Faculté des Sciences et Technologies
Dpt Informatique

LIF064 - Optimisation - TD1
Modélisation et méthode du simplexe

Exercice 1

Rappel du problème vu en cours :
Un fleuriste dispose de 50 lys, 80 roses et 80 jonquilles.
Un bouquet 1 est composé de 10 lys, 10 roses et 20 jonquilles. Il est vendu 40€.
Un bouquet 2 est composé de 10 lys, 20 roses et 10 jonquilles. Il est vendu 50€.

1. Modéliser le problème sous forme standard.
2. Résoudre le problème graphiquement.
3. Résoudre de manière algébrique le même problème avec uniquement les contraintes C1 et C2.

Exercice 2

Un menuisier dispose d'un stock de planches qu'il souhaite mettre à profit. Il dispose de 20 planches A, 22 planches B et 12 planches C. Avec ces planches, il peut construire 2 types de meubles.
Le meuble M1 nécessite 1 planche A, 2 planches B et 1 planche C. Il est vendu 300€.
Le meuble M2 nécessite 2 planches A, 1 planche B et 1 planche C. Il est vendu 200€.

1. Modéliser le problème sous forme standard.
2. Résoudre le problème graphiquement.

Exercice 3
Un producteur de légumes dispose de 20 jours de travail pour s'occuper de la récolte de 2 champs: un champ de légumes A et un champ de légumes B. Il ne pourra malheureusement pas collecter l'intégralité de sa production à temps : la récolte du champ A prendrait 18 jours et la récolte du champ B prendrait 15 jours. Une journée de travail sur le champ A permet de récolter 500kg de la variété A. Une journée de travail sur le champ B permet de récolter 250kg de la variété B. Pour proposer un peu de variété, le producteur souhaite qu'au moins 25% de la masse de sa production soit constituée de légumes B (par exemple au moins 500 kg de légumes B pour 1500 kg de légumes A).
Le prix au kilo étant le même pour les deux variétés, le producteur souhaite maximiser la masse de légumes récoltés.

Questions

1. [2 points] Donner la modélisation du problème exprimée sous la forme standard en explicitant clairement la fonction objectif z et les variables et toutes les contraintes.
2. [1.5 points] Donner la représentation graphique du problème (contraintes et masse récoltée).
3. [0.5 point] Y indiquer clairement l'espace des solutions réalisables.
4. [1 point] Résoudre graphiquement le problème et donner les valeurs numériques de la production maximale de légumes.

Exercice 4 (exercice examen 2017 - 2.5 points)
On donne le problème linéaire sous contraintes suivant :

$$\max_{x_1,x_2} z = x_1 + x_2 \qquad \text{s.c.} \qquad \begin{cases} x_1 + x_2 \geq 3 & (C1) \\ x_1 + 2x_2 \leq 2 & (C2) \\ x_1 \leq 1 & (C3) \\ x_1, x_2 \geq 0 \end{cases}$$

Questions

1. [1.5 point] Donner une représentation graphique du problème (contraintes et z).
2. [1 point] Préciser l'espace des solutions réalisables, et conclure sur la solution au problème.

Exercice 5

Une chaîne de télévision planifie sa prochaine émission politique. On dispose pour cette émission d'un temps d'antenne maximum pour les interviews de 48 minutes. Les invités de cette émission sont : M. Cantin, M. Morin et M. Babin. M. Cantin insiste pour que son temps d'antenne soit au moins le double de celui de M. Babin. Par ailleurs, le réalisateur désire que le temps d'antenne combiné de M. Cantin et de M. Morin soit d'au plus 38 minutes. Par expérience, on sait que :

- M. Cantin attirera 20 000 téléspectateurs par minute d'apparition à l'écran
- M. Morin attirera 30 000 téléspectateurs par minute d'apparition à l'écran
- M. Babin attirera 28 000 téléspectateurs par minute d'apparition à l'écran

1. Modéliser le problème sous forme standard.
2. Utiliser la méthode du simplexe pour :
   a. Donner la configuration qui permet de maximiser le nombre de téléspectateurs.
   b. Donner dans ce cas l'audience totale de l'émission.

Exercice 6

Un constructeur doit soumettre à la ville un plan pour un programme de construction de logements sociaux. Dans ce programme, il est possible d'avoir trois types d'appartements, en fonction du nombre de chambres que compte l'appartement. Le loyer mensuel par appartement dépendra du nombre de chambres :

Type d'appartement	T1 (1 chambre)	T2 (2 chambres)	T3 (3 chambres)
Loyer mensuel	200 €	250 €	300 €

La réglementation sur la densité de l'occupation des sols ne permet pas de dépasser 600 logements. À cause de la demande, le nombre d'appartements de 3 chambres ne doit pas excéder la somme des deux autres par plus de 20 logements et le double du nombre d'appartements de 1 chambre ne doit pas excéder la somme des deux autres par plus de 100 logements. Toutefois la ville doit maximiser le total du loyer perçu par mois. On cherche à trouver la répartition en T1, T2, T3 que le constructeur peut proposer à la ville pour lui permettre de maximiser le montant du loyer total perçu, tout en respectant chacune des contraintes du problème.

1. Modéliser le problème sous forme standard.
2. Utiliser la méthode du simplexe pour :
   a. Donner la configuration qui permet de maximiser le total des loyers perçus par mois.
   b. Donner dans ce cas le montant de somme totale perçue (par mois).

Exercice 7

Un fermier décide de se lancer dans l'élevage de bœufs, de vaches et de chevaux. Il dispose de 5800 hectares de pâturage. Par expérience, le fermier sait que pour bien se développer, un bœuf requiert 1 hectare de pâturage, une vache laitière requiert 1 hectare et un cheval requiert 1/2 hectare. Durant l'hiver, un bœuf se nourrit de 1 balle de foin, une vache laitière de 4 balles de foin et un cheval de 1 balle de foin. À cause des besoins limités du marché, le fermier ne désire pas plus de 1000 vaches laitières. À l'automne, le fermier dispose de 9000 balles de foin et il sait que son profit net sur chaque bœuf, vache laitière et cheval est respectivement de 18€, 28€ et 10€. Le fermier cherche à maximiser son profit.

1. Modéliser le problème sous forme standard.
2. En utilisant la méthode du simplexe
   a. Trouver combien de bêtes de chaque espèce le fermier doit-il élever afin de maximiser son profit.

b. Donner le montant du profit réalisé.

Exercice 8

Soit le système suivant :

$$\begin{cases} z = 5x_1 + 4x_2 + 3x_3 \\ 2x_1 + 3x_2 + x_3 \leq 5 \\ 4x_1 + x_2 + 2x_3 \leq 11 \\ 3x_1 + 4x_2 + 2x_3 \leq 8 \\ x_i \geq 0 \end{cases}$$

Maximiser z en respectant les contraintes, en utilisant la méthode du simplexe.