Logique

Xavier Urbain

2019/2020

Il y aura une page web...

Surveillez vos emails (rappels, informations. . .)

Vous m'écrivez ? ⇝ "LIFLC" + groupe dans le sujet — politesse de base
depuis `@etu.univ-lyon1.fr`

Modalités de contrôle des connaissances : essentiellement CC

- Plus ou moins une interro "surprise" par TD
- TP noté
- ECA

SILENCE DANS L'AMPHI

Sources et références :

- David/Nour/Raffalli : *Introduction à la logique*
- . . .
- Cours : Mijoule, Forest, Coquery, Goubault-Larrecq

On verra. . .

Pourquoi logique

Définition du raisonnement

- Formel
- Abstrait

⇝ exprimer propriétés et démonstrations

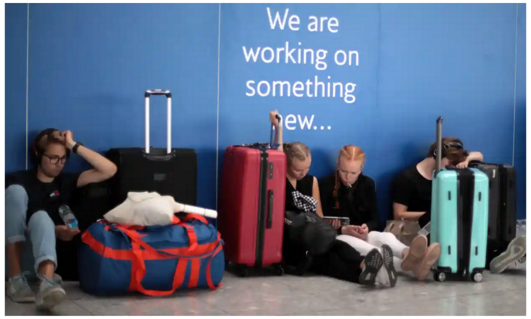
Oui mais pourquoi ?

British Airways

Passenger anger as tens of thousands hit by BA systems failure

More than 500 flights cancelled or delayed by IT problem affecting London airports

Jasper Jolly
Wed 7 Aug 2019 19.09 BST



▲ Passengers waiting at Heathrow on Wednesday. Photograph: Martin Godwin/The Guardian

British Airways was facing passenger anger on Wednesday as more than 500 flights were cancelled or delayed as a result of a systems failure.

In the latest in a series of operational problems to hit the airline, and the travel plans of tens of thousands with holiday and business plans, London's Heathrow, Gatwick and City were the airports most affected by the

Guardian

Boeing sees fix for latest 737 MAX software flaw in September

David Shepardson, Eric M. Johnson, Tracy Rucinski 5 MIN READ

(Reuters) - Boeing Co (BA.N) will take until at least September to fix a newly identified problem on its grounded 737 MAX, a company official told Reuters, meaning the workhorse jet's return to service will be delayed until October at the earliest, significantly longer than most airlines had expected.

Reuter

L'USINENOUVELLE

S'inscrire à la newsletter

ABONNEZ-VOUS

L'ACTU | EMPLOI & CARRIÈRES | TROUVEZ VOS FOURNISSEURS | NOS ÉVÈNEMENTS ET FORMATIONS | APPELS D'OFFRES | INDUSTRIE EXPLORER | INDICE

AÉRO AGRO AUTO ENERGIE IA INDUSTRIE 4.0 SANTÉ RH QUOTIDIEN DES USINES ECO MATIÈRES PREMIÈRES SUCCÈS ÉTRANGERS L'USINE CAMPUS VIDÉO BLO

Accueil > Transports

Une "panne informatique" à l'origine de la paralysie de la gare de Paris-Montparnasse

LÉNA COROT | TRANSPORT , FERROVIAIRE | PUBLIÉ LE 04/12/2017 À 07H55, MIS À JOUR LE 04/12/2017 À 11H17

Quatre mois après une panne de signalisation ayant provoqué un grand désordre à la gare de Paris-Montparnasse pendant trois jours, la gare parisienne s'est à nouveau retrouvée immobilisée. Dimanche 3 décembre "une panne informatique du système d'aiguillage" a totalement paralysé le trafic. Tous les trains circulent normalement ce lundi matin.

ESPACE ABONNÉS
- Modifier mes informatio
- Consulter le magazine
- Accès aux archives
- Sommaire du dernier nu
- Nous contacter

INSCRIVEZ-VOU aux webinars

DÉPÊCHES
Wall Street attendue en ha

Pourquoi logique

Définition du raisonnement

- Formel
- Abstrait

⇝ exprimer propriétés et démonstrations

Oui mais pourquoi ?

⇝ `https://www.cs.tau.ac.il/~nachumd/horror.html`...

Rapide... Correct ?

Pourquoi logique

Définition du raisonnement

- Formel
- Abstrait

⇝ exprimer propriétés et démonstrations

Spécification et vérification du comportement des prog.

- Univoque
- Claire

⇝ aller vers du code correct

Pourquoi succès

Validation si :

- Règles de raisonnement
- Induction
- Spécification au premier ordre

Échec si :

- Vous ne savez pas lire
- Vous ne connaissez pas votre cours

Comment logique

Déjà : ne pas confondre chiffres et nombres. . .

Bases de la prog. ⇜⇝ Bases du raisonnement

En particulier avec systèmes de types (à la ML)

Discipline de types	⇜⇝	Logique
Type	⇜⇝	Formule
Programme	⇜⇝	Preuve
Calcul	⇜⇝	Cut elim.

Cadre fonctionnel typé

Comment logique

Bases de la prog. ⇜⇝ Bases du raisonnement

Définition d'objets et d'ensembles

- par décision ⇝ LIFLF
- par construction ⇝ LIFLC

En LF : fonctions de reconnaissance. . . EN LC : preuves de correction

Comment — logique

Bases de la prog. $\leftrightsquigarrow$ Bases du raisonnement

TP : manipulation des deux $\rightsquigarrow$ (Gallina) Coq
https://coq.inria.fr/ — au moins 8.7

N'allez pas lire la doc !

