

Nom :

Groupe :

## LIFLC – Interro n°1

**Lire les questions. Répondre dans le cadre. Écrire au stylo (pas de crayon). Tout document interdit.**

On considère le séquent de la logique propositionnelle suivant :

$$\{A \wedge B \Rightarrow C, B \Rightarrow A\} \vdash B \vee C \Rightarrow C.$$

*Question 1.* Proposer une interprétation qui satisfait  $\{A \wedge B \Rightarrow C, B \Rightarrow A\}$ .

*Question 2.* Montrer sémantiquement  $\{A \wedge B \Rightarrow C, B \Rightarrow A\} \models B \vee C \Rightarrow C$ .

Indication : on pourra commencer par étudier  $B$  (puis  $C$ ).

*Question 3.* Montrer que ce séquent est prouvable par déduction naturelle (donner la dérivation).

$$\frac{}{\Gamma, F \vdash F} \text{ (ax)}$$

$$\frac{\Gamma \vdash F}{\Gamma, G \vdash F} \text{ (aff)}$$

$$\frac{\Gamma, F \vdash G}{\Gamma \vdash F \Rightarrow G} (\Rightarrow_i)$$

$$\frac{\Gamma \vdash F \Rightarrow G \quad \Gamma \vdash F}{\Gamma \vdash G} (\Rightarrow_e)$$

$$\frac{\Gamma \vdash F \quad \Gamma \vdash G}{\Gamma \vdash F \wedge G} (\wedge_i)$$

$$\frac{\Gamma \vdash F \wedge G}{\Gamma \vdash F} (\wedge_e^g)$$

$$\frac{\Gamma \vdash F \wedge G}{\Gamma \vdash G} (\wedge_e^d)$$

$$\frac{\Gamma \vdash F}{\Gamma \vdash F \vee G} (\vee_i^g) \quad \frac{\Gamma \vdash G}{\Gamma \vdash F \vee G} (\vee_i^d)$$

$$\frac{\Gamma \vdash F \vee G \quad \Gamma, F \vdash H \quad \Gamma, G \vdash H}{\Gamma \vdash H} (\vee_e)$$

$$\frac{\Gamma, F \vdash \perp}{\Gamma \vdash \neg F} (\neg_i)$$

$$\frac{\Gamma \vdash \neg F \quad \Gamma \vdash F}{\Gamma \vdash \perp} (\neg_e)$$

$$\frac{\Gamma, \neg F \vdash \perp}{\Gamma \vdash F} (\perp_c)$$

Nom :

Groupe :

## LIFLC – Interro n°1

**Lire les questions. Répondre dans le cadre. Écrire au stylo (pas de crayon). Tout document interdit.**

On considère le séquent de la logique propositionnelle suivant :

$$\{J \vee K, I \wedge J \Rightarrow K\} \vdash (J \Rightarrow I) \Rightarrow K.$$

*Question 1.* Proposer une interprétation qui satisfait  $\{J \vee K, I \wedge J \Rightarrow K\}$ .

*Question 2.* Montrer sémantiquement  $\{J \vee K, I \wedge J \Rightarrow K\} \models (J \Rightarrow I) \Rightarrow K$ .

Indication : on pourra commencer par étudier  $J$  (puis  $I$ ).

*Question 3.* Montrer que ce séquent est prouvable par déduction naturelle (donner la dérivation).

$$\frac{}{\Gamma, F \vdash F} \text{ (ax)}$$

$$\frac{\Gamma \vdash F}{\Gamma, G \vdash F} \text{ (aff)}$$

$$\frac{\Gamma, F \vdash G}{\Gamma \vdash F \Rightarrow G} (\Rightarrow_i)$$

$$\frac{\Gamma \vdash F \Rightarrow G \quad \Gamma \vdash F}{\Gamma \vdash G} (\Rightarrow_e)$$

$$\frac{\Gamma \vdash F \quad \Gamma \vdash G}{\Gamma \vdash F \wedge G} (\wedge_i)$$

$$\frac{\Gamma \vdash F \wedge G}{\Gamma \vdash F} (\wedge_e^g)$$

$$\frac{\Gamma \vdash F \wedge G}{\Gamma \vdash G} (\wedge_e^d)$$

$$\frac{\Gamma \vdash F}{\Gamma \vdash F \vee G} (\vee_i^g) \quad \frac{\Gamma \vdash G}{\Gamma \vdash F \vee G} (\vee_i^d)$$

$$\frac{\Gamma \vdash F \vee G \quad \Gamma, F \vdash H \quad \Gamma, G \vdash H}{\Gamma \vdash H} (\vee_e)$$

$$\frac{\Gamma, F \vdash \perp}{\Gamma \vdash \neg F} (\neg_i)$$

$$\frac{\Gamma \vdash \neg F \quad \Gamma \vdash F}{\Gamma \vdash \perp} (\neg_e)$$

$$\frac{\Gamma, \neg F \vdash \perp}{\Gamma \vdash F} (\perp_c)$$