow B$
2. $\vdash ((A \vee B) \Rightarrow C) \Rightarrow ((A \Rightarrow C) \wedge (B \Rightarrow C))$
3. $\vdash ((A \Rightarrow C) \wedge (B \Rightarrow C)) \Rightarrow ((A \vee B) \Rightarrow C)$
4. $\vdash (A \vee B) \Rightarrow ((A \Rightarrow B) \Rightarrow B)$

2 Le tiers-exclu

Question 2. En admettant que $\overline{\Gamma \vdash A \vee \neg A}$ est dérivable, démontrer que $\frac{\Gamma, A \vdash B \quad \Gamma, \neg A \vdash B}{\Gamma \vdash B}$ (t.e.) est dérivable.

3 Modélisation, déduction

Question 3. On considère les propositions suivantes :

- Si Alice et Julie viennent à Paris, Zoé viendra aussi,
 - Si Julie vient à Paris, Alice viendra aussi,
 - Julie ou Zoé, l'une des deux au moins, viendra à Paris.
1. Modéliser ces 3 propositions en logique propositionnelle.
 2. Démontrer que Zoé viendra à Paris en utilisant les règles de déduction naturelle.

Question 4.

1. Formaliser en logique propositionnelle le problème suivant :
 - Si Frodon ne va pas au Mordor, Sauron prend le pouvoir ;
 - Si Sauron prend le pouvoir, Frodon est triste ;
 - Si Frodon va au Mordor, il ne possède pas l'anneau ;
 - Si Frodon ne possède pas l'anneau, il est triste ;
2. Montrer que Frodon est triste en utilisant les règles de la déduction naturelle ; on pensera à utiliser la règle de tiers-exclu.

4 S'il reste du temps...

Question 5. Montrer que $\overline{\Gamma \vdash A \vee \neg A}$ est dérivable.