

CC rattrapage

(Durée 45 mins)

Toute réponse devra être justifiée. Vous enverrez par email (à gavin@univ-lyon1.fr avec TPMIF29 comme objet) le fichier réponse et vous le déposerez sur Tomuss.

Dans toute la suite, on supposera que Alice génère une paire de clés RSA $R.pk=(n=pq,e)$ et $R.sk=(d)$ et une paire de clés Paillier $P.pk=(n)$ et $P.sk=(\rho)$ ($R.pk$ et $P.pk$ **partagent le même n**) de taille 2048 (n s'écrit avec 2048 bits).

Parmi les affirmations suivantes, dire (en justifiant concisément votre réponse) celles qui sont vraies et celles qui sont fausses.

1 – Soit $M_0 \leftarrow \text{Paillier.Encrypt}(P.pk, 3)$. Si $\text{Paillier.Decrypt}(P.sk, 3 \times M_0 \bmod n^2) = 6$ alors on peut affirmer que $\text{Paillier.Decrypt}(P.sk, 3) = 3$.

Vraie.

2 – Soient $x_1, \dots, x_m \in \mathbb{Z}/n\mathbb{Z}$ et $X_i \leftarrow \text{Paillier.Encrypt}(P.pk, x_i)$ pour tout $i=1, \dots, m$. Il existe un algorithme rapide qui prend en entrée $P.pk, X_1, \dots, X_m$ et qui retourne Y tel que $\text{Paillier.Decrypt}(P.sk, Y) = x_1 + \dots + x_m \bmod n$.

Vrai grâce aux propriétés homomorphes de Paillier.

3 – Si n personnes veulent échanger de manière sécurisée en utilisant un cryptosystème à clé publique, $n(n-1)/2$ paires de clés doivent être générées.

Faux, $2n$ sur un système à clé publique.

4 – La signature numérique est efficace contre les risques d'intrusion.

Vraie, la signature assure être infalsifiable.

5 – $\text{Paillier.Decrypt}(P.sk, X \times 2^n \bmod n^2) = \text{Paillier.Decrypt}(P.sk, X \bmod n^2)$.

Faux.

6 – $\text{Paillier.Decrypt}(P.sk, (1+3n)^2 \bmod n^2) = 9$.

Faux, 6.

7 – Soient $x \in (\mathbb{Z}/n\mathbb{Z})^*$, $X \leftarrow \text{RSA.Encrypt}(R.pk, x)$ et $Y \leftarrow \text{Paillier.Encrypt}(P.pk, X \bmod n)$. On peut écrire que $\text{RSA.Decrypt}(R.sk, \text{Paillier.Decrypt}(P.sk, Y)) = x$

Vraie car $\text{Paillier.Decrypt}(P.sk, Y) = X$ et $\text{RSA.Decrypt}(R.sk, X) = x$.

8 – Soient $x \in (\mathbb{Z}/n\mathbb{Z})^*$, $X \leftarrow \text{Paillier.Encrypt}(P.pk, x)$ et $Y \leftarrow \text{RSA.Encrypt}(R.pk, X \bmod n)$. On peut écrire que $\text{Paillier.Decrypt}(P.sk, \text{RSA.Decrypt}(R.sk, Y)) = x$

Faux car X est modulo n et Y est modulo n^2 .

9 – Le couple de clés (pk, sk) avec $pk=(n=91, e=5)$ et $sk=(d=29)$ est un couple de clés valides RSA.
Vrai mais pas très sécurisé.