Fonctionnel, fortement typé, avec filtrage…

En moyenne plus facile que LIFAP2 : pas d'excuse

Rappels/notations — ensembles

Notation : $E = \{x, y, z \dots\}$ $E = \{x \mid \dots\}$

Appartenance (à E) : $x \in E$ — x est dans E

Inclusion : $E \subseteq F$ — tout élément dans E est dans F
Égalité : double inclusion

Union : $G = E \cup F$ — $x \in G$ ssi ($x \in E$ OU BIEN $x \in F$)

Intersection : $G = E \cap F$ — $x \in G$ ssi ($x \in E$ ET AUSSI $x \in F$)

Différence : $G = E \setminus F$ — $x \in G$ ssi ($x \in E$ ET AUSSI $x \notin F$)

$I \cup (J \cap K) = (I \cup J) \cap K$? — $(I \cap J) \cap K = I \cap (K \cap J)$?
$I \subseteq (J \cap I) \cup K$? — $(I \cap J) \cup (J \cap K) \subseteq J$?

Rappels/notations — n-uplets, relations

Notation : $E = (x, y, z \dots)$ — positions distinguées $\rightsquigarrow$ projections

Prod. cartésien : $E_1 \times \dots \times E_n = \{(x_1, \dots, x_n) \mid x_i \in E_i$ pour $i \in \{1, \dots, n\}\}$
positions…

Relation : $R \subseteq E_1 \times \dots \times E_n$ (relation n-aire)
$(e_1, \dots, e_n) \in R$ noté $R(e_1, \dots, e_n)$ — infixe

Soit $R \subseteq E \times E$:

- Si pour chaque $R(x, y)$, alors $R(y, x)$: symétrique
- Si pour chaque $x \in E$, alors $R(x, x)$: réflexive
- Si pour chaque $R(x, y)$ et $R(y, z)$, alors $R(x, z)$: transitive

Antisymétrique si jamais de symétrie sauf égalité
Antiréflexive si jamais de réflexion

Rappels/notations — n-uplets, relations

Notation : $E = (x, y, z \dots)$ — positions distinguées $\rightsquigarrow$ projections

Prod. cartésien : $E_1 \times \dots \times E_n = \{(x_1, \dots, x_n) \mid x_i \in E_i$ pour $i \in \{1, \dots, n\}\}$
positions…

Relation : $R \subseteq E_1 \times \dots \times E_n$ (relation n-aire)
$(e_1, \dots, e_n) \in R$ noté $R(e_1, \dots, e_n)$ — infixe

Fonction : f relation sur $E_1 \times E_2$ — dans ce cas $f : E_1 \to E_2$
telle que pour chaque $x \in E_1$, au plus $y \in E_2$ tel que $(x, y) \in f$ — $y = f(x)$

- Au moins y : totale
- pour chaque $y \in E_2$,
  - au plus $x \in E_1, f(x) = y$: injective
  - au moins $x \in E_1, f(x) = y$: surjective

  $\}$ bijective

Rappels/notations — fonctions, relations

Fonctions / relations : rôles différents

Fonction « à plusieurs arguments » :

$f : E \to F$ avec $E = \{E_0 \times E_1 \times \cdots \times E_{n-1} \times E_n\}$ $\quad f((x_0, \ldots, x_n))$

curryfiée :

$f : E_0 \to (E_1 \to \cdots (E_{n-1} \to (E_n \to F) \cdots)$ $\quad (\cdots(f(x_0))(x_1)\cdots)(x_n)$

Ensembles inductifs — définition

Fondations math…prog…⇝ objets, ensembles

Construction ? règles… $\quad (u_1, \ldots, u_n) \in E \times \cdots \times E \to v \in E$

Schéma d'induction : (E, R) où R règles sur E $\quad B = \{v \in E \mid \to v \in R\}$

Partie close pour (E, R) :
$F \subseteq E$ telle que pour toute $(u_1, \ldots, u_n) \to v \in R$, si tous $u_i \in F$ alors $v \in F$

Ensemble inductif de (E, R) :
la plus petite partie close pour (E, R)

Ensembles inductifs — caractérisation

Proposition.
$X \subseteq E$ induit de (E, R) :

$$X = \bigcap_{Y \in \mathcal{F}} Y \qquad \text{avec } \mathcal{F} = \{Y \subseteq E \text{ close pour } (E, R)\}$$

$X \supseteq \bigcap_{Y \in \mathcal{F}} Y$ car $X \in \mathcal{F}$ $\quad$ $X \subseteq \bigcap_{Y \in \mathcal{F}} Y$ car X plus petite close (tout $Y \supseteq X$)

Preuve par induction

Idée : objets vérifiant la propriété = partie close

Théorème.
X induit par (E, R), P propriété sur X telle que:

- $P(v)$ pour toute $\to v \in B$
- $P(v)$ pour tous $u_1, \ldots, u_n$ tels que $P(u_1), \ldots, P(u_n)$ et $(u_1, \ldots, u_n) \to v \in R$

alors $P(x)$ pour tout $x \in X$

Soit $U = \{x \in X \mid P(x)\}$

$U \subseteq X$ par déf. $\quad U \supseteq X$ car U close et $X = \bigcap_{Y \in \mathcal{F}} Y$ (pour $\mathcal{F}$: parties closes)

Ensembles inductifs — fonctions

Idée : Y sur lequel on sait calculer la fonction est clos

Fonction $f : X \to F$ pour X induit par (E, R) :

- $f(v) \in F$ pour toute $\to v \in B$
- $f(v)$ suivant $f(u_1), \ldots, f(u_n)$ pour tous $u_1, \ldots, u_n$ et $(u_1, \ldots, u_n) \to v \in R$

alors on a défini $f(x)$ pour tout $x \in X$

Rq. — Éventuellement cas supplémentaires…

Ex. double