

# LIFLC – TD4

lundi 14 octobre

Notions abordées : formules du premier ordre, modélisation

## 1 Échauffement avec quelques formules (?)

*Question 1.* On considère la signature suivante :

- Symboles de fonction :  $f : 2, g : 1, a : 0, b : 0$
- Symboles de prédicats :  $P : 1, Q : 2$
- $g(f(x, y)) \vee P(a)$
- $\exists x Q(a, y) \wedge P(f(a, b)) \Rightarrow P(x)$
- $\forall x \exists y P(x) \wedge Q(f(y, b))$
- $P(g(z)) \vee \forall x \exists z Q(a, y)$
- $\exists x Q(f(x, y), g(z))$
- $\forall y \forall x Q(x, y)$

1. Préciser si les expressions suivantes sont des formules, des termes ou ni l'un ni l'autre.
2. Donner l'ensemble des variables libres de chaque formule.

## 2 Filtrage

*Question 2.* Soient les motifs suivants (symboles de fonctions en gras) :

- $m1 = \mathbf{mult}(x, \mathbf{succ}(y))$
- $m2 = \mathbf{mult}(\mathbf{plus}(x, y), \mathbf{zero})$
- $m3 = \mathbf{mult}(\mathbf{plus}(x, y), x)$

Pour chacun des termes suivants, dire s'il correspond aux motifs ci-dessus. Si oui, donner la substitution correspondante :

1.  $\mathbf{mult}(\mathbf{zero}, \mathbf{succ}(\mathbf{zero}))$
2.  $\mathbf{mult}(u, v)$
3.  $\mathbf{mult}(\mathbf{plus}(\mathbf{zero}, \mathbf{succ}(u)), \mathbf{zero})$
4.  $\mathbf{mult}(\mathbf{plus}(\mathbf{zero}, u), u)$

## 3 Modélisation, déduction

*Question 3.* On considère la signature :

- Fonctions constantes : `titi`, `sylvestre`, `tom`, `jerry`, `spike`
- Symboles de prédicats : `souris` : 1, `canari` : 1, `chat` : 1, `chien` : 1, `chasse` : 2.

Donner des formules exprimant chacune des propriétés ci-dessous (une proie est un individu qui est chassé par un autre, un prédateur est un individu qui en chasse un autre) :

- Titi a un prédateur.
- Les chats qui chassent les canaris ne chassent pas les souris.
- Spike est un prédateur d'un prédateur de Jerry.
- $x$  est une proie mais pas un prédateur.

- $x$  a un prédateur unique.
- $x$  n'est chassé par personne.
- Tous les chasseurs sont des proies.
- Tous les chats sont chasseurs et proies.
- Sylvestre et Tom ne chassent pas les mêmes proies.

*Question 4.* On dispose d'une fonction de comparaison **comp** retournant **true** ou **false** sur la donnée de deux objets. Exprimer la correction (et complétude) de cette fonction en logique du premier ordre, vis à vis du prédicat d'égalité  $=$ .

*Question 5.* On dispose d'une fonction **mem** qui, sur la donnée d'un objet et d'une liste d'objets, est censée retourner **true** si et seulement si cet objet appartient à la liste. Exprimer en logique du premier ordre la correction (et la complétude) de cette fonction. On utilisera le fait qu'un élément  $x$  est présent dans une liste  $l$  si celle-ci est le résultat de la concaténation

- D'une liste  $l_1$  et
- D'une liste  $l_2$  qui commence par  $x$ .