

Logique propositionnelle

épisode précédent

Formules : ensemble inductif...

Modèle : interprétation dans algèbre de Boole

Démonstration sémantique : tout modèle des hypothèses modèle du but

Séquents prouvables : ensemble inductif... (surprise ?)

... Dédution naturelle correcte et complète

On continue : des inductifs (toujours), « selon la forme » ?

Premier ordre

signature

Signature : (\mathcal{F}, τ)

monosortée

- \mathcal{F} : ensemble de symboles

- τ : fonction $\mathcal{F} \rightarrow \mathbb{N}$

Notation : $\{f : \tau(f), \quad g : \tau(g) \dots\}$

$\tau(f)$: arité de f

Lorsque $\tau(f) = 0$, f une constante

Qq. exemples

Premier ordre

termes

(\mathcal{F}, τ) une signature

X ensemble de variables

$\mathcal{T}(\mathcal{F}, X)$ défini inductivement par :

- $x \in X$ terme
- $f \in \mathcal{F}$ avec $\tau(f) = n$, t_1, \dots, t_n termes
alors $f(t_1, \dots, t_n)$ terme

$\mathcal{T}(\mathcal{F}, \emptyset)$ termes clos

Qq. exemples Peano/Presburger/binaires, comme arbres

Premier ordre

termes

Substitution : application $X \rightarrow \mathcal{T}(\mathcal{F}, X)$

Notation postfixée : $\sigma(x) \rightsquigarrow x\sigma$

Étendue aux termes... abus de notation $\sigma : \mathcal{T}(\mathcal{F}, X) \rightarrow \mathcal{T}(\mathcal{F}, X)$

- $\sigma(x) = x$ si $x \notin \text{domaine de } \sigma$
 $\sigma(x) = x\sigma$ si $x \in \text{domaine de } \sigma$
- $\sigma(f(t_1, \dots, t_n)) = f(\sigma(t_1), \dots, \sigma(t_n))$ quand $f(t_1, \dots, t_n) \in \mathcal{T}(\mathcal{F}, X)$

Notation $\sigma = \{x \mapsto s, \dots, y \mapsto t \dots\}$

Renommage $\sigma = \{x_1 \mapsto y_1, \dots, x_k \mapsto y_k \dots\}$ y_i distincts deux à deux

Premier ordre

termes

Filtrage (match...with) pour s, t termes $\leadsto \sigma$ telle que $s\sigma = t$

Unification pour s, t termes $\leadsto \sigma$ telle que $s\sigma = t\sigma$

Premier ordre

formules

$\mathcal{T}(\mathcal{F}, X)$ termes

Symboles de relation (\mathcal{S}, ρ)

Formules ensemble défini **inductivement** par:

- $P \in \mathcal{S}, \rho(P) = n, t_1, \dots, t_n$ termes $\rightarrow P(t_1, \dots, t_n)$ **formule** (atomique)
- F formule $\rightarrow \neg F$ **formule**
- F et G formules $\rightarrow F \diamond G$ **formule** où $\diamond \in \{\Rightarrow, \vee, \wedge\}$
- F formule, $x \in X \rightarrow \forall x, F$ **formule**, $\exists x, F$ **formule**

\forall et \exists **quantificateurs**

priorité minimale