

LIFO63 – Algorithme numérique – TD 4

Approximation

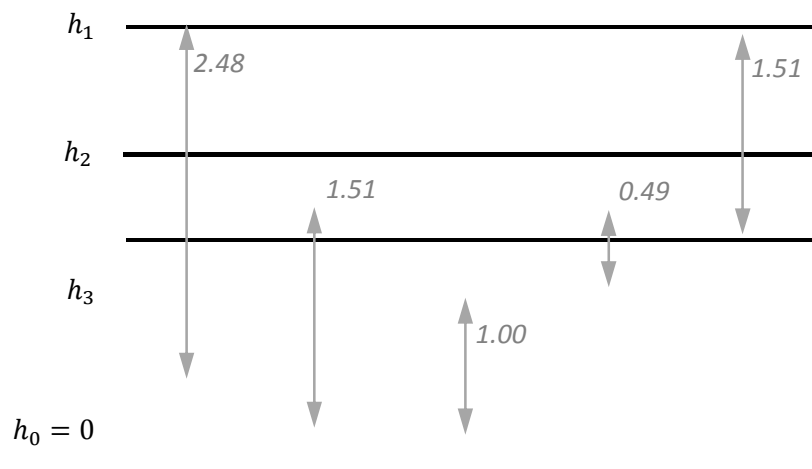
Exercice 1

Utiliser la méthode des moindres carrés pour déterminer une solution approchée du système suivant :

$$\begin{cases} x + y = 3 \\ x - 2y = 0 \\ 2x - y = 2 \end{cases}$$

Exercice 2

Pour tracer le plan d'un terrain, on cherche à estimer les hauteurs h_1, h_2, h_3 de différents niveaux. On procède en mesurant des différences de hauteurs pour plusieurs paires de niveaux. Les mesures relevées sont représentées dans le schéma ci-dessous.



Trouver les valeurs h_1, h_2, h_3 en utilisant la méthode des moindres carrés.

Exercice 3

Déterminer le polynôme de degré 2 qui réalise la meilleure approximation quadratique de la fonction $f(x) = |x|$ sur l'intervalle $[-1, 1]$ basée sur cinq points équidistants.

1. Lorsque tous les points ont le même poids (i.e. 1).

2. Lorsque les points ont les poids : 1, 2, 4, 2, 1.

Exercice 4

Calculer la droite de meilleure approximation de la fonction $f(x) = x^2 + 2x$ pour les points $-1, -\frac{1}{2}, 0, \frac{1}{2}, 1$.

Exercice 5

Calculer la droite de meilleure approximation de la fonction $f(x) = x^2 + 2x$ sur $[-1, 1]$.

Exercice 6

Calculer la meilleure approximation de la forme $p(x) = \frac{a_0}{2} + a_1 \cos x + a_2 \sin x$ pour la fonction $f(x) = x^2 - 2\pi x + 2$ sur $[0, 2\pi]$.